

EMARANHAMENTO E NÃO-LOCALIDADE EM TEORIA QUÂNTICA: UMA PERSPECTIVA VIA INVESTIGAÇÃO E INSTRUÇÃO POR PARES PARA O ENSINO MÉDIO

ENTANGLEMENT AND NONLOCALITY IN QUANTUM THEORY: A HIGH SCHOOL APPROACH THROUGH INVESTIGATION AND PEER INSTRUCTION

PATRICK RIBEIRO RODRIGUES *¹, ALYSSON MIRANDA DE FREITAS †²,
MARIO DE SOUSA REIS JÚNIOR ‡³, BRUNO FERREIRA RIZZUTI §¹

¹Departamento de Física, Universidade Federal de Juiz de Fora

²Colégio de Aplicação João XXIII / Universidade Federal de Juiz de Fora

³Instituto de Física, Universidade Federal Fluminense

Resumo

O avanço das tecnologias quânticas e as recentes discussões sobre emaranhamento e não-localidade têm despertado crescente interesse em levar conceitos da física moderna para o ensino básico, aproximando os estudantes dos fundamentos da ciência contemporânea. Nesse cenário, torna-se essencial propor abordagens didáticas que permitam a compreensão conceitual desses fenômenos, tradicionalmente abstratos, de forma investigativa e acessível. Assim, este artigo apresenta uma proposta de sequência didática (SD) para o ensino médio, com foco nos conceitos de emaranhamento quântico, não-localidade e aspectos fundamentais da relatividade especial. Utilizando as metodologias Predizer-Observar-Explicar (POE) e Instrução por Pares/Ensino sob Medida, a proposta busca envolver os estudantes por meio de atividades investigativas e interativas. A sequência é composta por cinco encontros de 50 minutos cada. São explorados, com apoio de vídeos, simuladores e discussões em grupo, experimentos como o de Stern-Gerlach, diagramas de espaço-tempo e o paradoxo EPR, permitindo a articulação entre a mecânica quântica e a relatividade de forma acessível e significativa. Espera-se que a proposta contribua para o desenvolvimento do pensamento crítico e da compreensão conceitual dos alunos sobre fenômenos fundamentais da física contemporânea.

Palavras-chave: Emaranhamento. Causalidade. POE. Instrução por Pares.

*pedluero891@gmail.com

†alysson.miranda@ufjf.br

‡marioreis@id.uff.br

§brunorizzuti@ufjf.br

Abstract

The recent advances in quantum technologies and the growing discussions on entanglement and nonlocality have sparked increasing interest in bringing modern physics concepts into high school education, connecting students with the foundations of contemporary science. In this context, it becomes essential to propose teaching approaches that enable a conceptual and investigative understanding of these traditionally abstract phenomena in an accessible way. Hence, this article presents a proposed teaching sequence (TS) for high school, focusing on the concepts of quantum entanglement, nonlocality, and fundamental aspects of special relativity. Using the Predict-Observe-Explain (POE) and Peer Instruction/Just-in-time teaching methodologies, the proposal aims to engage students through investigative and interactive activities. The sequence consists of five 50-minute sessions. Supported by videos, simulations, and group discussions, experiments such as the Stern-Gerlach setup, spacetime diagrams, and the EPR paradox are explored, enabling a meaningful and accessible connection between quantum mechanics and relativity. It is expected that the proposal will contribute to the development of students' critical thinking and conceptual understanding of fundamental phenomena in contemporary physics.

Keywords: Entanglement. Causality. POE. Peer instruction.

I. INTRODUÇÃO

A mecânica quântica (MQ) desempenha um papel fundamental em grande parte das tecnologias modernas, especialmente naquelas de maior complexidade e valor agregado. Lasers, ressonância magnética, transistores, (micro)chips, relógios atômicos e telas de pontos quânticos são exemplos marcantes de aplicações de seus princípios, e a lista não para. Provavelmente ela será aumentada, uma vez que estamos à beira de aplicar conceitos centrais como emaranhamento e superposição para, por exemplo, criptografia, garantindo a transmissão de informação cada vez mais segura. Podemos também citar o desenvolvimento de computadores quânticos, que prometem aumentar consideravelmente a velocidade de processamento em comparação com computadores clássicos. Uma introdução a todos estes conceitos (com algumas aplicações) envolvendo a teoria da informação quântica pode ser vista em (Cunha, 2021).

Diante deste cenário tão prominente, a UNESCO celebra 2025 como o Ano Internacional da Ciência e Tecnologia Quânticas (Jornal da Unesp, 2025). Embora seja difícil precisar uma data exata que determina o nascimento da MQ, 2025 marca o centenário de alguns trabalhos centrais em que Werner Heisenberg, Max Born e Pascual Jordan propuseram a formulação da mecânica matricial (Heisenberg, 1925; Born; Jordan, 1925) (e a continuação um ano mais tarde (Born; Heisenberg; Jordan, 1926)), bem sucedida para descrever/explicar matematicamente novos conceitos e leis que surgiram desde os anos 1900 e rompiam drasticamente com a física clássica.

Passado este século de desenvolvimento e sucesso, a MQ já não fica restrita ao ensino superior. Em um estudo recente, envolvendo 15 países (Stadermann; Berg; Goedhart, 2019),

mostrou-se que cursos de teoria quântica foram implementados já no ensino médio em disciplinas associadas a ciências naturais (física e química). Foram identificados sete tópicos comuns às propostas de inserção, que incluíam:

1. Níveis de energia atômicos discretos;
2. Interação entre matéria e luz;
3. Dualidade onda-partícula;
4. Comprimento de onda de de Broglie;
5. Aplicações tecnológicas;
6. Princípio da incerteza de Heisenberg;
7. Natureza probabilística da física quântica.

A literatura indica ainda diversas propostas efetivas para a implementação da física quântica no ensino básico, veja por exemplo, (Patterson, 2025) e referências ali indicadas. Nosso trabalho, vai então nesta direção. Propomos aqui uma sequência didática (SD) voltada para o ensino médio para abordar temas como colapso em medições, emaranhamento, não-localidade, além de tocar também em elementos de relatividade especial. A proposta, como veremos, é largamente baseada no ensino por investigação (Carvalho, 2018), em particular, na metodologia POE (White; Gunstone, 1992), adicionando etapas que envolvem a Instrução por Pares (Mazur, 1997) e o Ensino sob Medida (Araujo; Mazur, 2013). Ressaltamos, contudo, que nosso trabalho tem caráter essencialmente propositivo, e não analítico. Não envolve aplicação em contexto de sala de aula, coleta de dados empíricos, avaliação de aprendizagem ou discussão de dificuldades concretas dos estudantes. Trata-se, portanto, de uma proposta didática teoricamente fundamentada, e não de uma investigação empírica.

A escolha dos tópicos para a SD foi feita por diversas razões. Tanto o emaranhamento quanto a não-localidade são características curiosas, que contrariam o senso comum, pois exibiriam a “ação fantasmagórica à distância”. Este termo cunhado por A. Einstein (Born; Einstein, 1971) para explicar possíveis trocas de informação com velocidade superluminal entre sistemas espacialmente distantes. Diante deste ponto de contato com questões que envolvem noções ligadas com o espaço e tempo, a SD também focará na relatividade especial (RE) (Lesche, 2005; Rocha; Rizzuti; Mota, 2013). Nosso objetivo será fazer com que estudantes compreendam que a (im)possível troca de informações com velocidades acima da velocidade da luz poderiam gerar quebra de causalidade, isto é, a causa de determinado evento aconteceria após o próprio evento que ela determina.

Assim como a MQ, a relatividade é um outro pilar da física que exhibe diversos fenômenos que contrariam o senso comum (Alencar et al., 2023). Acreditamos que esta interseção possa ser frutífera para uma SD atrativa para estudantes do ensino básico. A conexão entre ambas (MQ e RE) será feita, como veremos, explorando um experimento mental em que laboratórios afastados compartilham um par de partículas emaranhadas, reproduzindo um cenário similar ao proposto no clássico artigo de Einstein, Podolsky e Rosen (EPR) (Einstein; Podolsky; Rosen, 1935), que seta as bases para o emaranhamento quântico. Exploraremos

o conflito quando testes realizados em um dos laboratórios alterariam (instantaneamente) resultados de possíveis medições no outro laboratório.

Os conceitos de emaranhamento e não-localidade são chave para que sistemas possam violar as famosas desigualdades de Bell (Bell, 1964; Bell, 1966) (uma reconstrução didática do teorema de Bell pode ser vista em (Wagner; Lima; Duarte, 2022)).¹ Este conteúdo é tão central e atual que o prêmio Nobel de 2022 foi dividido entre Alain Aspect, John Clauser e Anton Zeilinger pelos seus (The Nobel Prize - Press release, 2022)

“experiments with entangled photons, establishing the violation of Bell inequalities and pioneering quantum information science.”

Diante de um cenário tão atual e desafiador, este manuscrito mergulha na interseção entre MQ e RE, em uma proposta inovadora e implementável para o ensino médio.

Nosso trabalho será então dividido da seguinte maneira. Na próxima seção, detalharemos toda a sequência didática. Os dois primeiros encontros trabalham com o experimento de Stern-Gerlach (veja uma releitura moderna deste experimento em (Grossi et al., 2023)). Lá são abordados temas que vão da discretização de resultados experimentais ao colapso da função de onda em uma medição, fixando-se a notação de Dirac para descrição de estados de sistemas quânticos. O terceiro e quarto encontros mergulham nos meandros da RE. Os estudantes são desafiados a construir noções centrais para descrição de diagramas no espaço-tempo, como eventos, coordenadas espaço-temporais e linhas de universo. Já o quinto e último encontro foca na interseção entre conceitos tanto da MQ quanto da RE, ao simularmos um cenário de EPR. Nosso foco é explorar como um princípio de aspecto não-local poderia gerar violação de causalidade, contrariando o senso comum. A seção III fornece certos detalhes matemáticos / físicos da SD, em um esforço de manter o artigo tanto autoconsistente quanto compreensível para o público-alvo — professores de ensino médio. Por fim, a seção IV é deixada para as conclusões.

Encerramos a introdução com o breve comentário sobre a inserção dos temas acima (RE e MQ) no ensino básico ou do seu eventual tratamento acessível em artigos de revistas especializadas em ensino. A literatura indica que estes são temas recorrentes em publicações. Por exemplo, em (Karam; Cruz; Coimbra, 2007), os autores propõem uma sequência didática para tratar o princípio da relatividade. Na referência (Caruso; Freitas, 2009), por sua vez, é proposta uma abordagem lúdica e divertida para tratar conceitos como espaço, tempo, massa e energia no contexto da relatividade em tirinhas. Já em (Alencar et al., 2023), os autores propõem explicações para paradoxos da relatividade, em um enfoque acessível para a graduação. Por outro lado, partindo de um apelo histórico, o artigo (Renn, 2005) discute o contexto histórico em que A. Einstein ‘descobriu’ a teoria da RE.

A discussão acima sobre inserção de temas de física moderna no ensino básico não fica restrita à RE. De fato, em (Galvão; Rosa; Cruz, 2024), os autores propõem uma matriz de orientação, possibilitando direcionar práticas de ensino já de computação quântica no ensino médio. De maneira mais pragmática, em (Neto; Júnior; Silva, 2009), os autores focam na aprendizagem significativa do aspecto preditivo e essencialmente probabilístico da MQ em uma proposta para estudantes do terceiro ano do ensino médio, com resultados

¹Curiosamente emaranhamento é necessário, mas não suficiente, para que um sistema exiba violação de alguma desigualdade de Bell. O contraexemplo são os estados de Werner, que são emaranhados mas admitem um modelo de variáveis ocultas local (Werner, 1989).

promissores indicados pelos resultados. Assim como no caso da RE, também há vasta literatura propondo uma abordagem, de certa, acessível aos tópicos da teoria quântica (Silva; Almeida, 2011). Com efeito, partindo de uma proposta operacional no lugar da abstração matemática, em (Ostermann et al., 2012) os autores discutem como é possível utilizar o interferômetro de Mach-Zehnder para ilustrar os postulados da MQ, desenvolvendo uma abordagem conceitual e fenomenológica. Temas mais abstratos e modernos (como canais quânticos e evolução unitária) são também abordados em uma perspectiva operacional, tornando temas modernos e profundos acessíveis em nível de graduação (Valle; Rizzuti, 2026). Por fim, ressaltamos que a transposição didática dos temas da teoria quântica é questionável e não parece ser uma tarefa trivial (Brockington; Pietrocola, 2005).

II. SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Nesta seção detalharemos as etapas da SD. A proposta está organizada em cinco encontros de 50 minutos e fundamenta-se, fundamentalmente, em duas metodologias: a Instrução por Pares (Mazur, 1997) e a metodologia POE (White; Gunstone, 1992). As duas são aplicadas em momentos distintos, o que será explicitado ao longo do texto. Além disso, a Instrução pode ser potencializada com o Ensino sob Medida, como será detalhado.

Nos dois primeiros encontros foram trabalhados conceitos como a quantização do spin, colapso da função de onda e notação de Dirac, utilizando-se como recursos didáticos um vídeo e uma simulação sobre o experimento de Stern-Gerlach. A situação-problema trazida com o experimento de Stern-Gerlach tem o potencial de promover um conflito cognitivo no estudante, uma vez que sua expectativa é que os átomos se espalham por todas as direções, por analogia ao comportamento de ímãs clássicos. Por este motivo, para o primeiro e segundo encontro optamos por utilizar a metodologia POE para a elaboração das SDs.

No terceiro, quarto e quinto encontros abordamos temas como o espaço-tempo na RE, causalidade e sua violação aparente, e emaranhamento quântico e não-localidade. Como estes conteúdos são mais abstratos, adotamos a metodologia da Instrução por Pares combinada com o Ensino sob Medida para o desenvolvimento da SD. Os estudantes estudam previamente o assunto através das tarefas de leitura, o que promove uma maior compreensão dos conteúdos nas exposições do professor, nos testes conceituais e discussões em grupo.

Todos os links de simuladores/recursos didáticos, aplicativos, ferramentas, vídeos e notícias estão compilados em <<https://msr-br.github.io/SD/links.html>>. Além disso, as perguntas propostas em todas as etapas foram reunidas em <<https://msr-br.github.io/SD/forms.html>>.

Antes de detalharmos a SD, faremos uma breve digressão sobre as metodologias que a compõem.

II.1. Predizer-Observar-Explicar

A metodologia POE é fundamentada nas teorias construtivistas de aprendizagem e foi originalmente desenvolvida como uma ferramenta de avaliação (White; Gunstone, 1992). Atualmente, tem sido também utilizada como uma metodologia ativa de ensino de ciências (Sasaki; Jesus, 2017). Baseada em três etapas, predizer, observar e explicar, a metodologia

demanda a apresentação de uma situação-problema que tenha o potencial de causar um conflito cognitivo no estudante. Esta situação pode ser apresentada utilizando-se diversos recursos didáticos como experimentos, vídeos ou simulações computacionais.

Na etapa da predição, apresenta-se ao estudante a situação-problema, entretanto, o experimento, vídeo ou simulação, ainda não é executado. Antes, o estudante é solicitado a realizar uma previsão sobre o que irá acontecer ao executarmos o experimento, ou o recurso didático trazido. Na etapa posterior, a observação, o experimento é executado e o aluno é solicitado a descrever se suas previsões de fato se concretizaram e relatar as possíveis discordâncias.

A situação-problema a ser trazida pelo professor deve apresentar o potencial de causar um conflito cognitivo no estudante, ou seja, suas previsões devem ser discrepantes do que de fato acontece ao executarmos o experimento. O objetivo deste conflito cognitivo é estimular no estudante o interesse pelo conteúdo e sua busca por respostas à situação proposta.

Na fase de explicar da metodologia POE, os alunos analisam e interpretam as observações feitas, buscando compreender por que o fenômeno ocorreu daquela forma. Esse momento é dedicado a confrontar as previsões iniciais com os resultados observados, identificando possíveis erros de raciocínio, lacunas conceituais ou confirmações de hipóteses. A explicação deve ser construída com base em conceitos científicos, permitindo que os estudantes relacionem suas ideias intuitivas ao conhecimento formal. Assim, essa etapa consolidaria a aprendizagem, visando promover uma compreensão mais profunda e fundamentada do fenômeno investigado. Eventualmente o professor pode intervir apresentando uma situação-problema similar, porém, uma na qual os alunos consigam compreendê-la mais facilmente e transpor os conhecimentos aprendidos à situação anterior (Sasaki; Jesus, 2017).

II.2. Instrução por Pares/Ensino sob Medida

A metodologia da Instrução por Pares, desenvolvida por Eric Mazur, busca promover maior engajamento dos estudantes no processo de ensino-aprendizagem através da realização de testes conceituais que os estimulam a se expressar, de forma individual e coletiva, sobre os conteúdos ministrados (Mazur, 1997; Crouch et al., 2007). Inicialmente, o professor deve realizar uma breve exposição do conteúdo que será abordado com os testes conceituais. Considerando um tempo de aula de 40 a 50 minutos, sugere-se que esta tenha aproximadamente 15 minutos. Na sequência apresenta-se uma questão, geralmente conceitual e de múltipla escolha, para que os alunos a respondam individualmente dentro de 2 a 5 minutos. As respostas dos alunos podem ser coletadas de diferentes maneiras, por cartões de respostas, *clickers* e, mais recentemente, aplicativos que são capazes de ler diversos cartões de respostas simultaneamente e realizar estatísticas mostrando porcentagens de erros e acertos além de expor essas informações de forma gráfica, como por exemplo o aplicativo Plickers.

Se ao realizar o levantamento do número de acertos for constatado que este é inferior a 35%, isto indica que os estudantes não compreenderam de forma satisfatória o conteúdo. Portanto, o professor deverá apresentar novamente o conteúdo, de preferência com uma nova abordagem. Posteriormente, a pergunta deve ser refeita ou introduzida uma nova questão sobre o conteúdo.

Se o percentual de acertos estiver entre 35% e 70%, temos um ambiente favorável a discussão e debate de ideias que podem promover uma melhor compreensão dos conceitos. Os alunos então, devem ser divididos em pequenos grupos para que discutam sobre a questão e cheguem a resposta correta. O objetivo desta etapa é que cada estudante apresente seus argumentos, ouça a resposta dos colegas, reflita e chegue às suas conclusões. A troca de ideias ocorrida neste momento cria um ambiente favorável à aprendizagem e dá o nome a metodologia, Instrução por Pares. Na sequência, a questão é apresentada mais uma vez e a votação é novamente apurada.

Caso a porcentagem de acertos seja superior a 70%, é aconselhável que o professor faça uma breve explanação sobre a questão para sanar quaisquer dúvidas dos estudantes que possam ter persistido. Após esse momento, o professor pode optar por apresentar mais uma questão sobre o conteúdo trabalhado para se certificar se a turma o compreendeu ou não, ou introduzir um novo tópico do programa que se deseja abordar.

A metodologia de Instrução por Pares muitas vezes é aplicada em conjunto com outra metodologia que é o Ensino sob Medida, com o objetivo de promover uma maior eficiência no processo de ensino-aprendizagem. A metodologia do Ensino sob Medida consiste de três etapas. Na primeira, denominada de *tarefa de leitura*, o estudante recebe um material de apoio, com o qual realiza um estudo prévio do conteúdo, e em seguida responde a algumas questões conceituais que servem como uma avaliação diagnóstica para o professor. Na segunda etapa, o professor prepara suas aulas sob medida para os alunos baseado na avaliação diagnóstica realizada anteriormente. Por fim, na terceira etapa, é priorizada a interação entre os estudantes através de atividades em grupos relacionadas aos conteúdos da tarefa de leitura e nas discussões em sala de aula.

A integração entre as duas metodologias (Instrução por Pares e Ensino sob Medida) pode ser realizada da seguinte maneira. Inicialmente, o professor define os conteúdos a serem trabalhados e entrega aos estudantes o material de apoio para a realização da tarefa de leitura. Após os estudantes responderem às questões conceituais propostas na tarefa, o professor analisa as respostas e planeja suas exposições e testes conceituais sob medida às necessidades dos estudantes. Em sala de aula, o professor realiza sua breve exposição do conteúdo, dentro de aproximadamente 15 minutos, e aplica o primeiro teste conceitual. Caso a votação apurada aponte que menos de 35% dos alunos acertaram a resposta, o professor realiza uma nova exposição e coloca a questão novamente em votação. Caso a porcentagem de acertos esteja entre 35% e 70%, o professor divide a turma em pequenos grupos para os alunos possam discutir entre si e responderem novamente a questão. Sendo o índice de acertos superior a 70%, o professor pode realizar uma breve explicação sobre a questão e aplicar um novo teste conceitual (Araujo; Mazur, 2013).

II.3. Primeiro encontro

Separe cerca de 3 a 5 minutos para realizar os seguintes tópicos:

- Organizar a turma em duplas ou trios, conforme a disposição e o número de alunos. Por exemplo, com 30 alunos, 10 trios.

- Apresentar brevemente a proposta da sequência didática, destacando os principais tópicos que serão abordados de MQ.
- Ressaltar a importância de seguir corretamente cada metodologia, com especial atenção às etapas e à ordem em que devem ser realizadas.
- Entregar o questionário que está na Seção IV e orientar os estudantes à responder conforme for solicitado. Para melhor fluidez deste manuscrito, as perguntas serão apresentadas ao longo da subseção, embora estejam compiladas no Apêndice, como mencionado acima.

O primeiro encontro utiliza a metodologia POE. Por isso, é importante destacar que a etapa de predição deve ser realizada individualmente, a fim de evitar que as respostas sejam influenciadas por colegas. Já a etapa de explicação pode ser conduzida de forma coletiva, promovendo o debate e a construção conjunta do conhecimento.

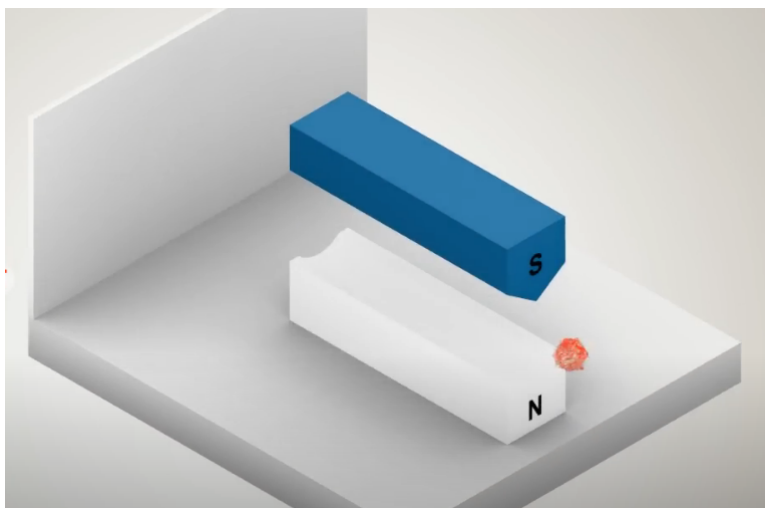
Orientar os alunos a não alterarem suas respostas após a conclusão de cada etapa, respeitando o processo investigativo proposto. Ressalte a importância de registrar observações e reflexões, uma vez que essas anotações são fundamentais para a sistematização e a organização do novo conhecimento adquirido ao longo da sequência.

Procure enfatizar que o objetivo da atividade não é identificar respostas certas ou erradas. Acreditamos que essa abordagem contribui para evitar respostas engessadas e estimula a livre expressão do pensamento dos alunos.

Apresente o vídeo *Spin: Stern and Gerlach Experiment* (disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=rg4Fnag4V-E>> — (Autrement, 2026)), que aborda o experimento de Stern-Gerlach, até o tempo 0:40. Em seguida, pause o vídeo e explique brevemente o que está acontecendo.

Na sequência, reproduza o vídeo até o tempo 0:44 e solicite que os estudantes respondam à primeira pergunta do Questionário 1, relacionada à etapa de Predizer - veja a Figura 1:

Figura 1: Captura de tela do vídeo 'Spin: Stern and Gerlach Experiment' que auxilia a primeira pergunta do questionário.



Os alunos terão de 5 a 10 minutos para que registrem as suas respostas e, em seguida, avance para a etapa de Observar. A etapa de Observar consiste em verificar o que acontece no experimento, portanto reproduza o vídeo do tempo 0:44 até o final.

Após a observação, solicite que os alunos respondam à pergunta 2 do Questionário 1:

Pergunta 2: O que você pode dizer sobre o fenômeno observado? A sua resposta anterior vai de encontro com o apresentado no vídeo? Justifique.

Eles terão entre 3 e 5 minutos para responder. A pergunta está associada à etapa de Explicar.

Em seguida, reserve de 5 a 10 minutos para formalizar os conceitos. Como ferramenta para a formalização e para inserir os conceitos nas demais perguntas, utilize o Simulador Stern-Gerlach do PhET Colorado (disponível em: <<https://phet.colorado.edu/pt/simulations/stern-gerlach>> - (PhET Colorado, 2026)). Caso haja algum problema com o Flash Player (descontinuado em 2020), sugerimos o uso de um navegador compatível com Flash. No nosso caso, utilizamos o FlashBrowser, que pode ser encontrado no GitHub (<<https://github.com/radubirsan/FlashBrowser>> - (GitHub, 2026)).

Algumas orientações:

- Solicitar aos alunos curtas explicações orais sobre o ocorrido
- Apresentar o simulador Stern-Gerlach do Phet Colorado e realizando as devidas conexões com o vídeo
- Utilizar o quadro para anotações, de preferência em tópicos, com poucos textos.
- Buscar na fala dos estudantes palavras-chave.

Realize a montagem no simulador conforme mostrado na Figura 2. Explique brevemente aos estudantes o arranjo e peça para que respondam à pergunta 3 do Questionário 1. Esta pergunta corresponde à etapa de Predição, e os alunos terão entre 5 e 10 minutos para responder.

Pergunta 3: Se colocarmos um “obstáculo no “baixo/negativo e mais um campo magnético, o que pode acontecer? Justifique

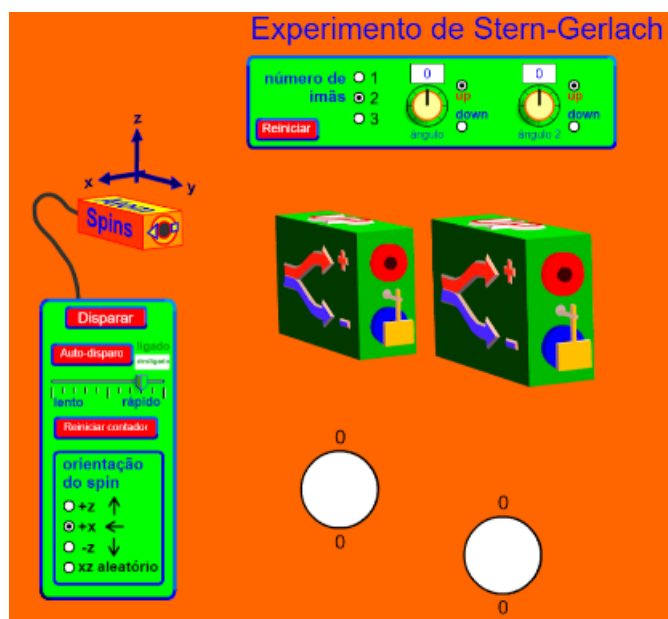
- a) passará apenas para parte de “cima/positiva”.
- b) passará tanto em “cima/positivo” quanto em “baixo/negativo”.
- c) passará apenas na parte de “baixo/negativa”.
- d) falta informação para responder.
- e) nenhuma das alternativas listadas acima (explicação na justificativa).

Após os alunos responderem, libere o simulador. Nesta etapa, é possível ajustar os controles de velocidade e disparo (automático ou manual). Este momento corresponde à etapa de Observar.

Em seguida, solicite que os estudantes respondam à pergunta 4 (logo abaixo) do Questionário 1, relacionada à etapa de Explicar. Dê de 3 a 5 minutos para que possam responder.

Pergunta 4: O resultado esperado te surpreendeu? O que se pode dizer sobre o comportamento observado e qual sua relação com os valores que são observados abaixo dos aparatos que produzem o campo magnético?

Figura 2: Arranjo de Stern-Gerlach para a Pergunta 3.



Realize a formalização, utilizando as instruções anteriores como base. Lembre-se de que o objetivo aqui é discutir a ideia de colapso da função de onda. Procure usar uma linguagem acessível, evitando termos excessivamente técnicos.

Finalizado a atividade, recolha os questionários dos estudantes e os avise que este questionário será devolvido no próximo encontro.

II.4. Segundo encontro

O segundo encontro também segue a metodologia POE, sendo uma continuação das atividades iniciadas no primeiro encontro, por meio do experimento Stern-Gerlach. Inicie o encontro entregando os questionários da aula anterior aos estudantes e faça uma breve recordação do que foi realizado até aquele momento, destacando os temas abordados.

Realize a montagem no simulador conforme a Figura 3. Explique brevemente o arranjo aos estudantes e peça para que respondam à pergunta 5 do Questionário 1,

Pergunta 5: Se mantermos o “obstáculo” no “baixo/negativo e alterarmos a direção de um campo magnético, o que pode acontecer? Justifique.

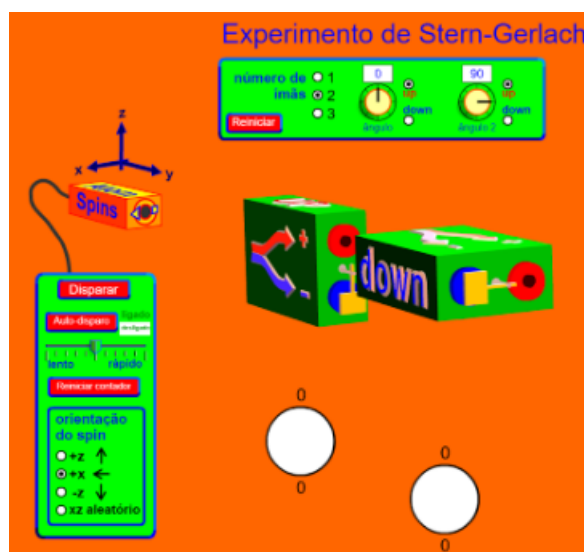
Esta pergunta corresponde à etapa de Predição, e os alunos terão entre 5 e 10 minutos para responder. Aqui evita-se, propositalmente, uma questão de múltipla escolha, para dar certa liberdade aos estudantes, para que possam extrapolar os resultados encontrados previamente.

Após os alunos responderem, libere o simulador. Este momento corresponde à etapa de Observar. Caso desejem, os estudantes podem ajustar os controles de velocidade de lançamento e de autolancamento.

Em seguida, solicite que os estudantes respondam à pergunta 6 do Questionário 1,

Pergunta 6: O que se pode dizer sobre o comportamento observado e qual sua relação com os valores que são observados abaixo dos aparatos que produzem campo magnético?

Figura 3: Arranjo de Stern-Gerlach para a Pergunta 5.



Esta pergunta está relacionada à etapa de Explicar, e eles terão entre 3 e 5 minutos para responder.

Após a etapa de Explicar, avance para um novo arranjo do experimento Stern-Gerlach indicado na Figura 4.

Apresente a nova montagem e peça para que os estudantes respondam à pergunta 7 no questionário:

Pergunta 7: Se mantermos a configuração anterior e acrescentarmos mais um campo magnético, o que pode acontecer? Justifique.

- o átomo ficará “preso” no segundo campo magnético.
- oscila entre “cima/positivo” e “baixo/negativo”.
- passará apenas na parte de “cima/positiva”.
- passará apenas na parte de “baixo/negativa”.
- nenhuma das alternativas listadas acima (explicação na justificativa).

Esta pergunta corresponde à etapa de Predição, e os alunos terão entre 5 e 10 minutos para responder. Aqui retornamos para a múltipla escolha, para guiar a intuição dos estudantes, em um experimento que contraria o senso comum.

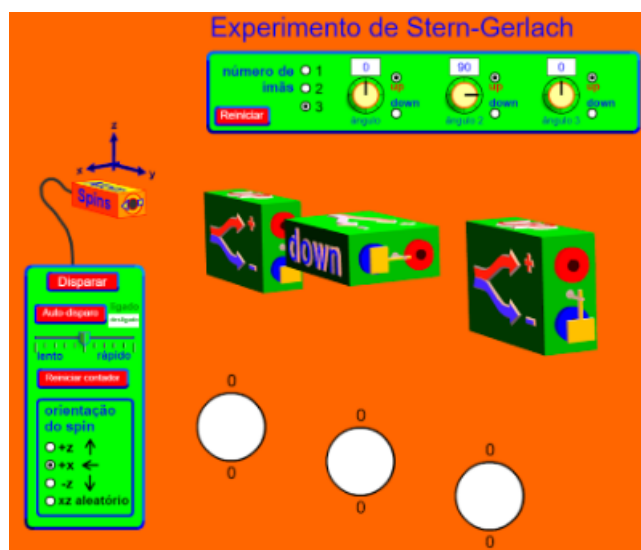
Após as respostas, permita que os estudantes observem a simulação. Este momento corresponde à etapa de Observar. Feita a observação, solicite que os estudantes respondam à pergunta 8,

Pergunta 8: O que se pode dizer sobre o comportamento observado e qual sua relação com os valores que são observados abaixo dos aparatos que produzem campo magnético? Será que há alguma relação com as configurações vistas anteriormente?

A pergunta acima corresponde à etapa de Explicar. Eles terão entre 3 e 5 minutos para responder.

Após esse momento, realize a formalização. Procure discutir com os estudantes a ideia da orientação dos campos magnéticos. Pergunte-lhes se este seria um fator influente nos resultados encontrados e, em caso afirmativo, qual seria a relação entre a orientação e os valores associados às observações. Separe de 5 a 10 minutos para essa formalização.

Figura 4: Setup de 3 aparatos sequenciais de Stern-Gerlach para a Pergunta 7.



Para encerrar o segundo encontro, apresente aos estudantes a seguinte notação,

$$\uparrow = |z+\rangle \quad \text{e} \quad \downarrow = |z-\rangle. \quad (1)$$

A expressão (1) apresenta uma forma menos “técnica” da notação de Dirac. A proposta é que os estudantes associem a propriedade do feixe de ter passado por cima quando dividido por um gradiente de campo magnético na direção z com $|z+\rangle$, assim como o feixe que foi dividido e passou por baixo do aparato tem a propriedade representada por $|z-\rangle$.

O objetivo é introduzir a notação aos estudantes (sem que eles saibam explicitamente do que se trata) de maneira a evitar os grandes formalismos matemáticos.

Após a introdução da notação, solicite que os alunos respondam à última pergunta do Questionário 1:

Pergunta 9: O sistema na configuração da Figura 5 (antes e após a passagem dos átomos pelo campo magnético) pode ser representado na nossa notação de que forma?

Nessa questão, eles devem representar, utilizando a notação de (1), o que ocorre no experimento Stern-Gerlach no arranjo da Figura 5, antes e após a passagem do feixe. Espera-se que a resposta para o feixe que atravessou o campo seja, de certa forma, evidente, uma vez fixada a notação. Já a descrição do estado do feixe antes de atravessar o campo magnético não é trivial e este é o momento adequado para introduzir o conceito de superposição.

Ao final do encontro, recolha os questionários dos estudantes e, caso haja dúvidas, reserve um espaço para atendê-las, além de abrir espaço para outras discussões.

II.5. Terceiro encontro

O terceiro encontro tem como objetivo discutir conceitos relacionados à parte de relatividade, em particular, linhas de universo, referenciais, eventos, causalidade e quebra de causalidade. Este encontro está pautado na metodologia de Instrução por Pares combinada com o Ensino sob Medida. Portanto, antes da realização da dinâmica do encontro, que será

Figura 5: Captura de tela de uma configuração do experimento de Stern-Gerlach no simulador do Phet.



descrita a seguir, o professor deve encaminhar aos estudantes um material de apoio para a realização da tarefa de leitura. Como material de apoio para o terceiro e o quarto encontro, sugerimos a leitura da página 355 a 375 do volume 3 da coleção Física em Contextos (Pietrocola et al., 2010).

Nos 5 minutos iniciais, separe a turma nas duplas e/ou trios dos encontros anteriores. Explique para os estudantes como funciona a metodologia de Instrução por Pares, leve-os a entender a necessidade de seguir a metodologia como indicado, para que haja melhores resultados.

Como forma de coleta das respostas dos estudantes, utilizamos o aplicativo Plickers (<<https://www.plickers.com>> — (Plickers, 2026)), que permite que as perguntas sejam realizadas e as respostas sejam analisadas em tempo real, com porcentagens de erros e acertos. O que facilita bastante como ferramenta de coleta para o bom curso da metodologia. Um tutorial detalhado sobre o aplicativo está disponível em <<https://www.youtube.com/watch?v=3Got8PtLXuc>> — (Pastori, 2026).

Entregue os cartões do Plickers para os estudantes e também explique-lhes como poderão registrar, através do cartão, a alternativa que julgarem correta. Mencione também, nesses minutos iniciais, a importância de registrar as informações para a sistematização e organização do novo conhecimento.

Realize uma breve discussão (entre 15 a 20 minutos) com os estudantes acerca do espaço-tempo e sua representação, além de conceitos correlatos. Sugere-se que sejam abordados tópicos como eventos, linhas de universo e como estes são representados graficamente.

Para discutir a ideia de linhas de universo, três casos podem ser tratados:

- Partícula em repouso no seu referencial;
- Partícula com velocidade constante $0,2c$ em seu referencial;
- Cone de luz.

Um dos pontos centrais à SD, ligado com a quebra de causalidade, é feita a partir da representação de coordenadas de eventos em distintos sistemas de coordenadas associados

a referenciais que se deslocam um em relação ao outro. A inclinação dos eixos tanto de coordenadas temporal quanto espacial pode ser abordada a partir de,

(i) Partícula que se move com velocidade constante de $0,2c$ com relação a um referencial. Este exemplo mostra como o eixos de tempo (referencial inicial e o da partícula) são inclinados um em relação ao outro.

(ii) Simultaneidade de Einstein. Neste caso sugere-se o exemplo típico em que raios atingem pontos extremos de um trem que desloca-se em relação à estação de que partiu (Lesche, 2005). Este exemplo indica que simultaneidade é um conceito referencial-dependente. Tal exemplo mostra que, assim como os eixos de coordenadas temporais, os eixos de coordenadas espaciais também são inclinados um relação ao outro. Os detalhes estão na seção III

A nossa abordagem desses temas segue preceitos geométricos, por isso, o uso da lousa é central na construção dos gráficos. Embora conceitualmente não-trivial, os itens acima evitam a utilização de transformações de Lorentz, uma complicação a mais para ser introduzida no ensino básico.

Feito isso, apresente o simulador de diagramas no espaço-tempo de Minkowski (disponível em: <<http://www.trell.org/div/minkowski.html>> — (Minkowski spacetime simulator, 2026)).² Comente também sobre as funcionalidades do simulador e inicie a primeira pergunta. O simulador basicamente fornece as representações de coordenadas (temporal e espacial) de eventos em referenciais com velocidade relativa de afastamento pode ser ajustada pelo usuário. Chamaremos de referencial S (S') aquele cujas coordenadas são ct (ct') e d (d').

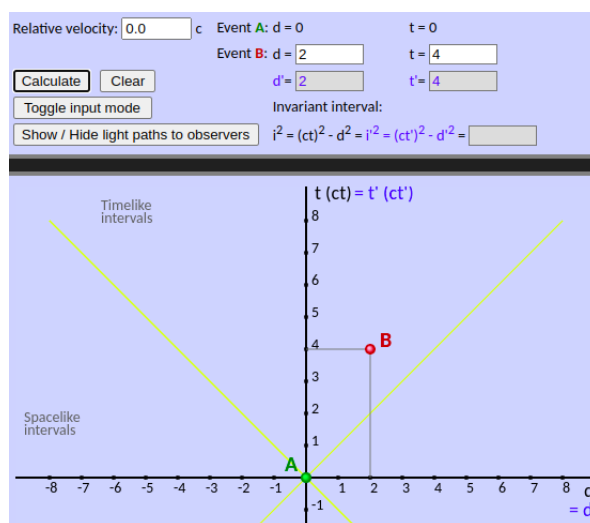
No simulador, insira velocidade relativa igual a zero, $d = 2$ e $t = 4$ (para um B), e pergunte como será descrito esse mesmo evento no referencial linha. A Figura 6 ilustra a resposta do simulador, apresentada aos estudantes somente após responderem, com o QR code, entre as alternativas:

- a) O evento B ocorre depois do evento A e tem coordenadas em S' diferentes das coordenadas em S .
- b) Não sei.
- c) O evento B ocorre depois do evento A e tem as mesmas coordenadas do referencial S .
- d) O evento B ocorre antes de A e tem as mesmas coordenadas do referencial S .

Dê entre 3 a 5 minutos para que os estudantes levistem os cartões com as alternativas que julgam corretas, e não se esqueça de, em cada pergunta deste encontro, seguir os preceitos da Instrução por Pares:

- Acima de 70% de acertos introduz-se uma nova questão.
- Entre 35-70% de acertos é realizada uma discussão entre grupos e refeita a pergunta.
- Abaixo de 35% de acertos é necessária a revisão dos conceitos por parte do professor e a pergunta é refeita.

²O presente manuscrito foi escrito utilizando o simulador acima citado, que foi descontinuado. As atividades podem ser prontamente substituídas utilizando-se qualquer outro simulador de diagramas de espaço-tempo, por exemplo o disponível em <<https://demonstrations.wolfram.com/MinkowskiSpacetime/>> - (Minkowski Spacetime, 2026).

Figura 6: Pergunta 1 - Instrução por Pares.

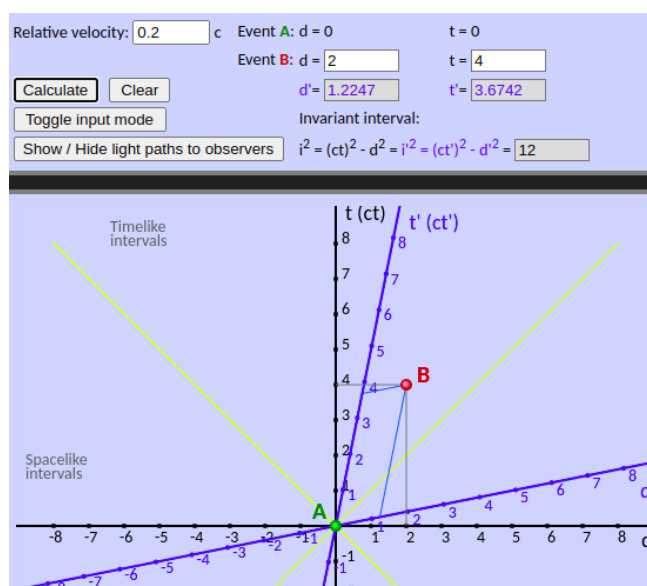
Assim que são alcançados os 70% de acertos, altere no simulador a velocidade relativa para $0,2c$ e realize a segunda pergunta. Ela é encadeada com a primeira e tem o seguinte enunciado.

Com base no exemplo anterior (evento B $d = 2$ e $t = 4$), considerando a velocidade relativa de $0,2c$, podemos dizer que o evento B

- ocorre depois de A e tem coordenadas diferentes do referencial S.
- ocorre antes de A e tem coordenadas diferentes do referencial S.
- ocorre depois de A e tem as mesmas coordenadas do referencial S.
- Não sei.

Dê cerca de 3 a 5 minutos para que os alunos a respondam.

Assim que alcançados os 70% de acertos, apresente a resposta, apresentada na Figura 7.

Figura 7: Pergunta 2 - Instrução por Pares.

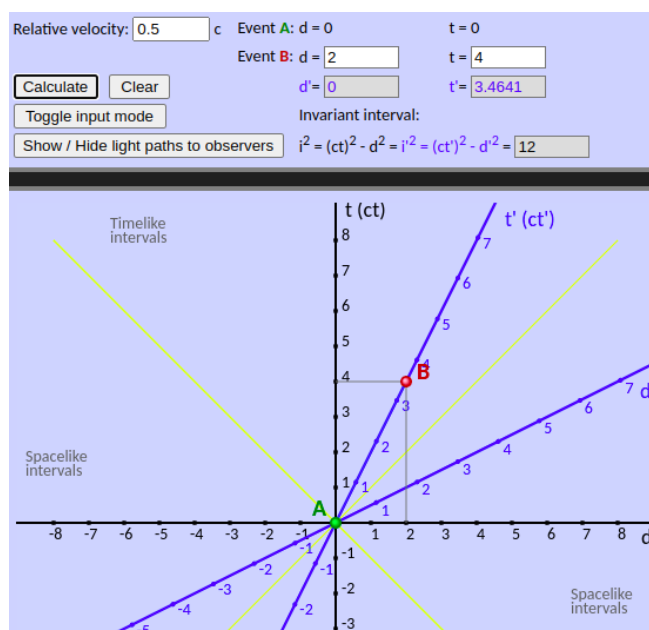
Altere agora no simulador a velocidade relativa para $0,5c$ e realize a terceira e última pergunta deste encontro. Ainda encadeando a sequência de raciocínio, o enunciado será o seguinte.

Considere agora o mesmo evento B (com coordenadas $d = 2$ e $t = 4$), e um referencial S' que se afasta de S , com velocidade relativa entre ambos de $0,5c$. É correto afirmar que:

- Os eventos são simultâneos em ambos os referenciais.
- No referencial S' os eventos são simultâneos pois ambos ocorrem no eixo t' .
- O evento B possui coordenada espacial nula em S' .
- Nenhuma das anteriores está correta.

Dê cerca de 3 a 5 minutos para que os alunos a respondam. A solução é apresentada na Figura 8, conforme preconiza a metodologia, não deve ser fornecida aos alunos.

Figura 8: Solução à Pergunta 3 - Instrução por Pares.



Alcançados os 70% de acertos, discuta a relação de causalidade entre os eventos das perguntas 1, 2 e 3. Mostre aos estudantes, através de diagramas (utilizando, eventualmente, o próprio simulador) e com exemplos do cotidiano, o que seriam exemplos entre eventos que apresentam uma relação causal bem estabelecida. Pode-se utilizar exemplos simples, como “chutar a geladeira e sentir dor”, “plantar e colher”. Gaste cerca de 10 minutos nessa discussão.

Finalizada esta última etapa, encerre este encontro mencionando aos discentes a importância do conceito de causalidade para o que será discutido no encontro posterior.

II.6. Quarto encontro

O quarto encontro tem como objetivo dar continuidade à discussão de conceitos relacionados à parte de relatividade, incluindo a causalidade e sua quebra. Este encontro também está pautado na metodologia de Instrução por Pares combinada com o Ensino sob Medida.

Reserve cerca de 5 a 10 minutos para uma breve revisão dos assuntos que foram discutidos anteriormente, sobretudo relembrando a última atividade, que discutia o conceito de causalidade.

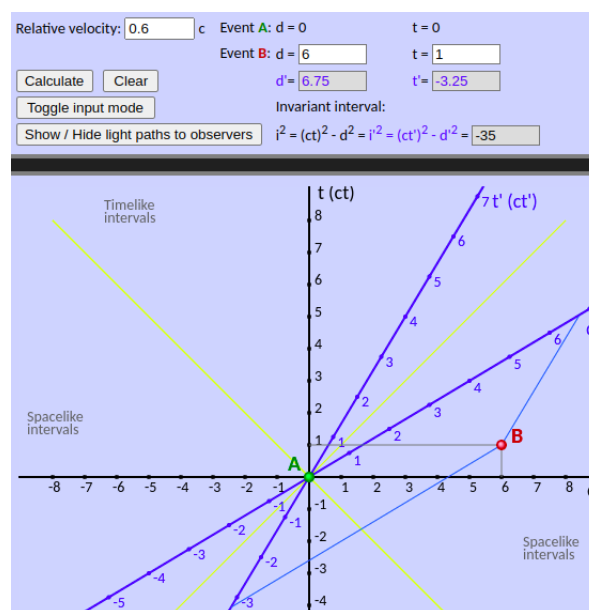
No simulador utilizado na aula anterior, insira velocidade relativa igual a $0,6c$, $d = 6$ e $t = 1$ (para um evento B) e pergunte como será descrito este mesmo evento no referencial S' . Um possível enunciado seria:

Considere um evento B com coordenadas $d = 6$ e $t = 1$ em S . Considere o referencial S' que se afasta de S com velocidade $0,6c$. Podemos afirmar corretamente que

- B ocorre após A em ambos os referenciais.
- os eventos são simultâneos.
- o evento B ocorre antes de A no referencial S' .
- não sei.

A Figura 9 ilustra a solução, indicando que B tem coordenada temporal menor que a de A (em S'). Note que esta situação é exatamente a inversa no referencial S .

Figura 9: Eventos A e B com $t_A < t_B$ e $t'_A > t'_B$.



Os alunos terão cerca de 5 a 10 minutos para responder à pergunta. Alcançados os 70% de acertos, faça uma discussão assumindo que os eventos A e B poderiam, hipoteticamente, ser conectados por um sinal com velocidade superluminal (uma vez que B foi propositalmente escolhido fora do cone de luz do evento A). Por exemplo, A poderia representar apertar o botão de um controle remoto de uma televisão, para que fosse ligada no evento B — a chegada do sinal taquiónico ao aparelho. Conclua, com a turma, que esta situação não é viável, uma vez que no referencial S' , a televisão ligaria antes mesmo de termos apertado o botão no controle remoto! Outros exemplos podem ser úteis como comer antes de ter cozinhado a comida ou você nascer antes da sua mãe. O ponto central da discussão sobre a quebra de causalidade deve focar na (im)possibilidade de termos velocidades maiores que a da luz.

II.7. Quinto encontro

O quinto e último encontro tem como objetivo discutir conceitos relacionados ao emaranhamento quântico e à não-localidade (ou pelo menos, a sugestão de que a MQ poderia exibir efeitos de ação à distância). Este encontro está pautado na metodologia de Instrução por Pares combinada com o Ensino sob Medida. Como material de apoio para a realização da tarefa de leitura, sugerimos o texto do apêndice I da tese de (Rocha, 2015).

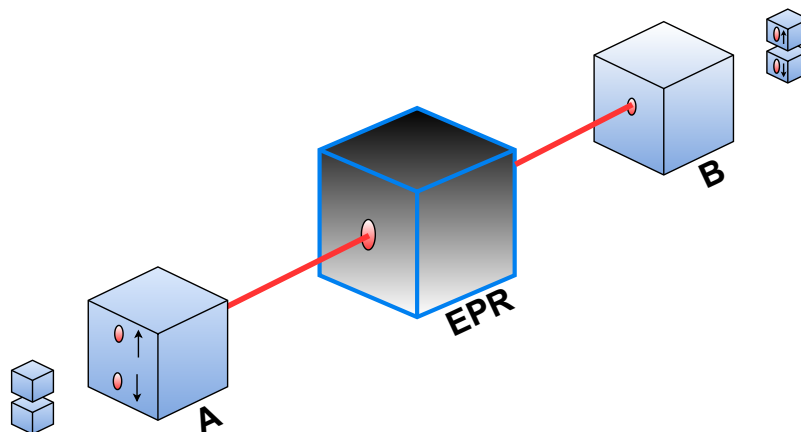
Separe cerca de 10 a 15 minutos para realizar uma breve revisão do que foi apresentado até o momento. Caso surjam dúvidas, não deixe de saná-las.

Posteriormente, distribua os cartões de resposta e introduza a primeira questão de teste conceitual descrita abaixo.

Pergunta 1: Suponha o arranjo como indicado na Figura 10, formado por um mecanismo que emite feixes (possivelmente correlacionados) em direções opostas, em uma simulação de um par de experimentos de Stern-Gerlach. Os feixes viajam até dois laboratórios, digamos *A* e *B*, distantes um do outro. Suponha que o aparato denominado EPR emita o sistema preparado no estado

$$|\Psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|z+\rangle_A |z-\rangle_B - |z-\rangle_A |z+\rangle_B). \quad (2)$$

Figura 10: Imagem auxiliar para a pergunta 1 do quinto encontro, simulando um cenário de EPR.



O que pode ocorrer?

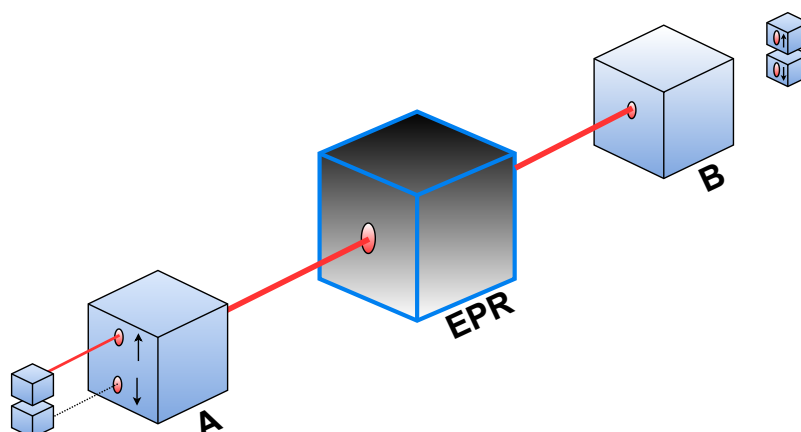
- Ambos receberão os seus respectivos feixes apontando “para cima”.
- Ambos receberão os seus respectivos feixes apontando “para baixo”.
- Um receberá o seu feixe apontando “para cima” e o outro “para baixo”.
- O átomo ficará perdido por conta da distância, não sendo possível fazer qualquer medição.
- Nenhuma das alternativas listadas acima. Justificativa:

Caso o percentual de acertos seja inferior a 35%, o professor deve refazer sua exposição sobre o assunto e colocar novamente a questão em votação. Estando o percentual entre

35% e 70%, o professor deve dividir a turma em pequenos grupos para que os estudantes discutam entre si e então a pergunta é refeita e posta novamente em votação. Sendo o percentual de acertos superior a 70%, o professor deve fazer uma breve explanação sobre a questão e introduzir a segunda pergunta descrita abaixo.

Pergunta 2: Se o medido no laboratório A foi “para cima”, como indicado na Figura 11, qual seria o estado $|\Psi'\rangle$ do sistema após a medição?

Figura 11: Figura auxiliar à segunda pergunta, esquematizando a medição de um par emaranhado em um cenário de EPR.



- $|\Psi'\rangle = |z+\rangle_A |z-\rangle_B$.
- $|\Psi'\rangle = |z+\rangle_A (|z-\rangle_B + |z+\rangle_B)$.
- $|\Psi'\rangle = |z-\rangle_A |z-\rangle_B$.
- $|\Psi'\rangle = |z+\rangle_A |z+\rangle_B$.
- Permanece inalterado.

Justifique a resposta com base no colapso discutido previamente. Argumente se uma medição pode influenciar instantaneamente o estado do sistema que vai para o laboratório B.

Peça que os estudantes respondam à pergunta 2 e dê cerca de 5 a 10 minutos para a realização desta tarefa. Alcançados 70% de acertos, Faça uma discussão sobre a questão com os estudantes. Explique aos estudantes que as informações apresentadas correspondem à medida realizada no laboratório A. A notação representa o estado do sistema como um todo, formado por duas partes. Reserve cerca de 3 a 5 minutos para esta etapa. É importante deixar claro que resposta correta — letra (a) — de forma alguma viola a causalidade e não estamos efetivamente alterando o estado do sistema no laboratório B, embora este seja um indício de que a MQ apresenta um caráter não-local. Na próxima seção discutiremos alguns detalhes técnicos sobre este efeito. Ao final da pergunta, formalize com os estudantes alguns dos conceitos de não-localidade e de emaranhamento quântico, retomando, sempre que possível, os conceitos abordados anteriormente.

III. DETALHES TÉCNICOS DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Nesta seção apresentaremos o conteúdo físico/matemático subjacente à SD. Abordaremos os tópicos centrais tanto de MQ quanto de RE que foram empregados no desenvolvimento das atividades propostas. Esperamos que esta seção embase o(a) professor(a) interessado(a) em aplicar a SD em sala de aula, deixando, assim, o manuscrito autoconsistente. O conteúdo será baseado em algumas referências, de certa forma, populares, em teoria quântica e relatividade, por exemplo, (Amaral; Baraviera; Cunha, 2011; Nielsen; Chuang, 2010; Lesche, 2005).

Reforçamos que a esta seção apresenta um nível de formalismo matemático e físico que ultrapassa claramente o escopo do ensino médio. Sua função no artigo não é a de propor uma transposição didática desses conteúdos para os estudantes, mas sim a de compor um espaço de formação docente, oferecendo o arcabouço conceitual e técnico que fundamenta a proposta didática discutida posteriormente. Conceitos como espaço de Hilbert, operadores, regra de Born, produto tensorial, base de Bell e a discussão explícita da não decomponibilidade são mobilizados com finalidade formativa e justificativa, e não como conteúdos a serem ensinados diretamente aos alunos da educação básica. A proposta não pressupõe, nem espera, que estudantes do ensino médio dominem tal sofisticação matemática; ao contrário, esses elementos servem exclusivamente para sustentar, em nível conceitual, a coerência e a consistência da abordagem pedagógica apresentada.

III.1. Alguns (qu)bits de mecânica quântica

Uma das maneiras de visualizarmos a construção de modelos em física seria com uma “teoria de representações”. A grosso modo, mapeamos a fenomenologia a partir de alguma estrutura matemática. É possível então fazer previsões teóricas testáveis em laboratório. No caso da MQ, a situação não é diferente. Sistemas quânticos são representados em espaços de Hilbert complexos, que denotaremos por $\mathcal{H}$. Estados (puros) do sistema são representados por vetores normalizados $|\psi\rangle \in \mathcal{H}$ e observáveis são representados por operadores autoadjuntos $\mathcal{A} : \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H}$. Possíveis resultados de medições de um observável representado por $\mathcal{A}$ são os autovalores deste operador e a probabilidade de encontrarmos determinado valor, digamos, a em uma medição deste observável quando o sistema foi preparado no estado representado por $|\psi\rangle$ é dada pela regra de Born,

$$Pr(a|\psi) = |\langle a|\psi\rangle|^2. \quad (3)$$

$|a\rangle$ é o autovetor de $\mathcal{A}$ associado ao autovalor a e $\langle \cdot | \cdot \rangle$ representa o produto interno em $\mathcal{H}$. Nossos casos de interesse são reduzidos a problemas de dimensão finita e estados puros, evitando dificuldades técnicas que fugiriam do escopo deste trabalho.

Consideremos então o espaço $\mathcal{H} = \mathbb{C}^2$. Seus elementos são vetores

$$|\psi\rangle = \sum_{j=0}^1 \psi_j |j\rangle. \quad (4)$$

ψ_0 e ψ_1 são constantes complexas. Além disso, $\{|z+\rangle, |z-\rangle\}$ é uma base ortonormal

preferível no seguinte sentido: seus elementos são autovetores de um observável (o spin) representado por $\sigma_z : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$, isto é, $\sigma_z |z+\rangle = +|z+\rangle$ e $\sigma_z |z-\rangle = -|z-\rangle$. Com mais detalhes, voltando à Figura 5, quando um feixe atravessa o aparato de Stern-Gerlach ele é dividido em dois. Ao estado do feixe de cima (baixo) associamos o vetor $|z+\rangle$ ($|z-\rangle$), caracterizando, assim, o que chamamos de spin up (down). Esta notação será utilizada aqui por trazer consigo tanto o apelo didático quanto o fenomenológico do *split* do feixe ao cruzar o aparato. A literatura, contudo, utiliza largamente $|0\rangle, |1\rangle$ para descrever os vetores da chamada base computacional (Nielsen; Chuang, 2010).

Os detalhes do experimento de Stern-Gerlach podem ser vistos em (Griffiths, 1995). Basicamente, um feixe de partículas neutras (evitando assim deflexão por força de Lorentz) atravessa uma região espacial permeada por um campo magnético inhomogêneo. Por exemplo, no caso da divisão do feixe com velocidade na direção positiva do eixo y de um sistema de coordenadas cartesianas, o campo magnético poderia ser descrito por

$$\vec{B}(x, y, z) = -\zeta x \hat{i} + (B_0 + \zeta z) \hat{k}. \quad (5)$$

ζ é um parâmetro que descreve a inhomogeneidade do campo, com $|\zeta x|$ e $|\zeta z|$ muito menor que $|B_0|$ entre a região que o feixe atravessa. Assim, sempre que nos referirmos a ‘campo magnético’ ao longo do artigo, deve-se entender um campo inhomogêneo, como descrito acima.

Devido à precessão de Larmor, o momento magnético $\vec{\mu}$ (proporcional ao spin $\vec{s}$: $\vec{\mu} = \gamma \vec{s}$)³ rotaciona ao redor de $B_0 \hat{k}$. Nesta expressão, γ é a razão giromagnética. Assim, a força sobre o feixe, oriunda do potencial $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$, é dada por

$$\vec{F} = \nabla(\vec{\mu} \cdot \vec{B}) = \gamma \zeta s_z \quad (6)$$

e apontaria para a direção z , uma vez que as componentes x e y na média, se anulariam. Esta previsão clássica acaba entrando em conflito com o resultado experimental.

O efeito pode ser descrito utilizando o formalismo da mecânica quântica. Estima-se o estado após emergir da região com campo magnético e, com isso, é possível mostrar que cada componente do vetor de estado descrito na base $\{|z\pm\rangle\}$ possui momento linear nas direções $z\pm$, respectivamente. Este resultado pode ser visto em (Ballentine, 2010).

Se deixássemos o feixe com spin up passar por outro campo magnético também na direção z , teríamos 100% de certeza que ele “responderia” spin up afirmativamente uma vez que

$$Pr(+1 | |z+\rangle) = |\langle z+ | z+\rangle|^2 = 1. \quad (7)$$

Os argumentos acima indicam que em medições persistentes, isto é, quando ainda é possível definir um estado para o sistema após a medição, o estado do sistema colapsa para o autovetor associado ao autovalor encontrado. Esta evolução (não-unitária) que acontece forma abrupta foi abordada na SD nas perguntas 3 e 4 do questionário do primeiro encontro. Ademais, nas perguntas 5 e 6 foi possível também tocar na superposição já que uma das

³Por um abuso de nomenclatura, usamos a palavra ‘spin’ tanto para os estados do feixe descritos por $|z\pm\rangle$ quanto para o observável em si, ou a sua contraparte clássica. Vale contudo notar que são objetos com significados distintos.

possibilidades de termos porcentagens 50%/50% do feixe se dividindo ao atravessarmos um campo magnético seria que o vetor de estado admitisse componentes tanto na direção $|z+\rangle$ quanto na direção $|z-\rangle$, igualmente balanceados, por exemplo,

$$|x+\rangle := \frac{1}{\sqrt{2}}(|z+\rangle + |z-\rangle). \quad (8)$$

Assim, as probabilidades de encontrarmos spin up e down seriam iguais: $Pr(\pm 1, |x+\rangle) = 1/2$.

Suponhamos agora que nosso sistema de interesse seja composto de duas partes, digamos, A e B , que possam estar eventualmente correlacionadas. À cada parte associamos um espaço de Hilbert, $\mathcal{H}_A$, $\mathcal{H}_B$, e o espaço de Hilbert que descreve o sistema como um todo é formado pelo produto tensorial entre as partes,

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B. \quad (9)$$

Suponhamos que ambas as partes sejam sistemas bidimensionais, de modo que (9) toma a forma

$$\mathcal{H} = \mathbb{C}^4 = \mathbb{C}^2 \otimes \mathbb{C}^2.$$

Elementos de $\mathbb{C}^4$ são combinações lineares dos 4 vetores $\{|i\rangle \otimes |j\rangle\} \equiv \{|ij\rangle\}$, $i, j \in \{z+, z-\}$. Exemplos típicos de elementos de $\mathbb{C}^4$ são os 4 vetores abaixo, formando o que é conhecida como a base de Bell (Nielsen; Chuang, 2010),

$$|\Psi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|z+\rangle|z-\rangle \pm |z-\rangle|z+\rangle), \quad (10)$$

$$|\Phi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|z+\rangle|z+\rangle \pm |z-\rangle|z-\rangle). \quad (11)$$

Os vetores da base de Bell são exemplos de vetores ditos *emaranhados*. De maneira formal, um elemento $|\psi\rangle \in \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$ é chamado decomponível quando for da forma

$$|\psi\rangle = |\psi\rangle_A \otimes |\psi\rangle_B,$$

onde $|\psi\rangle_A \in \mathcal{H}_A$ e $|\psi\rangle_B \in \mathcal{H}_B$. Do contrário, $|\psi\rangle$ é dito emaranhado.

Um cálculo direto, usando o fato que o produto $\otimes$ é distributivo, mostra que é impossível obter constantes complexas $\alpha_0, \alpha_1, \beta_0, \beta_1$ tal que o produto

$$(\alpha_0|z+\rangle_A + \alpha_1|z-\rangle_A) \otimes (\beta_0|z+\rangle_B + \beta_1|z-\rangle_B)$$

seja igual a qualquer um dos vetores da base de Bell. Os índices A e B foram adicionados para evitar ambiguidades já que o primeiro e o segundo espaço de Hilbert são iguais, representando sistemas bidimensionais para cada parte do sistema composto.

As noções de colapso e estado após medições seguem análogas. A diferença agora é que conseguimos fazer medições em somente uma das partes. Como exemplo, consideremos, como na SD, um sistema preparado no estado $|\Psi^-\rangle$. A razão desta escolha, como mencionado rapidamente na introdução, é a possibilidade de simular, em dimensão finita, o cenário

proposto no trabalho seminal de Einstein, Podolsky e Rosen em (Einstein; Podolsky; Rosen, 1935). O observável representado por $\sigma_z^A = \sigma_z \otimes \mathbb{I}_B$ indicaria o spin da primeira entrada, enquanto a segunda é mantida intocada uma vez que $\mathbb{I}_B$ representa a identidade atuando sobre $\mathcal{H}_B$). A probabilidade de encontrarmos spin up no primeiro sistema seria então dada por,

$$Pr(+1_A || \Psi^-) = 1/2.$$

Admitindo que tal medição tenha dado como resposta +1 na primeira entrada, como já indicado na Figura 11, o estado do sistema após tal processo seria $|\Psi'\rangle = |z+\rangle_A |z-\rangle_B$.

Um dos focos da proposta de SD foi exatamente explorar este caráter, à primeira vista, de ação à distância da MQ. Antes, o sistema B , que foi enviado para longe do laboratório A , apresentava componentes tanto em $|z+\rangle_B$ quanto em $|z-\rangle_B$. A medição na parte A , mesmo distante de B , faz com que o estado correlacionado $|\Psi^- \rangle$, de um jeito ou de outro, sinta tal operação. Note, contudo, que não estamos trocando informação com velocidade infinita, isto é, instantaneamente. No laboratório B , quem executa o experimento não sabe o estado do seu própria sistema. Ou mede-se ou espera-se por uma comunicação de A . Em ambos os casos, não há violação alguma de qualquer aspecto relativístico, como envio de informação com sinal superlumínico. (Como veremos na próxima subseção, discutiremos como a troca de informação com velocidade maior que c levaria à possíveis violações de causalidade). No primeiro caso, simplesmente a medição foi feita e poderia ser comparada com a previsão de A . Já no segundo, a comunicação é feita de forma clássica e na melhor das hipóteses, a informação é enviada até B à velocidade da luz (e não acima).

Infelizmente isso não é tudo. Embora o colapso acima indique para efeitos de ação à distância, efeitos de não-localidade genuínos surgem com as desigualdades de Bell.

III.2. (Des)dobrando o espaço-tempo: algumas considerações sobre relatividade especial

Passemos agora a discutir conceitos ligados com a relatividade especial. Assim como na subseção prévia, manteremos o mínimo matemático que possa ser explorado no ensino básico, dando o suporte adequado à SD.

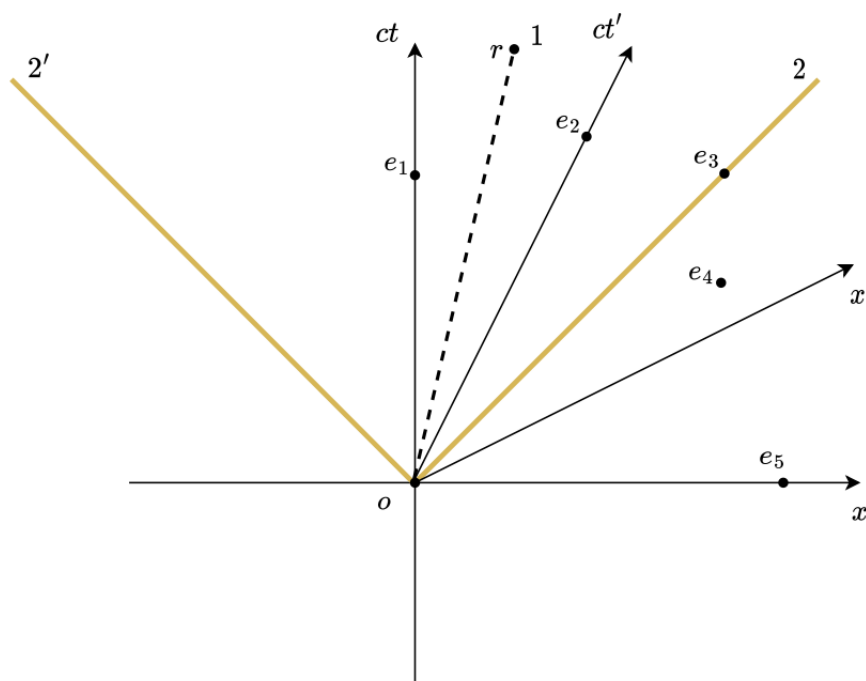
Nosso ponto de partida é a própria noção de espaço-tempo, que é um conjunto formado por *eventos*. Estes últimos, por sua vez, são acontecimentos tão rápidos cuja duração pode ser aproximada por instante e se dão numa região espacial tão pequena que pode ser aproximada por um ponto (Júnior; Costa; Rizzuti, 2018). Interessa-nos quando e onde os eventos acontecem. Em outras palavras, é possível fixar coordenadas tanto temporais (ct)⁴ quanto espaciais (x) para cada evento.

Dado um evento o de referência, com coordenadas, digamos, $ct_o = 0$ e $x_o = 0$, qualquer outro evento e terão coordenadas ct_e e x_e medidas em relação a o . A representação gráfica de eventos no que chamamos de um diagrama de espaço-tempo é feito com eixos vertical para a seta do tempo e horizontal para a coordenada espacial, como indica a Figura 12.

⁴É costume utilizar a coordenada temporal acompanhada da velocidade da luz c . Assim, ambas as coordenadas ganham unidades de distância. Além disso, c é uma escala invariante na teoria e, como tal, pode ser introduzida desta forma.

Neste caso, o evento o está na origem das coordenadas e alguns eventos e_1, e_2 , etc estão afastados tanto temporalmente quanto espacialmente de o .

Figura 12: Diagrama de espaço-tempo, indicando sistemas de coordenadas, eventos, linha de universo e cone de luz.



Consideremos agora um par de eventos formado pela emissão e recepção de uma partícula emitida em o e recebida em r . Suponha que a partícula tem velocidade $v < c$, com equação horária $x(t) = vt$. A linha de universo da partícula é definida como o gráfico da função $x(\cdot)$, isto é, $Grx = \{(ct, x(t))\}$. Sua representação no espaço-tempo é a reta $ct(x) = \frac{c}{v}x$, que passa pela origem como indicado pela linha 1 pontilhada na Fig. 12. Como $v < c$, a inclinação é maior que $\pi/4$, como indicado.

Analogamente, poderíamos ligar um laser na direção positiva do eixo x , em o . Como o eixo do tempo carrega um fator c , a linha de universo neste caso é uma reta, partindo da origem, com inclinação de $\pi/4$; veja a linha 2 na Fig. 12. Um laser direcionado no sentido negativo do eixo x geraria a linha de universo $2'$ que, unida a 2, forma o que chamaremos de cone de luz (do evento o).

A representação da linha de universo 1 indica um fato interessante. Se a partícula carregar o seu próprio relógio, o eixo ct' fica inclinado em relação a ct , coincidindo com a linha 1. Generalizando este resultado, se um referencial,⁵ digamos S' , se afasta de outro referencial S com velocidade constante na direção positiva do eixo x , então o eixo ct' fica inclinado em relação ao eixo ct , como indicado.

Poderíamos nos perguntar como ficaria o eixo x' na mesma representação gráfica. Isto nos leva à noção de simultaneidade, afinal, todos os eventos sobre o eixo de coordenadas espaciais possuem a mesma coordenada temporal, ou seja, são simultâneos.

⁵Embora a noção de referencial seja central nesta discussão, para evitar prolongá-la, direcionamos o leitor, por exemplo, a (Gaio; Barros; Rizzuti, 2019), onde tal noção é definida operacionalmente.

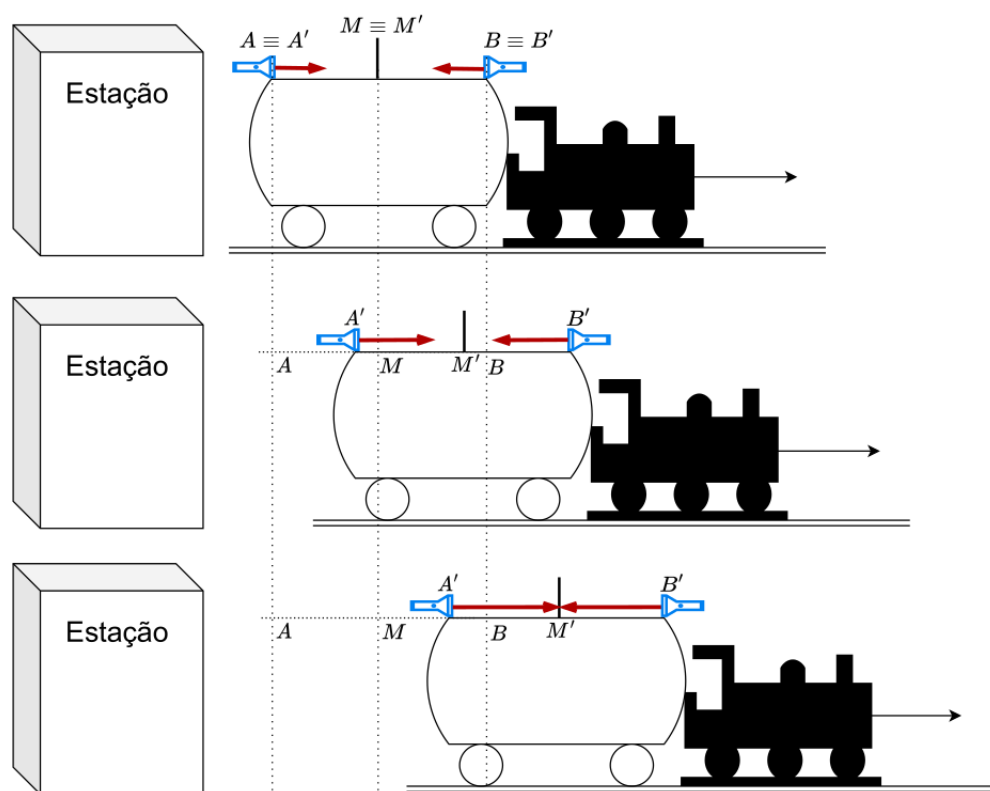
Sendo a velocidade da luz uma escala invariante na teoria, ela pode ser usada para construir o que chamaremos de simultaneidade de Einstein (Lesche, 2005):

Sejam a e b dois eventos que ocorrem nos pontos A e B de um certo referencial. Seja M o ponto médio do segmento de reta definido pelos pontos A e B . Dizemos que os eventos a e b são simultâneos quando pulsos de luz emitidos de A e B quando ocorrem os eventos a e b se encontram no ponto M .

O critério de simultaneidade acima é baseado na presunção de c ser uma grandeza invariante. Assim, independente da direção ou de movimentos da fonte, os pulsos de luz percorreriam a mesma distância, indicando que os eventos correspondentes aconteceram no mesmo instante de tempo para certo referencial.

Consideremos o exemplo clássico e ilustrativo em que um trem (referencial S') desloca-se em relação a uma estação (referencial S) com velocidade constante, como mostrado na Fig. 13.

Figura 13: Exemplo ilustrativo da relatividade da simultaneidade, com três instantes sucessivos (de cima para baixo).

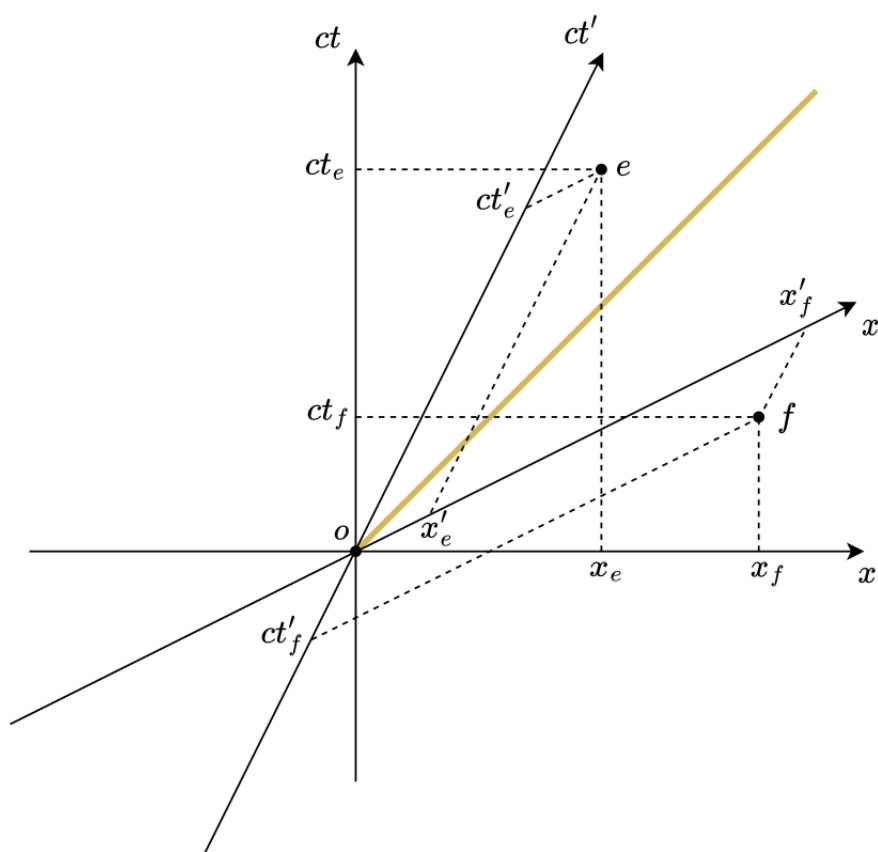


Dois lasers são instalados nas extremidades de um vagão, um direcionado ao outro. Os lasers são então acesos, definindo o que chamaremos de eventos a e b . Eles ocorrem nos pontos A (A') e B (B') no referencial S (S'), que são coincidentes. Suponhamos que os feixes se encontram em M' , que é diferente de M , já que o vagão se move em relação à estação, indicando que a e b são simultâneos em S' , ou seja, $x'_a = x'_b$. Além disso, o feixe de luz emitido em a passa por M primeiro que o feixe emitido em b , de forma que $t_a < t_b$. Desta maneira, juntando as informações acima, podemos inferir que o eixo x' fica inclinado em relação a x , também indicado na Fig. 12.

Por fim, a determinação de coordenadas de eventos é feita de maneira usual: a coordenada x (ct) de um evento, fixados os eixos correspondentes, é obtida pela interseção do próprio eixo x (ct) com um segmento paralelo a ct (x), passando pelo evento.

A Figura 14 mostra alguns exemplos desta construção, para eventos e e f , fixado a origem no evento o . Observe que no referencial S , $t_f > t_o$, isto é, f é posterior a o . Já no referencial S' , $t'_f < t'_o$.

Figura 14: Coordenadas espaciais e temporais de eventos em sistemas de coordenadas distintos.



Notemos, contudo, que não há quebra de causalidade, afinal, o evento f está fora do cone de luz do evento o e desta maneira, o nunca seria uma possível causa para f . A violação desta premissa tão básica (determinada causa acontecer depois da própria consequência) só aconteceria se conseguíssemos enviar um sinal com velocidade maior que c , conectando este par de eventos. Este ponto foi abordado na SD ao conectarmos uma medição (e o colapso do estado) em um laboratório com o estado do par emaranhado no outro laboratório afastado espacialmente do primeiro.

Com este último comentário, encerramos os detalhes técnicos envolvendo os principais conteúdos tratados na sequência didática envolvendo tanto MQ quanto relatividade especial. Como indicado, tentamos deixar o conteúdo matemático compatível com o ensino médio.

IV. CONCLUSÃO

Neste trabalho, desenvolvemos uma sequência didática inovadora e aplicável no ensino médio, abordando conceitos de mecânica quântica e relatividade especial por meio das metodologias POE e Instrução por Pares.

Nossa proposta consiste em:

1. Introduzir o experimento de Stern-Gerlach para explorar colapso de estados, discretização e superposição quântica;
2. Aplicar a notação de qubits (e sistemas de baixa dimensionalidade) de forma acessível, sem recorrer a formalismos excessivos. Nesse sentido, a ressaltamos novamente que sofisticação técnica mobilizada na seção III não constitui um requisito para a aprendizagem discente, mas funciona como um suporte epistemológico para o(a) professor(a), garantindo coerência conceitual à narrativa didática e evitando simplificações indevidas ou interpretações equivocadas dos fenômenos discutidos em sala de aula.
3. Discutir diagramas de espaço-tempo, simultaneidade e causalidade sob uma perspectiva geométrica;
4. Simular um experimento EPR com partículas emaranhadas, explorando a não-localidade e sua compatibilidade com a relatividade;

Esperamos que a proposta estimule o pensamento crítico dos estudantes com atividades investigativas mediadas por vídeos, simuladores e perguntas estruturadas. Por fim, almejamos conectar física moderna com o ensino básico, promovendo uma aprendizagem conceitual e ativa. Do ponto de vista da viabilidade didática, a proposta apresentada mostra-se consistente ao articular temas conceitualmente sofisticados da física contemporânea (*e.g.*, emaranhamento e não-localidade) a partir de uma abordagem investigativa, qualitativa e fenomenológica, presumidamente adequada ao nível do ensino médio. A sequência didática não exige dos estudantes o domínio de formalismos matemáticos avançados, mas se ancora em experimentos mentais, simulações, conflitos cognitivos e discussões conceituais mediadas pelas metodologias POE e Instrução por Pares.

Gostaríamos de concluir com uma avaliação crítica da proposta. A sequência didática pressupõe um(a) professor(a) de Física do ensino médio com formação sólida em física moderna, ainda que não necessariamente especialista em teoria quântica ou relatividade em nível avançado. É desejável que tenha familiaridade conceitual com noções como estados quânticos, medições, correlações e causalidade, de modo a interpretar corretamente os fenômenos discutidos e evitar simplificações conceitualmente equivocadas. Além disso, a proposta demanda disposição para atuar como mediador, e não como expositor tradicional, bem como experiência (ou abertura) ao uso de metodologias ativas aqui adotadas.

A proposta é mais adequada a uma escola que disponha de condições mínimas de infraestrutura, especialmente acesso a recursos audiovisuais, internet estável e dispositivos que permitam o uso de simuladores, vídeos e ferramentas digitais de interação. Um currículo com alguma flexibilidade temporal também favorece a implementação da sequência, já que os cinco encontros pressupõem continuidade e espaço para discussão conceitual. Além disso, um ambiente institucional que valorize práticas pedagógicas investigativas e não exclusivamente conteudistas contribui significativamente para o sucesso da proposta.

Quanto ao público, a sequência didática é mais indicada para turmas do terceiro ano do

ensino médio, com estudantes que já tenham contato prévio com conceitos básicos de física clássica e alguma familiaridade com representações abstratas. Espera-se uma turma com disposição para o debate, argumentação e trabalho colaborativo. Não se pressupõe domínio matemático avançado, mas sim abertura para lidar com situações contraintuitivas, incertezas e conflitos cognitivos, aspectos estes centrais nos temas abordados. Turmas excessivamente heterogêneas ou com grandes lacunas conceituais podem demandar adaptações adicionais da proposta.

Ainda assim, é fundamental reconhecer os limites da proposta. A ausência de uma implementação em contexto real de ensino impede, neste estágio, qualquer avaliação empírica sobre sua efetiva recepção pelos estudantes, suas dificuldades conceituais ou o impacto sobre a aprendizagem. Além disso, mesmo em uma abordagem essencialmente qualitativa, conceitos como colapso de estados, correlações não-locais e compatibilidade com a causalidade relativística exigem mediação docente cuidadosa, sob o risco de reforçar visões intuitivas inadequadas ou interpretações literalistas do formalismo quântico. Nesse sentido, a proposta pressupõe um professor com formação sólida e familiaridade com os fundamentos da teoria quântica, o que pode limitar sua aplicação em contextos onde essa formação não esteja assegurada. Assim, o trabalho deve ser compreendido como um ponto de partida — uma proposta teoricamente fundamentada e didaticamente promissora — cujo amadurecimento demanda futuras investigações empíricas e reflexões adicionais sobre sua adaptação a diferentes realidades escolares.

AGRADECIMENTOS

BFR gostaria de agradecer à hospitalidade do IMECC - Unicamp, onde detalhes finais deste manuscrito foram escritos. As discussões com o Dr. Carlos H. S. Vieira foram inestimáveis.

Editora Responsável: Maria de Fátima da Silva Verdeaux

REFERÊNCIAS

ALENCAR, G. et al. Paradoxos da relatividade. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 45, p. e20230058, 2023. 77, 78

AMARAL, B.; BARAVIERA, A. T.; CUNHA, M. O. T. *Mecânica Quântica para Matemáticos em Formação*. Rio de Janeiro: IMPA, 2011. ISBN 978-85-244-327-9. 94

ARAUJO, I. S.; MAZUR, E. Instrução pelos colegas e ensino sob medida: uma proposta para o engajamento dos alunos no processo de ensino-aprendizagem de física. *Caderno brasileiro de ensino de física. Florianópolis*. Vol. 30, n. 2 (ago. 2013), p. 362-384, 2013. 77, 81

AUTREMENT, L. P. *Spin: Stern and Gerlach experiment*. 2026. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=rg4Fnag4V-E>>. Acesso em — acesso em 11 de fevereiro de 2026. 82

- BALLENTINE, L. E. *Quantum mechanics: a modern development*. repr. Singapore: World Scientific, 2010. ISBN 9789810241056. 95
- BELL, J. S. On the Einstein Podolsky Rosen paradox. *Physics Physique Fizika*, v. 1, n. 3, p. 195–200, 1964. 78
- BELL, J. S. On the Problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics. *Reviews of Modern Physics*, v. 38, n. 3, p. 447–452, 1966. 78
- BORN, M.; HEISENBERG, W.; JORDAN, P. Zur Quantenmechanik. II. *Zeitschrift für Physik*, v. 35, n. 8-9, p. 557–615, 1926. 76
- BORN, M.; JORDAN, P. Zur Quantenmechanik. *Zeitschrift für Physik*, v. 34, n. 1, p. 858–888, 1925. 76
- BORN, M. . H.; EINSTEIN, A. *The Born-Einstein Letters*. London: Macmillan, 1971. 77
- BROCKINGTON, G.; PIETROCOLA, M. Serão as regras da transposição didática aplicáveis aos conceitos de física moderna? *Investigações em Ensino de Ciências*, v. 10, n. 3, p. 387–404, 2005. 79
- CARUSO, F.; FREITAS, N. de. Física moderna no ensino médio: o espaço-tempo de einstein em tirinhas. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, v. 26, n. 2, p. 355–366, 2009. 78
- CARVALHO, A. M. P. de. Fundamentos teóricos e metodológicos do ensino por investigação. *Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências*, v. 18, n. 3, p. 765–794, 2018. 77
- CROUCH, C. H. et al. *Peer instruction: Engaging students one-on-one, all at once, in Research-Based Reform of University Physics*. 1. ed. Editado por E. F. Redish and P. J. Cooney, College Park: American Association of Physics Teachers, 2007. 80
- CUNHA, M. O. T. *Noções de Informação Quântica*. Rio de Janeiro: Associação Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, 2021. 76
- EINSTEIN, A.; PODOLSKY, B.; ROSEN, N. Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete? *Physical Review*, v. 47, p. 777–780, 1935. 77, 97
- GAIO, L. M.; BARROS, D. R. T. de; RIZZUTI, B. F. Grandezas físicas multidimensionais. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 41, p. e20180295, 2019. 98
- GALVÃO, L. Q.; ROSA, S. E. D.; CRUZ, C. Possibilidades e Desafios da Inserção da Computação Quântica no Ensino Médio. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 46, p. e20240213, 2024. 78
- GitHub. *FlashBrowser*. 2026. Disponível em: <<https://github.com/radubirsan/FlashBrowser>> — acesso em 10 de fevereiro de 2026. 83
- GRIFFITHS, D. J. *Introduction to quantum mechanics*. Englewood Cliffs (N.J.): Prentice Hall, 1995. ISBN 9780131244054. 95

- GROSSI, R. et al. One Hundred Years Later: Stern-Gerlach Experiment and Dimension Witnesses. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 45, p. e20220227, 2023. 78
- HEISENBERG, W. über quantentheoretische Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen. *Zeitschrift für Physik*, v. 33, n. 1, p. 879–893, 1925. 76
- Jornal da Unesp. *Unesco celebra 2025 como o Ano Internacional da Ciência e Tecnologia Quânticas*. 2025. Disponível em: <<https://jornal.unesp.br/2025/02/04/unesco-celebra-2025-como-o-ano-internacional-da-ciencia-e-tecnologia-quanticas/>> – acesso em 28 de abril de 2025. 76
- JÚNIOR, G. F. V.; COSTA, R. P. S.; RIZZUTI, B. F. Grandezas físicas unidimensionais. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 40, 2018. 97
- KARAM, R. A. S.; CRUZ, S. M. S. D. S.; COIMBRA, D. Relatividades no ensino médio: o debate em sala de aula. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 29, p. 105–114, 2007. 78
- LESCHÉ, B. *Teoria da Relatividade*. São Paulo: Livraria da Física, 2005. 77, 88, 94, 99
- MAZUR, E. *Peer Instruction: A User's Manual*. [S.l.]: Prentice Hall, 1997. 77, 79, 80
- Minkowski Spacetime. *Minkowski spacetime simulator by Wolfram demonstrations project*. 2026. Disponível em: <<https://demonstrations.wolfram.com/MinkowskiSpacetime/>>. Acesso em — acesso em 11 de fevereiro de 2026. 88
- Minkowski spacetime simulator. *Minkowski spacetime simulator*. 2026. Disponível em: <<http://www.trell.org/div/minkowski.html>>. 88
- NETO, R. A. D. C.; JÚNIOR, O. F.; SILVA, J. L. P. B. Improving students' meaningful learning on the predictive nature of quantum mechanics. *Investigações em Ensino de Ciências*, v. 14, n. 1, p. 65–81, 2009. 78
- NIELSEN, M. A.; CHUANG, I. L. *Quantum computation and quantum information*. Cambridge, New York: Cambridge University Press, 2010. 94, 95, 96
- OSTERMANN, F. et al. Uma abordagem conceitual e fenomenológica dos postulados da física quântica. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, v. 29, p. 831–863, 2012. 79
- PASTORI, F. *Plickers: Como usar a Ferramenta passo a passo*. 2026. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=3Got8PtLXuc>>. Acesso em — acesso em 11 de fevereiro de 2026. 87
- PATTERSON, Z. An Introduction to Quantum Phenomena: A Conceptual Instructional Sequence. *The Physics Teacher*, v. 63, n. 3, p. 161–164, 2025. 77
- PhET Colorado. *Experimento de Stern-Gerlach*. 2026. Disponível em: <<https://phet.colorado.edu/pt/simulations/stern-gerlach>> – acesso em 10 de fevereiro de 2025. 83
- PIETROCOLA, M. et al. *Física em contextos: pessoal, social e histórico*. Volume 3. 1. ed. São Paulo: FTD SA, 2010. 87

PLICKERS. *Aplicativo Plickers*. 2026. Disponível em: <<https://www.plickers.com>>. Acesso em — acesso em 11 de fevereiro de 2026. 87

RENN, J. A física clássica de cabeça para baixo: como Einstein descobriu a teoria da relatividade especial. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 27, p. 27–36, 2005. 78

ROCHA, A. N.; RIZZUTI, B. F.; MOTA, D. S. Transformações de Galileu e de Lorentz: um estudo via teoria de grupos. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 35, n. 4, p. 4304, 2013. 77

ROCHA, C. R. *Inserindo conceitos e princípios de mecânica quântica no ensino médio: estados quânticos e superposição linear de estados*. Dissertação (Tese de Doutorado em Ensino de Física) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, 2015. 92

SASAKI, D.; JESUS, V. d. Avaliação de uma metodologia de aprendizagem ativa em óptica geométrica através da investigação das reações dos alunos. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, SciELO Brasil, v. 39, n. 2, p. e2403, 2017. 79, 80

SILVA, A. C. D.; ALMEIDA, M. J. P. M. D. Física quântica no ensino médio: o que dizem as pesquisas. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, v. 28, n. 3, p. 624–652, 2011. 79

STADERMANN, H. K. E.; BERG, E. van den; GOEDHART, M. J. Analysis of secondary school quantum physics curricula of 15 different countries: Different perspectives on a challenging topic. *Physical Review Physics Education Research*, v. 15, n. 1, p. 010130, 2019. 76

The Nobel Prize - Press release. *Nobel Prize in Physics 2022*. 2022. Disponível em: <<https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2022/press-release/>> – acesso em 28 abril 2025. 78

VALLE, V.; RIZZUTI, B. From Rotations to Unitaries: Reversible Quantum Processes and the Emergence of the $SU(2)SO(3)$ Homomorphism. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 48, p. e20250374, 2026. 79

WAGNER, R.; LIMA, N. W.; DUARTE, S. Uma reconstrução didática da apresentação original do Teorema de Bell: Sobre o Paradoxo de Einstein, Podolsky e Rosen. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 44, p. e20220116, 2022. 78

WERNER, R. F. Quantum states with Einstein-Podolsky-Rosen correlations admitting a hidden-variable model. *Physical Review A*, v. 40, n. 8, p. 4277–4281, 1989. 78

WHITE, R.; GUNSTONE, R. *Probing Understanding*. New York: Routledge, 1992. ISBN 9780750700474. 77, 79

APÊNDICE - QUESTIONÁRIO - PRIMEIRO ENCONTRO

Pergunta 1: O que vai acontecer com os átomos (lembrando que eles se comportam como ímãs que foram reduzidos em escala) ao passar pelo campo magnético? Marque a opção e justifique sua resposta.

- a) irão parar em todas as direções do anteparo, como os ímãs no início do vídeo.
- b) irão parar nas direções em cima e embaixo do anteparo.
- c) irão parar no centro do anteparo.
- d) irão parar apenas na direção de baixo do anteparo.
- e) nenhuma das alternativas listadas acima (explicação na justificativa).

Pergunta 2: O que você pode dizer sobre o fenômeno observado? A sua resposta anterior vai de encontro com o apresentado no vídeo? Justifique.

Pergunta 3: Se colocarmos um “obstáculo” no “baixo/negativo e mais um campo magnético, o que pode acontecer? Justifique

- a) passará apenas para parte de “cima/positiva”.
- b) passará tanto em “cima/positivo” quanto em “baixo/negativo”.
- c) passará apenas na parte de “baixo/negativa”.
- d) falta informação para responder.
- e) nenhuma das alternativas listadas acima (explicação na justificativa).

Pergunta 4: O resultado esperado te surpreendeu? O que se pode dizer sobre o comportamento observado e qual sua relação com os valores que são observados abaixo dos aparatos que produzem o campo magnético?

Pergunta 5: Se mantermos o “obstáculo” no “baixo/negativo e alterarmos a direção de um campo magnético, o que pode acontecer? Justifique.

Pergunta 6: O que se pode dizer sobre o comportamento observado e qual sua relação com os valores que são observados abaixo dos aparatos que produzem campo magnético?

Pergunta 7: Se mantermos a configuração anterior e acrescentarmos mais um campo magnético, o que pode acontecer? Justifique.

- a) o átomo ficará “preso” no segundo campo magnético.
- b) oscila entre “cima/positivo” e “baixo/negativo”.
- c) passará apenas na parte de “cima/positiva”.
- d) passará apenas na parte de “baixo/negativa”.
- e) nenhuma das alternativas listadas acima (explicação na justificativa).

Pergunta 8: O que se pode dizer sobre o comportamento observado e qual sua relação com os valores que são observados abaixo dos aparatos que produzem campo magnético? Será que há alguma relação com as configurações vistas anteriormente?

Pergunta 9: O sistema na configuração da Fig. 5 (antes e após a passagem dos átomos pelo campo magnético) pode ser representado na nossa notação de que forma?