

# EXPERIMENTO DIDÁTICO DE BAIXO CUSTO PARA DISCUSSÃO DA LEI DE CONDUÇÃO DE FOURIER

## LOW-COST TEACHING EXPERIMENT TO DISCUSSION FOURS DRIVING LAW

TIAGO DESTEFFANI ADMIRAL  \* 1

<sup>1</sup>Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense - Mestrado Nacional  
Profissional em Ensino de Física - MNPEF

---

### Resumo

*Este artigo descreve um protótipo de baixo custo e fácil construção. Basicamente um tubo de PVC, com água em seu interior, de forma que, utilizando-se da plataforma Arduino para coletar e armazenar os valores de temperatura, podemos monitorar a temperatura do fluido no interior do tubo e do ambiente em tempo real. A partir dos ensaios experimentais realizados com o protótipo obtivemos uma série de resultados que nos permitiram verificar a Lei de resfriamento de Newton, e relacionar os valores de variação de fluxo, por meio do método das diferenças finitas, na Lei de condução de Fourier, caracterizar o valor da resistência térmica para o tubo, bem como modelar a equação de resfriamento do objeto com um ajuste de  $r^2 = 0.999$ .*

**Palavras-chave:** Lei de Fourier. Experimento. Material didático. Ensino de física.

---

---

\*tdesteffani@gmail.com

### Abstract

*This article describes a low-cost and easy-to-construct prototype. Essentially, it consists of a PVC tube filled with water, allowing us to monitor the temperature of the fluid inside the tube and the ambient temperature in real-time using the Arduino platform to collect and store temperature values. Based on the experimental tests conducted with the prototype, we obtained a series of results that enabled us to verify Newton's Law of Cooling, relate the variation of heat flux values using the finite difference method in Fourier's Law of Conduction, determine the thermal resistance value of the tube, and model the object's cooling equation with an  $R^2$  adjustment of 0.999.*

**Keywords:** *Fouriers Law. Experiment. Didactic product. Physics teaching.*

## I. INTRODUÇÃO

É comum que os cursos da área de exatas apresentem em seu currículo componentes curriculares que, de alguma forma, abordem o assunto de transferência de calor ou assuntos relacionados a esse. Nos cursos de engenharia, em geral, é muito comum encontrar a presença de um componente curricular chamado fenômenos de transportes ou fenômenos de transferência, ou alguma variação desses nomes. Esses componentes são dedicados ao estudo de como a energia térmica (calor) flui de um sistema para outro, bem como, estudar de que forma os fluidos também o fazem.

A importância do estudo dessa disciplina nas engenharias se deve a diversos fatores. De acordo com (Santos; Fabian, 2020) é crucial que os alunos possuam uma boa noção dos fenômenos físicos envolvidos nas trocas de calor, seja para estimar o isolamento térmico de ambientes, para desenvolver soluções de melhoria de eficiência térmica em processos de armazenamentos, para calcular limites de perda de calor por sistemas de transporte de fluidos etc.

À despeito da importância do estudo dos fenômenos do transporte, de acordo com o que foi relatado por Santos e Fabian (2020), essas disciplinas apresentam uma taxa de reprovação significativamente maior que as demais. De acordo com os autores esse fato é devido em parte, à dificuldade natural envolvida no assunto estudado, por outro lado os autores também destacam a falta de experimentação adequada para trabalhar com os alunos o aspecto fenomenológico do conteúdo, de acordo com os autores:

A infraestrutura laboratorial tem sido considerada muitas vezes, inadequada ou insuficiente para uma prática experimental que promova uma facilidade para o aluno na compreensão dos conteúdos ministrados. Como resultado, os alunos não conseguem alcançar resultados efetivos de aprendizado (Santos; Fabian, 2020, p. 68597).

Os autores também se referem à falta de experimentação como um problema recorrente, e prejudicial à aprendizagem. Não apenas por falta de recursos, mas também pela preferência dos professores em abordar apenas o aspecto teórico, em detrimento da prática.

Analizando o problema relatado pelos autores em seu estudo de caso podemos associar suas conclusões aos resultados do trabalho de Carvalho e Sasseron (2015), que realizaram um levantamento sobre os trabalhos que são referências para tratar do assunto de calor e calorimetria em nível fundamental. As autoras apontam vários trabalhos que indicam que a experimentação, em particular a experimentação por investigação, tende a favorecer o processo de ensino aprendizagem.

Na realidade o papel da experimentação no ensino de física é tema de estudo desde muito tempo, como destacam Séré, Coelho e Nunes (2003). De acordo com os autores a física possui uma dimensão fenomenológica rica e cheia de significados, que, quando explorados corretamente, não apenas favorecem a compreensão acerca dos fenômenos, mas também tem o poder de despertar a motivação, curiosidade e interesse dos alunos pela física. No mesmo sentido os autores Moraes e Silva Júnior (2015), são enfáticos em afirmar que os experimentos didáticos apresentam potencialidades de engajar os alunos em discussões que favorecem a aprendizagem significativa de conceitos centrais.

Tendo esses aspectos em vista, este artigo apresenta um protótipo experimental, de baixo custo, que viabiliza a realização de ensaios experimentais para verificação da Lei de condução de Fourier e Lei de resfriamento de Newton. O protótipo consiste num tubo de PVC, fechado em uma extremidade e que pode ser preenchido de fluido (em nossos testes foi utilizado água). A outra extremidade, após preenchimento com fluido desejado, pode ser fechada e conta com um sensor de temperatura Ds18b20, para medir a temperatura do fluido e outro sensor idêntico na parte externa, para averiguação em tempo real da temperatura ambiente, ambos com a leitura realizada pelo Arduino.

Através do método das diferenças finitas foi possível estimar a curva de variação do fluxo de forma numérica, e modelar a equação da Lei do resfriamento de Newton com boa precisão. Entre as potencialidades do protótipo se destacam o baixo custo, boa precisão para finalidades didáticas, robustez e possibilidade de usos recorrentes, além de automatização da aquisição de medidas, as quais podem ser feitas de forma automática sem que seja necessária a intervenção durante o experimento.

## II. BREVE HISTÓRICO SOBRE A LEI DE CONDUÇÃO DE FOURIER

Embora a observação de fenômenos envolvendo trocas de calor remontem, praticamente, a própria história dos seres humanos, a própria natureza do calor enquanto substância ou energia já deu origem à diversas controvérsias no debate científico ao longo da história. Para compreender um pouco melhor as Leis que vamos tratar com mais ênfase, Lei do resfriamento de Newton e Lei da condução de calor de Fourier, é interessante conhecermos um pouco sobre o contexto em que foram desenvolvidas.

A lei de Resfriamento de Newton foi originalmente formulada em 1701, por Isaac Newton. Ele publicou anonimamente o artigo *Scala Graduum Caloris*, descrevendo um método para medir temperaturas de até  $1.000^{\circ}\text{C}$ , nas quais eram impossíveis naquela época (Silva, 2010). Neste artigo Newton notou depois de algumas manipulações matemáticas que

a taxa de mudança de temperatura de um corpo é proporcional à diferença de temperatura entre o corpo e sua vizinhança (Alitolif, 2011, p. 19).

A EDO da Lei do resfriamento de Newton é dada pela equação (1):

$$\frac{d\theta}{dt} = -k(\theta_1 - \theta_2) \quad (1)$$

Em que  $d\theta/dt$  é a taxa de variação da temperatura com o tempo,  $k$  é uma constante de resfriamento  $\theta_1$  é a temperatura do objeto e  $\theta_2$  é a temperatura ambiente. Essa é uma EDO de primeira ordem separável, isso significa que possui solução por integração direta (Sartorelli; Hosoume; Yoshimura, 1999), tendo como solução a equação 2:

$$\theta(t) = \theta_2 + (\theta_0 - \theta_2)e^{-kt} \quad (2)$$

Em que  $\theta_0$  é a temperatura inicial do objeto e  $\theta_2$ , já definido anteriormente, é a temperatura ambiente. Em seu trabalho Newton postulou que a taxa com que um objeto diminui a temperatura é diretamente proporcional à diferença de temperatura entre ele e o ambiente. Embora essa característica matemática, em particular, seja válida, o modelo não explicava a natureza do calor como grandeza física, e não explicava com clareza de que forma o calor era trocado com o ambiente, ou quais fatores faziam parte dessa troca.

Tendo uma satisfação momentânea sobre o comportamento matemático da temperatura, os cientistas se debruçaram em obter uma maior compreensão da natureza e dos processos de trocas de calor. Uma das interpretações mais conhecidas historicamente considerava que o calor era uma espécie de fluido. Antoine Laurent Lavoisier era um exemplo de cientista defensor da teoria do calórico, teoria esta que foi relativamente bem aceita até o final do século XVIII (Gomes, 2012). Entretanto começou a mostrar fragilidades para explicar alguns fatos, em sua maioria experimentais, sobre as trocas de calor e mudanças de estado.

Um resultado que não era explicado pela teoria do calórico foi obtido por Joseph Black em 1760, que investigou o calor específico de diferentes substâncias, e mostrou que diferentes materiais precisavam quantidades diferentes de calor para elevar suas temperaturas em uma quantidade padronizada (Gomes, 2012). Esse fato tornava inconsistente a teoria que certa quantidade de fluido de calor (que depende da fonte exclusivamente) aquecia mais ou menos certas substâncias.

Outro resultado experimental desafiador para a teoria do calórico foi a constatação da manutenção da temperatura das substâncias durante a mudança de fase (Gomes, 2012). Nesse caso o que era difícil de explicar era o seguinte: se o calórico, uma substância, está sendo repassada ao corpo que está sendo aquecido, porque sua temperatura não aumenta? Independente do fato da explicação para isso estar contida no corpo, mesmo assim restava a dúvida de para onde então está indo o calórico?

Um pouco mais tarde, no início do século XIX, os estudos da cinética molecular e os teoremas de conservação de energia abriram um horizonte teórico mais claro sobre a natureza do calor enquanto energia, especificamente energia em trânsito entre dois sistemas de temperaturas diferentes. E, da forma como preconiza, Kuhn (1998), isso causou uma espécie de revolução científica no paradigma estabelecido sobre o que é o calor. Isso porque a teoria da cinética molecular explicava com muita clareza o que havia, fisicamente, de diferente em um objeto com maior ou menor temperatura. Esse fato reforçou ainda mais a

conceituação de calor, e temperatura.

Com a formalização do conceito de calor mais bem elaborada e, em posse de ferramentas matemáticas mais sofisticadas, alguns cientistas, em especial, matemático e físico francês Jean Baptiste Joseph Fourier (1768-1830), se dedicaram a compreender as Leis matemáticas que modelam a forma com que os corpos trocam calor uns com os outros (Pifer; Aurani, 2015).

Em 1807 Fourier publicou um trabalho intitulado "*Mémoire sur la propagation de la chaleur dans les corps solides*" (Memória sobre a propagação do calor nos corpos sólidos), em que abordou a propagação do calor e suas leis. Nesse trabalho, ele apresentou uma equação diferencial parcial que descrevia a condução de calor em sólidos (Pifer; Aurani, 2015). No entanto, a forma final da equação de calor, como a conhecemos hoje (eq. 3), foi apresentada em sua obra, "*Théorie analytique de la chaleur*" (Teoria analítica do calor), publicada em 1822 (Guilhon; Admiral, 2023).

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \eta \nabla^2 \theta \quad (3)$$

A eq. 3 relaciona a taxa de variação da temperatura com o tempo e as direções de propagação de calor, mais especificamente descreve que a taxa de variação de temperatura com o tempo é diretamente proporcional ao laplaciano do campo de temperaturas. Nesta obra, Fourier além de apresentar a equação que rege a troca de calor (eq. 3) também desenvolveu uma teoria matemática completa para a propagação do calor em corpos sólidos, líquidos e gases. A diferença fundamental entre a Lei de Fourier e a Lei do resfriamento reside no fato de que a primeira aborda um detalhamento das formas de transferência de calor, ou seja, determina os parâmetros para quantificar o fluxo de calor, dadas as condições de contorno. Enquanto a segunda é uma modelagem matemática que indica o comportamento do valor da temperatura (média) do corpo durante o resfriamento.

Nesta mesma obra ele apresentou uma técnica que ele mesmo desenvolveu para resolver a equação de calor para algumas condições específicas, em especial para casos estacionários, para esses casos temos que não há variação na taxa de transferência de calor, i.e., o primeiro membro da eq. 3 é nulo, o que simplifica muito a EDP (Equação Diferencial Parcial) resultante. A técnica apresentada por Fourier para resolver essa equação possui natureza trigonométrica, e é baseada na série trigonométrica que leva seu nome, conhecida como série de Fourier. Essa técnica é poderosa e é utilizada até os dias de hoje, de forma numérica, para resolver problemas de EDPs (Griffiths, 2017).

Usualmente nos cursos introdutórios de termodinâmica, ou cursos de fenômenos de transporte de energia nos cursos de engenharia, é comum iniciar o assunto com uma equação simplificada, que nos fornece a taxa de variação de calor em uma direção específica. A equação que descreve o fluxo de calor através de um material em função do gradiente de temperatura, conhecida como a Lei de condução de Fourier, para o caso cilíndrico temos que:

$$\Phi_q = -kA \frac{d\theta}{dr} \quad (4)$$

A eq. 4 nos diz que a taxa de variação da temperatura na direção radial (em simetria

cilíndrica, com raio interno  $r_1$  e externo  $r_2$ ) é proporcional ao fluxo de calor. A constante  $k$  que aparece na equação representa a condutividade térmica do material que tem dimensão de (W/mK) no SI, enquanto a variável  $A$  representa a área de transferência de calor, com dimensão de ( $m^2$ ). O sinal negativo na equação serve para nos indicar que a variação natural do gradiente da temperatura se dá de uma maior para uma menor temperatura, isso faz com que a equação obedeça à Lei zero da termodinâmica. Usando o valor de  $A = 2\pi rL$  na eq. 2, e separando as variáveis, teremos a eq. 5:

$$\Phi_q \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = -k2\pi L \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta \quad (5)$$

Resolvendo a eq. 5, temos que o fluxo de calor, para a simetria cilíndrica, é dado pela eq. 6:

$$\Phi_q = \left[ \frac{k2\pi L}{\ln(r_2/r_1)} \right] (\theta_1 - \theta_2) \quad (6)$$

Em que o módulo de  $(\theta_1 - \theta_2)$  representa a diferença entre a temperatura do objeto e do ambiente. Ainda em destaque entre colchetes pode ser interpretado, através de uma analogia com circuitos elétricos, como o inverso da resistência térmica, da simetria cilíndrica em particular, apresentada pelo objeto. Esse parâmetro representa o quão grande é a dificuldade do objeto de trocar calor com o ambiente por condução direta.

Embora a equação 6 seja para a situação estacionária, poderemos proceder com uma técnica numérica conhecida de método das diferenças finitas para estimar os valores de fluxo medida por medida. Essa técnica envolve a discretização do tempo (ou espaço) em pequenos intervalos e a aproximação das derivadas contínuas por diferenças finitas entre os pontos adjacentes (Guilhon; Admiral, 2023). Supondo que entre cada segundo, o sistema não apresenta uma mudança de temperatura drástica, podemos considerar que o fluxo de calor é constante dentro desse intervalo, assim aproximando as derivadas usando as diferenças entre valores consecutivos de temperatura.

Vale ressaltar que a eq. 6 se refere ao calor trocado por condução, e em regime estacionário. Existe uma parcela significativa de calor trocada também por convecção e outra, menos significativa em nosso caso, por irradiação. A avaliação dos parâmetros do protótipo bem como as medidas realizadas, nos fornecerão a quantidade de calor trocada por condução, como descreve a eq. 6.

Percebe-se que, mesmo com o intervalo de tempo de mais de um século, as Leis físicas que modelam os fenômenos de resfriamento apresentam uma interessante simetria em sua formulação. Perceba que tanto a equação 1, quanto a equação 6 (que foram formuladas a um século de diferença) apresentam uma estrutura de proporcionalidade com a diferença entre a temperatura do objeto e do ambiente, tornando possível uma comparação matemática direta, seja de forma analítica, numérica ou mesmo experimental.

### III. MATERIAIS E MÉTODOS

O protótipo consiste num sistema em que conseguimos acompanhar o resfriamento de um fluido no interior de um objeto cilíndrico monitorando sua temperatura e a temperatura



ambiente, em tempo real. Utilizando os parâmetros referentes ao objeto, juntamente com as informações obtidas pelos sensores de temperatura, podemos determinar também algumas de suas propriedades de transferência de calor. O objeto em questão é um tubo de PVC, com água em seu interior, onde fica localizado um sensor de temperatura. Para a construção do protótipo foram utilizados os seguintes materiais:

- 01 Tubo de 3/4 de PVC;
- 02 Caps (tampas do cano de PVC);
- 01 Broca 6,0 mm de diâmetro;
- 02 Sensores de temperatura Ds18b20;
- 01 Arduino UNO;
- 02 Resistores de  $(4,7 \pm 5\%) \text{ k}\Omega$ .

O procedimento para a montagem da estrutura do protótipo começa pelo tubo de PVC, de material reaproveitado, que foi cortado com a medida de 40,0 cm, em uma de suas extremidades foi colado o cap (tampa), e a outra extremidade deve permanecer livre para receber o outro cap que contém o sensor Ds18b20.

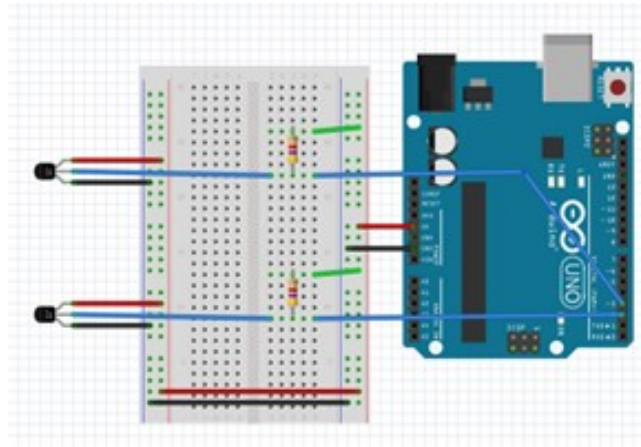
O procedimento para acoplar o sensor ao cap é simples, com a broca 6,0 mm foi feito um furo no centro do cap, através desse furo é possível encaixar com firmeza o sensor e, posteriormente, foi aplicada cola quente para melhorar a fixação e vedação do sistema, o cap já com o sensor pode ser visto na figura 1:



**Figura 1:** À esquerda o cano com um dos caps na extremidade e o outro cap com sensor próximo. À direita o cap sensor Ds18b20 em destaque.

A parte eletrônica do protótipo consiste na ligação do sensor Ds18b20 ao Arduino UNO (ou similar). Essa ligação é praticamente direta, o sensor possui três fios, sendo dois de alimentação e o terceiro para o sinal. O fio preto (Gnd) deve ser conectado à porta Gnd do Arduino ele é o polo negativo do sensor. O fio vermelho (Vcc) deve ser ligado à porta Vcc do Arduino, que irá alimentar com +5,0V o sensor.

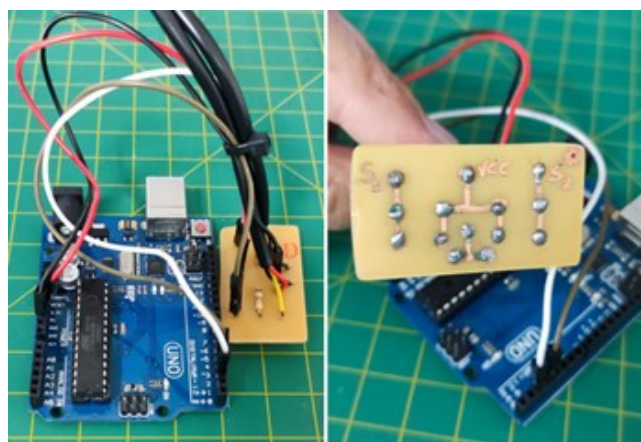
O terceiro fio, que pode apresentar qualquer cor exceto as mencionadas anteriormente, deve ser ligado à uma entrada digital. Como usamos dois sensores, um deles foi ligado à porta d2 e o outro foi ligado à porta d3. Para finalizar a ligação devemos também adicionar um resistor de 4,7k em paralelo entre o pino Vcc e o pino de sinal em cada um dos sensores, um exemplo de diagrama esquemático dos componentes é mostrado na Figura 2:



**Figura 2:** Diagrama de ligação entre os componentes eletrônicos.

A adição do resistor se torna necessária para ajustar o funcionamento do sensor. Colocar um resistor em paralelo entre o pino de sinal e o Vcc caracteriza o que chamamos de resistor pull up. Esse tipo de ligação é para garantir que, quando o sensor não está operando (emitindo sinal) o pino de saída permaneça em nível lógico alto. Em outros tipos de sistemas, nos quais os sinais de fundo são 0V, é adicionado um resistor em paralelo entre o sinal e o Gnd que, nesse caso, é chamado de pull down, como o utilizado no protótipo relatado em (Admiral, 2022).

Podemos observar ainda na Figura 2 que o esquema foi representado com conexões feitas com o auxílio de uma protoboard, basicamente uma placa na qual os componentes podem ser encaixados e desencaixados com facilidade sem que seja necessário um circuito soldado de forma permanente. Esse componente é particularmente útil para realizar testes e montar protótipos, porém em nosso protótipo os componentes foram soldados à uma pequena placa de fenolite, como pode ser observado na Figura 3:



**Figura 3:** À esquerda a placa Arduino e a pequena placa de fenolite com os componentes soldados. À direita, em destaque, a face de solda da placa de fenolite.

Essa etapa é opcional, mas neste projeto foi feita essa opção pela disponibilidade do material para construção da placa. Uma vantagem de utilizar a placa é a estabilidade das



conexões, que apresentam menor ruído e mais resistência mecânica, fazendo com que o protótipo se torne mais estável e seguro para utilização e transporte.

Completados esses passos basta carregar a IDE (ambiente de programação do Arduino) com o código, disponível no apêndice, e o protótipo estará funcional para realizar as medidas de forma automática.

#### IV. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Após a finalização da coleta de dados as informações do monitor serial foram copiadas para uma planilha de Excel, gerando três colunas, uma com os valores de tempo, a segunda com valores de temperatura interna do fluido e a terceira com valores de temperatura ambiente. Para interpretar adequadamente os dados obtidos pelas leituras dos sensores foi realizada uma caracterização completa do sistema, através da aferição dos principais parâmetros. Os resultados são apresentados na Tabela 1:

| Descrição do Parâmetro        | Identificação | Valor (Unidade)                            |
|-------------------------------|---------------|--------------------------------------------|
| Massa do cano vazio           | $m_c$         | $(98.1 \pm 0.1) \text{ g}$                 |
| Calor específico do PVC       | $C$           | $(0.9 \pm 0.05) \text{ J/g}^\circ\text{C}$ |
| Condutividade do PVC          | $K$           | $(0.25 \pm 0.02) \text{ W/mK}$             |
| Volume de água dentro do cano | $V$           | $(146.2 \pm 0.1) \text{ g}$                |
| Comprimento do cano           | $L$           | $(40,0 \pm 0,2) \text{ cm}$                |
| Diâmetro interno do tubo      | $r_1$         | $(21,6 \pm 0,1) \text{ mm}$                |
| Diâmetro externo do tubo      | $r_2$         | $(25,0 \pm 0,1) \text{ mm}$                |

**Tabela 1:** Principais parâmetros do protótipo.

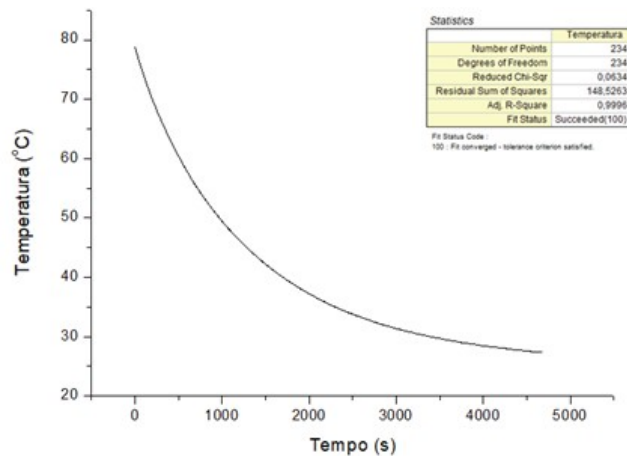
Alguns parâmetros da Tabela 1 foram obtidos por medidas diretas ( $m_c, V, L, r_1$  e  $r_2$ ) com o auxílio de balança eletrônica de precisão, régua e paquímetro. Para os valores de calor específico e condutividade foi utilizado o valor fornecido pelo fabricante do cano de PVC. Em posse dos parâmetros da Tabela 1 podemos destacar a utilidade do protótipo para ilustrar os processos de troca de calor envolvendo objetos de simetria cilíndrica.

Para encontrar os parâmetros da eq. 2, o ensaio experimental realizado foi aquecer água até o ponto de ebulição, então a água foi colocada no interior do tubo até enchê-lo completamente, o cap com o sensor foi colocado tapando a extremidade aberta. O tubo foi posicionado na horizontal, suspenso pelas extremidades para não haver contato direto com a superfície, e então foi deixado num ambiente cuja temperatura foi monitorada durante todo experimento.

Inicialmente foi necessário aguardar alguns minutos para que o sistema entrasse em equilíbrio térmico, uma vez que a água foi colocada no tubo e ambos apresentavam temperaturas diferentes. Após alguns minutos iniciou-se a coleta de dados que durou uma hora e vinte cinco minutos.

A saída do monitor serial do Arduino nos forneceu o valor da temperatura interna do tubo e o valor da temperatura ambiente, o intervalo de tempo entre cada medida é definido pelo último comando da linha de programa (que pode ser visto no apêndice) que em nosso

caso foi de dois segundos, os valores de temperatura interna do tubo com o tempo podem ser vistos na figura 4:



**Figura 4:** Gráfico da variação de temperatura do fluido no interior do tubo com o tempo.

Utilizando o software OriginPro 8.5, os dados foram ajustados à curva geral de forma  $y = y_0 + ae^{rx}$ , que é a forma de equação que esperamos de acordo com a eq. 6. O ajuste nos forneceu um coeficiente de Pearson de  $r^2 = 0,999$ , mostrando uma excelente correlação entre os dados e o modelo. Os dados retornados pelo ajuste exponencial são mostrados na Tabela 2:

| Parâmetro do Ajuste | Correspondência com a Eq. (4) | Valor Obtido no Ajuste | Valor de Erro        |
|---------------------|-------------------------------|------------------------|----------------------|
| $Y$                 | $T(t)$                        | -                      | -                    |
| $y_0$               | $\theta_2$                    | 26,3                   | 0,1                  |
| $A$                 | $\theta_0 - \theta_2$         | 50,9                   | 0,1                  |
| $R$                 | $-k$                          | -7,8                   | $8,6 \times 10^{-7}$ |

**Tabela 2:** Valores obtidos pelo ajuste das medidas e sua relação com a Eq. (4).

A partir dos dados da Tabela 2 temos os valores de temperatura ambiente, como  $26,3^\circ\text{C}$ , o valor da temperatura inicial da água dentro do tubo  $77,2^\circ\text{C}$  e a constante de resfriamento de  $-7,8\text{s}^{-1}$ . Uma atividade interessante que pode ser desenvolvida com os alunos é utilizar os valores do ajuste para, por exemplo, determinar a temperatura da sala ( $\theta_2$ ). Embora exista um sensor fazendo essa medida, ela pode ser suprimida para que, ao final da etapa de modelagem, seja comparada ao valor lido.

Através desses dados é possível verificar a Lei de resfriamento, além de trabalhar com os alunos as etapas de coleta e tratamento de dados, modelagem matemática e abordar os conceitos fundamentais envolvidos no processo de resfriamento.

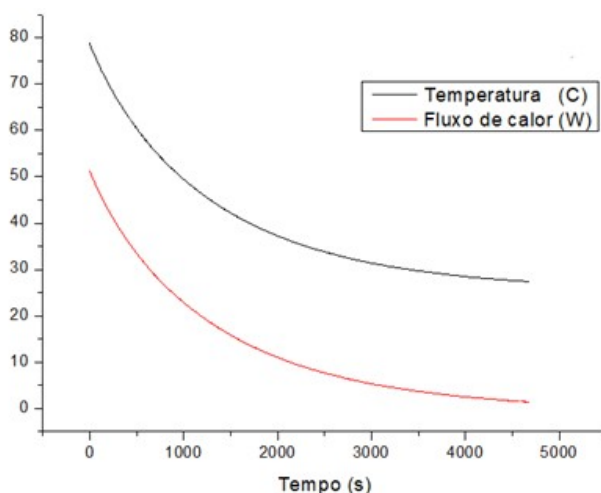
Além dessa potencialidade também é possível explorar as características específicas de como o calor flui do tubo para o ambiente. Podemos utilizar os parâmetros da Tabela 1, na eq. 6 e obter a resistência térmica do tubo, que resulta em  $0,23\text{K/W}$ . Esse valor indica a dificuldade imposta ao fluxo de calor através do tubo. Esse valor pode ser utilizado para

várias aplicações didáticas diferentes, servindo como referência para novos experimentos usando o mesmo protótipo, por exemplo.

Podemos também utilizar o valor de resistência térmica do tubo para obter, através da eq. 6, a variação do fluxo com o tempo, uma vez que conhecemos os valores de temperatura do tubo e do ambiente. Utilizando os mesmos valores obtidos em nosso ensaio experimental, podemos comparar como a taxa de transferência de calor e a temperatura evoluem com o tempo.

Vale ressaltar que a eq. 6 pressupõe um regime estacionário de troca de calor. Esse regime, como mencionado no final da seção II, simplifica a solução do problema da equação de calor, uma vez que fixa as condições de contorno referentes à temperatura ambiente e do objeto. Adotando-se o método das diferenças finitas foi utilizada uma planilha do Excel para calcular o fluxo instantâneo, ou seja, foram utilizados os valores dos parâmetros na equação 6 para calcular o valor de fluxo entre uma medida e sua medida consecutiva, supondo que, para esse pequeno intervalo de tempo, podemos aproximar o problema para o caso estacionário.

Para que esse cálculo possua validade, pelo menos aproximada, o valor da temperatura não deve variar muito entre uma medida e outra. Tomando-se como referência o tempo total de coleta (5100,0 segundos) o recorte de intervalo entre cada medida (2,0segundos) pode ser considerado uma janela de tempo suficientemente pequena (pelo menos para fins didáticos) para discretizar nossos dados, uma vez que essa janela de tempo representa 0,039% do tempo total de resfriamento, o gráfico para os valores de temperatura e do fluxo é mostrado na figura 5:



**Figura 5:** Evolução das grandezas  $\Phi_q$  e  $T$ , mostrados simultaneamente.

A análise do gráfico mostrado na figura 5 pode mostrar com precisão a relação entre as duas grandezas, ficando evidente que a taxas de transferência de calor (equação 6) e de variação da temperatura (equação 1), são diretamente proporcionais à diferença de temperatura do objeto e o ambiente, diferindo apenas pelas constantes envolvidas, como preveem as Leis de Fourier e de Newton, respectivamente. Como já foi calculado anteriormente o valor de  $k$  da Equação 1 e o valor da expressão  $\frac{k2\pi L}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$  da equação 6 são

$7,8s^{-1}$  e  $4,3K/W$ , respectivamente, os valores apresentam uma boa concordância com o esperado teoricamente e ilustram com clareza a influência do termo  $(\theta_1 - \theta_2)$  tanto na taxa de variação de temperatura quanto na variação do fluxo de calor.

Outra possibilidade didática para o protótipo é estimar a quantidade de calor trocada em um período específico de tempo para determinar, por exemplo, a taxa média de energia transferida por unidade de tempo. Para fazer essa estimativa utilizamos a equação 7:

$$Q = mc\Delta T \quad (7)$$

Podemos utilizar os dados da Tabela 1 e calcular o valor da capacidade térmica total do conjunto ( $702,33J/^{\circ}C$ ) e, em posse desse valor, estipular intervalos específicos de tempo para utilizar os valores de temperatura inicial e final e calcular a potência média de transferência de calor, bastando realizar o cálculo da quantidade total de calor perdida (eq. 6) e dividir pelo intervalo de tempo correspondente aos valores de temperatura que foram utilizados. Com essa estratégia podemos observar a clara tendência da diminuição da potência de transferência com o passar do tempo, por exemplo.

## V. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Analisando as informações apresentadas podemos concluir que o objetivo de construir um protótipo com materiais de baixo custo para averiguação da Lei de Fourier, e da Lei do resfriamento, foi atingido com sucesso. O processo de construção como foi relatado pode ser reproduzido sem grandes dificuldades para quem tiver interesse em utilizar-se da experimentação em suas aulas. O custo dos materiais utilizados no projeto, excetuando-se as ferramentas como, por exemplo, cola quente, somam um valor inferior a R\$90,00.

Esse é um fator importante para aqueles que não dispõem de um laboratório estruturado, ou verbas de financiamento, mas, mesmo assim, entendem que a experimentação possui um papel central no ensino de física, em particular, na disciplina de fenômenos dos transportes.

Observando os valores obtidos nos resultados fica claro que o protótipo é capaz de produzir leituras com baixo erro, pelo menos, uma margem muito razoável para propósitos didáticos. Indicando assim que o protótipo pode ser utilizado recursivamente para produzir informações úteis para o professor nos ensaios experimentais.

Outra vantagem da utilização do protótipo reside no fato de que, com ele, é possível trabalhar as situações não estacionárias de fluxo de calor, algo que geralmente não é abordado nos componentes de fenômenos dos transportes com muito detalhamento, em especial por necessitar de técnicas mais avançadas de resolução de EDPs.

**Editora Responsável:** Maria de Fátima Da Silva Verdeaux

## REFERÊNCIAS

ADMIRAL, T. D. Aula experimental remota: determinação do coeficiente de restituição utilizando Arduino. *Revista de Enseñanza de la Física*, v. 34, n. 1, p. 93-100, 2022. doi:

<<https://doi.org/10.55767/2451.6007.v34.n1.37937>>.

ALITOLEF, S. S. *Algumas Aplicações das Equações Diferenciais. Ji Paraná: UNIR, 2011. f. 42.* (Trabalho de Conclusão de Curso) Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Rondônia IFRO, Cacoal, 2019.

CARVALHO, A. M. P.; SASSERON, L. H. Ensino de física por investigação: referencial teórico e as pesquisas sobre as sequências de ensino investigativas. *Ensino em Re-Vista*, v. 22, n. 2, p. 249-266. 2015. doi: <<https://doi.org/10.14393/ER-v22n2a2015-1>>.

GOMES, L. C. A ascensão e queda da teoria do calórico. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*. v. 29, n. 3, p. 1030-1073, 2012. Disponível em: <<https://doi.org/10.5007/2175-7941.2012v29n3p1030>>.

GRIFFITHS, D. J. *Introduction to electrodynamics*. Cambridge, Cambridge University Press, 2017.

GUILHON, I. R. M.; ADMIRAL, T. D. Solução numérica da equação de Laplace através do método da relaxação. *Revista Brasileira de Ensino de Física*. v. 45, n. 1, p. e20220256, 2023. doi: <<https://doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2022-0256>>.

KUHN, T. S. *A estrutura das revoluções científicas*. São Paulo, Ed. Perspectiva. 1998.

MORAES, J. U. P.; SILVA JÚNIOR, R. S. Experimentos didáticos no Ensino de Física com foco na Aprendizagem Significativa. *Latin American Journal of Physics Education*. v. 9, n. 2, p. 2504, 2015.

PIFER, A.; AURANI, K. M. A teoria analítica do calor de Joseph Fourier: uma análise das bases conceituais e epistemológicas. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 37, n. 1. p. 1603, 2015. doi: <<https://doi.org/10.1590/S1806-11173711681>>.

SANTOS, S. B.; FABIAN, E. M. Índice de reprovação em mecânica dos Fluidos na Engenharia Mecânica da UFMT. *Brazilian Journal of Development*. v. 6, n. 9, p. 68596-68606, 2020. doi: <<https://doi.org/10.34117/bjdv6n9-342>>.

SARTORELLI, J. C.; SOSOUME, Y.; YOSHIMURA, E. M. A Lei de Resfriamento de Newton Introdução às Medidas em Física - Parte II. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 21, n. 1, P. 116-121, 1999.

SÉRÉ, M. G.; COELHO, S. M.; NUNES, A. D. O papel da experimentação no ensino da física. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*. v. 20, n. 1, P. 30-42, 2003.

SILVA, S. L. L. A primeira Lei de Newton: uma abordagem didática. *Revista Brasileira de Ensino de Física*. v. 40, n. 3, p. e3001, 2018. doi: <<https://doi.org/10.1590/>



1806-9126-RBEF-2018-0015>.

---

## APÊNDICE

### CÓDIGO DO ARDUÍNO

```
#include <OneWire.h>
#include <DallasTemperature.h>
#define PINO_SENSOR1 2
#define PINO_SENSOR2 3
OneWire oneWire1(PINO_SENSOR1);
OneWire oneWire2(PINO_SENSOR2);
DallasTemperature sensor1(&oneWire1);
DallasTemperature sensor2(&oneWire2);
void setup() {
    Serial.begin(9600);
    sensor1.begin();
    sensor2.begin();
}
void loop() {
    sensor1.requestTemperatures();
    sensor2.requestTemperatures();
    float temperatur1 = sensor1.getTempCByIndex(0);
    float temperatura2 = sensor2.getTempCByIndex(0);
    Serial.print(temperatur1);
    Serial.print(";");
    Serial.println(temperatura2);
    delay(2000);
}
```