

EFEITOS DE APRENDIZAGEM NA ASSOCIAÇÃO DE CONCEITOS: UM ESTUDO COM ESCALONAMENTO MULTIDIMENSIONAL

LEARNING EFFECTS IN CONCEPT ASSOCIATION: A STUDY WITH MULTIDIMENSIONAL SCALING

HYAGO RIBEIRO TORRES FELIX¹, GEOVANI FERREIRA BARBOSA¹, JUSCIANE DA COSTA E SILVA¹, GUSTAVO DE OLIVEIRA GURGEL REBOUÇAS¹, CARLOS ALBERTO DOS SANTOS¹

¹Universidade Federal Rural do Semiárido,
Departamento de Ciências Naturais, Estatística e Matemática,
cas.ufrgs@gmail.com

Resumo

Apresenta-se neste trabalho um estudo para investigar efeitos de aprendizagem na associação de conceitos científicos. No experimento, alunos do ensino médio trabalharam com organizadores prévios, conforme proposição de Ausubel, e com uma placa Arduino para a execução de músicas por eles programadas. Testes de Associação Numérica de Conceitos (TANC), aplicados antes e depois da intervenção didática não convencional, foram analisados com o programa de escalonamento multidimensional ALSCAL, disponível no pacote de estatística SPSS. Os resultados sugerem fortemente que o TANC é sensível às alterações da estrutura cognitiva dos alunos, e que o ALSCAL é capaz de extrair informações estruturais dos testes.

Palavras-chave: teste de associação de palavras; TANC; escalonamento multidimensional; acústica; Arduino.

Abstract

This work presents a study to investigate learning effects in the association of scientific concepts. In the experiment, high school students worked with previous organizers, as proposed by Ausubel, and with an Arduino board to play songs they programmed. Numerical Association of Concepts Tests (TANC), applied before and after the unconventional didactic intervention, were analyzed with the multidimensional scaling program ALSCAL, available in the SPSS statistics package. The results strongly suggest that TANC is sensitive to changes in students' cognitive structure, and that ALSCAL is capable of extracting structural information from tests.

Keywords: *word association tests, TANC; multidimensional scaling; acoustics; Arduino.*

I. INTRODUÇÃO

Já faz mais de um século que testes de associação de palavras vêm sendo usados em estudos de comportamentos psicológicos (MOORE; GILLILAND, 1921; SMITH, 1922) e cognitivos (BROWN; BERKO, 1960; DEESE, 1959; MCGEHEE, 1937). A partir dos anos 1960 esses testes passaram a ser usados na pesquisa em ensino de física (JOHNSON, 1964, 1967; SHAVELSON, 1973), com uma abordagem computacional inovadora, cujos fundamentos foram apresentados em 1952 (TORGERSON, 1952). Os fundamentos elaborados por Torger-son (TORGERSON, 1952) foram posteriormente colocados no cenário computacional que hoje conhecemos (KRUSKAL, 1964; SHEPARD, 1962a, b), e que deu origem a uma miríade de programas computacionais genericamente conhecidos na literatura internacional como Multidimension Scaling (MDS). Uma revisão muito antiga, mas que ainda hoje consideramos uma das mais relevantes, foi apresentada por Michael Subkoviak em 1975 (SUBKOVIK, 1975).

No Brasil a técnica é conhecida como Escalonamento Multidimensional (DOS SANTOS; MOREIRA, 1991), mas usaremos aqui a sigla MDS para facilitar o referenciamento na literatura internacional. As primeiras aplicações ao ensino de física da versão que hoje conhecemos da técnica foram realizadas simultaneamente, na segunda metade dos anos 1970, no Instituto de Educação da Washington University (Missouri, EUA) (THRO, 1978) e no Instituto de Física da UFRGS (DOS SANTOS, 1978; DOS SANTOS; MOREIRA, 1979; DOS SANTOS; MOREIRA, 1980). Trabalhos publicados anteriormente usaram testes de associação de palavras, mas não usaram MDS (JOHNSON, 1964, 1967; SHAVELSON, 1973, 1974a). É importante notar que o surgimento e crescimento dessa área de pesquisa se deu justamente no período do crescimento das teorias de aprendizagem cognitivistas. Como veremos mais adiante, os dois movimentos têm forte relação.

O uso de MDS exige recursos computacionais avançados (COXON, 1982; YOUNG, 1987), que só foram incorporados no pacote Statistical Package for the Social Science (SPSS), no final dos anos 1990 (DUNN-RANKIN et al., 2004). Talvez isso explique o grande crescimento de documentos recuperados pelo Google Acadêmico depois de 2000 (Figura 1).

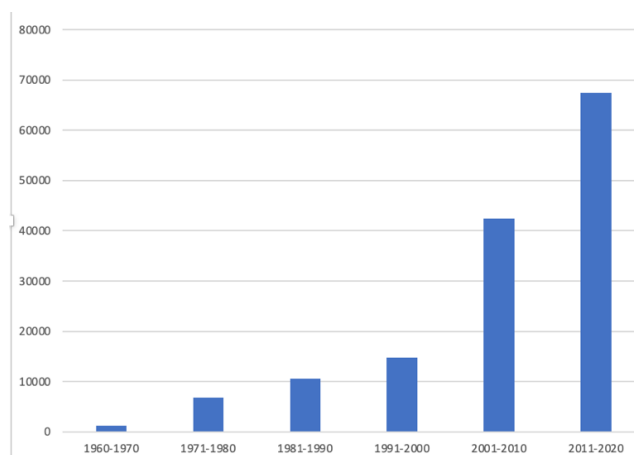


Figura 1: Número de documentos recuperados pelo Google Acadêmico, entre 1960 e 2000, para a sentença de busca multidimensional scaling.

No curso de uma intervenção didática na área de acústica para o ensino médio (EM), observamos resultados muito interessantes com um teste de associação de conceitos analisado com um programa que utiliza os algoritmos ALSCAL e INDSCAL (CARROLL; CHANG, 1970; TAKANE; YOUNG; DE LEEUW, 1977; YOUNG; TAKANE; LEWYCKYJ, 1978). Pela quantidade e qualidade desses resultados, consideramos que eles devem ser publicados à parte da publicação da intervenção didática propriamente dita.

Na próxima seção apresentaremos uma breve revisão da literatura a respeito da relação entre testes de associação de palavras, que passaremos a denominar testes de associação de conceitos, e as ideias correntes a respeito da estrutura cognitiva. Em seguida faremos, também de forma breve, uma revisão da literatura contemporânea pertinente à grande área denominada escalonamento multidimensional, ou MDS, na sigla em inglês. As três últimas seções do artigo referem-se aos resultados que obtivemos nos últimos meses.

II. ASSOCIAÇÃO DE CONCEITOS E ESTRUTURA COGNITIVA

Depois dos estudos de Piaget, o principal modelo funcional da estrutura cognitiva foi apresentado por Ausubel (AUSUBEL, 1970; AUSUBEL; FITZGERALD, 1961; AUSUBEL, 1960). Embora tenha contribuído significativamente com reflexões em torno da aprendizagem a partir de ideias cognitivistas, e por isso seja uma referência importante nessa área, Bruner (BRUNER, 1960, 1984) não elaborou um modelo de estrutura cognitiva tão funcional quanto o de Ausubel. A literatura brasileira sobre a teoria de Ausubel é imensa, sendo os trabalhos de Moreira (MOREIRA, 1979; MOREIRA, M. A., 2010) os mais importantes, razão pela qual apresentaremos aqui apenas a ideia básica do que Ausubel entende por estrutura cognitiva (AUSUBEL; FITZGERALD, 1961):

Por estrutura cognitiva entende-se a organização, estabilidade e clareza de conhecimento de um indivíduo em um determinado campo do conhecimento

(...). No sentido mais geral e de longo prazo, as variáveis da estrutura cognitiva referem-se à influência de propriedades organizacionais significativas na aquisição de conhecimento nesta área disciplinar (...). No sentido mais específico e de curto prazo, as variáveis de estrutura cognitiva referem-se aos efeitos das propriedades organizacionais apenas dos conceitos imediatamente (ou próximos) relevantes dentro de um determinado campo de assunto sobre a aprendizagem e retenção de pequenas unidades do referido assunto. [Tradução nossa].

Por trás dessa fundamentação, está a icônica frase de Ausubel: de todos os fatores que influem na aprendizagem, o mais importante é o que o aluno já sabe; averigüe-se isso e ensine-se de acordo (MOREIRA, 2017). Esse princípio basilar de Ausubel coloca uma séria questão para o professor. O que significa averiguar o que o aluno já sabe? Muitos supõem que a averiguação se dá no nível do conhecimento, como visto pelos usuais exames escolares. Outros tentam examinar o domínio de subsunçores (AUSUBEL, 1962) relevantes, pertinentes ao conteúdo a ser ensinado, ou examinar a existência de concepções alternativas (HAMMER, 1996). Outras tentativas de acesso à estrutura cognitiva são discutidas por Tsai e Huang (TSAI; HUANG, 2002). Entre essas alternativas vamos nos concentrar no uso de testes de associação de conceitos.

São dois os principais testes de associação de conceitos reportados na literatura: teste de associação escrita de conceitos (TAEC) (DOS SANTOS; MOREIRA, 1979b; GARSKOF; HOUSTON, 1963) e teste de associação numérica de conceitos (TANC)(DOS SANTOS; MOREIRA, 1979b; SUBKOVIK; ROECKS, 1976). Este último, que foi utilizado no presente estudo, consiste simplesmente em associar um valor em uma escala Likert, aos diversos pares de conceitos. Para N conceitos, existem $N(N-1)/2$ pares, supondo-se que a similaridade entre conceitos A e B é igual à similaridade entre B e A . A literatura apresenta o uso de escalas Likert com diferentes números de alternativas, de 3 a 9. Por conter um ponto médio na escala, e por apresentar bom nível de confiabilidade, decidimos usar a escala com 9 alternativas (CHYUNG et al., 2017; PRESTON; COLMAN, 2000).

Shavelson foi um dos primeiros estudiosos a explicitamente usar testes de associação de conceitos para investigar a estrutura cognitiva em física, no início dos anos 1970 (SHAVELSON, 1972, 1974b, a). Por trás dessa linha de pesquisa, está a questão inicialmente levantada por Shavelson (SHAVELSON, 1972): Até que ponto a estrutura da memória do aluno, após a aprendizagem, corresponde à estrutura do material instrucional? [Tradução nossa]. Inúmeros trabalhos vêm apresentando resultados favoráveis à ideia de que essa correspondência pode ser examinada a partir de testes de associação de conceitos (GEESLIN; SHAVELSON, 1975; GLINER, 1981; MOREIRA; DOS SANTOS, 1981; THRO, 1978).

A partir do final dos anos 1950, os resultados obtidos com os testes de associação de palavras (no caso do ensino de ciências usamos a denominação associação de conceitos) passaram a ser analisados com técnicas de MDS, inicialmente introduzidas por Torgerson, no início da década (TORGERSON, 1952), e aperfeiçoadas por diversos de seus seguidores (KRUSKAL, 1964; SHEPARD, 1962b, a; SUBKOVIK, 1975). Foram os notáveis resultados obtidos com diferentes tipos de estímulos sensoriais e psicológicos que induziram o uso dos testes e da MDS no ensino de conceitos físicos (DOS SANTOS, 1978). Antes de apresentarmos

uma revisão da MDS, talvez seja interessante relatar um desses resultados seminais obtidos Peter Bricker e Sandra Pruzanski nos laboratórios da Bell (BRICKER; PRUZANSKY, 1970). Eles produziram 24 tons audíveis (4 frequências, 3 percentagens de modulação e dois tipos de onda, senoidal e quadrada). Os 24 tons foram apresentados a 20 funcionários da Bell. Depois eles foram informados de que ouviriam os 552 pares de tons e deveriam atribuir um valor entre 0 e 9 conforme a similaridade entre os tons. 0 para tons iguais e 9 para tons completamente diferentes. Cada tom era ouvido durante 1 segundo, com um segundo de intervalo entre eles. Depois do segundo tom, os respondentes tinham 3 segundos para dar a resposta. Bricker e Pruzanski analisaram os resultados com o programa MDSCAL (DOS SANTOS; MOREIRA, 1991), usando um espaço euclidiano tridimensional. O processo de ajuste resultou na identificação da dimensão 1 com a frequência, a dimensão 2 com a percentagem de modulação, e a dimensão 3 com a forma de onda. Portanto, neste, como em tantos outros casos relatados na literatura (DOS SANTOS, 1978) a respeito de estímulos psicológicos e sensoriais, testes de associação de palavras e métodos computacionais MDS permitem a identificação das características físicas dos estímulos.

III. ESCALONAMENTO MULTIDIMENSIONAL

Dado um mapa geográfico, com as cidades sinalizadas por pontos, é fácil obter a tabela de distâncias entre todas as cidades marcadas no mapa. Basta usar uma régua e a escala com a qual o mapa foi desenhado. Já o problema inverso, ou seja, desenhar o mapa apenas a partir da tabela de distâncias, não tem uma solução tão simples. Na verdade, a solução é bastante complexa. Foi para resolver esse tipo de problema que a técnica de escalonamento multidimensional foi criada nos anos 1960.

A partir do trabalho seminal de Shepard (SHEPARD, 1962a, b), diversos algoritmos foram desenvolvidos nos anos seguintes, começando por aqueles elaborados por Kruskal (KRUSKAL, 1964), Guttman (GUTTMAN, 1968) e Carrol e Chang (CARROLL; CHANG, 1970). Revisões desses algoritmos são apresentadas em (DOS SANTOS, 1978; DOS SANTOS; MOREIRA, 1979a, 1991; HOUT; PAPESH; GOLDINGER, 2013; SUBKOVIK, 1975). No final dos anos 1990, vários desses algoritmos foram incorporados ao pacote de estatística SPSS (Statistical Package for the Social Science). Trabalhos recentes realizados no Brasil, com o uso do SPSS na área do ensino de ciências, foram relatados em (GRECA; MOREIRA, 2011; HILGER; MOREIRA, 2013; NASCIMENTO et al., 2019).

No presente trabalho usamos um procedimento disponível no SPSS, que utiliza os algoritmos ALSCAL e INDSCAL (CARROLL; CHANG, 1970; GIGUÈRE, 2006; TAKANE; YOUNG; J. DE LEEUW, 1977; YOUNG; TAKANE; LEWYCKYJ, 1978). Conforme consta da literatura apresentada até aqui, o procedimento tem como objetivo básico o mesmo de todos os algoritmos MDS. Ou seja, determinar a configuração geométrica que melhor se ajusta a um conjunto de medidas de proximidade (similaridade ou dissimilaridade).

São inúmeros os modelos de algoritmos de MDS. Os clássicos são aqueles que ajustam os dados de uma única matriz (KRUSKAL, 1964; SHEPARD, 1962a, b; TORGERSON, 1952), mas os mais usados são aqueles que ajustam várias matrizes, e são genericamente denominados algoritmos de análise individual (CARROLL; CHANG, 1970; TAKANE; YOUNG; J. DE LEEUW, 1977; YOUNG; TAKANE; LEWYCKYJ, 1978). Além disso, os algoritmos dividem-se

em outras duas grandes categorias: métricos e não métricos. Como sugere o nome, os algoritmos métricos usam os valores das medidas de proximidade no processo de ajuste. Neste sentido, eles são similares aos algoritmos de ajuste de dados experimentais usados nas ciências da natureza e na engenharia. Mas, os mais usados são os não métricos, que só necessitam da ordenação das medidas de proximidade para determinar a configuração que as represente. Mesmo alguns algoritmos métricos ordenam as medidas e usam estratégias dos algoritmos não métricos. Entre os algoritmos não métricos, talvez o mais famoso seja o MDSCAL (MultiDimensional SCALing), elaborado por Kruskal (KRUSKAL, 1964), que inspirou quase todos os algoritmos desenvolvidos nas décadas de 1960-1970.

O princípio básico desses algoritmos é quase sempre o mesmo. A diferença entre eles consiste essencialmente nas estratégias matemáticas e computacionais para a obtenção da configuração (d_{ij}) que melhor se ajusta às medidas de similaridade (s_{ij}). Geralmente essa configuração é obtida em um espaço euclidiano que pode ter qualquer dimensão, R , não apenas bidimensional, de modo que:

$$d_{ij} = \sqrt{\sum_{r=1}^R (x_{ir} - x_{jr})^2} \quad (1)$$

O critério de ajuste é definido pela função stress, S , assim definida por Kruskal:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i<j} (d_{ij} - \hat{d}_{ij})^2}{\sum_{i<j} d_{ij}^2}} \quad (2)$$

onde, \hat{d}_{ij} são números monotonicamente relacionados a s_{ij} . Ou seja, se $s_{ij} < s_{kl}$, então $\hat{d}_{ij} < \hat{d}_{kl}$. Para obter a melhor configuração o algoritmo deve minimizar a função S . Esse é um processo similar ao método dos mínimos quadrados, muito conhecido por quem trabalha com ajustes de dados experimentais.

Vamos tentar entender esse princípio básico a partir de um resultado intuitivamente simples. Embora nos casos reais, o ajuste possa ser feito em várias dimensões, para simplificar vamos considerar um ajuste bidimensional. Montamos uma matriz com as distâncias aéreas entre 20 capitais brasileiras, disponíveis em <<https://goodway.com.br/distancias.htm>>, e a ajustamos com o ALSCAL/INDSCAL disponível no SPSS. Como era de se esperar, obtivemos o mapa do Brasil (Figura 2).

A superposição dos pontos obtidos sobre o mapa real, coincidindo com as localizações das capitais, nem sempre é imediata. Na verdade, quase nunca é imediata. Há que se fazer dois tipos de operações geométricas para que o mapa obtido coincida com o mapa real: dilatar (encolher) e girar o mapa obtido, até que os pontos de um fiquem sobre, ou muito próximos dos pontos do outro. Essas operações não alteram o ordenamento das proximidades. Portanto, as soluções de MDS são invariantes frente a essas operações. Tudo o que precisa ser preservado é o ordenamento das proximidades.

Esse exemplo ilustra a capacidade do algoritmo em representar corretamente uma configuração geométrica de N pontos, a partir das $N(N-1)/2$ distâncias entre eles. Mas sempre poderá haver dúvida se no caso de estímulos sensoriais, psicológicos ou cognitivos, a representação geométrica corresponde de fato às medidas de similaridade. Ou seja, haverá



Figura 2: Parte do mapa do Brasil obtido com o ALSCAL/INDSCAL a partir das distâncias aéreas entre 20 capitais.

diferença entre essa representação e uma gerada aleatoriamente? Um mapa conceitual obtido com uma matriz aleatória é apresentado na Figura 3. Mostraremos mais adiante, que ao contrário desse mapa aleatório, todos os mapas obtidos com o TANC apresentam de um modo ou de outro, uma configuração consistente com a estrutura do conteúdo abordado em sala de aula.

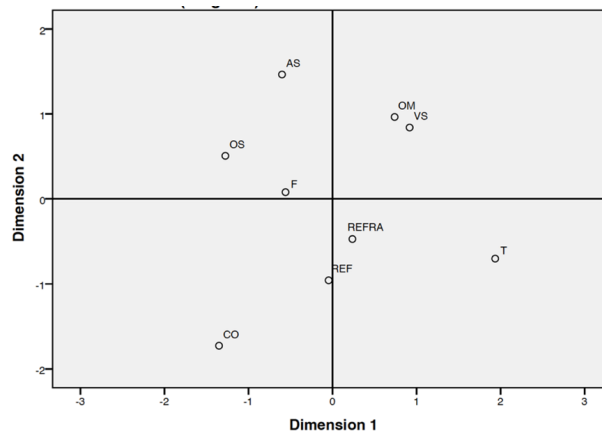


Figura 3: Mapa obtido com uma matriz aleatória.

Como o algoritmo chega às soluções apresentadas nas Figuras 2 e 3? O procedimento envolve quatro etapas. Supondo que a matriz de proximidade tenha $N(N-1)/2$ células, correspondendo às proximidades de N objetos, o algoritmo procede assim (SUBKOVIK, 1975):

1. Inicia com uma configuração arbitrária;

2. Calcula as distâncias entre todos os pontos da configuração (eq. 1) e as coloca em ordem crescente;
3. Calcula a função stress (eq. 2);
4. Volta à etapa 1 e rearranja a configuração de modo a diminuir o valor de S. Para obter a monotonicidade e melhorar o ajuste, pontos que estão mais distantes, quando comparados com a medida de similaridade, devem ser aproximados, e pontos que estão mais próximos do que a medida de similaridade sugere devem ser afastados.

As etapas 1-4 são repetidas diversas vezes, até que a diminuição do valor de S é irrelevante. No ALSCAL/INDSCAL, o processo é interrompido quando o decréscimo em S é da ordem de 0,00001. A Figura 4 ilustra o processo de variação das distâncias para atender à monotonicidade. A Figura 4a ilustra o caso de uma relação monotônica perfeita, quase impossível de se obter em casos reais. Na fase do processo de ajuste representada pela Figura 4b, para diminuir o valor de S, os pontos (3,4) e (1,2) devem ser aproximados, enquanto (1,3) e (1,4) devem ser afastados.

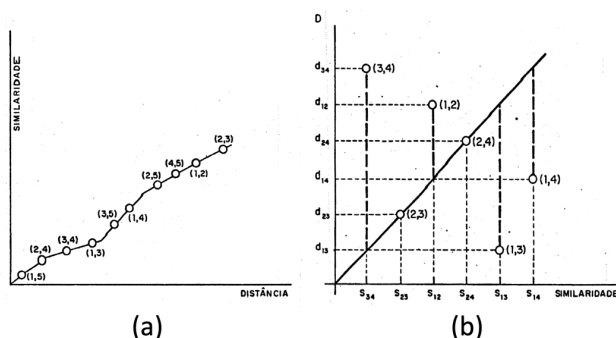


Figura 4: Mapa obtido com uma matriz aleatória.

No caso dos algoritmos de análise individual, como ALSCAL e INDSCAL, obtém-se um espaço euclidiano para cada sujeito responsável pelas medidas de proximidade. Como cada indivíduo tem seus critérios de avaliação das proximidades, obtém-se um espaço euclidiano ponderado. Ou seja, para cada indivíduo k , obtém-se uma configuração de pontos cujas distâncias euclidianas entre os pontos i e j , d_{ij}^k , são dadas por:

onde w_{kr} representa o peso, ou importância, que o sujeito k atribui à dimensão (ou fator) r . Neste caso, a função que o programa ajusta é similar ao stress definido por Kruskal, e tem a seguinte forma, para uma amostra de m sujeitos:

$$d_{ij}^k = \sqrt{\sum_{r=1}^R w_{kr} (x_{ir} - x_{jr})^2} \quad (3)$$

O procedimento ALSCAL/INDSCAL do SPSS fornece a matriz de estímulos correspondente a uma espécie de média do grupo de respondentes, e um gráfico dos pesos dos

respondentes. Para obter o mapa individual de cada respondente é necessário rodar as matrizes individualmente, conforme veremos a seguir.

$$f(X_1, \dots, X_m) = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \sum_{i < j}^n w_{ij}^k [\delta_{ij}^k - d_{ij}^k]^2 \quad (4)$$

O procedimento ALSCAL/INDSCAL do SPSS fornece a matriz de estímulos correspondente a uma espécie de média do grupo de respondentes, e um gráfico dos pesos dos respondentes. Para obter o mapa individual de cada respondente é necessário rodar as matrizes individualmente, conforme veremos a seguir.

IV. METODOLOGIA DO PRESENTE ESTUDO

O estudo foi realizado em uma turma do 3^o Ano do Ensino Médio, em uma escola do Ceará, com baixo Indicador de Nível Sócio-Econômico (INSE). A turma era composta por 22 homens e 11 mulheres, na faixa etária entre 17 e 19 anos de idade. Em novembro de 2022 eles tiveram cinco aulas convencionais sobre fenômenos ondulatórios básicos e fisiologia do som, com o uso do livro-texto da escola (PIETROCOLA et al., 2016). Em junho de 2023 eles responderam um TANC com nove conceitos (onda sonora=OS, onda mecânica=OM, timbre=T, frequência=F, comprimento de onda=CO, reflexão=REF, amplitude do som=AS, velocidade do som=VS e refração=REFRA) e escala Lickert de nove pontos. Daqui por diante esse teste será denominado pré-teste. O Quadro 1 apresenta as instruções e uma parte do TANC.

Entre agosto e setembro de 2023 eles tiveram quatro aulas com textos ausubelianos sobre acústica e música. Neste trabalho não discutiremos os procedimentos didáticos nessa intervenção, denominada daqui por diante como intervenção didática teórica (IDT). Ao final da IDT eles responderam novamente o TANC, denominado teste pós-IDT. No final de setembro eles tiveram quatro aulas sobre o funcionamento do Arduino, montagem de um teclado de piano e programação de algumas músicas. Durante essa etapa voltaram a abordar os conceitos de acústica, no contexto de uma prática musical. Essa etapa será denominada intervenção didática experimental (IDE). Ao final da IDE eles responderam, pela terceira vez o TANC, aqui denominado teste pós-IDE.

As intervenções didáticas IDT e IDE serão apresentadas em outra oportunidade. O objetivo do presente estudo é investigar se a apropriação conceitual em determinada intervenção didática pode ser identificada por meio do TANC, quando tratado com o ALSCAL/INDSCAL. A turma foi submetida a três intervenções didáticas diferentes, com a realização do TANC após cada uma. A questão que se pretende analisar é: os resultados do TANC dependem dessas intervenções?

Utilizaremos como referencial, os resultados obtidos com a aplicação do TANC a quatro professores de física. Três desses professores são doutores em física da matéria condensada, mas não têm a acústica como área de pesquisa, nem têm experiência didática no EM. O outro respondente é professor do EM e mestrando no MNPEF-UFERSA. É o responsável pela aplicação das intervenções didáticas.

Geralmente, os ajustes com MDS são realizados em um espaço bidimensional, mas

eventualmente são apresentados ajustes tridimensionais, e raramente apresenta-se na literatura ajustes com dimensões superiores a três. Alguns critérios para a determinação da dimensão mais apropriada são apresentados em (DOS SANTOS, 1978). Dependendo dos dados, um exame simples dos mapas obtidos permite a escolha da dimensão. Nos resultados obtidos no presente estudo, verificamos que ajustes tridimensionais não fornecem informações além daquelas obtidas com os ajustes bidimensionais. Além disso, para uma análise tridimensional, o número mínimo de pontos deve ser 13. Resultados empíricos têm mostrado que $N=4r+1$ (SUBKOVIK, 1975). Portanto, para $N=9$, $r=2$.

Outra questão importante refere-se ao significado das dimensões. No exemplo mencionado acima, com os resultados obtidos por Bricker e Pruzanski (BRICKER; PRUZANSKY, 1970), os estímulos (tons) utilizados no TANC tinham parâmetros físicos bem definidos: frequência, percentagem de modulação e tipo de onda, e o ajuste com o MDSCAL mostrou claramente que as três dimensões estavam associadas a esses parâmetros físicos. No caso de conceitos psicológicos e científicos, a complexa relação entre eles dificulta, quando não inviabiliza, a identificação do significado das dimensões. Ou seja, em muitos desses casos mais complexos, as dimensões não passam de artefatos computacionais para a obtenção da configuração. Por causa disso, decidimos usar uma metáfora topológica para interpretar os resultados obtidos neste trabalho. Em vez de $dim1$ versus $dim2$, usamos os pontos cardiais, Norte, Sul, Leste e Oeste.

V. RESULTADOS

V.1. Mapas dos professores

Os mapas dos professores são apresentados na Figura 5. A Figura 5b indica que o prof3 tem critérios para associar os conceitos, diferentes daqueles usados pelos outros professores. Tudo indica que esse resultado tem a ver com o fato de que o prof3 é professor do EM e responsável pela aplicação das intervenções didáticas, enquanto os outros três professores são doutores em física, mas não têm experiência didática em ondulatória e acústica no EM. Por outro lado, ao longo de sua vida acadêmica, da graduação ao doutorado, passando pelo mestrado, cada um desses professores tem contato com os conceitos ondulatórios em diferentes perspectivas. O espectro eletromagnético, as noções de física atômica e o estudo de diferentes abordagens da teoria ondulatória levam esses professores a considerarem os conceitos de frequência e comprimento de onda como intercambiáveis. Portanto, enquanto muitos que estudam ondulatória pela primeira vez associam velocidade, frequência e comprimento de onda por meio da relação fundamental,

$$v = \lambda f \quad (5)$$

aqueles que têm a oportunidade de estudos mais aprofundados apropriam-se da ideia da intercambialidade entre frequência e comprimento de onda. Essa talvez seja a razão pela qual esses três conceitos formam um triângulo no mapa do prof3 (Figura 5c) e são superpostos no mapa do prof4 (Figura 5d). Essa noção de intercambialidade não se apresenta no caso dos alunos, como veremos mais adiante. As topologias dos mapas de alguns alunos são

similares àquela apresentada no mapa do prof3. A topologia do mapa geral (Figura 5a) permite distinguir três grupos de conceitos. O primeiro resulta da eq. 5 (F, CO, VS)¹. O segundo grupo tem a ver com a acústica e a fisiologia do som: (T, OS, OM, AS). O terceiro grupo (F, AS, T) tem a ver com a definição de timbre, a característica do som que nos permite distinguir dois sinais com mesma frequência e mesma amplitude, mas produzidos por fontes sonoras diferentes. Em muitos mapas, REFRA fica próximo a VS, e deve ter a ver com a lei da refração,

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (6)$$

onde $n_1 = \frac{c}{v_1}$ e $n_2 = \frac{c}{v_2}$.

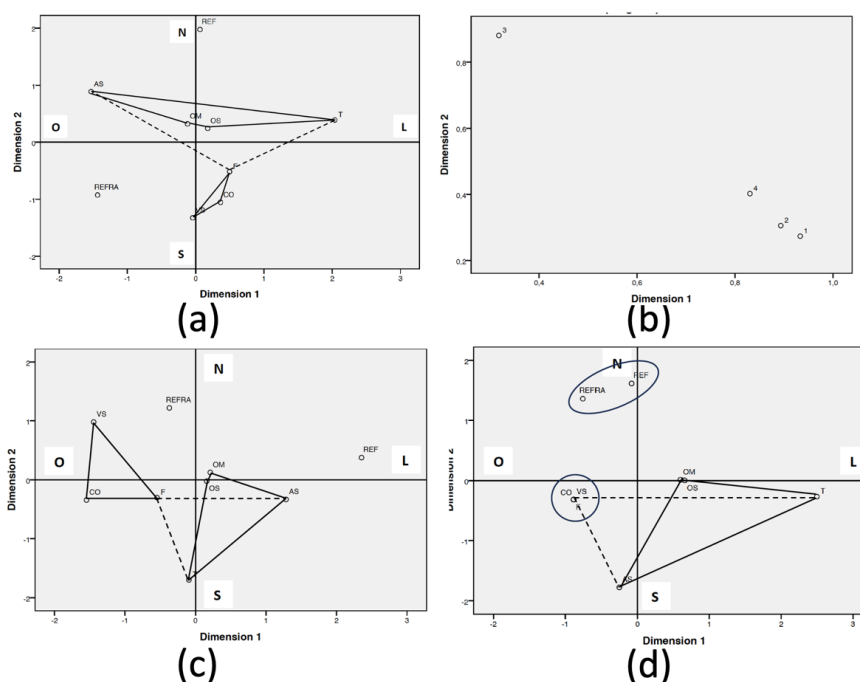


Figura 5: (a) Mapa dos professores; (b) mapa dos pesos; (c) mapa do prof3; (d) mapa do prof4.

Finalmente, as posições relativas de REF e REFRA merecem uma discussão mais detalhada. O fato de que os fenômenos de reflexão e refração não compartilham explicitamente quaisquer conceitos apresentados no TANC, pode justificar a grande separação observada em alguns mapas, de professores e alunos. Por outro lado, os casos nos quais esses conceitos estão próximos (Figura 5d) podem refletir duas coisas: simplesmente uma associação semântica, ou a percepção de que são fenômenos observados em todos os tipos de onda.

V.2. Mapas dos alunos: pré-teste

O mapa dos alunos obtido com o pré-teste é exibido na Figura 6a, enquanto os pesos dimensionais são exibidos na Figura 6b. Comparando as figuras 5a e 6a, percebe-se que os alunos apresentam critérios diferentes daqueles apresentados pelos professores para

¹Essa ordem não é arbitrária. Ele segue o sentido horário na figura geométrica formada pelos conceitos. Isso é relevante do ponto de vista topológico e da invariância frente a rotações. Observe que a ordem dos conceitos no grupo (T, OS, OM, AS) obedece a esse critério topológico.

a associação de conceitos. O grupo (REF, REFRA) talvez seja devido a uma associação semântica, assim como o grupo (OM, CO, OS). Já o grupo (F, T, AS) talvez seja resquício das aulas que tiveram sobre fisiologia do som seis meses antes da aplicação do TANC. É de se observar que o conceito VS está claramente isolado dos outros conceitos, sobretudo de F e CO.

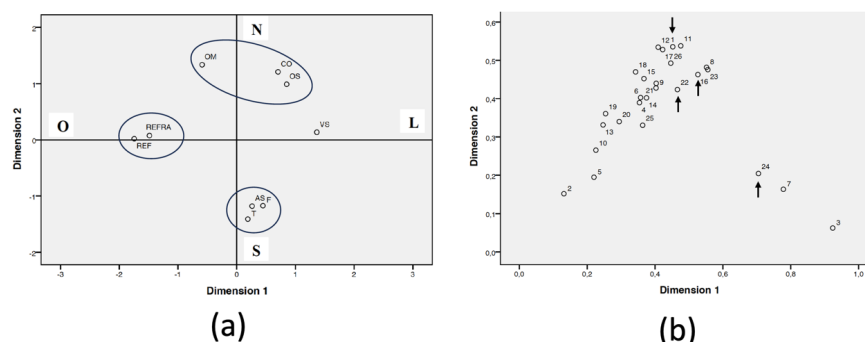


Figura 6: (a) Mapa dos alunos obtido com o pré-teste; (b) Distribuição de pesos dimensionais.

Na Figura 6b, quatro alunos estão sinalizados. Eles foram selecionados pelo professor responsável pela aplicação da intervenção didática, de acordo com seus rendimentos escolares (exames usuais) e participações em sala de aula ao longo da aplicação do produto educacional. A Figura 6b sugere que os alunos 1, 16 e 22 usam critérios similares para definir a associação entre os conceitos apresentados no TANC, enquanto o aluno 24, por ter peso na dimensão 1 o triplo daquele atribuído à dimensão 2, deve usar critérios diferentes. Ao analisarmos os resultados do pré-teste, seria interessante averiguarmos o quanto as diferenças nos pesos influenciam as estruturas topológicas, como mostradas na Figura 7. À primeira vista, são quatro mapas topologicamente diferentes. Nenhum deles pode ser obtido a partir de qualquer outro por operações de rotação. Há marcas de aprendizagem de quando estudaram o assunto seis meses antes, mas cada um apresenta essas marcas de modo diferente. Então, qual é o efeito dos pesos na topologia dos mapas?

Começamos pelo mapa do aluno 22, o mais diferente de todos. Tudo indica que o critério semântico foi preponderante na associação dos conceitos. As equações 5 e 6 não parece fazer parte do critério usado pelo aluno. A forte similaridade entre timbre a amplitude do som, provavelmente venha do senso comum. Se viesse da definição de timbre, o conceito de frequência deveria estar mais próximo do par (T, AS). A formação do grupo (F, VS, OS) também deve ter sido orientada por critérios semânticos. Portanto, para usar uma definição simples, podemos dizer que este é um mapa preponderantemente semântico.

Também o aluno 1 (Figura 7a) apresenta forte componente semântica, embora critérios científicos tenham orientado a formação de alguns grupos. Por exemplo, os conceitos pertinentes ao som estão todos agrupados no centro do mapa, enquanto o conceito de onda mecânica parece não fazer parte da área de estudo. Os conceitos de frequência e amplitude do som estão mais próximos ao comprimento de onda do que ao timbre, o que sugere prioridade semântica na associação de conceitos. No entanto, a eq. 5 está presente nas proximidades de F, VS e CO. Portanto, o mapa do aluno 1 pode ser classificado como um mapa semântico, com elementos de um mapa científico.

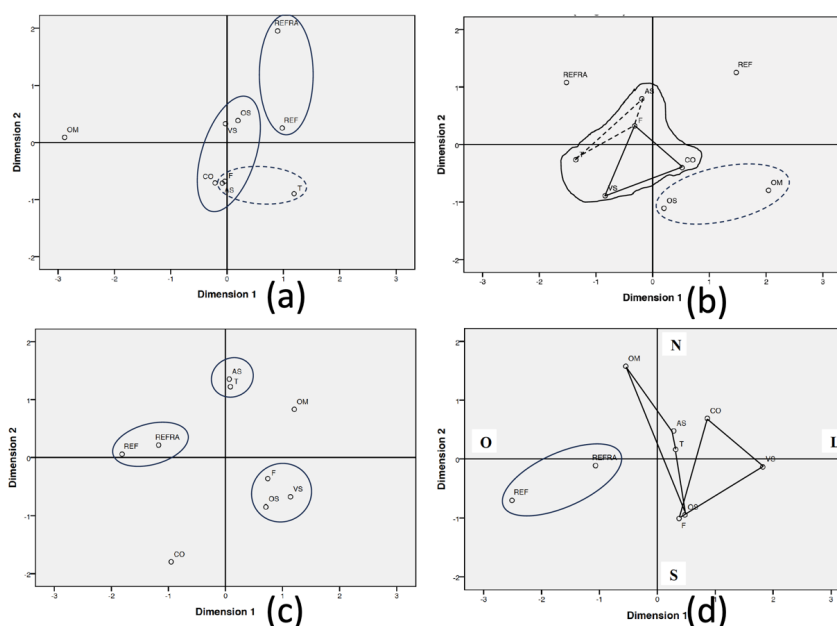


Figura 7: (a) mapa do pré-teste do aluno 1; (b) mapa do pré-teste do aluno 16; (c) mapa do pré-teste do aluno 22; (d) mapa do pré-teste do aluno 24.

Os alunos 16 e 24, estão entre aqueles com melhor rendimento escolar, mas também foram os alunos que mais participaram das atividades em sala de aula. Suas estruturas mentais, anteriores às intervenções didáticas, são similares àquela apresentada pelo professor responsável pela disciplina (Figura 5c). Os dois mapas apresentam os mesmos grupos: (F, CO, VS), (F, AS, T) e (T, OS, OM AS). Uma rotação L-N-O proporciona a congruência entre os grupos (F, CO, VS) do aluno e do professor. Os grupos (F, AS, T) e (T, OS, OM, AS) dos alunos ficam com topologias similares às do professor por meio de uma rotação S-O. Um aspecto notável nessas semelhanças é que os grupos (F, AS, T) e (F, CO, VS) são contíguos em ambos os mapas, e formam um grande grupo que pode ser associado ao conjunto de propriedades ondulatórias. Portanto, parece que esses dois mapas têm topologias formadas a partir de medidas de similaridade entre conceitos, atribuídas preponderantemente com critérios científicos.

Examinando a Figura 6b, somos levados a supor que o peso na dimensão 2 está relacionado com critérios semânticos, enquanto o peso na dimensão 1 está relacionado com critérios científicos. Quanto mais um ponto na Figura 6b aproxima-se dos altos valores na dimensão 1, mais importantes são os critérios científicos usados pelo respondente. Todavia, a resolução do algoritmo não nos permite confiar completamente nessa hipótese. Por essa razão, achamos mais confiável interpretar os mapas com base na topologia dos grupos de conceitos.

V.3. Mapas dos alunos: pós-teste

Os mapas dos alunos obtidos após a IDT (pós-teste 1, PT1) e a IDE (pós-teste 2, PT2) são apresentados nas figuras 8a e 8b, respectivamente. Há diferenças notáveis entre os mapas das figuras 6a (pré-teste), 8a (PT1) e 8b (PT2). O efeito semântico atribuído à

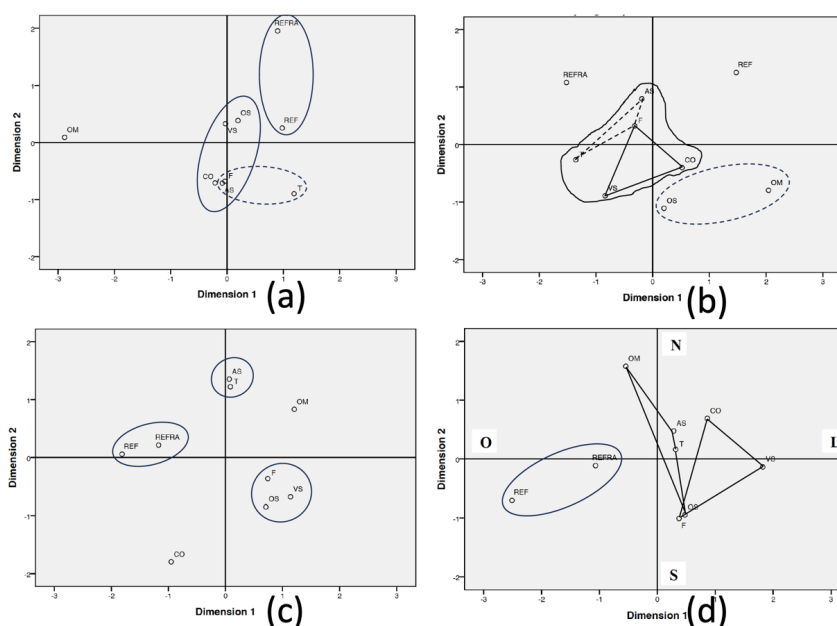


Figura 8: (a) mapa do pré-teste do aluno 1; (b) mapa do pré-teste do aluno 16; (c) mapa do pré-teste do aluno 22; (d) mapa do pré-teste do aluno 24.

configuração do pré-teste, se não desapareceu, deve ter diminuído consideravelmente no PT1. Aparentemente, a percepção de que OM e OS são entidades de mesma natureza se consolidou. Além disso, a relação fundamental (eq. 5) está claramente exibida no grupo (F, CO, VS). Da mesma forma, as propriedades acústicas são destacadas pelo grupo (F, AS, T), que na Figura 8a aparece com topologia (F, T, AS). As duas topologias podem atingir a congruência com uma projeção no eixo N-S.

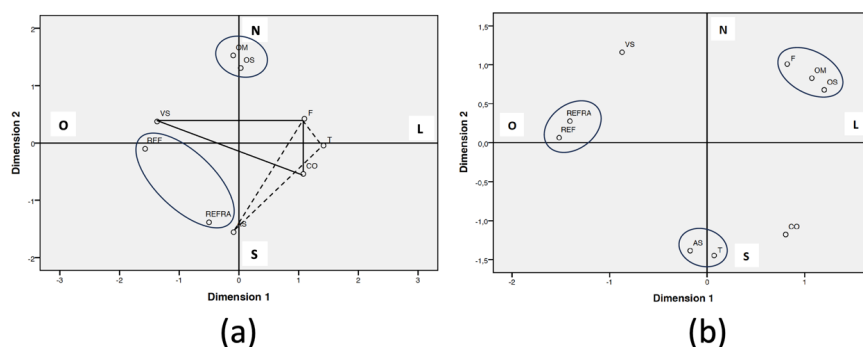


Figura 9: (a) Mapa dos alunos obtido com o pós-teste 1; (b) Mapa dos alunos obtido com o pós-teste 2.

A Figura 8b sugere que a IDE produziu uma reorganização no mapa mental médio do grupo de alunos, consistente com a ênfase didática dada aos conceitos de acústica. Na IDE, os alunos montaram um teclado de piano associado a uma placa de Arduino, e programaram a placa para executar algumas músicas. Portanto, ao longo da IDE eles trabalharam, com muito detalhamento, os conceitos de timbre (T), frequência (F) e amplitude do som (AS). Também discutiram bastante as diferenças e semelhanças entre ondas mecânicas em geral e

ondas sonoras.

Os mapas dos mesmos alunos mencionados acima, obtidos no PT2, são apresentados na Figura 9. Comparando as figuras 7 e 9 percebe-se que todos os quatro alunos mudaram suas configurações mentais depois da intervenção didática. No pré-teste, o aluno 1 (Figura 7a) associava os conceitos de reflexão e refração como é de hábito, mesmo para o senso comum. Quando alguém estuda fenômenos acústicos, a reflexão é um conceito mais importante do que a refração. Talvez essa percepção seja uma das justificativas para a separação do grupo (REF, REFRA) no mapa da Figura 9a. No estudo da acústica, onda sonora é um elemento fundamental, e em um mapa conceitual este elemento atrai as propriedades que lhes são pertinentes. Portanto, do ponto de vista epistemológico, tem sentido a formação do grupo (OM, OS, AS). Deve-se notar que OM, que estava deslocado na Figura 7a, foi atraído para esse grupo que podemos denominar de grupo acústico. A percepção conceitual do timbre tem forte relação com frequência e amplitude de uma onda sonora, mas tem fraca relação direta com a velocidade do som. Talvez isso tenha afastado esse conceito do seu grupo natural (T, F, AS, OS), na Figura 9a.

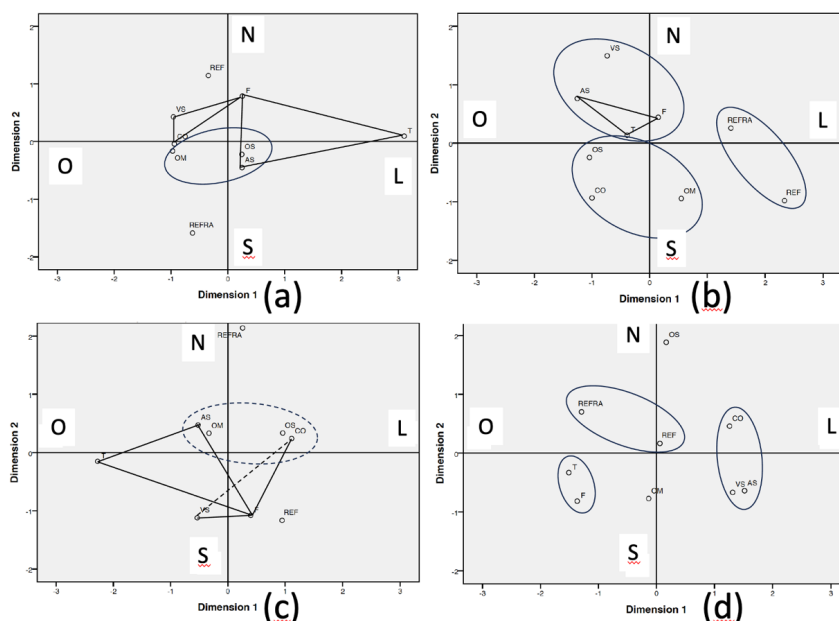


Figura 10: (a) mapa do pós-teste 2 (PT2) do aluno 1; (b) mapa do PT2 do aluno 16; (c) mapa do PT2 do aluno 22; (d) mapa do PT2 do aluno 24.

Tudo indica que o aluno 16 sempre usa critérios científicos na associação de conceitos, mas a comparação entre as figuras 7b e 9b sugere forte influência da IDE nesses critérios. A permanência do grupo acústico (T, AS, F) e o desmembramento de (F, CO, VS) no PT2 sugere que a eq. 5 perdeu importância frente aos fundamentos da acústica. Esse comportamento também é sugerido pela aproximação de OS ao grupo acústico.

O aluno 22 apresentou uma mudança relevante no seu mapa mental depois da IDE (Figura 9c). O isolamento do conceito de refração e a aproximação de reflexão dos conceitos tipicamente da acústica é um forte indicativo dessa mudança orientada por critérios científicos. Outra forte indicação é a consolidação dos grupos (T, AS, F) e (F, VS, CO).

O resultado mais surpreendente foi apresentado pelo aluno 24. No pré-teste (Figura 7d), seu mapa continha os grupos (F, CO, VS) e (T, OS, OM, AS), que foram desmembrados no PT2. O mais curioso é que no pré-teste, o grupo (T, F, AS), tipicamente musical, estava entre (F, CO, VS) e (T, OS, OM, AS), enquanto no PT2 o conceito AS fica separado de (T, F). Em função desse resultado aparentemente anômalo, resolvemos entrevistar esse aluno. As informações mais importantes da entrevista, conduzida pelo professor da disciplina, são apresentadas a seguir.

Os mapas da Fig. 9 foram apresentados ao aluno, sem as marcações dos grupos conceituais. Depois de apresentar os mapas, o professor fez as seguintes perguntas: (a) Qual dos mapas a seguir foi elaborado por você no pós-teste? (b) Pode explicar o mapa? Ao examinar detalhadamente os mapas, ele identificou como seu, o mapa do aluno 16 (Figura 9b). Algo assim era o que esperávamos. Ou seja, pela evolução do aluno 24 na disciplina, esperávamos que seu mapa fosse similar ao do aluno 16. Ao justificar sua escolha, ele afirmou que F está mais perto de T. Também destacou a proximidade de REFRA e F.

Quando o professor informou que ele era o aluno 24 (Figura 9d), ele percebeu que seu mapa estava equivocado, e confessou que não foi muito cuidadoso nas respostas do PT2. Ao comentar os equívocos, ele exibiu um conhecimento mais consistente com o mapa do aluno 16. Por exemplo, ele afirmou que F e CO deveriam estar bem próximos porque são inversos. Durante as últimas atividades da disciplina, os alunos executaram músicas com o auxílio de uma placa Arduino. Provavelmente por isso, o aluno 24 afirmou que T e F deveriam estar mais próximos do que estavam em seu mapa, assim como CO. Novamente, o aluno 24 mostra que internalizou a eq. 5, ao afirmar que F e CO deveriam estar mais próximos porque um interfere no outro, quanto maior a frequência, menor será o comprimento de onda, se não me engano.

O exame da Fig. 9d e o depoimento do aluno 24 sugerem duas conclusões. O TANC, ao ser analisado via escalonamento multidimensional é capaz de projetar a estrutura cognitiva de um indivíduo. Tanto é assim que podemos verificar a precisão de seu mapa conceitual a partir do conhecimento que temos de sua desenvoltura em sala de aula. A outra conclusão é que a associação de conceitos é fortemente influenciada pela aprendizagem.

VI. COMENTÁRIOS FINAIS

Uma intervenção didática não convencional na área de ondulatória foi aplicada a um grupo de alunos do EM seis meses depois de a turma ter estudado o mesmo conteúdo com a abordagem didática usual, ou seja, aulas convencionais sobre o tema constante no livro-texto e testes de conhecimento do tipo utilizado no ENEM. A intervenção didática foi apresentada em duas etapas. Na primeira, denominada Intervenção Didática Teórica (IDT), parte do conteúdo apresentado na abordagem anterior foi retomado com uma estrutura didática inspirada em Ausubel (AUSUBEL, 1970; AUSUBEL, 1960). Dois organizadores prévios (Acústica em nosso cotidiano; Música e Física) foram lidos e discutidos pelos alunos em sala de aula durante a IDT. Na segunda etapa, denominada Intervenção Didática Experimental (IDE), os alunos trabalharam com uma placa Arduino, construíram um teclado de piano e executaram algumas músicas por eles programadas. Ao final da IDE o professor ministrou uma aula de reconciliação integrativa, conforme a teoria de aprendizagem de Ausubel

(AUSUBEL, 2000; MOREIRA, 1979; MOREIRA, 2010).

Além dos testes de conhecimento usuais, os alunos responderam dois tipos de testes. Antes da IDT e após a IDE eles responderam a um teste de conhecimento para examinar a existência de concepções alternativas. Antes da IDT os alunos responderam um Teste de Associação Numérica de Conceitos (TANC)(DOS SANTOS; MOREIRA, 1980), aqui denominado pré-teste. O mesmo teste foi apresentado após a IDT (pós-teste 1, PT1) e após a IDE (PT2). Os testes de associação de conceitos, objeto do presente trabalho, foram analisados com o ALSCAL, um programa de escalonamento multidimensional (DOS SANTOS; MOREIRA, 1991) disponível no pacote de estatística SPSS.

Os resultados aqui apresentados estão de acordo com relatos na literatura a respeito de conceitos de mecânica(SHAVELSON, 1972), termodinâmica (DOS SANTOS; MOREIRA, 1979b; MOREIRA; DOS SANTOS, 1981), e de mecânica quântica (GRECA; MOREIRA, 2011). Todos esses relatos mostram que são fortes os indicativos de que os testes de associação de conceitos, quando analisados com algoritmos de escalonamento multidimensional, refletem a estrutura cognitiva do respondente, e que essa reflete a estrutura do conteúdo estudado. Esses algoritmos possibilitam a exibição da estrutura cognitiva típica de um grupo de respondentes, algo como uma estrutura cognitiva média, e as estruturas cognitivas individuais. No processo de ajuste dos resultados dos testes a uma configuração geométrica representativa, os algoritmos determinam os pesos que cada respondente atribui a cada dimensão. Esses pesos têm a ver com a importância da dimensão nos critérios de avaliação das medidas de similaridades. No presente estudo, depois de uma detalhada análise das topologias dos grupos apresentados nos mapas, e de gráficos dos pesos, como na Fig. 6b, chegamos a formular a hipótese de que a dimensão 2 pode estar relacionada a critérios semânticos, enquanto a dimensão 1 pode estar relacionada a critérios científicos. Todavia, a resolução do algoritmo não nos permite confiar completamente nessa hipótese. Por essa razão, achamos mais confiável interpretar os mapas com base na topologia dos grupos de conceitos.

As alterações observadas nos mapas antes e após as duas etapas da intervenção didática são consistentes com a estrutura dos conteúdos abordados. A única anomalia foi apresentada no PT2 do aluno 24 (Figura 9d), mas a entrevista que realizamos com o aluno nos convenceu de que se tratava de uma anomalia aparente. O aluno confessou sua displicência ao responder o PT2.

Para concluir, é importante ter em mente que o resultado aqui relatado se refere ao caso específico da nossa intervenção didática, composta de duas etapas (IDT e IDE). Não é prudente generalizá-lo, mas seria interessante que ensaios similares fossem realizados com diferentes conteúdos e diferentes intervenções didáticas.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D. P. A Subsumption Theory of Meaningful Verbal Learning and Retention. *The Journal of General Psychology*, v. 66, n. 2, p. 213224, 1962.

AUSUBEL, D. P. *The acquisition and retention of knowledge: A cognitive view*. Dordrecht: Kluwer, 2000.

AUSUBEL, D. P. *The Use of Ideational Organizers in Science Teaching*. Columbus: [s.n.], 1970. Disponível em: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED050930.pdf>.

AUSUBEL, D. P.; FITZGERALD, D. Chapter V: Meaningful Learning and Retention: Intra-personal Cognitive Variables. *Review of Educational Research*, v. 31, n. 5, p. 500510, 1961.

AUSUBEL, David P. The use of advance organizers in the learning and retention of meaningful verbal material. *Journal of Educational Psychology*, v. 51, n. 5, p. 267272, 1960. DOI: 10.1037/h0046669.

BRICKER, P. D.; PRUZANSKY, S. *Comparison of Sorting and Pairwise Similarity Judgment Techniques for Scaling Auditory Stimuli*. Murray Hill: [s.n.], 1970.

BROWN, R.; BERKO, J. Word Association and the Acquisition of Grammar. *Child Development*, v. 31, n. 1, p. 114, 1960.

BRUNER, J. S. Individual and collective problems in the study of thinking. *Annals of the New York Academy of Sciences*, v. 91, n. 1, p. 2237, 1960.

BRUNER, J. S. Notes on the cognitive revolution. *Interchange*, v. 15, p. 18, 1984.

CARROLL, J. D.; CHANG, J.-J. Analysis of individual differences in multidimensional scaling via an n-way generalization of Eckart-Young decomposition. *Psychometrika*, v. 35, n. 3, p. 283319, 1970.

CHYUNG, S. Y. et al. Evidence-based survey design: The use of a midpoint on the Likert scale. *Performance Improvement*, v. 56, n. 10, p. 1523, 2017.

COXON, A. P. M. *The users guide to multidimensional scaling*. Exeter: Heinemann Educational Books, 1982.

DEESE, J. Influence of inter-item associative strength upon immediate free recall. *Psychological Reports*, v. 5, p. 305312, 1959.

DOS SANTOS, C.A.; MOREIRA, M. A. Análise multidimensional da associação numérica de conceitos em termodinâmica. *Ciência e Cultura*, v. 32, n. 8, p. 10651069, 1980.

DOS SANTOS, C.A. Aplicação da análise multidimensional e da análise de agrupamentos hierárquicos ao mapeamento cognitivo de conceitos físicos. 1978. 264 f. UFRGS, 1978.

DOS SANTOS, C.A.; MOREIRA, M. A. Aplicação da Análise Multidimensional ao Mapeamento Cognitivo de Conceitos Físicos. *Revista Brasileira de Física*, v. 9, p. 849858, 1979a.

DOS SANTOS, C.A.; MOREIRA, M. A. Escalonamento multidimensional e análise de agrupamentos hierárquicos. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 1991.

DOS SANTOS, C.A.; MOREIRA, M. A. Instrumentos de Medida para o Mapeamento Cognitivo de Conceitos Físicos. *Revista Brasileira de Física*, v. 9, p. 835848, 1979b.

DUNN-RANKIN, P. et al. *Scaling methods*. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates, 2004.

GARSKOF, B. E.; HOUSTON, J. P. Measurement of verbal relatedness: an idiographic approach. *Psychological Review*, v. 70, n. 3, p. 277288, 1963.

GEESLIN, W. E.; SHAVELSON, R. J. An Exploratoric analysis of the representation of a mathematical structure in students cognitive structures. *American Educational Research Journal*, v. 12, n. 1, p. 2139, 1975.

GIGUÈRE, G. Collecting and analyzing data in multidimensional scaling experiments: A guide for psychologists using SPSS. *Tutorials in Quantitative Methods for Psychology*, v. 2, n. 1, p. 2637, 2006.

GLINER, G. S. A Note on a Statistical Paradigm for the Evaluation of Cognitive Structure in Physics Instruction. *Applied Psychological Measurement*, v. 5, n. 4, p. 493502, 1981.

GRECA, I. M.; MOREIRA, M. A. O uso da análise multidimensional na pesquisa em ensino de ciências. *Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências*, v. 1, n. 3, p. 112, 2011.

GUTTMAN, L. A general nonmetric technique for finding the smallest coordinate space for a configuration of points. *Psychometrika*, v. 3, n. 4, p. 469506, 1968.

HAMMER, D. Misconceptions or P-Prims: How May Alternative Perspectives of Cognitive Structure Influence Instructional Perceptions and Intentions. *Journal of the Learning Sciences*, v. 5, n. 2, p. 97127, 1996.

HILGER, T. R.; MOREIRA, M. A. A study of social representations of quantum physics held by high school students through numerical and written word association tests. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, v. 8, n. 1, p. 5261, 2013.

HOUT, M. C.; PAPESH, M. H.; GOLDINGER, S. D. *Multidimensional scaling*. Wiley Interdiscip Rev Cogn Sci., v. 4, n. 1, p. 93103, 2013.

JOHNSON, P. E. Associative meaning of concepts in physics. *Journal of Educational Psychology*, v. 55, n. 2, p. 8488, 1964.

JOHNSON, P. E. Some psychological aspects of subject matter structure. *Journal of Educational Psychology*, v. 68, n. 2, p. 7688, 1967.

KRUSKAL, J. B. Multidimensional scaling by optimizing goodness of fit to a nonmetric hypothesis. *Psychometrika*, v. 9, n. 1, p. 127, 1964.

MCGEHEE, W. The Free Word Association of Elementary School Children. *The Pedagogical Seminary and Journal of Genetic Psychology*, v. 50, n. 2, p. 441455, 1937.

MOORE, H. T.; GILLILAND, A. R. The measurement of aggressiveness. *The Journal of Applied Psychology*, v. V, n. 2, p. 97118, 1921.

MOREIRA, M. A. A Teoria de Aprendizagem de David Ausubel como Sistema de Referência para a Organização de Conteúdo de Física. *Revista Brasileira de Física*, v. 9, n. 1, p. 275292, 1979.

MOREIRA, M. A. Aprendizagem Significativa Crítica. Porto Alegre: [s.n.], 2010. Disponível em: <https://www.if.ufrgs.br/moreira/apsigcritport.pdf>.

MOREIRA, M. A. Grandes desafios para o ensino da física na educação contemporânea. *Revista do Professor de Física*, v. 1, n. 1, p. 113, 2017.

MOREIRA, M. A. A Teoria de Aprendizagem de David Ausubel como Sistema de Referência para a Organização de Conteúdo de Física. *Revista Brasileira de Física*, v. 9, n. 1, p. 275292, 1979.

MOREIRA, M. A. Aprendizagem significativa crítica. III Encontro Internacional sobre Aprendizagem Significativa, 2010. DOI: 10.1590/S0103-863X1999000200007.

MOREIRA, M. A.; DOS SANTOS, C. A. The Influence Of Content Organization On StudentS Cognitive Structurein Thermodynamics. *Journal of Research in Science Teaching*, v. 18, p. 525531, 1981.

NASCIMENTO, M. M. et al. Métodos Quantitativos Interpretativos na Educação em Ciências: Abordagens para Análise Multivariada de Dados. *Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências*, v. 19, p. 775800, 2019.

PIETROCOLA, M. et al. Física em contextos, 2: ensino médio. São Paulo: Editora do Brasil, 2016.

PRESTON, C. C.; COLMAN, A. M. Optimal number of response categories in rating scales: reliability, validity, discriminating power, and respondent preferences. *Acta Psychologica*, v. 104, p. 115, 2000.

SHAVELSON, R. J. Learning from physics instruction. *Journal of Research in Science Teaching*, v. 10, n. 2, p. 101111, 1973.

SHAVELSON, R. J. Methods for examining representations of a subject-matter structure in a students memory. *Journal of Research in Science Teaching*, v. 11, n. 3, p. 231249, 1974a.

SHAVELSON, R. J. Some aspects of the correspondence between content structure and cognitive structure in physics instruction. *Journal of Educational Psychology*, v. 63, n. 3, p. 225234, 1972.

SHAVELSON, R. J. Some methods for examining content structure and cognitive structure in instruction. *Educational Psychologist*, v. 11, n. 2, p. 110122, 1974b.

SHEPARD, R. N. The analysis of proximities: multidimensional scaling with an unknown distance function. I. *Psychometrika*, v. 27, n. 2, p. 125140, 1962a.

SHEPARD, R. N. The analysis of proximities: multidimensional scaling with an unknown distance function. II. *Psychometrika*, v. 27, n. 3, p. 219246, 1962b.

SMITH, W. W. Experiments on the association test as a criterion of individuality. In: SMITH, W. W. (Org.). *The measurement of emotion*. San Diego: Harcourt Brace Company, 1922. p. 109123.

SUBKOVIK, M. J. The Use of Multidimensional Scaling in Educational Research. *Review of Educational Research*, v. 45, n. 3, p. 387423, 1975.

SUBKOVIK, M. J.; ROECKS, A. L. A Closer Look at the ccuracy of Alternative Multidimensional Scaling Data Collection Methods. [S.l: s.n.], 1976. Disponível em: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED124565.pdf>.

TAKANE, Y.; YOUNG, F. W.; J. DE LEEUW. Nonmetric individual differences multidimensional scaling: An alternating least squares method with optimal scaling features. *Psychometrika*, v. 42, n. 1, p. 767, 1977.

THRO, M. P. Relationships Between Associative and Content Structure of Physics Concepts. *Journal of Educational Psychology*, v. 70, n. 6, p. 971978, 1978.

TORGERSON, W. S. MULTIDIMENSIONAL SCALING: I. THEORY AND METHOD. *Psychometrika*, v. 17, n. 4, p. 401419, 1952.

TSAI, C.-C.; HUANG, C.-M. Exploring students cognitive structures in learning science: a review of relevant methods. *Journal of Biological Education*, v. 36, n. 4, p. 163169, 2002.

YOUNG, F. W. *Multidimensional scaling: history, theory, and applications*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, 1987.

YOUNG, F. W.; TAKANE, Y.; LEWYCKYJ, R. ALSCAL: A nonmetric multidimensional scaling program with several individual-differences options. *Behavior Research Methods & Instrumentation*, v. 10, n. 3, p. 451-453, 1978.