



MODELAGEM E VIDEOANÁLISE NO LOOP: UMA APLICAÇÃO NO ENSINO MÉDIO

MODELING AND VIDEO ANALYSIS IN THE LOOP: AN APPLICATION IN HIGH SCHOOL

LEANDRO DE OLIVEIRA PEREIRA ^{ID} ^{*1,2}, DANILÓ SORIANO DOS SANTOS ⁺¹,
ANA BEATRIZ RODRIGUES DOS SANTOS DE ASSUMPÇÃO ^{†1}, DOUGLAS SANTOS
RODRIGUES FERREIRA ^{§1}, RENATO PEREIRA DE FREITAS ^{¶1}, ELICARDO
ALVES DE SOUZA GONÇALVES ^{||1}, VINÍCIUS VILELA ALMEIDA REGO ^{**1},
RAFAEL DE SOUSA DUTRA ^{††1}

¹Laboratório de Instrumentação e Simulação Computacional, Instituto Federal do Rio de Janeiro, 26600-000, Paracambi-RJ, Brasil

²Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto de Física, Depto. de Física Teórica, 20559-900, Rio de Janeiro-RJ, Brasil

Resumo

Neste trabalho trazemos para a realidade dos alunos a discussão de um exercício clássico discutido em sala de aula, através de uma proposta didática para o ensino de física por meio da videoanálise de um experimento lúdico referente ao movimento de um carrinho de brinquedo numa pista configurada por um plano inclinado e um loop. Combinando a segunda lei de Newton com a videoanálise, modelamos o comportamento das forças que atuam no carrinho, mais especificamente na carroceria, durante toda sua trajetória e das energias associadas ao movimento. Os resultados obtidos mostram um comportamento fisicamente intuitivo e esperado em alguns instantes e contraintuitivo em outros, em um primeiro momento, devido a aspectos inerentes à estrutura do carrinho. A altura mínima de lançamento para a qual o carrinho perde contato no ponto mais alto do loop é confrontada com a obtida para o caso ideal de uma partícula que se move sem atrito, e justificada pelos valores de aceleração obtidos na região próxima ao ponto mais alto do loop, muito próximos da aceleração gravitacional nas proximidades da superfície da Terra.

*leandro.pereira@ifrj.edu.br

[†]sdanilosantos335@gmail.com

[‡]anabeatriz13rodrigues13@gmail.com

[§]douglas.ferreira@ifrj.edu.br

[¶]renato.freitas@ifrj.edu.br

^{||}elicardo.goncalves@ifrj.edu.br

^{**}vinicius.rego@ifrj.edu.br

^{††}rafael.dutra@ifrj.edu.br

Palavras-chave: Videoanálise. Ensino de física. Mecânica clássica.

Abstract

In this work, we bring to the students' reality the discussion of a classic exercise discussed in the classroom, through a didactic proposal for the teaching of physics through the video analysis of a ludic experiment referring to the movement of a toy car on a track configured by an inclined plane and a loop. Combining Newton's second law with video analysis, we model the behavior of the forces that act on the cart, more specifically on the bodywork, throughout its trajectory and the energies associated with the movement. The results obtained show a physically intuitive and expected behavior in some instants and counterintuitive in others, at first, due to aspects inherent to the structure of the cart. The minimum launch height for which the cart loses contact at the highest point of the loop is compared with that obtained for the ideal case of a particle moving without friction, and justified by the acceleration values obtained in the nearby region to the highest point of the loop, very close to the gravitational acceleration near the Earth's surface.

Keywords: Video analysis. Physics teaching. Classical mechanics.

I. INTRODUÇÃO

Um dos maiores desafios no ensino de ciências em geral é torná-lo mais atraente, menos pragmático e mais crítico. Por isso a busca por metodologias que tenham essas finalidades tem se tornado um tema de grande interesse entre os pesquisadores na área de ensino. Estudos mostram que a aprendizagem de conceitos científicos abstratos frequentemente demanda recursos visuais e experimentais que despertam nos estudantes os subsunções necessários para a construção de uma aprendizagem significativa (Ausubel, 2012; Silva Filho, 2022).

Nessa perspectiva, as Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) ganham um espaço relevante no processo de ensino-aprendizagem devido à popularização do uso de dispositivos como computadores, *smartphones*, *tablets* e similares. Além disso, o surgimento de plataformas livres e interativas de simulações computacionais educacionais, como o PhET (Pereira, 2022; Wieman, 2010), Modellus (de Sousa Dutra, 2022; Heidemann, 2012; Neide, 2019; Silva, 2023), e o recurso da videoanálise (de Jesus, 2017; dos Santos Silva, 2017; Dutra, 2023; Parreira, 2018; Rocha, 2023; Souza, 2019) têm se difundido cada vez mais na comunidade de ensino de ciências da natureza e suas tecnologias, proporcionando novas possibilidades de metodologias que promovem aprendizagens significativas. Aliado a isso têm-se os experimentos lúdicos de baixo custo, que quando associados as TICs constituem um arcabouço poderoso para a construção de uma metodologia que promova o desenvolvimento do aprendizado dos estudantes (Fernandes, 2015; Lima, 2020; Pereira, 2021).

Todo educador tem por objetivo promover este desenvolvimento, corroborando para a construção do pilar para o crescimento do aluno por seus próprios meios e oferecendo

condições para que isso ocorra. Por isso, Piaget (Piaget, 1975) afirma que o desenvolvimento cognitivo é um processo contínuo, dependente da ação do sujeito e de sua interação com os objetos. Portanto, cabe ao docente buscar desenvolver novas práticas pedagógicas que permitam aos alunos um melhor aprendizado, utilizando-se de metodologias que aumentem seu interesse e façam com que eles encontrem suas próprias respostas e construam soluções para os problemas apresentados (Lima, 2023).

Na busca por esta construção metodológica, este trabalho propõe uma modelagem experimental para ser aplicada em sala de aula, utilizando um experimento lúdico de baixo custo associado à videoanálise e as TICs, para o estudo do movimento de um carrinho de brinquedo numa pista constituída de um plano inclinado e um *loop*. A geometria do *loop* aparece de forma recorrente no conteúdo de mecânica, em diversos contextos, como, por exemplo, no problema do balde com água girante (Araújo, 2018). Neste artigo, abordamos os conceitos de cinemática e dinâmica, analisando as forças que atuam no carrinho, em todos os pontos da sua trajetória, tanto no plano inclinado como no *loop*. Além disso, discutimos a conservação da energia mecânica do sistema, destacando a relação entre força e energia. Assim, foi possível trazer para os alunos a oportunidade de ver e aplicar, na prática, os conceitos de trigonometria, vetores, cinemática, força, leis de Newton, energia e sua conservação na modelagem de um problema físico real. A motivação para este trabalho foi a necessidade de uma abordagem que fosse além da tradicional feita apenas no quadro e que integrasse conteúdos abordados anteriormente. Essa necessidade foi levantada pelos alunos do ensino médio técnico do segundo período do curso técnico em mecânica do Instituto Federal Rio de Janeiro, Campus Paracambi. Havia um anseio de uma proposta onde se abordasse um problema prático usando os conceitos trabalhados nas disciplinas de física I e física II de maneira integrada. Deste modo, a aprendizagem ocorre com base numa visão do todo para, posteriormente, se organizar em partes, como sugere Dubreucq (Mafra, 2010).

Assim surge a ideia de se trabalhar o movimento de um carrinho de brinquedo num conjunto chamado *Hot Wheels*, possibilitando uma montagem para estudar o movimento num plano inclinado, o movimento circular no *loop*, além da conservação de energia mecânica desse sistema, que seria construído e manipulado pelos próprios alunos e o professor encaminharia as análises computacionalmente. Existe uma infinidade de práticas de laboratório utilizando a videoanálise com o Tracker em cenários usuais, considerando a modelagem do problema por meio de velocidades e/ou acelerações constantes tais como experimentos em trilhos de ar e planos inclinados extremamente polidos e de queda livre (Parreira, 2018; Alberton, 2020; Nascimento, 2020). Nesses experimentos, o foco costuma ser a medida de grandezas cinemáticas por meio da videoanálise. A prática desenvolvida com os alunos neste trabalho permite ir um pouco mais além. Combinando a videoanálise com a segunda lei de Newton, modelamos o comportamento dinâmico das forças que atuam no carrinho em um problema de aceleração variável imposta em um cenário mais realista, seja pelas irregularidades presentes na montagem experimental, tais como folgas nos eixos do carrinho e imperfeições na pista, ou pela própria presença de um *loop* no plano vertical, que por si só já impõe um cenário de aceleração variável. Durante o desenvolvimento da atividade, é mostrado aos alunos como obter informações acerca das forças que atuam no carrinho, combinando os resultados experimentais da videoanálise do movimento com a modelagem através da segunda lei de Newton.

II. ARRANJO E METODOLOGIA EXPERIMENTAL

O desenvolvimento da prática teve três momentos importantes, a saber: montagem e realização experimental, videoanálise e a modelagem matemática. Na figura 1-(a) mostramos um grupo de alunos montando a pista para a realização da prática. E na figura 1-(b) o desenvolvimento da videoanálise ocorrendo durante a aula.

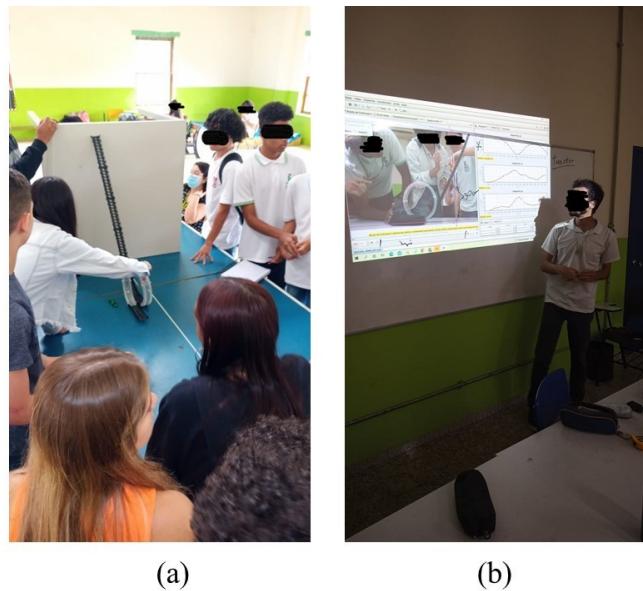


Figura 1: : Realização experimental e de análise dos dados durante a aula. (a) Alunos montando a pista composta pela descida e pelo loop. (b) Videoanálise com o software gratuito Tracker.

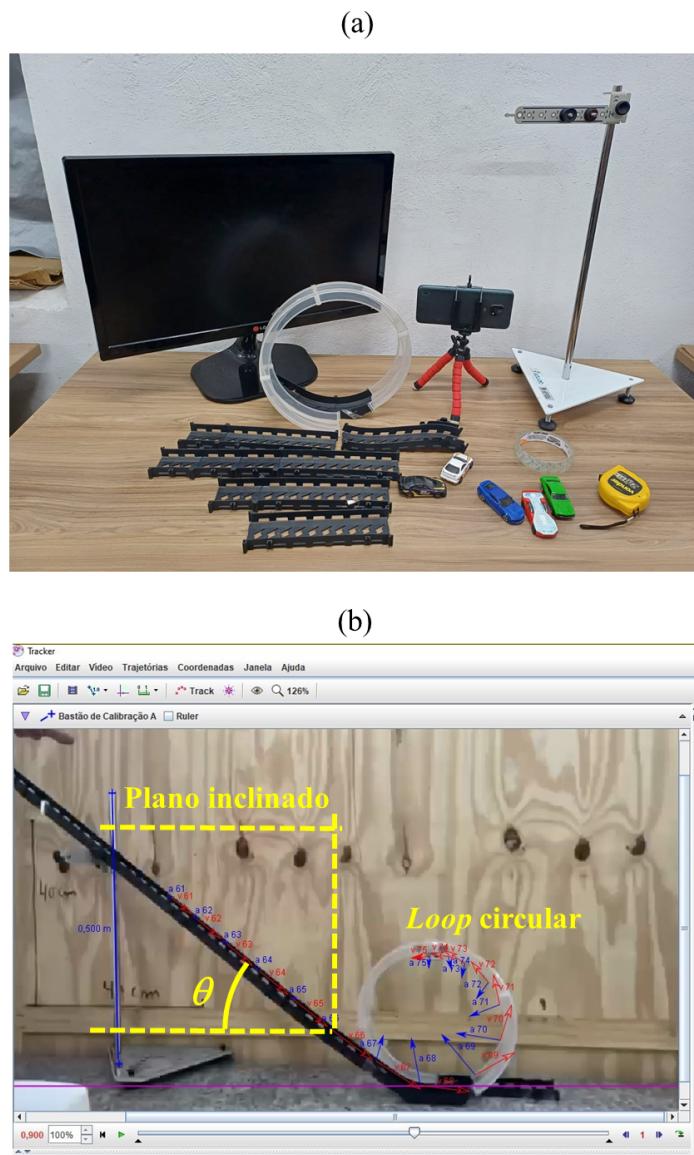
Na atividade participaram 20 alunos do 2º período do curso técnico integrado em mecânica do IFRJ campus Paracambi. A proposta foi executada durante 3 aulas de 4 tempos de 45 minutos cada. Na primeira aula, foi realizado o experimento em grupos de 4 alunos. Cada grupo escolheu um carrinho para o experimento. Na segunda aula, foi realizada a análise dos dados de um dos grupos com o software *Tracker*. E na terceira aula foi construído o modelo teórico e realizada a interpretação dos resultados.

Ao longo do processo, foram levantadas algumas questões pelos discentes, tais como: "Por que o carrinho não cai no ponto mais alto do loop?"; "Por que aproximar a força normal a zero no ponto mais alto do loop?"; "Posso usar outro sistema de referência para descrever o movimento no plano inclinado sem ser o que está no livro?"; "O que acontece com o sistema quando a energia não se conserva?"; "Como podemos usar o computador na solução desse problema?". Essas questões foram debatidas ao longo da etapa de análise dos resultados. Deste modo, foi possível tornar os alunos protagonistas do processo de ensino-aprendizagem (Valente, 2017), sendo o professor um interlocutor entre o conteúdo teórico, a prática experimental, a utilização das TICs e os estudantes.

Na figura 2-(a), temos uma foto dos elementos utilizados na montagem experimental contendo:

- o conjunto *Hot Wheels* com partes de diferentes formatos para compor a pista,

- uma trena para medir a altura de descida, um poste metálico de aproximadamente 0,5 m para estabilizar a rampa servindo como apoio,
- um suporte para apoiar o *smartphone* utilizado durante as filmagens,
- fita adesiva para fixação da pista,
- alguns carrinhos utilizados pelos alunos durante os experimentos.



possui um comprimento de aproximadamente 67cm e o *loop* vertical um diâmetro de $24,8\text{cm}$. Experimentos nos quais o carrinho é abandonado ao longo da rampa e desce em movimento acelerado, completando o *loop*, foram realizados.

Durante os experimentos, tentamos empiricamente abandonar o carrinho de uma dada altura inicial, para a qual ele fica na iminência de perder contato no ponto mais alto do *loop*. No carrinho do grupo escolhido para fazer as análises, encontramos para esta altura aproximadamente 53cm , conforme será discutido na seção de resultados. Para rastrear o movimento do carrinho, utilizamos o conhecido software gratuito *Tracker*, obtendo as coordenadas, componentes da velocidade e aceleração em função do tempo. Para calibrar o software, permitindo converter medidas de comprimento na escala de pixel para metro, utilizamos o poste metálico de aproximadamente $0,5\text{m}$ como referência, colocado aproximadamente no plano no qual o movimento do carrinho ocorre, conforme ilustra a figura 2-(b). O movimento do carrinho foi filmado com a câmera de um *smartphone* na função câmera lenta, e analisado no *Tracker* a uma taxa de 30 quadros por segundo.

Durante a etapa da videoanálise, escolhemos o ponto de referência mais visível da carroceria do carrinho e visamos realizar as marcações manualmente, por meio de cliques com o mouse, sobre o referido ponto durante todos os instantes.

Tal procedimento traz a discussão sobre o que significa o ponto da carroceria utilizado como referência. Uma vez que as rodas do carrinho apresentam uma folga significativa, ocorre um movimento relativo entre a carroceria e as rodas, de tal modo que devemos tomar cuidado para não associarmos deslocamentos do ponto de referência escolhido a deslocamentos do centro de massa do sistema, de tal modo que velocidades e acelerações deste ponto não são equivalentes às referidas grandezas associados ao centro de massa. São simplesmente velocidades e acelerações da carroceria em relação ao sistema de referência escolhido. Enfim, o sistema está longe de poder ser aproximado por um corpo rígido.

Por exemplo, repetimos o experimento por diversas vezes nas mesmas condições e ao estimar as componentes da aceleração pela videoanálise constatamos que a mesmas variam de maneira significativa e aleatória, de uma medida para outra, ao longo da trajetória, sendo esta uma consequência do movimento relativo entre as rodas e a carroceria. Na figura 3, por exemplo, temos gráficos da componente horizontal da aceleração a_x no decorrer do tempo, para três realizações experimentais, que demonstram este fato. Entre os instantes de tempo entre $0,6\text{ s}$ e $1,1\text{s}$, região a partir do ponto mais baixo da descida e do movimento ao longo do *loop*, os gráficos assumem valores diferentes, em decorrência da folga existente nos eixos.

Na figura 2-(b) temos as setas vermelhas representando as velocidades e as, azuis, as acelerações durante o trajeto do carrinho. Na descida, o vetor velocidade aponta significativamente na direção paralela ao plano, permitindo aproximar a trajetória por uma reta inclinada, com seu módulo crescente. Por sua vez, a aceleração no início da descida deixa de ser paralela ao plano inclinado, gradualmente, para o carrinho poder ganhar uma aceleração centrípeta e realizar a trajetória circular durante a fase do *loop*. Durante esta fase, percebemos através do comportamento das setas vermelhas uma redução do módulo da velocidade na subida, devido a efeitos dissipativos e de conversão de energia cinética em potencial, como será discutido na seção dos resultados.

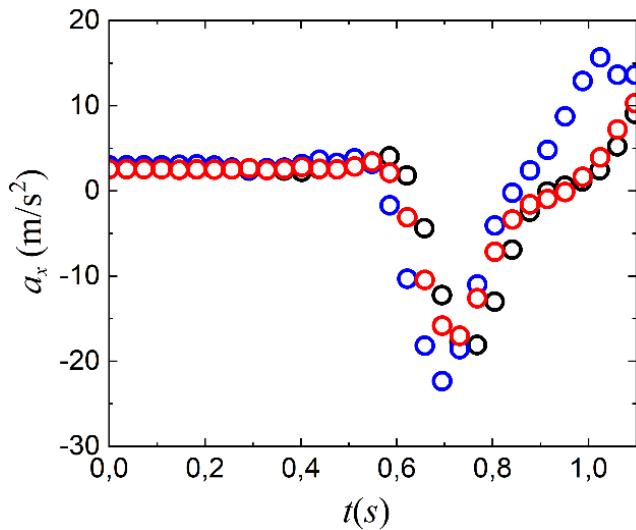


Figura 3: Gráficos da componente horizontal da aceleração a_x em função do tempo extraídos para três realizações experimentais.

III. MODELAGEM

Nessa seção, descrevemos a modelagem das componentes tangencial e normal da força resultante de contato exercida pelas rodas sobre a carroceria do carrinho que se move em um plano vertical sob a ação do campo gravitacional de módulo $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Para isto, combinamos a segunda lei de Newton e as componentes horizontal, a_x e vertical a_y da aceleração de translação de um ponto da carroceria do carrinho.

1^a fase da descida

Na primeira fase do movimento o carrinho desce o trecho representado na figura 2-(b) o qual modelamos por meio de um plano inclinado que forma um ângulo θ fixo com a horizontal, obtido na seção 1 por meio da videoanálise. Na figura 4 apresentamos todas as forças que atuam na carroceria de massa m , sendo elas as forças, peso ($\vec{P} = -mg\hat{j}$) e as componentes, normal \vec{F}_n e tangencial \vec{F}_t , da resultante das forças de contato exercidas pelos eixos das rodas sobre a carroceria. Nesta modelagem faremos uma abordagem não convencional em que ao invés de projetarmos a força peso ao longo da direção paralela e perpendicular ao plano (Gualter, 2008), projetamos as componentes da força de contato na direção dos vetores unitários \hat{i} e \hat{j} , ou seja, na mesma direção das componentes cartesianas da aceleração a_x e a_y . Para descrever a translação da carroceria, consideramos todas as forças atuando no ponto de referência escolhido para marcar as posições durante a videoanálise, representado na figura 4 pelo ponto amarelo. Desta forma as componentes da referida força de contato ficam escritas da seguinte maneira:

$$\vec{F}_t = F_t \cos \theta \hat{i} - F_t \sin \theta \hat{j} \quad (1)$$

E,

$$\vec{F}_n = F_n \sin \theta \hat{i} + F_n \cos \theta \hat{j} \quad (2)$$

sendo F_t e F_n , respectivamente, os módulos das componentes da força de contato exercida na carroceria.

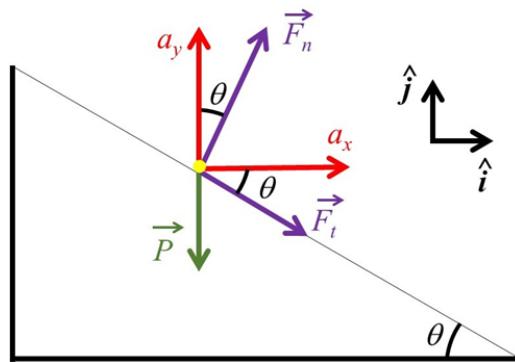


Figura 4: Modelagem na descida. A marcação amarela representa a referência de um ponto da carroceria para realizar as marcações durante a videoanálise. Vetores roxos representam as componentes da resultante das forças de contato que os eixos das rodas exercem na carroceria, vetor verde a força peso e os vermelhos as componentes cartesianas da aceleração.

Para obter estes módulos, seguimos os seguintes passos:

- Aplicar a segunda lei de Newton $(\vec{F}_t) + (\vec{F}_n) + \vec{P} = m\vec{a}$ à carroceria.
- Escrever o vetor aceleração em termos das componentes cartesianas $\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j}$ obtidas por meio da videoanálise, e substituindo-o na segunda lei de Newton.
- Substituir as equações 1 e 2 na segunda lei de Newton.
- Separar a segunda lei de Newton em componentes cartesianas ao longo das direções x e y e resolver o sistema de duas equações algébricas para encontrar F_t e F_n em termos das grandezas físicas do problema.

Seguindo os passos anteriores, as componentes da força de contato ficam expressas pelas seguintes fórmulas:

$$F_t = -m(g + a_y) \sin \theta + m a_x \cos \theta \quad (3)$$

E

$$F_n = m(g + a_y) \cos \theta + m a_x \sin \theta. \quad (4)$$

2ª fase do Loop

Conforme discutido na seção de arranjo e metodologia, na segunda fase do movimento, região do *loop*, modelamos com boa aproximação a trajetória do carrinho como sendo circular. Nesse caso, as componentes da resultante da força de contato, exercida pelos eixos das rodas do carrinho sobre a carroceria, varia suas direções em cada ponto da trajetória circular, com a componente normal apontando no sentido do centro C e a tangencial paralela à direção da reta tangente em cada ponto da trajetória, conforme exposto na figura 5. Mais uma vez trabalhamos com os vetores unitários \hat{i} e \hat{j} fixos no referencial do laboratório para

obter os módulos F_t e F_n das componentes da força de contato durante *loop*. Nesse caso, as componentes vetoriais são dadas por:

$$\vec{F}_t = -F_t \sin \beta \hat{i} + F_t \cos \beta \hat{j} \quad (5)$$

E

$$\vec{F}_n = -F_n \cos \beta \hat{i} - F_n \sin \beta \hat{j}. \quad (6)$$

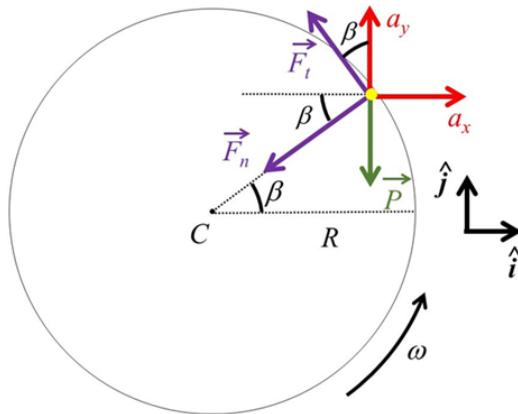


Figura 5: Modelagem no loop. A marcação amarela representa a referência de um ponto da carroceria para realizar as marcações durante a videoanálise. Vetores roxos representam as componentes da resultante das forças de contato que os eixos das rodas exercem na carroceria, o vetor verde representa a força peso e os vermelhos as componentes cartesianas da aceleração.

Projetando as forças das equações 5 e 6 ao longo das componentes cartesianas da aceleração a_x e a_y e seguindo os mesmos passos usados na fase da descida, através da aplicação da segunda lei de Newton, obtemos as seguintes expressões para as componentes da força de contato ao longo do *loop*:

$$F_t = m(g + a_y) \cos \beta - m a_x \sin \beta \quad (7)$$

$$F_n = -m(g + a_y) \sin \beta - m a_x \cos \beta. \quad (8)$$

O ângulo β em cada ponto do *loop* é obtido através da videoanálise e expresso em função das coordenadas (x, y) para a posição da carroceria e (x_c, y_c) para a posição do centro do *loop*, por meio da seguinte equação: $\beta = \arctan(y - y_c) / (x - x_c)$.

IV. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Iniciamos esta seção apresentando uma análise numérica justificando a trajetória seguida pelo carrinho por meio de um plano inclinado (reta) e por um *loop* (circunferência). Em seguida, discutimos separadamente o comportamento das componentes tangencial e normal da resultante das forças de contato que os eixos das rodas exercem na carroceria e a conservação de energia durante o movimento do carrinho. Por fim, apresentamos algumas

análises desses resultados com as respostas dos alunos.

a) Modelando a trajetória

Para comprovar que a trajetória seguida pelo carrinho na figura 2-(b) pode ser modelada por meio de um plano inclinado associado à descida e por uma circunferência associada ao *loop*, ajustamos pontos da trajetória seguida pelo carrinho, coordenadas (x, y) , utilizando a equação de uma reta na descida e de uma circunferência para o *loop*, conforme ilustra as figuras 6-(a) e (b). Em ambos os casos, obtivemos $R^2 = 0,999$, o que comprova a boa qualidade dos ajustes. Por meio destes ajustes, obtivemos $\theta = 38^0$ para o ângulo de inclinação do plano inclinado associado à descida e $R = 0,12m$ referente ao raio da circunferência associado ao *loop*, concordando com os 24,8cm de diâmetro medido com uma trena. Nas figuras 6-(c) e (d) temos, respectivamente, as componentes, horizontal a_x e vertical a_y , da aceleração do ponto da carroceria rastreado durante a videoanálise. Nessas figuras, delimitamos por uma linha pontilhada vertical a região da descida e do *loop*, e por uma linha pontilhada circulando os pontos, a região do ponto mais alto do *loop*.

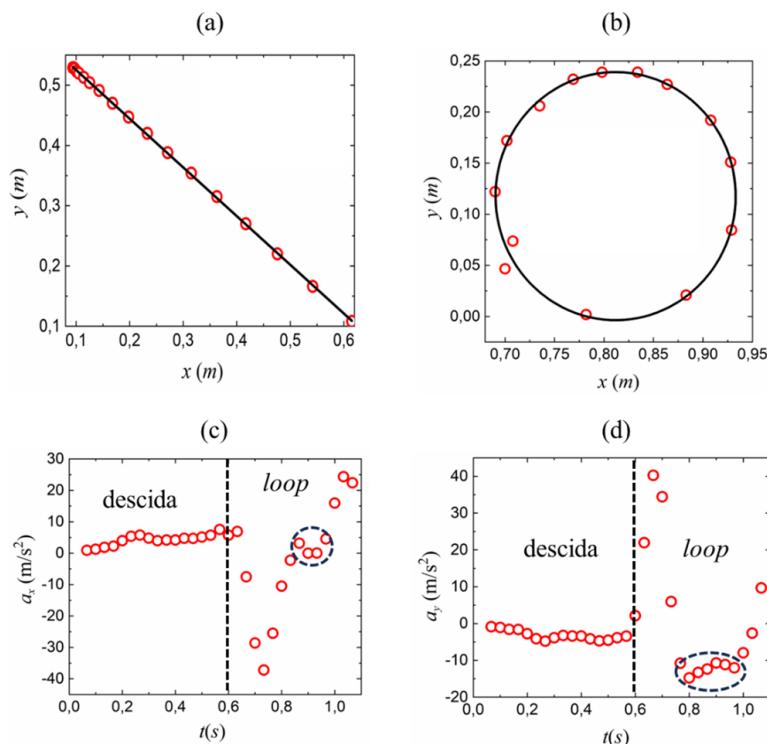


Figura 6: Quantidades geométricas e componentes da aceleração. (a) Posições do carrinho durante a fase de descida ajustadas por uma reta (curva preta) de inclinação $\theta = 38^0$. (b) Posições do carrinho durante a fase do loop ajustadas por uma circunferência (curva preta) de raio $R = 12cm$. Componentes cartesianas da aceleração em função do tempo durante o experimento obtidas através da videoanálise no Tracker. (c) Componente horizontal a_x . (d) Componente vertical a_y

De acordo com ambas as figuras, existe um instante em que ambas as componentes atingem seus valores máximos em módulo, correspondendo ao instante em que o carrinho atinge seu ponto mais baixo na trajetória. O valor negativo da aceleração horizontal neste

ponto corresponde a uma força contrária que atua na carroceria do carrinho. Por sua vez, a componente vertical da aceleração neste ponto está puramente associada à resultante centrípeta. Combinaremos estas componentes da aceleração obtidas pela videoanálise com a modelagem do movimento do carrinho a partir da segunda lei de Newton, visando modelar o comportamento das forças internas que os eixos das rodas exercem na carroceria em função do tempo. Para modelar numericamente as componentes da força de contato, substituímos os resultados numéricos para as componentes cartesianas da aceleração, expressos nas figuras 6 (c) e (d), substituindo-os nas expressões 3, 4, 7 e 8.

b) Análise das componentes da força

Nas figuras 7-(a) e (b) apresentamos resultados para as componentes da força em função do tempo na etapa da descida, normalizadas pelo peso da carroceria.

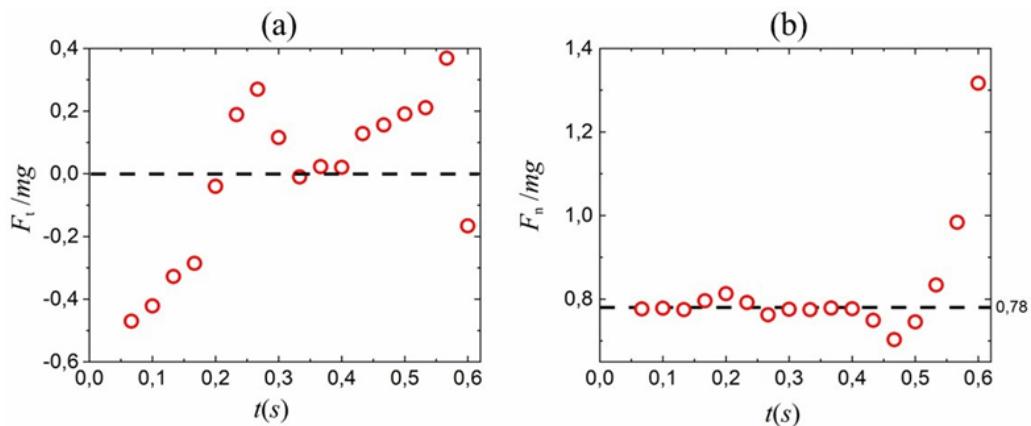


Figura 7: Componentes da força resultante que os eixos exercem sobre a carroceria durante a etapa de descida em função do tempo. (a) Componente tangencial. (b) Componente normal. Em ambos os gráficos, pontos vermelhos indicam os resultados obtidos a partir da videoanálise e as linhas pontilhadas os valores esperados para o caso ideal em que um ponto material desce uma superfície perfeitamente plana com $F_n/mg = \cos\theta$ e $F_t = 0$.

No início da descida, a componente tangencial se opõe ao movimento de descida até o instante aproximado de 0,2s, invertendo o seu sentido nesse instante e atuando no mesmo sentido de descida, conforme ilustra a figura 7-(a). Logo em seguida, a referida componente passa a exibir um comportamento oscilatório, chegando até mesmo a assumir um valor próximo de zero em um instante de tempo próximo a 0,35s, voltando a crescer novamente. Por sua vez, a componente normal exibe um comportamento oscilatório de pequena amplitude no início da descida conforme ilustra a figura 7-(b), oscilando em torno da linha pontilhada, do que seria a componente normal esperada para o caso ideal de um ponto material que estivesse executando o mesmo movimento sem trepidação e atrito, ao longo de uma superfície perfeitamente lisa e plana, neste caso $F_n/mg = \cos 38^\circ \approx 0,78$. A referida componente reduz o seu módulo e logo depois aumenta significativamente no final da descida, coincidindo com a inversão abrupta no sentido da componente tangencial no instante de tempo 0,6s, quando esta última passa a se opor ao movimento de maneira significativa. Comparando ambas as figuras 7-(a) e (b) percebemos uma influência maior

das imperfeições da pista sobre a componente tangencial da força em relação à componente normal. Uma vez que a componente tangencial oscila com maior amplitude em relação ao caso ideal de uma partícula que desce uma superfície sem imperfeições e atrito, com $F_t = 0$.

Vale ressaltar que no caso ideal as componentes tangencial (F_t) e normal (F_n) se referem as componentes da força que a superfície exerce sobre a partícula. Posteriormente, o carrinho inicia a fase do *loop* descrita pela trajetória aproximadamente circular, modelada na figura 6-(c), onde agora os vetores tangencial e normal passam a variar ao longo de cada ponto da superfície da pista. Conforme ilustram as figuras 8-(a) e (b), o carrinho se aproxima do ponto mais baixo do *loop*, com a componente tangencial da força de contato se opondo ao movimento e vai diminuindo a sua magnitude, se contrapondo ao comportamento crescente da componente normal até aproximadamente $\beta = 90^\circ$. Logo em seguida, o carrinho inicia a subida com a perda progressiva de contato com o *loop* até o ponto mais alto, em $\beta = 90^\circ$ quando o mesmo fica na iminência de perder o contato totalmente ($F_n \approx 0$), conforme ilustra a figura 8-(b). A curva sólida apresentada na referida figura, representa o comportamento da força normal em função do ângulo β para o modelo ideal que despreza as imperfeições da pista e o atrito, no qual o corpo que desce é uma partícula, dada pela expressão $F_n/mg = 2H/R - (2 + 3\sin\beta)$ (Nussenzveig, 2013), sendo $H = 0,53m$ a altura para a qual o corpo é abandonado do ponto de partida durante o experimento.

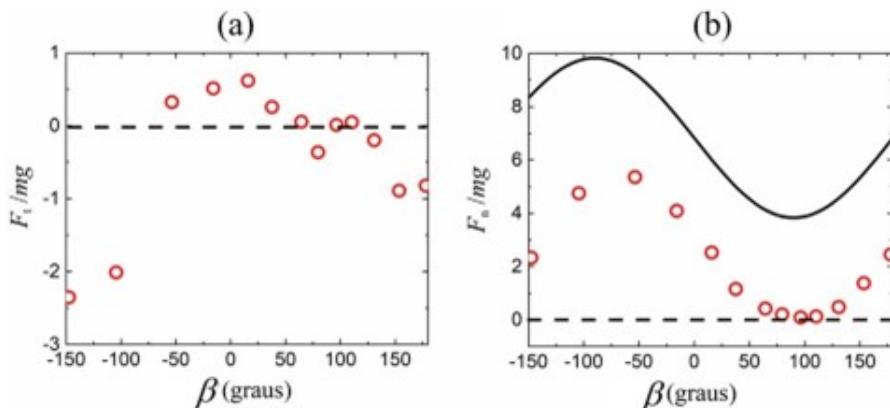


Figura 8: Componentes da força resultante que os eixos exercem sobre a carroceria durante a etapa do *loop* em função do ângulo β . (a) Componente tangencial. (b) Componente normal. Linha sólida preta indica o comportamento da força normal para o modelo de uma partícula que desliza ao longo de um *loop* sem atrito. Em ambos os gráficos, pontos vermelhos indicam os resultados obtidos a partir da videoanálise e a linha pontilhada indica valores nulos para ambas as componentes.

Esta expressão é obtida combinando a conservação da energia mecânica com a dinâmica do movimento circular através da resultante centrípeta. O comportamento dos pontos vermelhos na figura 8-(b), obtidos combinando a videoanálise com o modelo discutido na fase do *loop*, segue um comportamento similar ao modelo ideal (curva preta) do ponto de vista qualitativo. O modelo ideal supera o resultado da videoanálise durante todo o *loop*, uma vez que as velocidades atingidas no experimento são inferiores às que seriam obtidas no caso ideal, devido à presença de forças dissipativas. Isto é verificado através da altura mínima que o corpo deve ser abandonado para o mesmo conseguir realizar o *loop* sem cair. Em nosso experimento obtivemos por experimentação $H_{mn} = 53\text{cm}$, maior que o

valor esperado para o caso ideal em que $H_{mn} = 2,5R = 30\text{cm}$, ou seja, devemos abandonar o carrinho a uma altura maior em relação ao caso ideal para compensar os efeitos dissipativos e ele conseguir efetuar a trajetória circular sem cair.

c) Análise energética

A modelagem das energias potencial gravitacional ($E_p = mgy$), cinética ($E_c = mv^2/2$) e mecânica ($E_{mec} = E_c + E_p$) da carroceria através dos dados obtidos a partir da videoanálise, revela um comportamento interessante e contraintuitivo da dinâmica do movimento. Ao invés das energias potencial gravitacional e cinética atingirem, respectivamente, seus valores mínimo e máximo ao mesmo tempo, as figuras 9-(a) e (b) mostram que a energia cinética da carroceria atinge um valor máximo instantes antes de atingir o ponto mais baixo da descida, quando a energia potencial gravitacional assume seu menor valor.

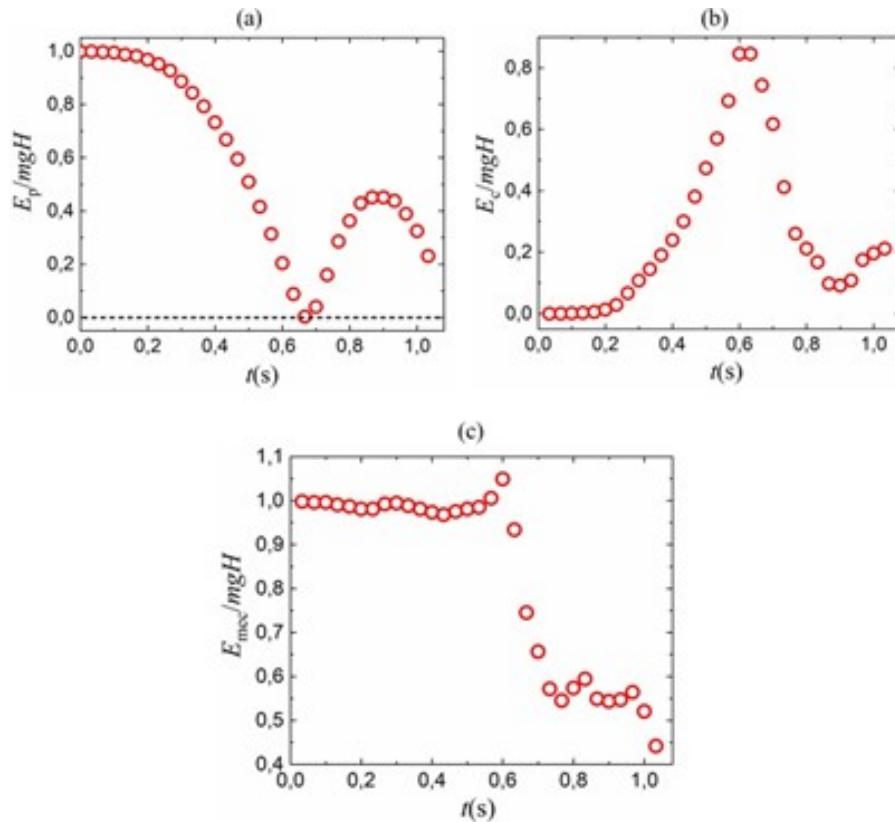


Figura 9: Energias em função do tempo durante toda a trajetória, normalizadas pela energia mecânica inicial mgH . (a) Energia potencial gravitacional. (b) Energia cinética. (c) Energia mecânica.

Esse comportamento pode ser entendido através das oscilações da componente tangencial da força F_t durante a descida, conforme ilustra a figura 7-(a), que em determinados momentos favorece o movimento (realizando trabalho motor) e em outros desfavorece (realizando trabalho resistente). O comportamento oscilatório da força tangencial pode ser justificado pela folga existente entre os eixos e a carroceria do carrinho e pelas irregularidades da pista. Em instantes antes do final da descida, entre 0,4s e 0,6s, a referida componente sofre um aumento significativo, favorecendo o movimento e realizando um trabalho motor, conforme

ilustra a figura 7-(a), fazendo com que a energia cinética atinja seu valor máximo um pouco antes do ponto mais baixo. Este comportamento de maximização antecipada da energia cinética antes de chegar ao ponto mais baixo também é um comportamento aleatório do sistema. Em outras realizações, essa maximização aconteceu no ponto mais baixo.

O comportamento da componente tangencial e o seu efeito na energia cinética também corroboram as pequenas oscilações da energia mecânica em torno do valor inicial mgH , nos instantes iniciais, e o seu ligeiro aumento abrupto entre 0,4s e 0,6s, conforme ilustra a figura 9-(c).

Nos instantes em que o carrinho se aproxima cada vez do ponto mais baixo, exatamente em $t = 0,6s$, a componente tangencial da força troca de orientação, aumentando a sua magnitude de maneira significativa, e realiza um trabalho resistente na região da parte mais baixa do *loop*, conforme ilustra a figura 8-(a). Este efeito causa uma dissipação das energias cinética e mecânica durante a subida do carrinho ao longo do *loop*, como ilustra as figuras 9-(b) e (c). Durante a subida, a energia mecânica volta a sofrer pequenas variações, mas uma vez em decorrência das inversões da componente tangencial da força. Conforme o carrinho se aproxima do ponto mais alto do *loop*, em $\beta = 90^0$, a componente tangencial atinge valores próximos do valor nulo, como indicado na figura 8-(a), uma vez que buscamos abandonar o carrinho de uma altura mínima para a qual o mesmo realizasse o trajeto com sucesso. Como consequência, a energia mecânica volta a se conservar de maneira aproximada entre os instantes 0,87s e 0,93s quando o carrinho atravessa a região do ponto mais alto do *loop* com contato quase nulo. Tal fato é corroborado pelas componentes, horizontal ($a_x = -0,02m/s^2$) e vertical ($a_y = -10,72m/s^2$), da aceleração da carroceria no instante $t = 0,9$ s, conforme ilustrado nas figuras 6-(c) e (d) pelos pontos envolvidos pelas linhas tracejadas, com o módulo da componente vertical muito próximo do valor absoluto esperado para a aceleração da gravidade local $g = 9,81m/s^2$. Na tabela 1 encontram-se resumidas as comparações entre os valores obtidos e teóricos esperados e seus respectivos desvios. Vale ressaltar que o valor teórico esperado para a altura mínima de queda para completar o *loop* se refere ao modelo de partícula que desliza em um *loop* sem atrito.

	$a_x (m/s^2)$	$a_y (m/s^2)$	$H_{min} (cm)$
Valor obtido	-0,02	-10,72	53
Valor teórico esperado	0	-9,81	30
Desvio	0,02	0,91	23

Tabela 1: Valores obtidos e teóricos esperados para as componentes de aceleração a_x e a_y , no ponto mais alto do *loop*, e altura mínima H_{min} de queda para completar o *loop*. A última linha da tabela representa os valores absolutos para a diferença entre os valores obtidos e teóricos esperados.

d) Discussão dos resultados com os alunos

A partir desses resultados, foram construídas com os alunos as respostas para as questões levantadas ao longo do processo. No primeiro momento, discutimos as questões: "Por que o carrinho não cai no ponto mais alto do *loop*?" e "Por que aproximar a força normal a zero no ponto mais alto do *loop*?". Para essas perguntas, propomos para os alunos uma argumentação

com base nos gráficos da figura 6-(d), 8-(a) e 8-(b). Em seguida, tratamos da questão: O que acontece com o sistema quando a energia não se conserva? Esse questionamento foi debatido com base nos dados dos gráficos das figuras 8-(b) e 9. Posteriormente, trabalhamos a questão: "Posso usar outro sistema de referência para descrever o movimento no plano inclinado sem ser o que está no livro?". Neste caso, foi colocada para os alunos a necessidade de se trabalhar em um referencial cartesiano, posto que o software Tracker apresenta seus resultados dessa maneira. Na sequência, indicamos que observassem as figuras 4 e 5, na qual era possível aos alunos visualizarem a descrição das forças atuantes no sistema. Com a modelagem matemática, foi possível demonstrar para os discentes como as forças são descritas em um sistema cartesiano. E de maneira mais geral, culminamos o debate com a questão: Como podemos usar o computador na solução desse problema? em que, neste debate, discutimos a inferência de informações da dinâmica do sistema por meio dos dados experimentais oriundos da videoanálise feita no software Tracker e apresentados graficamente. A figura 10 ilustra duas respostas dessas questões por dois alunos distintos.

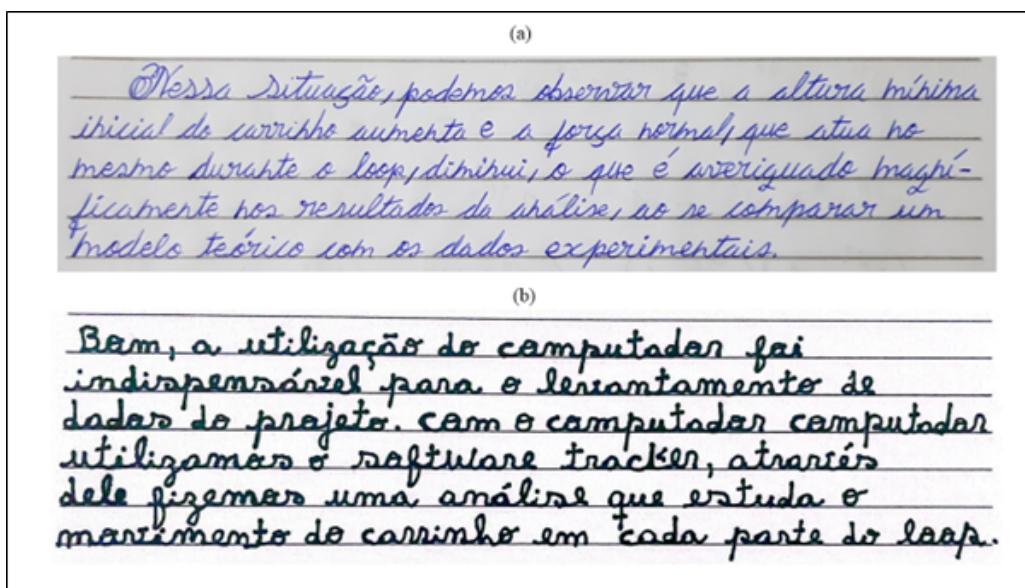


Figura 10: Respostas dos alunos discutidas em sala. (a) Resposta da questão: O que acontece com o sistema quando a energia não se conserva?. (b) Resposta da questão: Como podemos usar o computador na solução desse problema?

V. CONCLUSÃO

O aprofundamento dos conteúdos, não somente por meio da discussão de exercícios clássicos, mas também através da utilização de experimentos associados com as TICs, tem se mostrado uma ferramenta interessante na melhora do processo de ensino-aprendizagem (Pires, 2006; Ré, 2011). Isso foi percebido no decorrer do desenvolvimento da atividade em sala de aula através de alguns depoimentos dos alunos. Esta atividade trouxe a possibilidade dos alunos aplicarem um exercício clássico discutido em sala em um experimento do mundo real. Ela também trouxe a possibilidade de inserir os alunos na vivência do fazer científico e no protagonismo do processo de ensino-aprendizagem, fazendo-os colocar a "mão na

massa", por meio da construção do experimento, realizando medidas, analisando os dados e refletindo sobre os resultados, trazendo uma vivência inédita para eles. Por meio da modelagem matemática do problema através da segunda lei de Newton e dos conceitos de trabalho e energia, foi possível buscar com os alunos a interpretação dos resultados obtidos a partir da videoanálise. Especificamente para o ensino médio-técnico integrado promovido pelos Institutos Federais, a proposta de abordagem trazida neste trabalho pode ser pensada de forma interdisciplinar entre a física, presente na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), e as disciplinas do curso técnico em mecânica, por exemplo, interdisciplinaridade esta assentada no tripé institucional ensino, pesquisa e extensão que caracterizam as finalidades dos Institutos Federais (Brasil, 2008).

Agradecimentos

Os autores agradecem ao Programa Jovens Talentos da FAPERJ e ao IFRJ pelas bolsas de iniciação científicas recebidas durante o desenvolvimento do projeto.

Editora Responsável: Maria de Fátima da Silva Verdeaux

REFERÊNCIAS

- ALBERTON, P. W.; DE SOUZA, J. C.; PHILIPPSEN, G. S. Ensino sobre a queda dos corpos por meio do software tracker. *Experiências em Ensino de Ciências*, v. 15, n. 2, p. 513-525, 2020.
- ARAÚJO, F. A. G.; OLIVEIRA, M. M.; NOBRE, E. F.; PINHEIRO, A. G.; CUNHA, M. S. O estudo do looping vertical de um balde com água com aplicativo de videoanálise para dispositivos móveis. *Revista do Professor de Física*, v. 2, n. 2, p. 1-9, 2018.
- AUSUBEL, D. P. *The acquisition and retention of knowledge: A cognitive view*. Springer Science & Business Media, 2012.
- BRASIL. *Lei 11.892, de 29 de dezembro de 2008*. Brasília, DF: Presidência da República. 2008. Disponível em: <https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2008/lei/l11892.htm>. Acesso em: 14 fev. 2025.
- SILVA, E. S.; ARAÚJO, A. A. V. R.; OLIVEIRA, A. L. Estudo simultâneo dos movimentos uniformes retilíneo e circular mediado por videoanálise. *Revista do Professor de Física*, v. 1, n. 2, p. 1-12, 2017.
- DUTRA, R. S.; ATALIBA, J.; PIMENTA, A. R.; FREITAS, R. P.; FELIX, V. S.; GONÇALVES, E. A. S.; FERREIRA, D. S. R.; PEREIRA, L. O. Discussing the rotation movement of an electric whirl through mechanical modelling and video analysis. *Physics Education*, v. 58, n. 2, p.

025007, 2023.

DUTRA, R. S.; SILVA, T. A.; SILVA, V. L. A. Discutindo órbitas circulares perturbadas: uma abordagem didática do teorema de Bertrand para o ensino médio. *Revista do Professor de Física*, v. 6, n. 1, p. 69-77, 2022.

FERNANDES, G.; RODRIGUES, A.; FERREIRA, C. Módulos temáticos virtuais: uma proposta pedagógica para o ensino de ciências e o uso das TICs. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, v. 32, n. 3, p. 934-962, 2015.

GUALTER, J. B.; NEWTON, V. B.; HELOU, R. *Tópicos de Física*. São Paulo: Editora Saraiva, 2008.

HEIDEMANN, L. A.; ARAUJO, I. S.; VEIT, E. A. Ciclos de modelagem: uma proposta para integrar atividades baseadas em simulações computacionais e atividades experimentais no ensino de física. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, v. 29, n. esp. 2, p. 965-1007, 2012.

JESUS, V. L. B. *Experiments and video analysis in classical mechanics*. New York: Springer, 2017.

LIMA, E. A.; DUTRA, R. S.; SOUZA, P. V. S. Studying the Oobleck with video-analysis. *Physics Education*, v. 55, n. 4, p. 045021, 2020.

LIMA, E. A. *Combinando os três momentos pedagógicos e o enfoque STEAM no ensino de fluidos não newtonianos por meio de TICs e experimentos de colisão*. 111f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física) Universidade Federal Fluminense, Niterói, RJ, 2023.

MAFRA, J. Razões positivas da educação decroliana e sua inserção no Brasil. In: DU-BREUCQ, F. *Jean-Ovide Decroly*. Recife: Editora Massangana, 2010, p. 53-63.

NASCIMENTO, C. B. C.; OLIVEIRA, A. L. A Metodologia ativa de instrução pelos colegas associada à videoanálise de experimentos de cinemática como introdução ao ensino de funções. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 42, p. e20190162, 2020.

NEIDE, I. G. et al. Percepções dos professores sobre o uso do software Modellus em uma experiência de modelagem. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, v. 36, n. 2, p. 567-588, 2019.

NUSSENZVEIG, H. M. *Curso de física básica: Mecânica* (vol. 1). Editora Blucher, 2013.

PARREIRA, J. E. Um curso de Mecânica com o uso do programa de vídeo-análise Tracker. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, v. 35, n. 3, p. 980-1003, 2018.

PEREIRA, J. C. P. *Proposta didática de atividades práticas de eletrodinâmica utilizando o simulador PHET colorado*. 218f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campo Mourão, PR. 2022.

PEREIRA, L. O. FERREIRA, D. S. R.; FREITAS, R. P.; PIMENTA, A. R.; FELIX, V. S.; GONÇALVES, E. A. S.; DUTRA, R. S. Investigação experimental da lei de Stokes em discos: uma abordagem de baixo custo por vídeo-análise de oscilações amortecidas. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 43, p. e20200498, 2021.

PIAGET, J. *A formação do símbolo na criança*. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1975.

PIRES, M. A.; VEIT, E. A. Tecnologias de Informação e Comunicação para ampliar e motivar o aprendizado de Física no Ensino Médio. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 28, n. 2, p. 241-248, 2006.

RÉ, M. A.; ARENA, L. E.; GIUBERGIA, M. F. Incorporación de TICs a la enseñanza de la Física. In: VI Congreso de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología. 2011.

ROCHA, A. G.; DUTRA, R. S.; RIBEIRO, L. C. Maximizing tangential frictional forces effects in bidimensional collisions: a study of the tangent restitution coefficient through a video analysis approach. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 45, p. e20220277, 2023.

SOUZA, C. E. R.; DOS SANTOS THOMAZ, M. T. C.; SOUZA, D. M. Conservação da velocidade do CM de duas partículas sob a ação de forças de atrito em movimento unidimensional ($D=1$). *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, v. 36, n. 2, p. 543-566, 2019.

SILVA, V. C.; DUTRA, R. S. Um estudo de modelos mecânicos em problemas de perseguição. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 45, p. e20230114, 2023.

SILVA FILHO, O. L.; FERREIRA, M. Modelo teórico para levantamento e organização de subsunções no âmbito da Aprendizagem Significativa. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 44, p. e20210339, 2022.

VALENTE, J. A.; ALMEIDA, M. E. B.; GERALDINI, A. F. S. Metodologias ativas: das concepções às práticas em distintos níveis de ensino. *Revista Diálogo Educacional*, v. 17, n. 52, p. 455-478, 2017.

WIEMAN, C. E. ADAMS, W. K.; LOEBLEIN, P.; PERKINS, K. K. Teaching physics using PhET simulations. *The Physics Teacher*, v. 48, n. 4, p. 225-227, 2010.