

UMA PROPOSTA DIDÁTICA EXPERIMENTAL PARA O ESTUDO DA AERODINÂMICA DE CILINDROS DE PAPELÃO UTILIZANDO VÍDEO-ANÁLISE DE OSCILAÇÕES AMORTECIDAS

AN EXPERIMENTAL DIDACTIC PROPOSAL FOR THE STUDY OF THE
AERODYNAMICS OF CARDBOARD CYLINDERS USING VIDEO
ANALYSIS OF DAMPED OSCILLATIONS

FILIPPE ROCHA DUTRA, RENAN DE MENDONÇA VALENTE, DOUGLAS SANTOS
RODRIGUES FERREIRA¹, RENATO PEREIRA DE FREITAS¹, VINÍCIUS VILELA
ALMEIDA REGO¹, ELICARDO ALVES DE SOUZA GONÇALVES¹, VALTER DE
SOUSA FELIX¹, ANDRÉ ROCHA PIMENTA¹, RAFAEL DE SOUSA DUTRA¹,
LEANDRO DE OLIVEIRA PEREIRA¹

¹Laboratório de Instrumentação e Simulação Computacional, Instituto Federal do Rio de Janeiro, 26600-000, Paracambi-RJ, Brasil

Resumo

Neste trabalho, apresentamos uma atividade de baixo custo que visa a investigação da força de arrasto que atua na geometria de cilindros confeccionados com discos de papelão de diferentes espessuras através das oscilações amortecidas de um sistema massa-mola. Utilizando discos de papelão de mesmo raio construímos cilindros de diferentes comprimentos e controlamos a massa do sistema oscilatório, mantendo-a fixa. Através desta metodologia, estudamos a influência da variação exclusiva da magnitude da força de arrasto na dinâmica do sistema por meio da variação do comprimento do cilindro, mantendo os demais parâmetros acessíveis do sistema fixos. A técnica de vídeo-análise é empregada para rastrear o movimento do sistema e os dados experimentais são ajustados com o conhecido modelo de oscilações amortecidas subcríticas, levando o estudante a investigar e a extrair conclusões acerca da dependência funcional da força de atrito viscosa com o comprimento do cilindro formado pelos discos de papelão.

Palavras-chave: Experimento de baixo custo. Vídeo-análise. Força de arrasto.

Abstract

In this work, we present a low-cost activity that investigates the drag force that acts on the geometry of cylinders made with cardboard disks of different thicknesses through the damped oscillations of a mass-spring system. Using cardboard discs of the same radius, we built cylinders of different lengths and controlled the mass of the oscillating system, keeping it fixed. Through this methodology, we studied the influence of the exclusive variation of the magnitude of the drag force in the dynamics of the system through the variation of the length of the cylinder, keeping the other accessible parameters of the system fixed. The video analysis technique is used to track the system's movement and the experimental data are fitted with the well-known subcritical damped oscillations model, leading the student to investigate and draw conclusions about the viscous friction force's functional dependence on the cylinder's length formed by the cardboard disks.

Keywords: *Low-cost experiment. Video-analysis. Drag force.*

I. INTRODUÇÃO

Quando objetos são colocados em movimento no interior de um fluido em repouso, forças dinâmicas de arrasto que se opõem ao movimento aparecem dissipando energia, como uma espécie de força de atrito. A origem dessa força de arrasto dissipativa acontece, por exemplo, na situação em que o objeto é forçado a deslocar-se através de um fluido. Neste caso o objeto se comporta como um obstáculo e o fluido passa a escoar no entorno dele, dando origem ao fenômeno da força de arrasto.

O fenômeno da força de arrasto pode ser dividido em duas classes, uma quando o fluido que escoar é um líquido (arrasto hidrodinâmico) e a outra na situação em que o fluido é um gás (arrasto aerodinâmico). O arrasto aerodinâmico é um fenômeno presente no dia a dia dos esportes que envolvem arremessos de projéteis, como acontece no atletismo (lançamentos de disco, dardo e martelo), nas corridas, quando os atletas têm seus corpos contornados pelo ar, e com a bola chutada ao longo do seu movimento de voo durante um jogo de futebol. Na natação os atletas são favorecidos pelo arrasto hidrodinâmico durante as braçadas mediante a atuação da força de arrasto hidrodinâmico exercida nas mãos, que os impulsionam. E, ao mesmo tempo, precisam vencer o arrasto hidrodinâmico contrário ao movimento e que atuam em seus corpos dificultando o nado. Para isto, os atletas usam trajes especiais e até mesmo se depilam para reduzir o arrasto, melhorando assim a aerodinâmica de seus corpos. Algo semelhante acontece com os atletas do ciclismo que tentam de todas as formas atravessar o ar com mais facilidade, muitas das vezes inclinando seus corpos, tentando mantê-los o mais próximo possível da direção paralela ao solo. Os exemplos mencionados anteriormente são demonstrações experimentais de que a força de arrasto depende da geometria dos objetos e corpos que atravessam o fluido. Na área tecnológica, as asas dos aviões, carros de corrida e os cascos dos navios devem ter suas geometrias projetadas para reduzir os efeitos dissipativos da força de arrasto.

O conceito da força de arrasto é um tema abordado de maneira passageira nos cursos de física básica para ciências e engenharias, aparecendo como uma espécie de acessório em aplicações no estudo das oscilações amortecidas e na abordagem do movimento vertical considerando a resistência do ar. Nesses cursos uma compreensão da força de arrasto com a geometria do objeto é discutida, apenas, para o caso de uma esfera lisa através da conhecida lei de Stokes, em que a força de arrasto é proporcional ao seu raio (NUSSENZVEIG, 2018). Acreditamos que a busca por uma atividade prática que traga para a sala de aula a discussão da dependência da força de arrasto com a geometria dos corpos possa ser um reforço importante no processo de ensino-aprendizagem deste tema, permitindo uma melhor compreensão e um maior aprofundamento do conteúdo. O desenvolvimento de atividades práticas que tornem o ensino de física menos pragmático, mais crítico e atraente tem sido uma das principais motivações na pesquisa em ensino (PIRES & VEIT, 2006). A adoção do uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) associado à construção de experimentos de baixo custo tem se mostrado uma ferramenta pedagógica importante para o ensino de física (LENZ, 2014; DUARTE, 2012). Por sua vez, as atividades experimentais além de trazerem à prática conceitos teóricos também proporcionam ao estudante possibilidades de refletir, questionar, investigar e modelar fenômenos de modo a promover um processo de atividade ativa (ROSA, 2003). Outro grande aliado nesse processo são os recursos computacionais, que se tornaram uma ferramenta potencializadora no ensino da física em caráter experimental, pois através das simulações computacionais questões levantadas em sala de aula podem ser respondidas teoricamente (DE MENDONÇA VALENTE et al., 2022) e posteriormente comprovadas experimentalmente (PEREIRA et al., 2021). No cenário das TICs uma metodologia que tenha destaque por ter vasta possibilidade de aplicação está a vídeo-análise (SASAKI & JESUS, 2020). Isto porque a captura do vídeo pode ser realizada por meio de uma câmera de smartphone e posteriormente a análise do vídeo pode ser realizada através de um software livre. E deste modo é possível estudar através da vídeo-análise toda a dinâmica de um sistema analisando as grandezas tais como posição, velocidade e aceleração, tudo isso através de um experimento de baixo custo.

Esforços vêm sendo empenhados visando discutir a força de arrasto por meio das TICs. Recentemente (FONTES, DOS SANTOS & BATISTA, 2021) desenvolveram uma sequência didática, combinando vídeo-análise utilizando o software Tracker e simulações computacionais, para trabalhar força de arrasto em meios viscosos em um curso de física básica ao nível de graduação. Em nosso trabalho desenvolvemos uma metodologia, através da construção de um experimento de baixo custo com materiais alternativos e envolvendo a técnica de vídeo-análise, para investigar a força de arrasto sofrida por cilindros de papelão de diferentes comprimentos quando eles são postos a oscilar presos a uma mola. Deste modo estudamos a aerodinâmica deste sistema por meio da relação entre o comprimento do cilindro e a força de arrasto sofrida por ele obtida através da vídeo-análise. O referido estudo é uma extensão de um trabalho realizado anteriormente, no qual investigamos a dependência da força de arrasto em função do raio de diferentes discos de papelão muito finos (PEREIRA et al., 2021). Na seção 2 apresentamos o arranjo e a metodologia experimental desenvolvidos, na seção 3 discutimos as análises e resultados obtidos e finalizamos com as considerações finais na seção 4.

II. ARRANJO E METODOLOGIA EXPERIMENTAL

Inicialmente recortamos discos de papelão em que todos possuíam aproximadamente os mesmos raios e espessuras, uma vez que todos vieram de lâminas de papelão aproximadamente semelhantes. Através dos discos recortados construímos cilindros de mesmo raio $r = 7,5 \pm 0,1\text{cm}$ e diferentes comprimentos, como exposto na figura 1-(a). Empilhando e colando os discos previamente recortados, construímos cilindros possuindo comprimentos 0,6 cm, 1,8 cm, 2,5 cm, 3,8 cm, 4,9 cm, 6,0 cm e 7,5 cm. Fixamos um cilindro oco de plástico aos cilindros de papelão de diferentes comprimentos, com massas aferidas em seu interior, como exibido na figura 1-(b). Por meio desta montagem mantemos o sistema com a mesma massa aproximada $m = 217,0 \pm 0,2\text{ g}$, tendo em vista que o aumento do comprimento do cilindro ocasiona a elevação da massa. Este procedimento de equiparação das massas visa o estudo isolado da variação do comprimento do cilindro sobre a força de arrasto que atua no sistema, mantendo a força peso fixa.

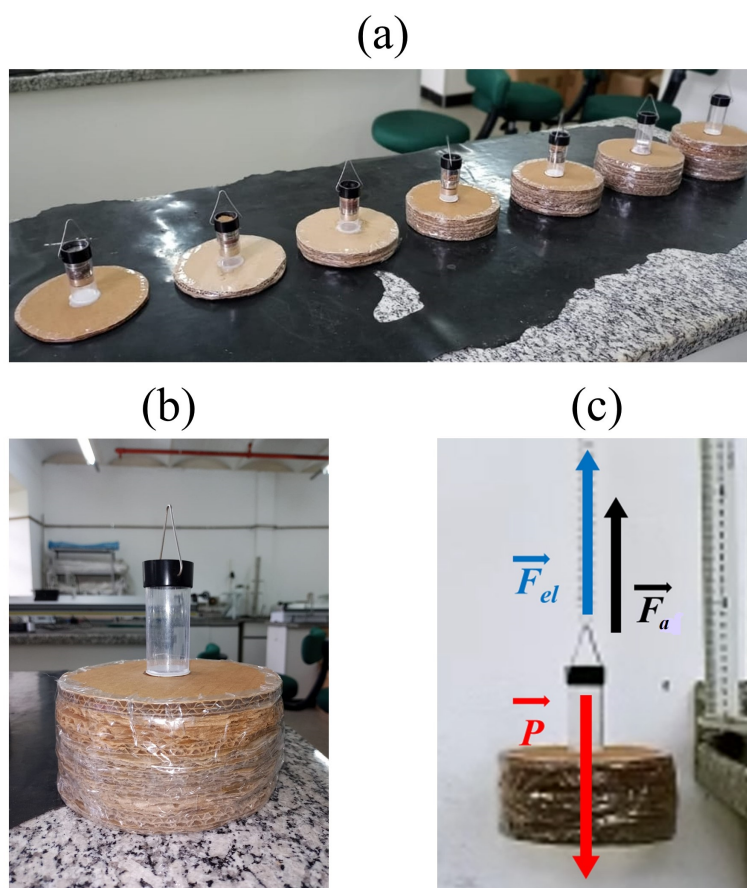


Figura 1: Arranjo experimental. (a) 7 cilindros de papelão cortados com diâmetros iguais e comprimentos 0,6 cm, 1,8 cm, 2,5 cm, 3,8 cm, 4,9 cm, 6,0 cm e 7,5 cm. (b) Pequeno cilindro de plástico colado à base superior do cilindro. (c) Esquema das forças atuantes no sistema em uma dada realização experimental.

Para estudar exclusivamente o efeito da força de arrasto em função do comprimento do cilindro de papelão, suspendemos cada um dos cilindros a uma mola e registramos o

seu movimento oscilatório ao longo de um determinado intervalo de tempo, registrando o movimento do sistema utilizando uma câmera de smartphone. Neste caso, a dinâmica do sistema fica governada pela atuação das forças peso, de arrasto e da mola, como ilustrado na figura 1-(c) por meio das setas coloridas. As filmagens foram realizadas fixando o celular a um pequeno tripé, fixando uma taxa de captura de 30 quadros por segundo. Os vídeos obtidos a partir dos movimentos, de cada um dos sete cilindros, foram analisados por meio da técnica de vídeo-análise, através do software gratuito Tracker (JESUS, 2017). Esta técnica consiste em rastrear o movimento do sistema na tela do computador, por meio da realização de marcações com o mouse sobre um ponto de referência do sistema que se move ao longo do tempo. Durante o processo da análise de vídeo é importante calibrar o software, por um comprimento conhecido, e que esteja, de preferência, paralelo ao plano do movimento do sistema. Neste processo de calibração medidas de comprimento em pixel são transformadas em uma unidade de medida usual.

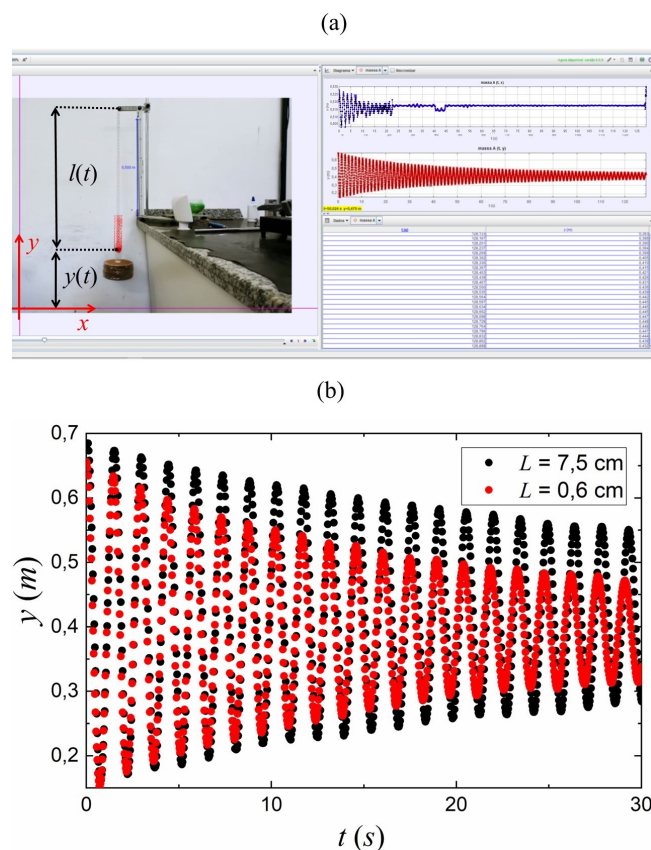


Figura 2: Interface gráfica do programa Tracker, contendo uma foto do experimento em análise, para o cilindro maior de comprimento $L = 7,5$ cm. Nesta figura temos os dados referentes às coordenadas x (quadrados azuis) e y (quadrados vermelhos) em função do tempo t . (b) Posição vertical em função do tempo para os cilindros de comprimentos 0,6 cm e 7,5 cm, conforme a legenda.

Para isto, utilizamos uma régua de 500 mm conforme a figura 2-(a) e a ferramenta de calibração, indicada pela seta azul de duas pontas. Na figura 2-(a) temos resultados para as oscilações em função do tempo para o cilindro de maior comprimento $L = 7,5$ cm, obtidos através do processo de vídeo-análise com o Tracker. A oscilações da curva vermelha

representam as conhecidas oscilações subcríticas amortecidas na direção vertical y , que serão descritas mais adiante. Por sua vez, as oscilações representadas pela curva azul expressam pequenas oscilações ao longo da direção horizontal x , mas que não foram consideradas durante a modelagem do sistema. Essas oscilações podem surgir em decorrência de um pequeno desalinhamento do sistema em relação à vertical, bem como por um fluxo de ar desigual através da borda irregular dos cilindros de papelão revestidas com fita adesiva, como exposto na figura 2-(b). A fita adesiva é utilizada para evitar um fluxo de ar nas cavidades laterais dos cilindros, advindas das folhas de papelão utilizadas na confecção dos cilindros, e consequentemente a ocorrência de uma possível força aerodinâmica adicional.

O processo de vídeo-análise das oscilações foi repetido para cada um dos sete cilindros de diferentes comprimentos. Na figura 2-(b) comparamos os gráficos dos cilindros menor ($L = 0,6$ cm) e maior ($L = 7,5$ cm). O gráfico indica uma redução na amplitude do movimento com o tempo, de maneira mais drástica, para cilindros de comprimentos menores. Este gráfico nos motivou a investigar experimentalmente a dependência da força de arrasto viscoso em função do comprimento do cilindro, como será discutido na seção a seguir.

III. ANÁLISE E RESULTADOS

Para analisar a dinâmica do sistema, o modelamos através da atuação da força elástica $F_{el} = k(l - l_0)$ exercida pela mola, da força de atrito viscoso imposta pelo ar sobre o sistema, modelada pela lei de Stokes $F_a = -bv$, no qual b é a constante de arrasto do sistema oscilante, e da força peso $P = -mg$, conforme o sistema de eixos xy representado na figura 2-(a). Ao se aplicar a segunda lei de Newton $F_{res.} = ma = md^2y/dt^2$, ao longo da direção vertical y , obtém-se a equação diferencial para o oscilador amortecido.

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \gamma \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = \omega_0^2 y_0 - g \quad (1)$$

Para obter a equação 1 seguimos os mesmos passos da referência (PEREIRA et al., 2021), onde relacionamos o comprimento l da mola com a posição y do cilindro, sendo $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ a frequência angular natural de oscilação do sistema na ausência de amortecimento e y_0 a altura inicial do sistema medida em relação à origem. Sabe-se que a equação 1 permite três tipos de soluções distintas, uma para cada regime de amortecimento determinado pela relação entre ω_0 e a constante de amortecimento $\gamma = \frac{b}{m}$, a saber: amortecimentos super crítico, crítico e subcrítico, conforme discutido nas referências (NUSSENZVEIG, 2018; PEREIRA et al., 2021).

As oscilações exibidas na figura 2 mostram um comportamento de amortecimento subcrítico ($\gamma/2 < \omega_0$) para o movimento do cilindro de comprimento $L = 7.5$ cm, em que temos as conhecidas soluções oscilatórias amortecidas. Neste caso, o sistema mecânico executa diversas oscilações com a amplitude modulada por uma exponencial decrescente com constante de tempo $2/\gamma$, a qual é representada pela seguinte solução da equação 1:

$$y = Ae^{-\frac{\gamma t}{2}} \cos(\omega t + \phi) + C \quad (2)$$

Em que A é a amplitude inicial do sistema, $C = \frac{(\omega_0^2 y_0 - g)}{\omega_0^2}$ e ϕ a fase inicial. A constante C

representa a posição do sistema medida em relação à origem após um intervalo de tempo muito longo ($t \gg \frac{1}{\gamma}$), quando o mesmo entra em repouso. Obtemos a frequência angular de oscilação $\omega = \sqrt{\frac{\omega_0^2 - \gamma^2}{4}}$ impondo que a equação 2 satisfaça à 1.

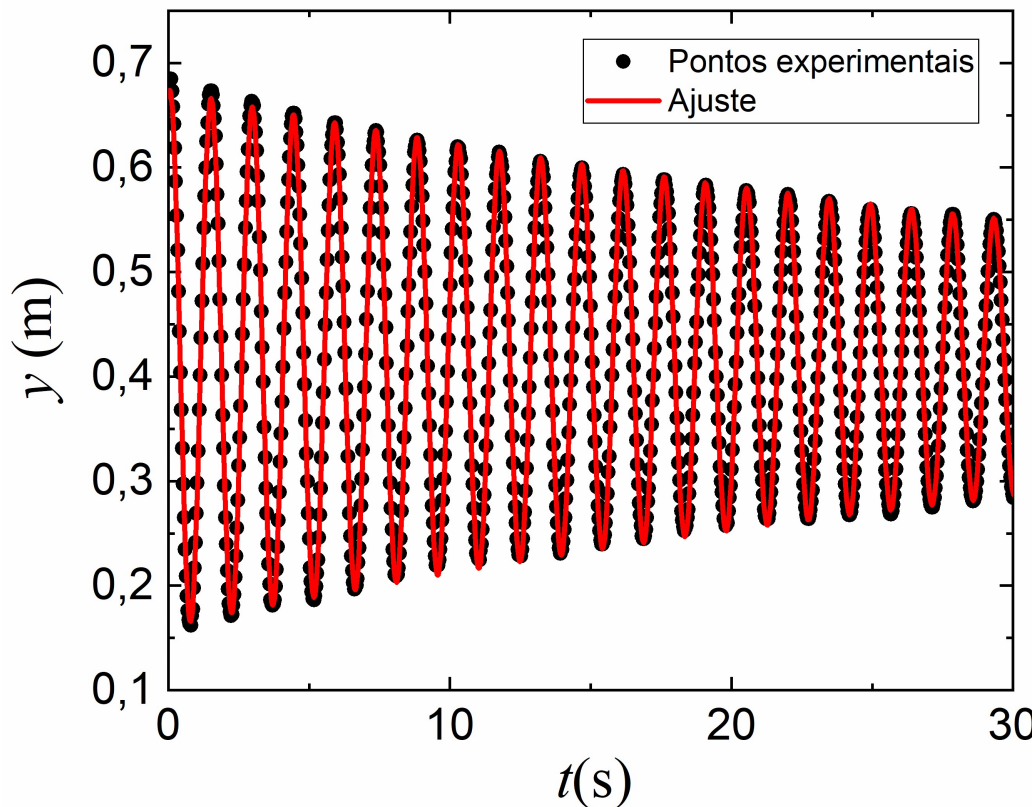


Figura 3: Posição vertical do cilindro de comprimento 7,5 cm em função do tempo ajustada com o modelo teórico para as oscilações amortecidas dado pela equação 2.

Para obter o comportamento da constante de amortecimento γ do sistema com o comprimento L do cilindro ajustamos curvas de posição vertical y em função do tempo (ver figura 3), obtidas através do processo de vídeo-análise utilizando a equação 2. Na figura 3 apresentamos o resultado do referido ajuste. Neste caso os parâmetros obtidos foram $\gamma = 0,0443 \pm 0,0002 \text{ s}^{-1}$, $\omega = 4,2938 \pm 0,0001 \text{ rad/s}$, $\phi = 0,234 \pm 0,001 \text{ rad}$, $A = 0,2567 \pm 0,0004 \text{ m}$ e $C = 0,4177 \pm 0,0001 \text{ m}$, com as barras de erro obtidas através do ajuste. Repetimos esse processo para todos os cilindros, obtendo um comportamento decrescente da constante de amortecimento γ em função do comprimento L , conforme representado na figura 4. A curva vermelha serve apenas para visualizar a tendência de decréscimo dos pontos em função do comprimento dos cilindros. Este comportamento é fisicamente esperado, uma vez que um aumento do comprimento do cilindro em relação ao seu raio representa um aumento na aerodinâmica do sistema, fazendo com que cilindros mais longilíneos sofram cada vez menos a influência do ar durante o seu movimento oscilatório.

Por sua vez, a frequência angular das oscilações, representada na tabela 1, exibe um comportamento aproximadamente constante em função do comprimento do cilindro. Este comportamento é corroborado pela ordem de grandeza cem vezes menor para o coeficiente

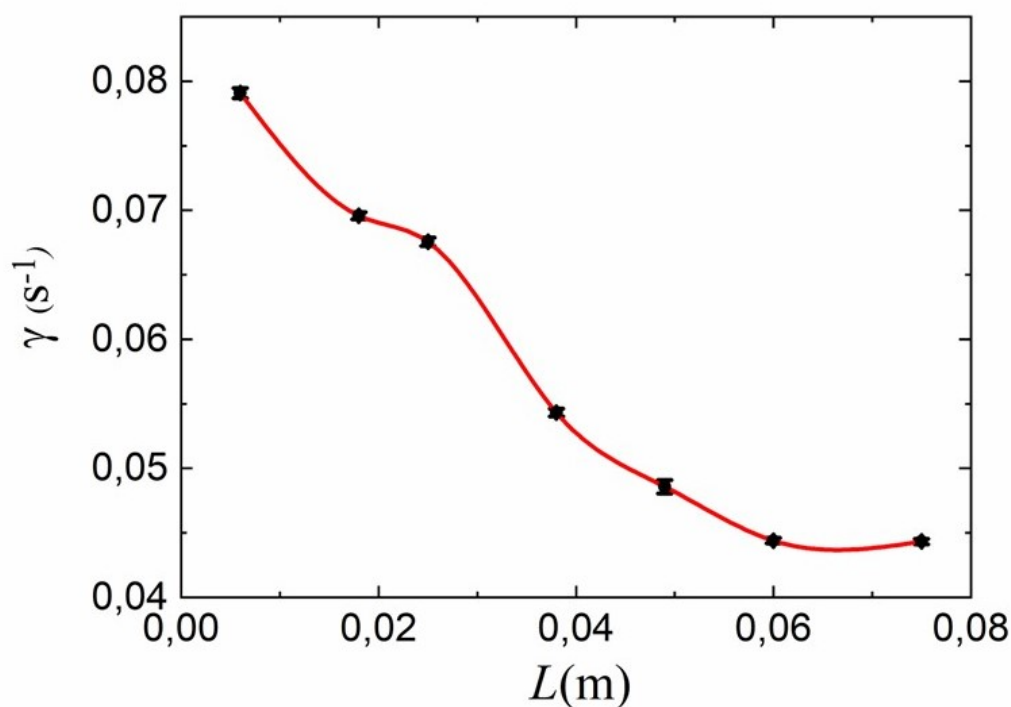


Figura 4: Constante de amortecimento em função do comprimento do cilindro de papelão. A linha vermelha serve apenas para visualizar a tendência de decréscimo dos pontos em função do comprimento dos cilindros.

de amortecimento γ , como ilustrado pelos valores no eixo vertical do gráfico na figura 4, em comparação com os valores da frequência angular natural de oscilação do sistema $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{3,6}{0,217}} \approx 4,1 \pm 0,2$ rad/s. A barra de erro foi estimada por meio da propagação $\delta\omega_0 = 2m\delta k\omega_0\delta k$. Neste experimento utilizamos a mesma mola da referência (PEREIRA et al, 2021) de constante elástica $k = 3,6 \pm 0,3$ N/m, concordando aproximadamente com os valores do gráfico da figura 4, já que $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2/4}$ e $\omega_0 \gg \gamma$. Este fato também é confirmado pela diferença de período imperceptível entre as curvas preta e vermelha, representando, respectivamente, oscilações para os casos extremos de amortecimento fraco e forte.

L (cm)	ω (rad/s)
0,6	4,32
1,8	4,32
2,5	4,32
3,8	4,30
4,9	4,30
6,0	4,30
7,5	4,29

Tabela 1: Valores obtidos para a frequência angular de oscilação, para cada um dos cilindros.

IV. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho propomos uma prática de baixo custo, podendo ser realizada em qualquer ambiente de laboratório didático, para investigar a aerodinâmica de cilindros de papelão de diferentes comprimentos e raios iguais por meio da vídeo-análise de seus movimentos oscilatórios amortecidos pelo ar. Para isto, fixamos a massa do sistema utilizando massas aferidas e investigamos a constante de amortecimento do sistema formado pelos diferentes cilindros, ajustando um conhecido modelo matemático visto nos cursos de mecânica e oscilações que descreve o movimento observado durante o experimento discutido. Foi verificado um comportamento de decréscimo da constante de amortecimento em função do comprimento dos cilindros. Como já mencionado, este resultado é intuitivamente esperado, pois quanto mais longilíneo o cilindro for, com mais facilidade ele atravessará o ar, melhorando a sua aerodinâmica. Este trabalho pode ser utilizado para mostrar aos estudantes como a modelagem matemática, quando combinada com experimento e vídeo-análise, nos permite obter uma análise empírica da relação entre parâmetros físicos de um sistema dinâmico, no caso o coeficiente de amortecimento do sistema em função do comprimento dos cilindros de papelão. E também fazendo-os refletir sobre como diferentes tópicos de física básica podem se conectar numa atividade de laboratório, neste caso oscilações e aerodinâmica de corpos em movimento, para ensejar a discussão sobre estes importantes temas presentes em diversos ramos da engenharia.

V. AGRADECIMENTOS

F. R. Dutra e R. M. Valente agradecem ao Programa Jovens Talentos da FAPERJ pelas bolsas de iniciação científicas recebidas durante o desenvolvimento do projeto.

REFERÊNCIAS

DE MENDONÇA VALENTE, R. et al. Drop Tower: uma aplicação didática da modelagem computacional em um problema de eletromagnetismo do Ensino Médio. *Revista do Professor de Física*, v. 6, n. 2, p. 105-117, 2022.

DUARTE, E. Física para o Ensino Médio usando simulações e experimentos de baixo custo: um exemplo abordando dinâmica da rotação. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, v. 29, (2012).

FONTES, A. da S.; DOS SANTOS, O. R. & BATISTA, M. C. Possibilidades para ensinar conceitos de força de arrasto em meio fluído líquido. *Revista do Professor de Física*, v. 5, n. 2, p. 8095, 2021.

JESUS, V. L. B. *Experiments and Video Analysis in Classical Mechanics (Undergraduate Lecture Notes in Physics)*. (1. ed. Cham: Springer International Publishing AG, 2017)

LENZ, A., FILHO, N. C. S. & JÚNIOR, A. G. B. Utilização de TIC para o estudo do movimento: alguns experimentos didáticos com o software Tracker. *Abakós*, v. 2, n. 2, p. 24-34, 2014.

NUSSENZVEIG, H.M., Curso de Física Básica: fluidos, oscilações e ondas, calor Editora Blücher, São Paulo, (2018).

PEREIRA, L. O. et al. Investigação experimental da lei de Stokes em discos: uma abordagem de baixo custo por vídeo-análise de oscilações amortecidas. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 43, 2021.

PIRES, M. A. & VEIT, E. A. Tecnologias de Informação e Comunicação para ampliar e motivar o aprendizado de Física no Ensino Médio. *Revista Brasileira de ensino de Física*. v. 28, p. 241-248, (2006).

ROSA, C. W. Concepções teórico-metodológicas no laboratório didático de física na Universidade de Passo Fundo. *Ensaio*, v. 5, p. 2, (2003).

SASAKI, D. G. G. & JESUS, V. L. B. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 42, (2020).