



Drop Tower: uma proposta extracurricular de modelagem computacional em um problema de eletromagnetismo do Ensino Médio

Drop Tower: an extracurricular proposal for computational modeling in a high school eletromagnetism problem

RENAN DE MENDONÇA VALENTE¹, DOUGLAS SANTOS RODRIGUES FERREIRA¹,
RENATO PEREIRA DE FREITAS¹, ELICARDO ALVES DE SOUZA GONÇALVES¹,
VALTER DE SOUSA FELIX¹, ANDRÉ ROCHA PIMENTA¹, RAFAEL DE SOUSA
DUTRA¹, LEANDRO DE OLIVEIRA PEREIRA*¹

¹Laboratório de Instrumentação e Simulação Computacional Aplicada, Instituto Federal Rio de Janeiro, Campus Paracambi, Rio de Janeiro, RJ, CEP 26600-000.

DOI: <https://doi.org/10.26512/rpf.v6i2.39828>

Resumo

O presente trabalho aborda uma ideia sugerida em sala de aula pelos alunos do curso técnico em eletrotécnica do IFRJ campus Paracambi, a qual envolve a aplicação de conceitos de indução eletromagnética na proposição teórica de uma nova configuração do brinquedo de parque de diversões conhecido como Drop tower, onde nesta nova configuração iremos considerar modelos de campos magnéticos variáveis no tempo. Deste modo o problema foi modelado matematicamente e resolvido computacionalmente usando o integrador numérico Runge-kutta de quarta ordem implementado em linguagem C++. Foram implementadas seis configurações de campo magnético para determinar qual delas oferece a dinâmica do movimento desejada para o sistema. Deste modo foi possível aprofundar a discussão do importante fenômeno da indução eletromagnética com os alunos, por meio da solução numérica de um problema prático. Esta abordagem se mostra como ferramenta pedagógica que possibilita aos alunos uma visão ampliada do conteúdo, evidenciando conceitos mais abstratos do ponto de vista da matemática, física e computação.

Palavras-chave: Eletromagnetismo. Interdisciplinaridade. Modelagem Computacional.

Abstract

*Email: leandro.pereira@ifrj.edu.br

This paper addresses an idea suggested in the classroom by students of the technical high course in electrotechnics at the IFRJ campus Paracambi, which involves the application of electromagnetic induction concepts in the theoretical proposition of a new configuration of the amusement park toy known as Drop tower, where in this new configuration we will consider time-varying magnetic field models. Thus, the problem was mathematically modeled and computationally solved using the fourth order Runge-kutta numerical integrator implemented in C++ language. Six magnetic field configurations were implemented to determine which one offers the desired motion dynamics for the system. In this way, it was possible to deepen the discussion of the important phenomenon of electromagnetic induction with the students, through the numerical solution of a practical problem. This approach is shown as a pedagogical tool that enables students to have an expanded view of the content, showing more abstract concepts from the point of view of mathematics, physics and computing.

Keywords: Electromagnetism. Interdisciplinarity. Computational Modeling.

I. INTRODUÇÃO

O uso da interatividade em atividades de simulação e modelagem computacionais aplicadas ao ensino de Física como meio para fomentar aprendizagens significativas desempenha um papel decisivo no processo de ensino-aprendizagem, sendo dada especial ênfase à sua importância para o engajamento do aluno em atividades voltadas para a construção de seu próprio conhecimento (MOZENA, 2014; CLEMENT, 2003).

A introdução de atividades extracurriculares no ambiente escolar proporciona ao aluno um cosmo diversificado de saberes, experiências e oportunidades para aguçar críticas sobre questões e vivenciar uma sociabilidade que transcende o cotidiano da escola (SILVA, 2020). Somado a isto, o processo por meio do qual uma nova informação é relacionada com aspectos relevantes da estrutura do conhecimento de um indivíduo é o que se conhece como aprendizagem significativa. Deste modo, a interação entre a nova informação e a estrutura de um conhecimento já adquirido pelo estudante é feita de forma a resultar em um processo criativo desafiador.

Como propõe Ausubel (AUSUBEL, NOVAK & HANESIAN, 1980) a teoria da aprendizagem significativa se dá quando uma nova informação, conceito, ideia ou suposição possui significado relevante para o aluno. Desta forma para uma informação fazer sentido para o educando, é necessário que se estabeleça uma analogia com as ideias que já se encontram em sua estrutura cognitiva. Neste sentido uma abordagem interdisciplinar correlacionando a computação, matemática e a física, através de projetos extracurriculares, tem a capacidade de tornar mais acessíveis os conceitos abstratos desenvolvidos, principalmente a solução de sistemas dinâmicos em geral (PASQUALETTO, 2017; MACHADO, 2021; COELHO, 2002).

Os sistemas dinâmicos são o conceito que na Física e na Matemática, descrevem como um ponto, em um espaço geométrico, depende do tempo através de uma regra fixa. Os casos incluem modelos matemáticos que descrevem, por exemplo, o comportamento de um capacitor em um circuito RC, o movimento de um pêndulo, o cálculo de órbitas, a vazão de água em um duto, o movimento de corpos em um campo de força, entre outros fenômenos



Figura 1: Foto do brinquedo Drop Tower. Fonte: <https://letstalkscience.ca/educational-resources/stem-in-context/how-lenzs-law-used-in-drop-tower-rides>.

da natureza. Neste contexto, não se pode negar que as equações diferenciais têm ocupado um lugar de destaque no entendimento e descrição dos sistemas dinâmicos (MACHADO, 2004). Para a abordagem dos sistemas dinâmicos existem diferentes métodos analíticos de resolução das equações diferenciais. Quando há a impossibilidade de se determinar a solução exata nos casos em que as equações não se classificam em nenhum método (maioria dos casos), desenvolveram-se técnicas para a determinação de soluções numéricas aproximadas (BOYCE W.E. & DIPRIMA, 2015).

Neste trabalho iremos resolver numericamente, modelando computacionalmente um sistema dinâmico eletromagnético, por meio de um projeto extracurricular. A aprendizagem da utilização de métodos matemáticos computacionais possibilita a observação dos fenômenos eletromagnéticos por meio das simulações (MARTINS, GARCIA & BRITO, 2011), como o movimento de corpos carregados em um campo magnético, situação que será discutida neste artigo. É de conhecimento de toda a comunidade de ensino de física que o eletromagnetismo é um dos conceitos mais abstratos e de difícil compreensão para os alunos (BRAGA, 2006; DUARTE, 2019), e é uma das áreas da Física que mais se manifesta em nossa vida cotidiana e no mundo contemporâneo, por exemplo, instrumentos elétricos, motores de carro, equipamentos magnéticos e a geração de energia elétrica em usinas (KETTENHUBER, 2020). Neste trabalho discutimos um sistema dinâmico que é conhecido como *Drop tower*, representado na Figura 1, um brinquedo de parque de diversões que sobe até uma determinada altura máxima estabelecida e começa a cair em queda livre, até que é acionado seu freio, baseado no fenômeno eletromagnético da indução, para a sua desaceleração (MARTÍN, 2012).

Esta frenagem é promovida por magnetos presentes no sistema, juntamente com freios hidráulicos, que geram campos magnéticos constantes no tempo, e que graças ao movimento do brinquedo, gera uma variação de fluxo magnético que contribui para o processo de frenagem. Neste trabalho estendemos esta discussão, substituindo os magnetos que geram campos constantes por fontes de campo magnético variáveis no tempo, onde neste caso, a variação de fluxo magnético terá origem em duas fontes, sendo elas o próprio movimento do brinquedo, como já mencionado anteriormente, e a variação temporal do campo magnético considerado. Iremos propor alguns modelos matemáticos de campo magnético variável no

tempo e por meio de discussões iremos elencar quais deles podem ser utilizados para se obter a dinâmica desejada para este sistema. Deste modo este trabalho traz uma situação-problema (RICARDO, 2010) para ser desenvolvida em sala de aula, em uma atividade extracurricular a ser desenvolvida no contraturno com um grupo de alunos.

II. MODELAGEM

A resolução de problemas é uma das ferramentas pedagógicas mais usual para a fixação dos conteúdos nas aulas de física (CLEMENT, 2003) e é desta prática que surge a motivação para este trabalho, em que durante uma aula de Física III para o curso técnico em eletrotécnica do IFRJ campus Paracambi, estava sendo discutida com os alunos a questão 22ER do livro Tópicos de Física volume 3 (GUALTER, 2012). Esse problema aborda o conceito de força magnética e indução eletromagnética. O enunciado da referida questão menciona uma barra condutora ligada a um circuito de modo a formar uma espira de área variável, que cai numa região de campo magnético uniforme como exposto na Figura 2 (a).

O objetivo original do problema é determinar a velocidade terminal atingida pela barra no movimento de queda nessas condições. Após a resolução do exercício surge o seguinte questionamento: “Como seria o movimento da barra caso o campo magnético não fosse constante? Outra situação que foi levantada em sala de aula é a existência de um brinquedo chamado *Drop tower* que tem o movimento similar ao da barra em queda descrita anteriormente, e a possibilidade de usar os conceitos de eletromagnetismo estudados para controlar a dinâmica do movimento do brinquedo. Para responder a esses questionamentos, foi desenvolvido um projeto extracurricular de modo a aprofundar os conteúdos trabalhados em sala de aula, utilizando conceitos matemáticos avançados e simulação computacional.

O brinquedo *Drop tower*, como dito anteriormente, é um sistema dinâmico, no qual um determinado número de pessoas está sentado e solidário à uma cabine, que tem a liberdade de se movimentar ao longo da direção vertical. O sistema mecânico do brinquedo conduz a cabine, juntamente com as pessoas, até uma determinada altura. Logo em seguida o sistema formado pela cabine e pelas pessoas é abandonado, e o sistema inicia um movimento de queda livre, atingindo velocidades da ordem de aproximadamente 120km/h, antes de desacelerar e voltar a sua posição de origem (MARTÍN, 2012). Sendo umas das principais atrações nos principais parques de diversões pelo mundo, as torres variam em altura, capacidade de passageiros, tipo de elevação e tipo de freio, onde são utilizados freios magnéticos em conjunto com cilindros hidráulicos ou freios pressurizados a ar (MARTÍN, 2012). A tabela 1 mostra o rank com as mais altas torres de *Drop tower* do mundo¹.

Neste trabalho discutimos uma modelagem teórica para o brinquedo de modo que o movimento, de elevação e de frenagem do sistema, possa ser controlado única e exclusivamente pela variação de um campo magnético externo, sem a necessidade de sistemas mecânicos que elevem o sistema até a altura inicial de queda e de freios hidráulicos que ajudem no processo de frenagem, onde além disso desprezaremos os atritos e a resistência do ar. Dessa forma o brinquedo cairia devido à ação gravitacional, frearia e retornaria para o ponto inicial de queda. Uma imagem pictórica da proposta do brinquedo se encontra representada

¹ Dados disponíveis em https://en.wikipedia.org/wiki/Drop_tower

Rank	Nome	Parque	Localidade	Altura de queda (m)
1	Zumanjaro: Drop of Doom	Six Flags Great Adventure	Jackson, New Jersey, USA	126
2	Lex Luthor: Drop of Doom	Six Flags Magic Mountain	Valencia, California, USA	120
3	The Giant Drop	Dreamworld	Coomera, Queensland, Australia	115
4	Highlander	Hansapark	Sierksdorf, Germany	103
5	Blue Fall	Sea Paradise	Yokohama, Japan	100
	La Venganza del Enigma	Parque Warner Madrid	Madrid, Spain	100
6	Donjon de l'Extrême	Nigloland	Dolancourt, France	95
7	Falcon's Fury	Busch Gardens Tampa Bay	Tampa Bay, Florida, USA	94
8	Voltrum	Bayern-Park	Reisbach, Germany	93
9	Hurakan Condor	PortAventura Park	Salou, Spain	86
10	Global Burj	Global Village	Dubai, UAE	85
11	Drop Tower	Kings Dominion	Doswell, Virginia, USA	83
12	Drop Tower	Kings Island	Mason, Ohio, USA	80
	Big Tower	Beto Carrero World	Penha, Santa Catarina, Brazil	80

Tabela 1: Rank das maiores Drop Towers do mundo.

na Figura 2 (b), inspirada na Figura 2 (a) do problema proposto do livro, onde se tem no topo da torre um resistor conectado com dois fios que irão até a base da torre. Na região do assento do brinquedo é colocada uma haste metálica condutora L ligada eletricamente aos fios, mas de modo que possa se movimentar deslizando neles com atrito desprezível conforme.

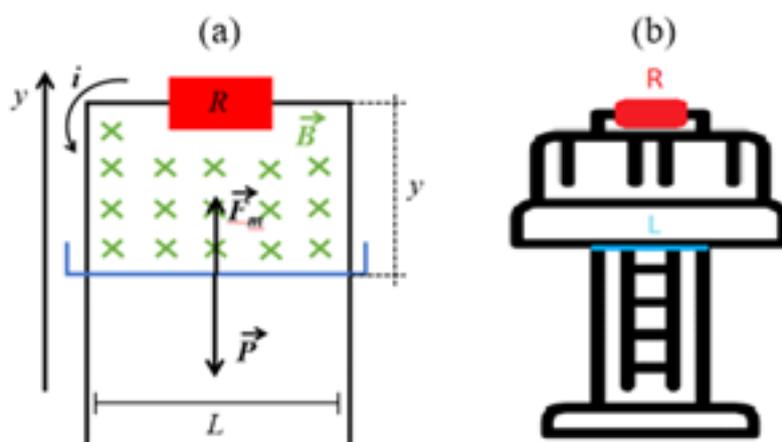


Figura 2: (a) Diagrama das forças atuantes no exemplo do livro. (b) modelagem do esquema do brinquedo.

Durante o movimento de descida com aceleração a o sistema fica sujeito as forças peso $P = -mg$, advinda da interação da massa m do sistema (formado pelo compartimento + pessoas) com o campo gravitacional de módulo g , e magnética $F_m = i B(t)L$ devido à corrente induzida i , gerada pela variação do fluxo magnético, que interage com o campo magnético externo aplicado $B(t)$. A dinâmica do sistema é estudada aplicando a segunda lei de Newton ao conjunto (NUSSENZVEIG, 2013)

$$-mg + iB(t)L = ma. \quad (1)$$

A corrente elétrica i induzida no circuito, e que percorre a resistência R , é obtida relacionando a força eletromotriz induzida ε , por meio da lei de Ohm $\varepsilon = Ri$, em decorrência da variação temporal do fluxo magnético $\varphi = B(t)A$, através da lei de Faraday-Lenz, ou seja,

$$i = -\frac{L}{R} \left(\frac{\Delta y}{\Delta t} B(t) + y \frac{\Delta B(t)}{\Delta t} \right), \quad (2)$$

onde a área $A=Ly$, que também varia no tempo, é definida pelo produto da largura L da barra pela distância y percorrida por ela verticalmente. Substituindo a equação 2 na equação 1, obtemos a seguinte equação para a aceleração do sistema:

$$a = -\frac{B^2 L^2}{mR} \frac{\Delta y}{\Delta t} - \frac{BL^2}{mR} \frac{\Delta B(t)}{\Delta t} y - g. \quad (3)$$

Deve ser mencionado aos estudantes que as variações temporais da posição y (velocidade de descida do sistema) e do campo magnético B são avaliadas no limite em que o intervalo de tempo Δt tende a zero, para que o movimento possa ser entendido como uma sucessão de eventos contínuos. Essa ideia é de extrema importância para entender como a dinâmica do sistema será obtida posteriormente através das simulações numéricas. O professor também pode mencionar que ao tomar o limite de intervalos de tempo cada vez menores, as variações temporais das grandezas envolvidas no problema se tornam objetos matemáticos especiais (derivadas), e, portanto, temos que $a \rightarrow d^2y/dt^2$, $\Delta y/\Delta t \rightarrow dy/dt$ e $\Delta B/\Delta t \rightarrow dB/dt$. Deste modo a equação 3 se torna uma equação diferencial linear de segunda ordem que irá

Cossenoidal	Linear	quadrático	cúbico	quártico	Exponencial
$B_0 \cos \omega t$	$B_1 t$	$B_2 t^2$	$B_3 t^3$	$B_4 t^4$	$B_0 e^{\alpha t}$

Tabela 2: Diferentes modelos de campo magnético externo $B(t)$ utilizados no estudo da dinâmica do Drop tower.

descrever a dinâmica do movimento do brinquedo de acordo com o campo magnético $B(t)$ aplicado, e dos parâmetros restantes de entrada do sistema.

III. ARRANJO E METODOLOGIA

Com o objetivo de ensinar a discussão acerca do papel desempenhado pela ação de um campo magnético externo dependente do tempo na dinâmica do *Drop tower*, escolhemos seis configurações de campo magnético $B(t)$, sugeridas e discutidas em sala de aula, sumarizados na Tabela 2. Nessas configurações sugeridas as magnitudes dos campos são sintonizadas por meio dos parâmetros B_n e α , com $n = 0, 1, 2, 3$ e 4 .

Do ponto de vista técnico as equações diferenciais foram resolvidas numericamente utilizando o integrador Runge-Kutta de quarta ordem (BOYCE W.E.; DIPRIMA, 2015) e implementado em linguagem C++. Todavia, para utilizar o método de Runge-Kutta em equações diferenciais de segunda ordem foi feita uma substituição de variáveis de modo a criar um sistema de equações que transformam a equação de segunda ordem, dada pela equação 3, em duas equações de primeira ordem (BOYCE W.E., DIPRIMA, 2015). Para a execução do cálculo numérico os seguintes parâmetros foram fixados: passo de integração $h = 0,001$ (valor que otimiza a relação entre o tempo de execução e a precisão do integrador) (BOYCE W.E., DIPRIMA, 2015), massa do sistema $m = 200 \text{ kg}$, resistência elétrica $R = 100$, aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$ e comprimento da haste $L = 1 \text{ m}$. Como condições iniciais, consideramos que no instante $t = 0$ o sistema parta do repouso ($v = 0$) e a partir da origem do sistema de coordenadas ($y = 0$). Esses valores foram adotados para aproximar as condições de uso do brinquedo.

IV. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Iniciamos a discussão considerando um modelo cossenoidal $B_0 \cos \omega t$, para o campo magnético externo, com amplitude $B_0 = 1 \text{ T}$. Esse valor de amplitude é inspirado no enunciado do exercício que motiva a situação problema descrita na seção 2, referente à modelagem. No referido exercício o autor utiliza um campo magnético uniforme de módulo igual a 1 T . E por simplicidade escolhemos a frequência angular $\omega = 1 \text{ rad/s}$. Nesta configuração de campo magnético, o sistema executa um movimento uniformemente variado como exposto no comportamento parabólico e linear, respectivamente, do gráfico da *posição x tempo* Figura 3-(a) e da *velocidade x tempo* Figura 3-(b). Este comportamento pode ser justificado analisando a equação 3. Na mesma existem prefatores BL^2/mR e $B\dot{s}L^2/mR$ que multiplicam, respectivamente, os termos proporcionais à posição y e à sua derivada associados à força magnética atuante na barra. Os parâmetros físicos de entrada considerados

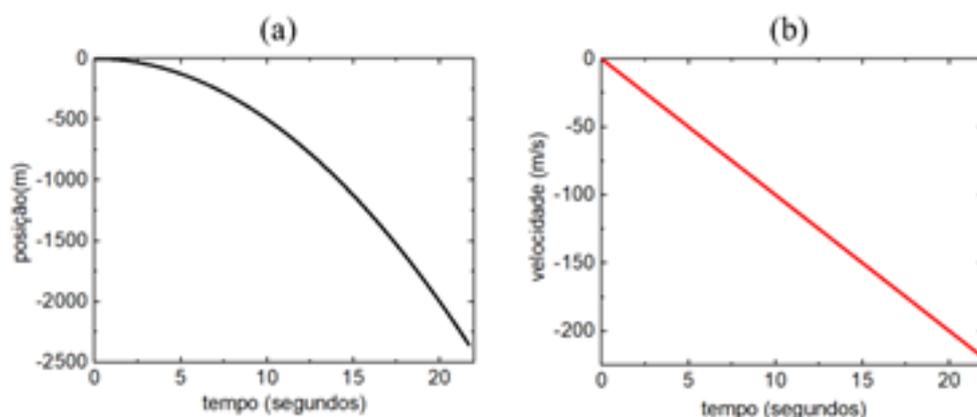


Figura 3: Simulações considerando o modelo cossenoidal no tempo para o campo magnético externo (a) Gráfico posição x tempo. (b) Gráfico velocidade x tempo.

nesta simulação, tornam estes prefatores muito pequenos, $BL^2/mR = B\check{s}L^2/mR \approx 5.10^{-5}$, de tal modo que a força magnética atuante na barra assume valores desprezíveis ao longo do tempo, e, portanto, a dinâmica do sistema fica praticamente governada apenas pela ação da força gravitacional atuante no sistema. Desta forma, a configuração de campo magnético cossenoidal, para os parâmetros físicos de entrada considerados, não atende a condição de movimento proposta para esse sistema, que consiste em um movimento retardado de descida e a sua posterior ascensão para o ponto de partida de onde se iniciou o movimento de queda.

Agora passamos a considerar modelos crescentes no tempo para o campo magnético externo, que também fornecem fluxos magnéticos crescentes, favorecendo assim a condição de movimento proposta para o brinquedo. Por questão de simplicidade consideramos todos os parâmetros dos referidos modelos, representados na tabela 2, iguais à unidade, com as suas respectivas unidades de medida adequadas: $B_n=1 T/s^n$ e $\dot{B} = 1 s^{-1}$. Iniciaremos com o modelo linear $B(t) = B_1t$.

Conforme exposto na Figura 4-(a), o modelo linear considerado para o campo magnético externo não é suficiente para promover mudança qualitativa significativa no comportamento no gráfico da *posição x tempo*, se assemelhando ao comportamento de queda livre exposto na Figura 3-(a).

Porém já se observa um ponto de inflexão no gráfico da velocidade na Figura 4-(b), o que mostra uma tendência de inversão no sentido da velocidade. No entanto, para isso, seria necessário um intervalo de tempo e uma altura de queda maiores do que os valores de referência para o brinquedo, para se observar a mudança no sentido do movimento.

Esse comportamento indica que a variação do fluxo magnético, não induz uma corrente elétrica suficiente para promover uma força magnética sobre a barra que seja suficiente para inverter o sentido do movimento, no intervalo de tempo analisado. Deste modo esta configuração de campo magnético variando linearmente no tempo ainda não fornece a condição de movimento que atende aos parâmetros do sistema.

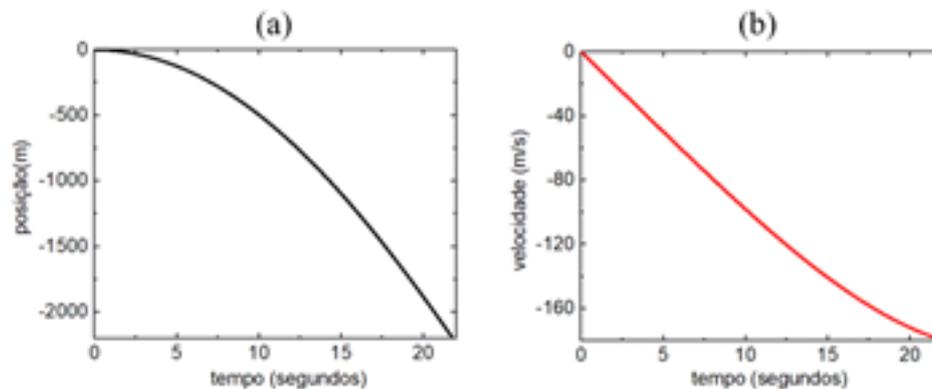


Figura 4: Simulações considerando o modelo linear no tempo para o campo magnético externo (a) Gráfico posição x tempo. (b) Gráfico velocidade x tempo.

Na Figura 5 consideramos agora um modelo de crescimento cúbico para o campo magnético $B(t) = B_3 t^3$, onde neste caso o sistema retorna praticamente à posição de origem, como exposto na Figura 5-(a). Além disso esse modelo estabelece uma altura de queda de 97 m em um intervalo de tempo de $5,2\text{ s}$, valores compatíveis com o brinquedo original.

Durante a descida, no intervalo $[0, 3,6\text{ s}]$, a corrente elétrica induzida no sistema aumenta gradativamente, devido à variação crescente do fluxo magnético, resultando em uma força magnética também crescente e contrária à força peso. Por meio das Figuras 5-(a) e 5-(b) percebe-se que a velocidade máxima de $31,9\text{ m/s}$ ($114,8\text{ km/h}$), em módulo, é atingida em $3,6\text{ s}$ e a 65 m do ponto de partida durante descida, no instante em que os módulos da força peso e magnética se igualam. A seguir o módulo da força magnética supera o módulo da força peso, tendo uma aceleração média de $24,7\text{ m/s}^2$, aproximadamente $2,5\text{ g}$, durante o intervalo de tempo $[3,6\text{ s}, 5,2\text{ s}]$ em que o sistema desce retardado até parar no ponto mais baixo. No instante a velocidade é zero e acontece a inversão no sentido do movimento. Depois o sistema retorna subindo de maneira acelerada, onde agora o fluxo magnético decresce com o passar do tempo, como também a corrente elétrica induzida e a força magnética, até atingir a velocidade máxima de $32,3\text{ m/s}$ na subida, no instante de $6,2\text{ s}$, onde os módulos das forças peso e magnética se igualam. A partir deste ponto o sistema passa a subir em movimento retardado até parar no ponto onde se iniciou a queda, depois de um longo período. Desta forma o modelo cúbico, para o campo magnético variando no tempo, fornece uma configuração de movimento compatível com as condições do brinquedo original, com altura máxima atingida compatível com os valores apresentados na Tabela 1, bem como valores de velocidades e acelerações plausíveis de suportar do ponto de vista fisiológico.

Os modelos quadrático, quártico e exponencial considerados na Tabela 2 tiveram comportamentos qualitativos observados semelhantes ao modelo cúbico. Todavia no modelo quadrático a altura de queda é muito superior ao valor usual, acima dos 300 metros , e o brinquedo não retorna à posição inicial dentro do intervalo de tempo avaliado. Por sua vez, tanto o modelo quártico quanto o exponencial, para o campo magnético, promovem um movimento capaz de gerar a configuração pretendida para o brinquedo, mas não são compatíveis com a sua versão original, uma vez que a altura máxima de queda atingida, em torno de 50 m , para o modelo quártico, está um pouco aquém dos valores típicos listados na Tabela 1. E as acelerações súbitas atingidas pelo modelo exponencial inviabilizam a sua

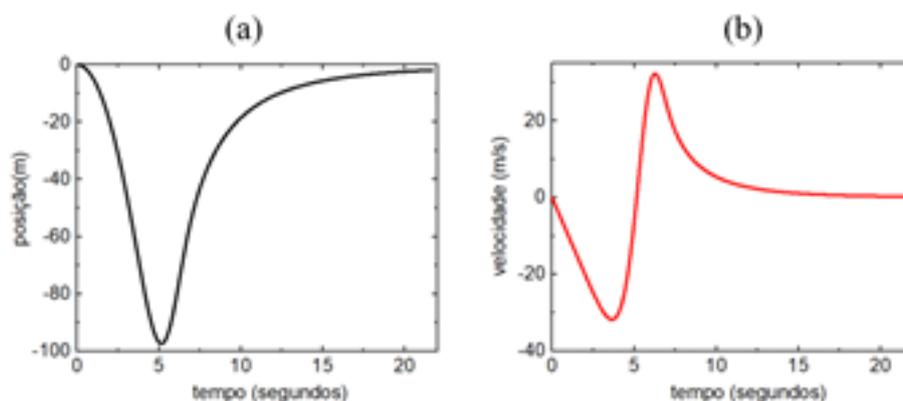


Figura 5: Simulações considerando o modelo cúbico no tempo para o campo magnético externo (a) Gráfico posição x tempo. (b) Gráfico velocidade x tempo.

	B_2t^2	B_3t^3	B_4t^4	$B_0e^{\alpha t}$
Altura máxima de queda	300 m	97 m	50 m	149 m
Velocidade máxima de descida	191 km/h	114 km/h	87 km/h	154 km/h

Tabela 3: Valores de altura e velocidade máximas atingidas para os modelos de campo magnético quadrático, cúbico, quártico e exponencial no tempo.

utilização por serem incompatíveis com a fisiologia humana. Na Tabela 3 listamos as alturas e velocidades máximas atingidas ao se utilizar os modelos quadrático, cúbico, quártico e exponencial.

V. CONCLUSÃO

O aprofundamento de conceitos vistos no ensino médio se mostra como uma ferramenta pedagógica que possibilita aos alunos uma visão ampliada do conteúdo, haja vista que permite que se expanda os horizontes do conhecimento, evidenciando, no caso da área das ciências exatas, conceitos mais abstratos do ponto de vista da matemática, física e computação (SOARES, 2016; DA SILVA, 2005; RODRIGUES, 2016).

Nesse sentido, a abordagem do sistema dinâmico *Drop tower* permite incentivar o aprofundamento dos discentes por meio da busca de conhecimentos e ferramentas matemáticas dentro das disciplinas, o que influencia na sua formação acadêmica e conseqüentemente no aproveitamento das disciplinas (PEREIRA, 2021).

A modelagem do problema, a solução numérica das equações diferenciais e a análise da dinâmica do movimento do sistema por meio dos gráficos, possibilita aos estudantes pôr em prática novos conteúdos aprendidos e conceitos estudados em disciplinas anteriores (AMORIM, 2017).

Após a análise de todas as configurações dinâmicas do brinquedo feitas em sala de aula, com os alunos participantes do projeto extracurricular proposto, em horário de contraturno,

foi possível determinar uma configuração que possua semelhança com o brinquedo original em velocidade, altura de queda e acelerações.

É importante salientar que outras configurações dos parâmetros B_n e presentes nos modelos para o campo magnético, representados na tabela 2, podem afetar o comportamento do sistema de modo que surjam novas configurações que satisfaçam a dinâmica do brinquedo, como por exemplo os campos quadrático e quártico, abrindo margem para novas discussões.

Nessa perspectiva foi possível para os estudantes determinar, em um primeiro momento, a forma desejável para o movimento em função do campo magnético aplicado e da gravidade. Um outro aspecto que ajudou a balizar foram as acelerações máximas atingidas nos modelos considerados, uma vez que o corpo humano não é capaz de suportar acelerações que ultrapassem 5 vezes a aceleração gravitacional (EAGER, 2013).

Dentre os modelos propostos para a campo magnético externo, constatamos que a maioria inviabiliza os seus respectivos sistemas com a ideia proposta, seja por não atingirem valores próximos à altura limite, como nos casos cossenoidal, linear, quadrático e quártico, ou seja, pelos valores de aceleração atingidos acima do limite suportado pelo corpo humano, como no caso do sistema sujeito a um campo magnético exponencialmente crescente no tempo.

Por meio dos estudos e análises realizadas, os estudantes puderam eleger o modelo cúbico, para o campo magnético, como sendo o que melhor se enquadra, dentre as configurações propostas, para atingir o comportamento dinâmico exibido pelo *Drop Tower*. Além disso o referido modelo cúbico prevê valores de altura e velocidade máximas, bem como de aceleração, compatíveis com a realidade. Apesar da modelagem descrita nesse trabalho não ser uma abordagem presente nos conteúdos programáticos obrigatórios do ensino médio regular, o mesmo apresenta uma proposta de atividade extracurricular, ou até mesmo integradora, para um curso médio-técnico nas áreas tecnológicas em geral, onde o professor pode instruir os alunos na manipulação dos parâmetros dos campos magnéticos, na implementação dos códigos e nas soluções numéricas computacionais das equações diferenciais, incentivando os estudantes a seguirem na área tecnológica, área, esta, de grande importância para o desenvolvimento e progresso do país.

REFERÊNCIAS

AMORIM, R.; FEISTEL, R. A. B. *Interdisciplinaridade no ensino de Física: algumas discussões*. Eventos Pedagógicos, v. 8, n. 1, p. 507-533, 2017.

AUSUBEL, D.P., NOVAK, J.D., HANESIAN, H. *Psicologia Educacional*. Rio de Janeiro: Interamericana. Tradução da segunda edição de Educational psychology: A cognitive view. 1980

BOYCE, W. E., DIPRIMA, R. C.; MEADE, D. B. *Elementary differential equations*. John Wiley & Sons, 2017.

BRAGA, M. D. M, RIBEIRO, T. R. M. (2006). *Relato de uma experiência didática envolvendo o tratamento do eletromagnetismo no ensino médio com um enfoque conceitual*. Encontro Estadual de

Ensino de Física. (1.: 2005 nov. 24-26: Porto Alegre, RS). Atas. Porto Alegre: Instituto de Física-UFRGS, 2006.

CLEMENT, L. TERRAZZAN, E. A. NASCIMENTO, T. B. *Resolução de Problemas no ensino de física baseado numa abordagem investigativa*. ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS, v. 4, p. 1-13, 2003.

COELHO, R. O. *O uso da informática no ensino de física de nível médio*. Pelotas – RS. 101 f. [Dissertação (Mestrado em Educação)] Universidade Federal de Pelotas, 2002.

DA SILVA, Í. B; DE OLIVEIRA TAVARES, O. A. *Uma pedagogia multidisciplinar, interdisciplinar ou transdisciplinar para o ensino/aprendizagem da física*. HOLOS, v. 1, p. 4-12, 2005.

DUARTE, A. F., & NEMER, K. L. V. B. *Aprendizagem Móvel da Física: uma experiência didática sobre eletromagnetismo no Ensino Médio da rede pública do Estado do Acre*. Revista Do Professor De Física, 3(2), 34–49. 2019.

EAGER, D. *G-force and the enjoyment of rides*. Australasian Parks and Leisure, v. 16, n. 3, p. 32-34, 2013.

GUALTER, J. B. DOCA R. H. VILLAS BÔAS N. *Tópicos de Física: volume 3 /*, —18. ed. — São Paulo: Saraiva, 2012.

KETTENHUBER, R. H. B. V. *Eletromagnetismo no ensino médio*. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Acre, 2020.

MACHADO, K. D. *Equações diferenciais aplicadas à física*. Paraná: Editora UEPG, 2004.

MACHADO, V. R. AMORIM, T. B. BARROS, P. M. *Interdisciplinaridade no ensino de física e computação na educação básica: relato de experiência de um curso de formação inicial e continuada sob a perspectiva na construção de experimentos*. In: Anais do Simpósio Brasileiro de Educação em Computação. SBC, 2021. p. 246-254.

MARTÍN, H. *Thrill ride designers compete to push the limits* Los Angeles Times. 13 Março 2012. Disponível em: <<https://www.latimes.com/entertainment/movies/la-xpm-2012-mar-13-la-fi-thrill-ride-records-20120314-story.html>> Acesso em: 27 ago., 2021.

MARTINS, A. A.; GARCIA, N. M. D.; BRITO, G. S. *Ensino de física e novas tecnologias de informação e comunicação: uma análise da produção recente*. Simpósio Nacional de Ensino de Física, v. 19, 2011.

MOZENA, E. R. OSTERMANN, F. *Uma revisão bibliográfica sobre a interdisciplinaridade no ensino das ciências da natureza*. Ensaio Pesquisa em Educação em Ciências (Belo Horizonte), v. 16, p. 185-206, 2014.

NUSSENZVEIG, Herch Moysés. *Curso de física básica: Mecânica (vol. 1)*. Editora Blucher, 2013.

PASQUALETTO, T. I. VEIT, E. A. ARAUJO, I. S. *Aprendizagem baseada em projetos no Ensino de Física: uma revisão da literatura*. Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências, p. 551-577, 2017.

PEREIRA, L. O. et al. *Investigação experimental da lei de Stokes em discos: uma abordagem de baixo custo por vídeo-análise de oscilações amortecidas*. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 43, 2021.

RICARDO, E. C. *Problematização e contextualização no ensino de física*. *Ensino de Física*. São Paulo: Cengage Learning, p. 29-48, 2010.

RODRIGUES, R. (2016). *Interdisciplinaridade no ensino de física: uma abordagem por tic* (Tese de Doutorado, Universidade Federal de Goiás).

SILVA, F. B. *Metodologia de Projetos: caminhos para uma aprendizagem significativa*. Editora Dialética, 2020.

SOARES, M. R. *Modelagem matemática na sala de aula: uma abordagem interdisciplinar do ensino de física*. Revista Dynamis, v. 22, n. 2, p. 79-103, 2016.
