

# Atividades experimentais abertas com brinquedos como forma de falseamento de modelos teóricos ideais: conservação de energia mecânica?

Open experimental activities with toys as a way of falsifying ideal theoretical models: conservation of mechanical energy?

A.C.L. MOREIRA<sup>1</sup>, G. C. NETO<sup>1</sup>, D. R. FARIAS<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Núcleo Interdisciplinar em Ciências Exatas e da Natureza NICEN

<sup>2</sup>Núcleo de Design e Comunicação NDC Universidade Federal de Pernambuco, CAA, 50740-540, Caruaru/PE, Brasil.

---

## Resumo

*Neste trabalho, propomos um exemplar metodológico formado por um experimento de baixo custo e lúdico, para se estudar modelos teóricos envolvendo conservação de energia. O experimento, por não conservar energia, permite não apenas trazer à tona as limitações do modelo teórico estudado no início dos manuais didáticos, como também inserir os estudantes em práticas experimentais abertas e, portanto, mais próximas de uma prática científica. Uma vez que pretendemos inserir laboratórios abertos em situações problematizadoras análogas a práticas científicas, adotamos como referencial teórico os programas de pesquisa de Lakatos dado que este último preserva a teoria geral em um núcleo irreduzível, levando toda e qualquer anomalia a ser questionada/discutida apenas no cinturão protetor.*

**Palavras-chave:** Modelos teóricos. Conservação de energia. Laboratórios abertos.

---

## Abstract

*In this work, we propose a methodological example composed of a low-cost and playful experiment to study theoretical models involving energy conservation. Because the experiment does not conserve energy, it allows not only to show the failures in the theoretical model studied at the beginning of the textbooks but also to insert students into open experimental practices thus, closer to real scientific research. Since we intend to insert open laboratories in problematic situations analogous to scientific practices, we have adopted Lakatos' research programs as a theoretical reference. The latter preserves the general theory in an irreducible nucleus, leading any anomalies to be questioned and discussed only in the protective belt.*

**Keywords:** Theoretical models. Energy conservation. Open laboratories.

## I. INTRODUÇÃO

Em cursos iniciais de mecânica clássica no ensino médio, é comum a utilização da conservação da energia mecânica para diversas situações, tais como planos inclinados, osciladores harmônicos, dentre outros. Todavia, na vida real, sistemas onde há conservação da energia mecânica de ‘forma natural’ – sem que haja um experimento controlado para tal finalidade – são raros quando não, inexistentes. De fato, constatações empíricas envolvendo conservação de energia mecânica em determinados sistemas, além de envolverem modelos teóricos sofisticados dos mesmos (NUSSENZVEIG, 2002; GREINER, 2004), geralmente se dão mediante experimentos controlados (e de custo elevado), disponíveis apenas em laboratórios relativamente bem equipados. Infelizmente, essa não é a realidade de muitas escolas e, quando o é, muitas vezes as atividades experimentais – ainda que em caráter demonstrativo – são relegadas ao segundo plano, quer por lacunas na formação do docente, quer por um planejamento rígido de conteúdos a cumprir.

A situação é um pouco distinta em fases iniciais de cursos universitários. Estudantes de cursos de exatas, têm em Física 1 e sua equivalente experimental (geralmente denominada Física Experimental 1) o primeiro contato com o tema ‘conservação de energia’. Em particular, no chamado ‘modo tradicional’, as atividades experimentais referentes a esse tema (GARCIA, 2009; PERUZZO, 2012) são protocolares no sentido que, além de possuírem um cronograma fechado – com um passo a passo predefinido – visam corroborar com dados empíricos as equações de conservação de energia mecânica estudadas nos manuais didáticos. Assim, apesar de sua importância quanto ao desenvolvimento de técnicas, habilidades e competências (Perrenoud 2000), resultados inusitados são vistos como falhas operacionais dos estudantes e não como uma oportunidade de questionar o modelo teórico a ser corroborado (RICARDO, 2003; CARVALHO, 2014). Assim, a importância dada aos modelos teóricos nesta etapa de formação pode induzir estudantes à concepção realista ingênua dos modelos teóricos, levando-os a crerem que o manual didático está correto e a natureza está errada (PIETROCOLA, 2001).

O presente trabalho tem como objetivo, desenvolver um exemplar (um modelo que pode ser adaptado para outras situações análogas) de atividade experimental envolvendo ‘conservação de energia’ onde o modelo teórico em que a energia mecânica se conserva é falseado. Do ponto de vista metodológico, a proposta pode ser classificada como investigativa, mais especificamente como uma atividade experimental aberta (CARVALHO, 2014). Do ponto de vista epistemológico, o experimento pode ser visto como um projeto inserido em um programa de pesquisa (newtoniano) de Lakatos (CHALMERS, 1976; SILVEIRA, 1996), visto que não se pretende questionar os alicerces teóricos envolvidos na formulação da conservação da energia mecânica, mas falsear modelos teóricos envolvendo esse tema. Assim, na seção 2 faremos uma breve digressão sobre a fundamentação teórica envolvida (programas de pesquisa de Lakatos e laboratórios abertos), na seção 3 descreveremos o aparato experimental, na seção 4 mostraremos os resultados e faremos uma discussão à luz do referencial teórico envolvido e por fim, na seção 5, as conclusões e perspectivas.

## II. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Conforme dito na introdução, a epistemologia de Lakatos e a metodologia de ensino por investigação, em particular, os laboratórios abertos, constituem a espinha dorsal do referencial teórico em ensino. Assim sendo, faremos uma breve digressão sobre o conceito de programas de pesquisa de Lakatos na seção 2.1 e na seção 2.2 descreveremos as principais características dos laboratórios abertos argumentando, ao final desta seção 2.2, como correlacionar laboratórios abertos com a epistemologia de Lakatos.

### I. Programas de pesquisa de Lakatos.

Segundo a epistemologia de Imre Lakatos (CHALMERS, 1976; SILVEIRA, 1996) o progresso do conhecimento se dá por meio de programas de pesquisa em competição. Um programa de pesquisa é formado por um núcleo irreduzível (ou firme) composto por uma teoria geral. Assim, enquanto as leis de Newton, juntamente com sua teoria da gravitação, formam o núcleo irreduzível do programa newtoniano, as equações de Maxwell formam o núcleo irreduzível do eletromagnetismo clássico. Um núcleo irreduzível não pode sofrer modificações e qualquer cientista que queira refutar este núcleo estará fora deste programa de pesquisa específico. Essa proibição em falsear o núcleo irreduzível, mesmo diante de situações problemáticas, é chamada de heurística negativa de um programa (CHALMERS, 1976).

Entretanto, situações problemáticas e anomalias podem falsear o que Lakatos chama de cinturão protetor, este último formado por hipóteses, modelos teóricos, teorias auxiliares e protocolos experimentais – desde que estes não incidam sobre o núcleo irreduzível. Diante de dificuldades e erros de previsão em modelos teóricos, é no cinturão protetor que se dá o processo de refutação e reformulação de modelos teóricos, teorias auxiliares e procedimentos experimentais. Este processo é chamado de heurística positiva e é ela que guia como os pesquisadores devem se ‘portar’ (ou como não se portar) diante das falhas.

Para entender melhor algumas características dos programas de pesquisa de Lakatos, evocaremos os conceitos de teoria geral, modelos conceituais e modelos teóricos formulados por Bunge (1974). Segundo Bunge (1974), a apreensão de um objeto (ou um fenômeno) real, paradoxalmente, começa por uma idealização desse objeto/fenômeno, abandonando características ou variáveis que julgamos irrelevantes, acrescentando hipóteses não-observáveis e, criando-se assim, os objetos-modelos ou modelos conceituais. Para Bunge, nesse processo de criação:

*Extraem-se os traços comuns de indivíduos ostensivamente diferentes, agrupando-os em espécies (classes de equivalência). [...] É o nascimento do objeto modelo ou modelo conceitual de uma coisa ou de um fato. É preciso, em suma, imaginar um objeto dotado de certas propriedades que, amiúde, não serão sensíveis. Sabe-se que o modelo conceitual negligenciará numerosos traços da coisa e afastará as características que individualizam os objetos. Cargas pontuais, planetas perfeitamente esféricos, pontos materiais, dentre outros, são exemplos de objetos-modelo comumente encontrados em física. (BUNGE, 1974, pp. 13,14)*

Os objetos-modelos, por serem construídos a partir da observação crítica e de suposições, são dotados tanto de propriedades reais quanto de propriedades, necessariamente, idealizadas. Apesar de ser um conceito crucial na teoria de Bunge, um objeto-modelo por si só de nada vale se não o inserirmos em uma teoria geral. Esse conjunto [objetos-modelo + teoria geral] resulta no que Bunge chama de modelo teórico. Assim, mecânica estatística, mecânica clássica (newtoniana), termodinâmica, mecânica quântica, dentre outras, são exemplos de teorias gerais. As teorias gerais, por si mesmas, são incomprováveis visto que, a priori, não se referem a nenhum fenômeno em particular e, portanto, são elas que constituem o núcleo duro dos programas de pesquisa de Lakatos. Como as teorias gerais, por si só, são irrefutáveis são elas que constituem a heurística negativa de um programa de pesquisa.

Vemos então que são os modelos teóricos, gerados a partir da junção do objeto-modelo com uma teoria geral, que serão usados na previsão e/ou explicação de um fenômeno e, portanto, confrontados com a realidade. Contudo, existindo discrepâncias entre o modelo teórico e os dados empíricos, não se pode afirmar, *a priori*, onde está o problema: se no objeto-modelo que compõe o modelo teórico, no aparato experimental e na aquisição de dados ou em ambos (FEYERABEND, 1977). É no cinturão protetor que reside esse conjunto de fatores falseáveis e cujos processos, Lakatos define como a heurística positiva (LAKATOS, 1979). Vemos então que o desenvolvimento de um programa envolve uma correlação entre modelos teóricos – crescentes em complexidade – e protocolos experimentais (cada vez mais confiáveis em termos de reprodutibilidade), que se sucedem, visando com isso uma aproximação da realidade (BUNGE, 1974). Vale salientar aqui duas situações distintas envolvendo essa correlação teoria/experimento.

Em se tratando de previsão, é o modelo teórico que guia a formulação do aparato experimental, o qual será utilizado para se obter os dados que serão confrontados com o modelo. Em caso de sucesso, novos modelos teóricos são formulados, que por sua vez proporcionam novas previsões – usualmente com maior grau de complexidade – e assim sucessivamente. Contudo, nesse processo pode haver falhas, ou seja, pesquisadores podem se deparar com resultados experimentais inusitados (não previstos pelo modelo teórico), porém *fortemente confiáveis*, no sentido de serem facilmente reprodutíveis. Neste caso, a correlação entre teoria e experimento tende a tomar outro rumo: há que se melhorar o modelo teórico a fim de se explicar a anomalia.

Os parágrafos anteriores permitem concluir que teoria e experimento são indissociáveis na construção do conhecimento, ao menos em áreas onde os objetos e os fenômenos de estudo não são puramente ideais, podendo ser medidos direta ou indiretamente. Além disso, vê-se que o caráter intrinsecamente investigativo da heurística positiva de um Programa de Pesquisa Lakatosiano (PPL) torna suas ideias altamente atrativas a serem inseridas em propostas de ensino de caráter também investigativas (como laboratórios abertos, por exemplo), conforme mostraremos a seguir.

## II. Laboratórios abertos como heurística positiva em um PPL

Apesar de indissociáveis, ainda hoje parece prevalecer na prática docente uma separação entre as atividades teóricas e experimentais (PIETROCOLA, 2001; ARRUDA & LABURÚ, 2001). Enquanto as atividades teóricas geralmente estão relacionadas às aulas com exposição

de conteúdos e resoluções de problemas, as atividades experimentais envolvem os chamados laboratórios fechados. Grosso modo, laboratórios fechados são caracterizados pela ausência de liberdade de atuação dos estudantes diante de uma atividade experimental. Nele, grupos de estudantes são convidados a seguirem minuciosamente os protocolos de um manual, a fim de se obter um resultado já conhecido (tais como valores de constantes, ou uma lei física, por exemplo) com o objetivo de corroborar aquilo que já foi estudado nas aulas teóricas (CARVALHO, 2014). O protocolo experimental usualmente envolve uma grande quantidade de medidas, visando à obtenção de médias e desvios padrões (erros) de situações altamente idealizadas e que nada tem a ver com o cotidiano do estudante. Apesar de duramente criticado como sendo uma prática tradicional propedêutica, não iremos aqui subjugar, mas, pelo contrário, salientar a sua importância na medida em que permite desenvolver técnicas, habilidades e competências sem as quais, como veremos adiante, uma tomada de decisão em laboratórios não-fechados torna-se inviável.

O contraponto ao laboratório fechado (ou laboratório tradicional) é o laboratório aberto (LABURÚ, 2003; RICARDO, 2003; CARVALHO, 2014). Ele é caracterizado pela sua ênfase na investigação, ou seja, o foco consiste em propor um problema – *envolvendo um conteúdo já estudado* – aos estudantes cuja resolução deverá envolver, necessariamente, um aparato experimental (dado ou não) e cujo resultado é, *a priori*, desconhecido. Uma vez que o problema a ser resolvido experimentalmente, envolve um conteúdo já estudado, o aparato experimental será teórico-dependente, ou seja, o estudante deve correlacionar o experimento com a teoria, sem a qual o problema tornar-se-á insolúvel.

Um laboratório aberto pode ter vários graus de abertura. Laburú (2003) classifica o grau de liberdade intelectual a que professores e/ou o material didático proporciona aos estudantes, em cinco níveis, conforme mostrado na tabela 1, onde o grau I corresponde ao laboratório fechado.

Graus de liberdade em um laboratório.					
	Grau I	Grau II	Grau III	Grau IV	Grau V
Problema	P	P	P	P	A
Hipóteses	P	P	P	A	A
Plano de trabalho	P	P	A	A	A
Obtenção de dados	A	A	A	A	A
Conclusões	P	A	A	A	A

**Tabela 1:** Graus de liberdade em um laboratório. O grau I corresponde ao laboratório fechado. 'P' representa ação do professor, 'A' representa ação do(a) estudante.

Grosso modo temos:

1. Grau I – o estudante tem apenas liberdade de obter os dados, ou seja, um laboratório fechado;
2. Grau II – como o resultado não está pré-definido, os estudantes têm a liberdade de tirarem suas conclusões a partir da obtenção de seus dados;
3. Grau III – os estudantes podem elaborar seus próprios planos de trabalho, obter seus dados e realizarem suas conclusões. Os Projetos de ensino de Física elaborados na

metade do século XX, como o *Physical Science Study Committee* (PSSC) realizavam a passagem do grau II para o grau III;

4. Grau IV – os estudantes recebem apenas o problema e desenvolvem todo o trabalho intelectual;
5. Grau V – os estudantes propõem o problema e desenvolvem todo o trabalho intelectual.

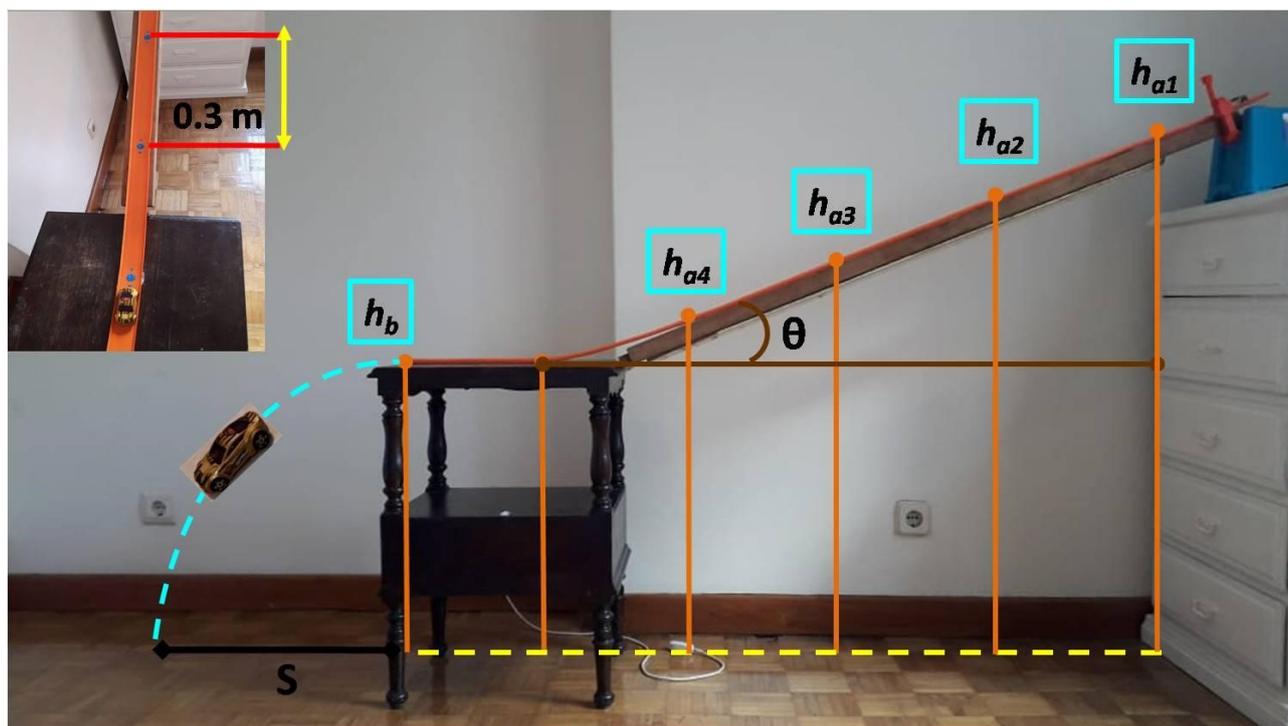
Diante do exposto, não hesitamos em afirmar que uma característica primordial dos laboratórios abertos é a correlação entre a teoria e experimento. Assim, dado que o problema a ser resolvido experimentalmente envolve – e depende de – um conteúdo já estudado, temos aí os principais elementos de um programa de pesquisa lakatosiano, a saber: a teoria geral (um conteúdo já estudado) como o núcleo irreduzível e não falseável (heurística negativa) do programa de pesquisa e, o modelo teórico (e seu respectivo objeto-modelo) associado ao aparato experimental como elementos falseáveis pertencentes ao cinturão protetor (heurística positiva) quer por resultados inusitados, quer por deficiência do modelo teórico ou ambos. Salientamos aqui que, se o aparato for altamente confiável, no sentido de possuir dados facilmente reproduzíveis, pode-se atribuir a falha ao modelo teórico e, neste caso, inserir novos elementos de modo que sua reformulação passe a corroborar os dados empíricos.

Visto que laboratórios abertos e programas de pesquisa lakatosianos estão umbilicalmente ligados, o que segue é um *exemplar* de laboratório aberto inserido em programa de pesquisa (mecânica newtoniana). Por *exemplar*, deve-se ter em mente uma proposta de laboratório aberto juntamente com uma possível solução que pode servir de modelo (ou guia) tanto para outras soluções, quanto para outras propostas de laboratórios abertos. No que segue, primeiramente, descreveremos o experimento, bem como obter determinadas grandezas (velocidade final de um carrinho) de forma indireta, valendo-se do programa newtoniano. Em seguida, mostraremos os resultados (inusitados) e por meio de sua análise faremos uma reformulação do modelo teórico inicialmente admitido. As questões propostas a serem respondidas nesse exemplar de laboratório (grau II ou III) aberto são:

1. Para o sistema em questão, é válida a conservação de energia mecânica?
2. É possível reformular o modelo teórico de modo a melhorar os resultados?

### III. EXPERIMENTO PROPOSTO

O esquema experimental utilizado no trabalho é mostrado na figura 1, sendo composto por placas de pistas HotWheels conectadas e fixadas sobre um suporte de madeira com fita adesiva dupla face. Cada placa possui 0,30 m de comprimento e pequenas elevações nas bordas que, se por um lado impede que o carrinho caia durante o trajeto, por outro gera atrito com as laterais dele. Além disso, enquanto no plano inclinado há quatro placas, no plano horizontal temos apenas uma placa. Vê-se, portanto, que a pista contém dois trechos, sendo o trecho T1 composto por um plano inclinado (com ângulo de inclinação  $\theta$ ) e o trecho T2 composto por um plano horizontal. Salientamos aqui que, uma vez que



**Figura 1:** Esquema experimental utilizado no trabalho. O carrinho é solto de diferentes alturas iniciais  $h_{ax}$  (com  $x = 1, 2, 3$  e  $4$ ) e em  $h_b$  é lançado horizontalmente de uma mesa até atingir o solo.

como as rodinhas do carrinho podem girar, apenas ângulos abaixo de um ângulo limite ( $\theta_R$ ) foram considerados. Por ângulo limite, entende-se o maior ângulo que podemos inclinar a pista de modo que as rodas girem sem escorregar. Ressalta-se aqui também que, apesar das rodas do carrinho estarem livres para girar, mostraremos adiante que a contribuição da energia cinética de rotação das rodas é pequena quando comparada com a energia cinética translacional do carrinho podendo, com boa aproximação, ser desprezada.

O experimento, basicamente consiste em largar o carrinho de uma altura inicial  $h_{ax}$  e, ao final do trajeto, o carrinho é 'lançado' horizontalmente de uma pequena mesa (no ponto  $h_b$  a uma altura de 0,66 m). O processo é repetido para diferentes alturas iniciais  $h_{ax}$  (com  $x = 1, 2, 3$  e  $4$ ) – com  $h_{ax}$  coincidindo com o começo de uma placa de pista – obtendo-se assim diferentes valores de alcance em função da altura inicial. Em  $h_b$ , ao cair em lançamento horizontal até atingir o solo, o alcance  $S$  é medido com o auxílio de um papel carbono (marcando o ponto exato da queda) e com uma trena.

Para cada altura inicial  $h_{ax}$ , o carrinho é largado dez vezes, a fim de se obter a média e o desvio padrão do alcance para este valor de altura ( $h_{ax}$ ). Os dados foram, então, tabelados e, valendo-se de equações da cinemática vetorial (GREINER, 2004; STEPHEN & THORNTON 2008), os valores de velocidade ao final da pista (no ponto  $h_b$ ) foram obtidos e comparados com o modelo teórico ideal sem dissipação de energia. Tal comparação, permite determinar a energia dissipada pelo carrinho durante a sua trajetória na pista de forma empírica. Por fim, com o objetivo de verificar uma provável influência do ângulo de inclinação da pista, todo o protocolo descrito (10 lançamentos para cada valor de  $h_{ax}$ , com  $x=1, 2, 3$  e  $4$ ) foi repetido para outro valor de ângulo.

Se apenas forças conservativas realizam trabalho, não havendo, portanto forças dissipativas de qualquer natureza, a energia mecânica se conserva e temos (NUSSENZVEIG, 2002; LEMOS, 2007), considerando a rotação das quatro rodas, que:

$$E_a = E_b \rightarrow mgh_a + \frac{mv_a^2}{2} + \frac{4I_{rod}\omega_{rod,a}^2}{2} = mgh_b + \frac{mv_b^2}{2} + \frac{4I_{rod}\omega_{rod,b}^2}{2}, \quad (1)$$

onde  $\omega_{rod}$  é a velocidade angular da rodinha,  $I_{rod}$  o momento de inércia da roda e o fator 4, é para se levar em consideração a energia cinética de rotação das quatro rodas do carrinho. Ressaltamos aqui que, medidas diretas em uma balança com precisão de  $10^{-2}g$ , mostram que para um carrinho de massa  $m$ , a massa das quatro rodas (supondo idênticas) somadas equivale a 4% da massa total do carrinho de modo que, para cada roda, a massa ( $m_{rod}$ ) pode ser escrita como  $m_{rod} = 0,01m$ . Dito isso, supondo que cada roda de raio  $R$  pode ser modelada por um cilindro uniforme com momento de inércia dado por  $I_{rod} = R^2m_{rod}/2 = 0,005R^2m$ , e que o carrinho está em movimento sem escorregar ( $v = \omega_{rod} R$ ), a energia cinética total (translacional e rotacional considerando-se a rotação das 4 rodas em torno dos respectivos eixos) é  $E_c = (mv^2 + 0,02mv^2)/2$ . Portanto, a contribuição rotacional da energia cinética equivale apenas a 2% da fração da energia cinética translacional podendo, com boa aproximação (ou a depender dos objetivos), ser desprezada.

Diferentemente do modelo teórico, a rampa e o carrinho não formam um sistema ideal. No sistema real, temos a presença de forças dissipativas fazendo com que a energia mecânica não se conserva. Contudo, a energia dissipada pode ser obtida com a diferença entre a velocidade do carrinho em uma situação ideal e a velocidade do carrinho em uma situação real, esta última, obtida experimentalmente. Assim, levando-se em consideração a energia cinética de rotação das rodas através do termo  $\varepsilon$ , para cada altura  $h_{ax}$  (ver Fig. 1), pode-se calcular uma velocidade de lançamento teórica ( $v_{xb}$ ) correspondente que, para um sistema ideal (onde há conservação de energia mecânica) com o carrinho partindo do repouso, fica:

$$v_{xb} = \sqrt{\frac{2g(h_{ax} - h_b)}{1 + \varepsilon}}. \quad (2)$$

Por sua vez, a velocidade experimental ( $\tilde{v}_{xb}$ ) pode ser estimada através do alcance do carrinho em um lançamento horizontal ao final da rampa, partindo da altura  $h_b$  e chegando ao solo onde a altura é nula ( $h_{solo} = 0$  cm) conforme mostra a Fig. 1. Assim, desprezando a resistência do ar e outras forças dissipativas *durante a queda*, considerando-se que o carrinho parte do repouso e eliminando-se o tempo ( $t$ ) nas equações de movimento (MRU na horizontal e MRUV na vertical), vemos que a velocidade experimental ( $\tilde{v}_{xb}$ ) com a qual o carrinho é lançado pode ser escrita em função do alcance ( $S$ ), sendo dada por:

$$\tilde{v}_{xb} = S \sqrt{\frac{g}{2(h_b - h_{solo})}}. \quad (3)$$

Na Eq. (3),  $\tilde{v}_{xb}$  é o valor empírico da velocidade de lançamento, obtido de forma indireta pela equação (3) com os valores do alcance do carrinho  $S$  medidos para diferentes valores de altura inicial ( $h_a$ ). Vemos então que de posse das Eqs. (2) e (3), as energias cinéticas

teóricas e experimentais imediatamente antes do lançamento do carrinho podem ser obtidas e comparadas, conforme faremos a seguir.

#### IV. RESULTADOS

##### I. Dados empíricos

Antes de se obter os dados empíricos propriamente ditos, a fim de evitar que as rodas do carrinho escorreguem ao descer o plano inclinado, devemos determinar o valor do ângulo limite  $\theta_R$  para o qual as rodas do carrinho rolam sem deslizar. Para isso, travamos as rodas do carrinho com cola e variamos o ângulo de inclinação  $\theta$  do plano até atingir o valor  $\theta_L$  no qual o carrinho começa a escorregar com as rodas travadas, ou seja, até que  $\theta = \theta_L$  e cujo valor medido foi  $\theta_L = 22,5^\circ$ . De posse do valor de  $\theta_L$ , obtemos o valor do coeficiente de atrito estático ( $\mu_e$ ) pela relação  $tg(\theta_L) = \mu_e$ . Por fim, pode-se mostrar (Nussenzveig 2002, pg. 270) que o ângulo máximo ( $\theta_R$ ) do plano inclinado para o qual é possível um cilindro uniforme rolar sem deslizar, é dado por  $\theta_R = arctg(3\mu_e)$ . Assim, para  $\theta_L = 22,5^\circ$  temos que  $\mu_e = 0,41$  e  $\theta_R = 50,9^\circ$ . Portanto, para todo  $\theta < \theta_R = 50,9^\circ$ , fica garantida a condição de rolamento sem deslizamento de modo que, caso haja energia dissipada, será por outros fatores que não este.

Com as condições definidas no parágrafo anterior, na tabela 2, mostramos os valores médios das velocidades experimental ( $\tilde{v}_{xb}$ , considerados, com os erros devido à tomada de diversas repetições), a velocidade teórica ( $v_{xb}^{ap}$ ) desprezando-se a energia cinética de rotação das rodas ( $\varepsilon = 0$ ) na Eq. (2) e a velocidade teórica ( $v_{xb}$ ), com considerando-se a energia cinética de rotação ( $\varepsilon = 0,02$ ), obtidas em  $h_b = 0,66$  m, para os valores de  $h_{ax}$ .

Velocidades obtidas em $h_b = 0,66$ m, para diferentes valores de $h_{an}$ .					
$\theta_1 = 21,49^\circ$					
Alturas Iniciais (m)	S (m)	$\tilde{v}_{xb}$ (m/s)	$v_{xb}^{ap}$ (m/s)	$v_{xb}$ (m/s)	L (m)
$h_{a1} = 0,77$	$0,37 \pm 0,02$	$1,00 \pm 0,06$	1,47	1,46	0,60
$h_{a2} = 0,88$	$0,59 \pm 0,02$	$1,61 \pm 0,05$	2,08	2,06	0,90
$h_{a3} = 0,99$	$0,75 \pm 0,02$	$2,05 \pm 0,04$	2,54	2,52	1,20
$h_{a4} = 1,10$	$0,89 \pm 0,02$	$2,43 \pm 0,06$	2,94	2,91	1,50
$\theta_2 = 16,46^\circ$					
Alturas Iniciais (m)	S (m)	$\tilde{v}_{xb}$ (m/s)	$v_{xb}^{ap}$ (m/s)	$v_{xb}$ (m/s)	L (m)
$h_{a1} = 0,76$	$0,36 \pm 0,02$	$0,99 \pm 0,04$	1,40	1,39	0,60
$h_{a2} = 0,84$	$0,54 \pm 0,02$	$1,47 \pm 0,05$	1,88	1,86	0,90
$h_{a3} = 0,92$	$0,68 \pm 0,02$	$1,86 \pm 0,05$	2,26	2,24	1,20
$h_{a4} = 1,00$	$0,80 \pm 0,02$	$2,19 \pm 0,05$	2,58	2,55	1,50

**Tabela 2:** Velocidades (experimental:  $\tilde{v}_{xb}$ , teórica com  $\varepsilon = 0$ :  $v_{xb}^{ap}$  e, teórica com  $\varepsilon = 0,02$  ( $v_{xb}$ ), obtidas em  $h_b = 0,66$  m, para diferentes valores de  $h_{an}$ .

Considera-se aqui que a componente vertical da velocidade no ponto  $b$  é nula ( $v_{yb} = 0$ ) uma vez que a pista neste ponto é totalmente horizontal. Deste modo, tem-se que o módulo

da velocidade no ponto  $b$ , corresponde apenas a componente horizontal dela, ou seja,  $\vec{v}_{xb} = v_{xb} \hat{i}$ . Portanto, de posse dos valores de  $S$ ,  $g$ ,  $h_b$  e  $h_{solo}$ , pode-se obter com a Eq. (3), o valor de  $\tilde{v}_{xb}$  para cada altura inicial ( $h_a$ ) considerada. Assim, para  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ,  $h_{solo} = 0 \text{ m}$  e  $h_b = 0,66 \text{ m}$ , para cada valor de  $h_{ax}$  (com  $x = 1, 2, 3$  e  $4$ ) temos na tabela 1 os respectivos valores de  $\tilde{v}_{xb}$ . Como  $\tilde{v}_{xb} \neq v_{xb}$  o sistema não é conservativo e, portanto, a energia mecânica não é a mesma nos pontos  $h_{ax}$  e  $h_b$ . Repare que, ainda que se considere o limite superior da margem de erro, as velocidades obtidas experimentalmente ( $\tilde{v}_{xb}$ ) são bastante discrepantes das obtidas via modelo teórico, seja ele considerando a rotação das rodas ( $v_{xb}$ ) ou não ( $v_{xb}^{ap}$ ). Além disso, como os ângulos analisados são menores que  $\theta_R$  e, portanto, não há deslizamento, podemos concluir que a dissipação tem origem nas colisões entre as paredes laterais da pista com as laterais do carrinho, ocasionadas por leves irregularidades na pista.

Vemos então que para um sistema dissipativo temos para a energia mecânica que:  $\Delta E_m = -\Gamma_b$ . Assim, desprezando-se a variação de energia interna (aquecimento) das entidades que compõem o sistema (carrinho e pista), podemos adicionar um termo (mais precisamente uma função) correspondente ao trabalho realizado pelas forças dissipativas  $\Gamma_b(z)$  no ponto  $b$ . A função  $\Gamma_b(z)$  ( $z$  é uma variável – velocidade, distância ou outra qualquer – a ser convenientemente escolhida) que descreve esta perda de energia não é conhecida. Contudo, tal função pode ser empiricamente obtida de forma que, somado à energia mecânica no ponto  $b$ , tenhamos:

$$E_a = E_b \rightarrow mgh_a + \frac{mv_a^2}{2} + \frac{4I_{rod}\omega_{rod,a}^2}{2} = mgh_b + \frac{mv_b^2}{2} + \frac{4I_{rod}\omega_{rod,b}^2}{2} + |\Gamma_b|. \quad (4)$$

Na tabela 3, mostramos a quantidade de energia dissipada por unidade de massa do carrinho ( $\Gamma_b$ ) para cada situação (altura inicial  $h_a$ ) experimental descrita na seção 2. Além disso, na primeira coluna colocamos a energia mecânica (por massa do carrinho) no ponto  $a$  ( $E_a$ ), o valor da mesma no ponto  $b$  para o modelo ideal sem dissipação ( $E_b$ ), bem como o valor experimental obtido com as medidas de alcance e com auxílio da Eq. (3). Além disso, colocamos na última coluna as distâncias totais percorridas pelo carrinho ao ser largado do repouso da altura  $h_a$ .

A tabela 3 permite determinar uma relação entre  $\Gamma_b$  e a distância percorrida pelo carrinho entre os pontos  $a$  e  $b$  de modo que  $\Gamma_b \rightarrow \Gamma_b(L)$ . Basta fazermos um ajuste linear dos pontos conforme mostra a figura 2.

Temos, então, que para qualquer ponto  $b$  onde  $h_{ax} > h_b$  podemos obter uma expressão para a energia total do sistema, a qual, por incluir o termo dissipativo, passa a ser constante e assume a mesma forma da equação 4, mas com uma dependência explícita entre a energia dissipada (NUSSENZVEIG, 2002; LEMOS, 2007) e o comprimento da pista percorrida pelo carrinho:

$$mgh_a + \frac{mv_a^2}{2} + \frac{4I_{rod}\omega_{rod,a}^2}{2} = mgh_b + \frac{m\tilde{v}_b^2}{2} + \frac{4I_{rod}\omega_{rod,b}^2}{2} + |\Gamma_b(L)|, \quad (5)$$

com

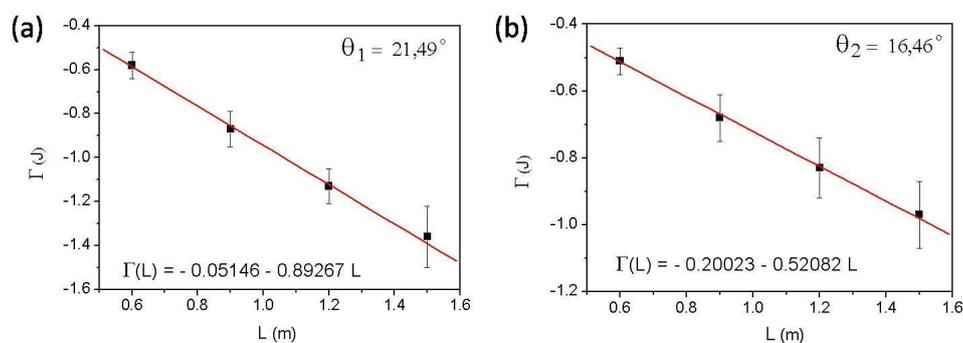
$$\Gamma_b(L) = A - B.L \quad (6)$$

Note que o coeficiente angular da reta na figura 2 é a ‘taxa’ (por unidade de comprimento

Energia Mecânica/massa do carrinho				
$\theta_1 = 21,49^\circ$				
Alturas Iniciais (m)	$E_a$ (J/mc)	$E_b$ (J/mc)	$\tilde{E}_b$ (J/mc)	$ \Gamma_b $ (J/mc)
$h_{a1} = 0,77$	7,56	7,56	$6,98 \pm 0,06$	$0,58 \pm 0,06$
$h_{a2} = 0,88$	8,64	8,64	$7,77 \pm 0,08$	$0,87 \pm 0,08$
$h_{a3} = 0,99$	9,72	9,72	$8,59 \pm 0,08$	$1,13 \pm 0,08$
$h_{a4} = 1,10$	10,80	10,80	$9,40 \pm 0,10$	$1,40 \pm 0,10$
$\theta_2 = 16,46^\circ$				
Alturas Iniciais (m)	$E_a$ (J/mc)	$E_b$ (J/mc)	$\tilde{E}_b$ (J/mc)	$ \Gamma_b $ (J/mc)
$h_{a1} = 0,76$	7,46	7,46	$6,95 \pm 0,04$	$0,51 \pm 0,04$
$h_{a2} = 0,84$	8,24	8,24	$7,56 \pm 0,07$	$0,68 \pm 0,07$
$h_{a3} = 0,92$	9,03	9,03	$8,20 \pm 0,09$	$0,83 \pm 0,09$
$h_{a4} = 1,00$	9,81	9,81	$8,80 \pm 0,10$	$1,70 \pm 0,10$

**Tabela 3:** Energia Mecânica/massa do carrinho (mc) para diferentes valores de  $h_a$  nos pontos a e b. No ponto b para o sistema ideal ( $E_b$ ) e real ( $\tilde{E}_b$ ), a diferença entre ambos ( $|\Gamma_b|$ ) e o comprimento da pista percorrida pelo carrinho (L).

da pista em metros) de dissipação de energia do carrinho por conta de colisões com as laterais da pista, do próprio atrito entre as rodas e os eixos, dentre outros. Assim, vemos que, ao menos para a configuração experimental em questão (ver figura 1), uma taxa constante de dissipação por distância percorrida é válida, fato esse que permite a formulação de um modelo simples, conforme veremos adiante. Por fim, salientamos que a equação (6) também pode ser reescrita em termos das alturas iniciais envolvidas ( $h_a$ ). Para tal, sabendo-se que o carrinho foi largado de modo que o centro de massa (ponto médio do carrinho) do mesmo coincide com o início de cada placa e que, cada placa da pista possui 0,30 m, pode-se usar a relação trigonométrica usual ( $L_x = h_{ax}/\text{sen}(\theta)$ ,  $x = 1, 2, 3, 4$ ) que, substituindo na equação (6), tem-se a dissipação em função da altura inicial do carrinho e  $\Gamma_b \rightarrow \Gamma_b(h_{ax})$ . Note que tanto  $\Gamma_b(h_{ax})$  quanto  $\Gamma_b(L_x)$  são funções lineares em suas respectivas variáveis, fato esse que



**Figura 2:** Ajuste linear dos pontos em uma função de primeiro grau, da energia dissipada ( $\Gamma$ ) em função do comprimento (L) da pista (a)  $\theta=21,49^\circ$  e (b)  $\theta=16,46^\circ$ .

sugere (mas não define que deve ser assim) um modelo extremamente simples com uma força dissipativa constante em módulo, conforme será desenvolvido na seção seguinte.

## II. Modelo teórico com módulo de força dissipativa constante

Os dados empíricos desenvolvidos na seção anterior sugerem que o *modelo teórico pode ser reformulado inserindo-se uma força dissipativa* do tipo:

$$\vec{F}_d = -K\hat{v}, \quad (7)$$

onde  $K$  é uma constante positiva e  $\hat{v}$  é um vetor unitário (versor) que aponta na mesma direção e no mesmo sentido do vetor velocidade instantânea e pode depender – de alguma forma – da posição  $r = (x,y,z)$ . O sinal negativo na Eq. (7), diz que a força é sempre na mesma direção do movimento e no sentido contrário da velocidade. Note que, apesar de constante, pode-se mostrar que a força dissipativa da Eq. 6 é não conservativa fazendo-se uma integral de linha em um caminho fechado (no caso unidimensional a ida e a volta para um mesmo ponto) e, verificando que o trabalho realizado pela força é não nulo. Logo, apesar de matematicamente sugestiva, frisamos aqui que a equação (7) não pode ser obtida pelo negativo do gradiente da função linear da equação (6) ( $\vec{F}_d \neq -\vec{\nabla}\Gamma(x,y,z)$ ) e, portanto,  $\Gamma_b(L)$  não pode ser vista como uma função potencial, apesar da mesma poder ser obtida através da integral de linha ao longo da trajetória do objeto (GREINER, 2004; STEPHEN & THORNTON, 2008), ou seja:  $-\int_0^L \vec{F}_d \cdot d\vec{r} = A - K.L$ . Na verdade, essa integral dependerá do caminho do carrinho.

As equações do movimento podem ser obtidas de forma separada para os trechos T1 (plano inclinado) e T2 (plano horizontal) conforme mostrado na figura 1. Para o trecho T1 (plano inclinado) temos além da força  $\vec{F}_d$  a ação da força gravitacional de modo que, ficamos com:

$$L_1(t) = \frac{(g \text{ sen}(\theta) - K) t^2}{2} \quad (8)$$

e

$$v_1(t) = (g \text{ sen}(\theta) - K) t. \quad (9)$$

Já para o trecho 2 (plano horizontal), apenas a força  $\vec{F}_d$  atua no carrinho resultando em:

$$L_2(t) = \frac{-K t^2}{2} \quad (10)$$

e

$$v_2(t) = -K t \quad (11)$$

Podemos eliminar a variável  $t$  nas equações (8) e (9) e reescrever a velocidade  $v_1$  em função da posição  $S_1$ , a saber:

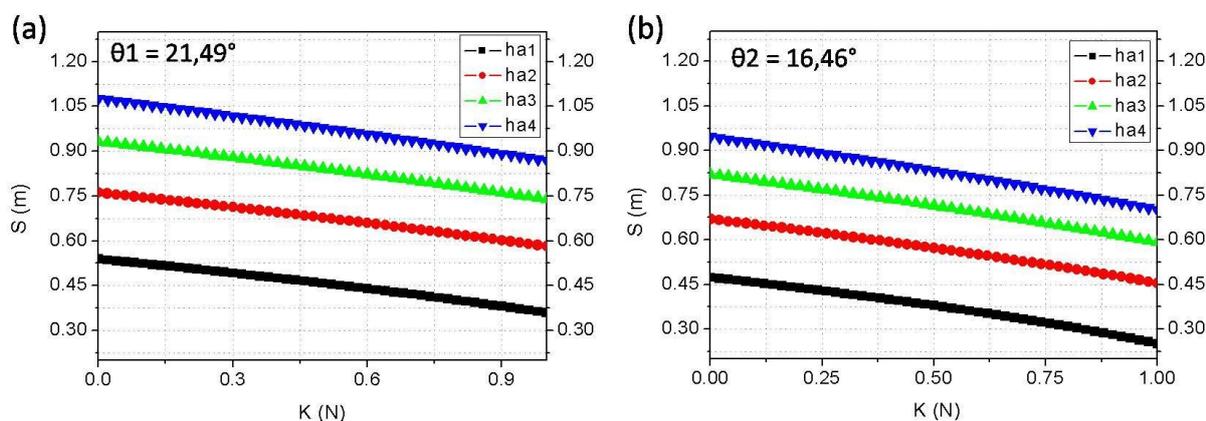
$$v_1(L_1) = \sqrt{2L_1(g \text{ sen}(\theta) - K)}. \quad (12)$$

Usando-se a equação de Torricelli juntamente com a equação (12), pode-se escrever a velocidade  $v_2$  em termos de  $L_1$  e, juntamente com a equação (3), reescrever a equação do

alcance em termos de parâmetros diretamente mensuráveis:  $L_{1T}$  (distância total percorrida no plano inclinado),  $L_{2T}$  (distância total percorrida no plano horizontal),  $h_b$  e  $\text{sen}(\theta)$ . Note que usamos  $L_{1T}$  e  $L_{2T}$  visto que queremos o valor da velocidade ao final do plano horizontal, ou seja, após percorrer todo o trajeto na pista. Procedendo desta forma temos que:

$$S(K) = 2\sqrt{h_b \left[ L_{1T} \text{sen}(\theta) - \frac{(L_{1T} + L_{2T})K}{g} \right]}. \quad (13)$$

A figura 3 mostra a curva  $S(K)$  para os diferentes valores de alturas iniciais ( $h_{ax}$ , com  $x = 1$  (preto), 2 (vermelho), 3 (verde) e 4 (azul)) e para os dois ângulos de inclinação do plano.



**Figura 3:** Curva  $S(K)$  para os diferentes valores de alturas iniciais e para os dois ângulos de inclinação do plano (a)  $\theta = 21,49^\circ$  e (b)  $\theta = 16,46^\circ$ .

Note que, conforme esperado, em ambos os casos – e espera-se que seja sempre válido – o alcance é máximo quando o valor da constante  $K$  (módulo da força dissipativa) é nulo. Neste caso ( $K = 0$ ), qualquer distância percorrida pelo carrinho no trecho 2 (plano horizontal) em nada interfere para o valor do alcance, uma vez que o valor de  $K$  coincide com o valor da força resultante neste trecho da pista, fato este que pode ser facilmente deduzido pela equação 10. Dito de outra forma, na ausência de forças dissipativas, pouco importaria o comprimento do trecho 2 (plano horizontal) visto que a resultante neste trecho seria nula e a velocidade do carrinho ao final da pista seria determinada exclusivamente pelo comprimento e pelo ângulo de inclinação (ou, o que é o mesmo, pela altura inicial) do plano inclinado (trecho 1).

Além disso, conforme aumentamos o módulo da força ( $K$ ), o alcance vai diminuindo para todos os valores de alturas iniciais  $h_{ax}$  ( $x = 1, 2, 3$  e  $4$ ) tanto para  $\theta_2$  (menor inclinação) quanto para  $\theta_1$  (maior inclinação). Contudo, para um mesmo valor de altura inicial  $h_{ax}$ , teoricamente, a variação de alcance em função da variação de  $K$  é mais acentuada para  $\theta_2$  (menor inclinação) do que para  $\theta_1$  (maior inclinação). Assim, de acordo com o modelo teórico (ver Eq. (13)), para  $\Delta K=1$  e uma mesma altura inicial  $h_{ax}$ , ao menos para os dois ângulos de inclinação em questão, temos que  $\Delta S_{\theta_1} < \Delta S_{\theta_2}$ , conforme mostra a figura 3. Ressalta-se aqui que, apesar desta análise decorrer exclusivamente do modelo teórico ela, por ser uma previsão ainda não testada empiricamente, permite a discussão sobre como confeccionar um

experimento que possa falsear tal afirmação (manter a mesma pista, trocando-se o modelo de carrinho, parece ser um bom caminho a seguir). Essa atitude realça a correlação entre teoria e experimento dentro de um paradigma, conforme discutido na introdução.

Por fim, resta ver a validade do modelo teórico. Para isso, dispomos na tabela 4 os alcances obtidos experimentalmente e alcances calculados através da equação (13) para os valores de  $K_{\theta_1} = 0,893 \text{ N}$  e  $K_{\theta_2} = 0,521 \text{ N}$ .

Alcance experimental ( $S_{exp}$ ) e teórico ( $S_{teo}$ ) : $\theta_2$ ( $K_{\theta_2} = 0,59 \text{ N}$ ) e $\theta_1$ ( $K_{\theta_1} = 0,89 \text{ N}$ ).					
$\theta_1$ com $K_{\theta_1} = 0,89 \text{ N}$			$\theta_2$ com $K_{\theta_2} = 0,21 \text{ N}$		
Altura inicial	$S_{exp}$	$S_{teo}$	Altura inicial	$S_{exp}$	$S_{teo}$
$h_{a1} = 0,77$	$0,37 \pm 0,02$	0,38	$h_{a1} = 0,76$	$0,36 \pm 0,02$	0,38
$h_{a2} = 0,88$	$0,59 \pm 0,02$	0,61	$h_{a2} = 0,84$	$0,54 \pm 0,02$	0,57
$h_{a3} = 0,99$	$0,75 \pm 0,01$	0,77	$h_{a3} = 0,92$	$0,68 \pm 0,02$	0,71
$h_{a4} = 1,10$	$0,89 \pm 0,02$	0,90	$h_{a4} = 1,00$	$0,80 \pm 0,02$	0,83

**Tabela 4:** Alcance experimental ( $S_{exp}$ ) e teórico ( $S_{teo}$ ) do carrinho em diferentes valores de  $h_{ax}$  e para  $\theta_2$  (com  $K_{\theta_2} = 0,591 \text{ N}$ ) e  $\theta_1$  (com  $K_{\theta_1} = 0,893 \text{ N}$ ).

De acordo com a tabela 4, vemos que para  $\theta_2$  com  $K_{\theta_2} = 0,893 \text{ N}$  todos os valores teóricos do alcance estão em ótima concordância com os valores experimentais, considerando-se a margem de erro. O mesmo não se pode falar de  $\theta_1$  com  $K_{\theta_1} = 0,521 \text{ N}$  onde, apesar de próximos e de uma tendência correta, os valores teóricos do alcance estão levemente superestimados. Acreditamos que tal fato se deve a vários fatores desconsiderados no modelo tais como: precisão nas medidas, quantidade de pontos obtidos, eventuais rotações do carrinho durante a queda, ausência de outras variáveis no modelo teórico, possíveis danos no carrinho após várias quedas, dentre outros. Considere, por exemplo, a precisão das medidas. A equação 10 envolve medidas de catetos de um 'triângulo' a fim de se obter o seno do ângulo de inclinação. Um erro de 1 cm (para menos) no cateto oposto (ver figura 1) é suficiente para reduzir o ângulo em  $0,5^\circ$  e fazer com que o seno na equação 10 se altere de forma a trazer alguns valores do modelo teórico para dentro da margem de erro.

Apesar de considerarmos a discussão anterior válida, uma das questões que move a atividade é: seria possível reformular o modelo teórico de modo a melhorá-lo? Repare que essa questão é mais ampla, no sentido de que os vários motivos levantados como hipóteses entre a diferença dos valores teóricos e experimentais no parágrafo anterior estão contidos nela. Assim, quando a previsão de um modelo teórico falha de forma não grosseira, não há de imediato, como saber 'de quem é a culpa': se do experimentador, das limitações do modelo teórico ou ambos. Nessa perspectiva, o 'erro' não só consiste em uma oportunidade para a mediação epistemológica entre teoria e realidade (modelo teórico x dados experimentais) como também uma porta para se adentrar no 'fazer científico' dentro do cinturão protetor. Repare que este fazer científico, não exclui práticas tradicionais (laboratórios fechados, por exemplo), mas as incorporam como parte de um todo, não-linear e muito mais complexo do que 'esta ou aquela' prática experimental.

## V. CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Neste trabalho, propomos um *exemplar* de laboratório aberto envolvendo um experimento de baixo custo e de certa forma até lúdico, para se estudar modelos teóricos envolvendo conservação de energia. O experimento, propositalmente, não conserva energia. Tal fato permite não apenas trazer à tona as limitações do modelo teórico estudado no início dos manuais didáticos, como permite inserir os estudantes em práticas experimentais abertas e mais próximas de uma prática científica. Em relação a esta última, optamos por correlacionar laboratórios abertos com os programas de pesquisa de Lakatos, visto que este último preserva a teoria geral em um núcleo irreduzível, levando toda e qualquer anomalia (falhas experimentais ou em modelos teóricos) a ser questionada/discutida apenas no cinturão protetor. Acreditamos que tal fato, além de propiciar uma prática experimental mais próxima à de um trabalho científico, abre espaço para uma mediação epistemológica entre teoria (objetos-modelo e modelos teóricos) e realidade (dados empíricos), evitando, assim, tanto a concepção realista ingênua acerca dos modelos teóricos, quanto visões deformadas da ciência.

Certamente, o nível matemático do modelo teórico apresentado no trabalho, não é apropriado para o ensino médio. Contudo, neste caso, pode-se proceder de duas formas: ou os conceitos envolvidos no modelo teórico (rotações, por exemplo) podem ser levados pelo professor para serem discutidos em uma turma de ensino médio, realçando neste caso as limitações do modelo matemático estudado nesse grau da escolaridade, ou pode-se propor uma versão alternativa do experimento mais condizente com o modelo teórico estudado no ensino médio, por exemplo, travando-se as rodas do carrinho e colocando glicerina na pista. Por fim, ressaltamos a necessidade de avançar nas idéias do presente trabalho no sentido de abolir o status de simples proposta, transformando-o em metodologia eficaz do ponto de vista das teorias de aprendizagem (aprendizagem significativa de Ausubel, por exemplo) mediante aplicações e estudos pormenorizados, num futuro próximo.

## VI. AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer à SBF, UFPE e CAPES pelos apoios logísticos e financeiros.

## REFERÊNCIAS

ARRUDA, S. M.; LABURÚ, C. E. (2001). "Laboratório didático de física a partir de uma perspectiva Kuhniana." *Investigação em Ensino de Ciências* 61: 10.

BUNGE, M. (1974). *Teoria e Realidade*. São Paulo, Perspectiva.

CARVALHO, A. M. P. d. (2014). *Calor e temperatura: um ensino por investigação*. São Paulo, Editora Livraria da Física.

- CHALMERS, A. (1976). *O que é ciência afinal?* Brasília, Editora Brasiliense.
- FEYERABEND, P. (1977). *Contra o Método*. Rio de Janeiro, Francisco Alves.
- GARCIA, A. A. ; SPEZIALI, N. L. (2009). *Física Experimental Básica na Universidade*. Belo Horizonte, Editora UFMG.
- GREINER, W. (2004). *Classical Mechanics: point particles and relativity*. New York, Springer Verlag.
- LABURÚ, C. E. (2003). "Problemas abertos e seus problemas no laboratório de física: uma alternativa dialética que passa pelo discursivo multivocal e univocal." *Investigações em Ensino de Ciências* 83: 26.
- LAKATOS, I. (1979). *O falseamento e a metodologia dos programas de pesquisa científica*. São Paulo, Ed. Cultrix.
- LEMO, N. A. (2007). *Mecânica Analítica*. São Paulo, Editora Livraria da Física.
- NUSSENZVEIG, H. M. (2002). *Curso de Física Básica: Mecânica*. São Paulo, Edgard Blucher.
- PERRENOUD, P. (2000). *Dez Novas Competências para Ensinar*. Porto Alegre Artmed Editora.
- PERUZZO, J. (2012). *Experimentos de Física Básica:mecânica*. São Paulo, Editora Livraria da Física.
- PIETROCOLA, M. (2001). *Ensino de Física*. Santa Catarina, Editora da UFSC.
- RICARDO, E. C. (2003). *A Problematização e a Contextualização no Ensino das Ciências: acerca das idéias de Paulo Freire e Gérard Fourez*. IV ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS. Bauro - SP.
- SILVEIRA, F. L. d. (1996). "A Metodologia dos Programas de Pesquisa: a epistemologia de Imre Lakatos." *Cad.Cat.Ens.Fis.* 133: 12.
- STEPHEN, T. ; THORNTON, J. B. M. (2008). *Classical Dynamics of Particles and Systems*. New York: Thomson.

A. VALORES DOS ALCANCES MEDIDOS PARA OS DOIS ÂNGULOS

*Tabela A1:*

LANÇA- MENTO	$S_1 [h_a=0,77$ (m)]	$S_2 [h_a=0,88$ (m)]	$S_3 [h_a=0,99$ (m)]	$S_4 [h_a=1,10$ (m)]
1	0,38	0,59	0,76	0,87
2	0,33	0,57	0,79	0,89
3	0,40	0,59	0,78	0,91
4	0,39	0,63	0,77	0,85
5	0,38	0,58	0,76	0,90
6	0,35	0,57	0,74	0,93
7	0,36	0,59	0,77	0,89
8	0,39	0,56	0,76	0,92
9	0,34	0,60	0,77	0,86
10	0,35	0,61	0,79	0,90
$S_{m\u00e9dio}$	$0,37 \pm 0,02$	$0,59 \pm 0,02$	$0,75 \pm 0,01$	$0,89 \pm 0,02$

*Tabela A2:*

LANÇA- MENTO	$S_1 [h_a=0,76$ (m)]	$S_2 [h_a=0,84$ (m)]	$S_3 [h_a=0,92$ (m)]	$S_4 [h_a=1,00$ (m)]
1	0,33	0,54	0,65	0,79
2	0,36	0,53	0,67	0,78
3	0,34	0,57	0,69	0,79
4	0,36	0,55	0,69	0,81
5	0,37	0,52	0,71	0,82
6	0,38	0,53	0,70	0,80
7	0,33	0,57	0,68	0,83
8	0,36	0,56	0,69	0,81
9	0,38	0,51	0,67	0,77
10	0,35	0,53	0,65	0,80
$S_{m\u00e9dio}$	$0,36 \pm 0,02$	$0,54 \pm 0,02$	$0,68 \pm 0,02$	$0,80 \pm 0,02$