

Análise da abordagem matemática do tema queda dos corpos nos principais livros de física elementar utilizados nas licenciaturas em física no Brasil

Analysis of the mathematical assessment regarding the topic "fall of bodies" in the main literature used in the Physics graduation courses in Brazil

AMANDA RESENDE PIASSI¹, SAMUEL DE OLIVEIRA*², DANIEL ALVES DE SOUZA²

¹IFMG, campus Ponte Nova, Ponte Nova, MG, CEP 35430-034

²IFMG, campus Bambuí, Bambuí, MG, CEP 38900-000

Resumo

A formação básica dos professores é uma preocupação recorrente na sociedade mundial e brasileira. Busca-se que o processo de formação inicial de docentes forneça aos estudantes conteúdo específico e técnicas pedagógicas necessárias para exercer a docência com maestria, contribuindo assim com o desenvolvimento econômico e social. Entre os diversos aspectos que preocupam os especialistas, estão os livros utilizados nos cursos de Licenciatura. Muitas das vezes, são utilizadas simplificações demasiadas ou abordagens tradicionalistas que dificultam o desenvolvimento de um ensino significativo e conseqüentemente de uma aprendizagem completa. Nesse contexto, o presente trabalho se propõe a investigar a maneira que os principais livros elementares utilizados nos cursos de Licenciatura em Física têm abordado o conteúdo sobre Queda de corpos. Investigou-se a abordagem e transposição didática realizadas em 10 livros didáticos escolhidos a partir do projeto pedagógico das principais Instituições Federais. Os dados da pesquisa revelaram que apesar de 100% dos livros discorrerem sobre o tema, apenas 80% fazem a utilização da matemática como apoio; esse número cai para 30% quando se trata de descrições mais detalhadas das forças resistivas. Observou-se, ainda, uma preocupante tendência à simplificação matemática, apenas 20% dos livros analisados desenvolveu a equação diferencial para a velocidade terminal do objeto em queda para baixas velocidades. Outro resultado importante é que nenhum dos livros analisados desenvolveu a equação necessária para encontrar a velocidade terminal do objeto a altas velocidades. Em aspectos didáticos, observou-se que boa parte dos livros trata o tema de maneira tradicionalista, não levando em conta outras teorias de aprendizagem importantes. Resultados como esses servem de alerta para os professores atuantes nos cursos de Licenciatura em Física e também em outras áreas.

Palavras-chave: Formação inicial de professores. Transposição didática. Queda dos corpos.

*samuel.de.oliveira@ifmg.edu.br

Abstract

There is a concern in Brazil and world about the quality of teacher training. The training teacher process which should specify content and pedagogical techniques needed to teach with mastery, thus contributing to economic and social development. Among the many concerns of experts are the books used in the teaching courses. Usually, the books do many simplifications or traditionalist didactics, what impairs learning. In this context, the present research focuses on to investigate how elementary books used in the Physics Degree courses introduce the content about "Fall of bodies". Ten books used in the mains Federal Institutions were analyzed. Data show that despite 100% of the books discuss the theme, only 80% use mathematics as support; this number decreases to 30% for more detailed descriptions of resistive forces. There is also a worrying as for mathematical simplification; only 20% of the books analyzed solved the differential equation for the terminal velocity of the falling object for low velocities. Another important result is that none of the analyzed books solved the equation necessary to find the terminal velocity of the object at high speeds. In didactic aspects, it was observed that most of the books treat the theme in a traditional way, not taking into consideration other important Educational Theories. These results point out that teachers working in Physics Teacher Training Courses and also in other areas should be critical of books using.

Keywords: *Initial teacher education. Didactic transposition. Fall of the bodies.*

I. INTRODUÇÃO

Dentre os diversos aspectos que preocupam os especialistas e estudiosos do ensino de Ciências e de Física, a formação inicial e continuada de professores é um dos principais. A formação de professores qualificados na área de Física é um problema mundial e, ainda hoje, não existe um consenso sobre as competências que um graduando necessita adquirir para se tornar um professor de excelência, equilibrando conhecimentos pedagógicos e conceituais (BORGES, 2006). Entre as dificuldades nos cursos de formação de professores de Física, está a transposição didática realizada pelos livros elementares utilizados. Feynman (2019), em um de seus textos sobre o ensino de Física no Brasil, relata que os livros não levam em conta erros experimentais e que, quando levam, esquecem-se dos fatores naturais que envolvem todo processo físico. A principal causa desses problemas é que grande parte dos livros didáticos não tratam com merecida atenção fatores pedagógicos e teorias de aprendizagem importantes para realizar uma transposição didática eficaz. Tais materiais acabam seguindo uma linha positivista, na qual o pensamento científico cede espaço para a memorização. Deste modo, o aluno acaba por resolver problemas que não condizem com a realidade dos fenômenos e, por consequência, os materiais acabam não colaborando para uma aprendizagem significativa dos conteúdos.

Com base nessas argumentações, este trabalho objetiva analisar a abordagem do tema queda dos corpos nas principais biografias utilizadas nos cursos de Licenciatura em Física, e que também são utilizadas nos cursos de Engenharia, bem como apresentar as demonstrações matemáticas de três situações de um corpo em queda. O tema escolhido justifica-se

pela sua importância acadêmica, ao passo que é item presente em todas as coleções de Física básica. Assim, a análise engloba como cada biografia selecionada faz a transposição didática e desenvolve essa situação problema. Para o desenvolvimento e apresentação dessa pesquisa, este artigo está estruturado em cinco seções, sendo elas: Marco Teórico, Metodologia, Resultados e Discussões, Transposição didática e Considerações Finais.

II. MARCO TEÓRICO

Nas últimas décadas, houve sucessivas reformulações no direcionamento do movimento de inovação no ensino de Ciências Naturais. Com a globalização e os avanços tecnológicos, o objetivo final do ensino mudou seu foco. Hoje não interessa mais formar mão de obra técnica, mas sim cidadãos que estejam aptos a pensar cientificamente e conscientemente, e a desenvolver novas tecnologias. Busca-se sair do aspecto positivista do ensino, em que o processo de ensino-aprendizagem se dá pelo método de memorização e repetição. Entre as várias teorias de ensino-aprendizagem que surgiram, uma das que mais se destacam é Teoria da Aprendizagem Significativa (Ausubel, Novak e Hanesian, 1980). As concepções desta teoria mudaram o modelo de ensino. Se antes seus pilares eram: estímulo, resposta e reforço positivo, hoje o ensino tem como base os termos: aprendizagem significativa, mudança conceitual e construtivismo (MOREIRA, 2011).

A abordagem do ensino de Física de forma contextualizada está cada vez mais presente no discurso de professores e educadores, o que não significa que isso seja uma prática corrente na escola. A contextualização no processo de aprendizagem pode ocorrer a partir de diferentes perspectivas e enfoques teóricos, e uma perspectiva de contextualização, presente no ensino de Física, se dá quando se utilizam aspectos do cotidiano. A ideia é articular o conteúdo ministrado na sala de aula com a realidade do aluno em seu dia-a-dia. Costa e Moreira (2001) mostram que as situações problemas encontradas nos textos de Física podem ser trabalhadas como uma forma de aprendizagem, mas vale ressaltar que esses problemas não devem ser confundidos com exercícios trabalhados em sala de aula, pois estas situações problemas exigem muito mais do que memorização e aplicação mecânicas de fórmulas.

David Ausubel, filósofo da educação e protagonista da teoria de Aprendizagem Significativa, defende que os conceitos deverão ser adquiridos através de assimilação, diferenciação progressiva e reconciliação integrativa. Novos conceitos são consolidados a partir de conhecimentos prévios que existem na estrutura cognitiva do aprendiz, os quais Ausubel define como ideias-âncoras. O resultado dessa interação é a mudança conceitual por parte do aluno, no qual a ideia-âncora é modificada e diferenciada. Ao ancorar a nova aprendizagem, o aluno desenvolve conceitos de modo que a aprendizagem subsequente seja facilitada (MOREIRA M. & MASINI, 1982).

A organização e o caminhar linear das teorias contribuem para o aprendizado efetivo do estudante. Existem duas condições especiais para que o aluno aprenda, sendo elas: a disposição do aluno para adquirir o conhecimento e o material didático desenvolvido (que deve ser, sobretudo, significativo para o aluno). Além disso, o conteúdo deve ser potencialmente revelador e o estudante precisa estar disposto a relacionar o material de maneira consciente e não arbitrária. Essas condições darão a verdadeira compreensão dos conceitos, que tem por consequência a posse de significados claros e intransferíveis.

No intuito de aprofundar e caracterizar o ensino de Física como uma ferramenta para o conhecimento, Oliveira (2016) mostra que a aprendizagem deve ser efetiva a partir do momento em que seus conceitos intermediários também são assimilados por meio dos conceitos preexistentes, e não apenas no uso de fórmulas prontas para sua execução.

Levando a discussão para o contexto da formação do professor, existem vários estudiosos que defendem que a Teoria da Aprendizagem Significativa deve prevalecer nos cursos de formação de docentes. Almeida (2018) aborda em seu estudo que estamos em transição das teorias behavioristas para as metodologias inovadoras e investigativas da aprendizagem, sendo as últimas de caráter mais construtivista e fortemente cognitivista. Gatti (2014) mostra que há necessidade de melhora na estrutura, na qualificação e também na avaliação dos trabalhos desenvolvidos nas licenciaturas. Já Moreira (2018) afirma que vários professores não se limitam à utilização apenas do quadro e giz: eles desenvolvem seus conteúdos utilizando livro texto, apresentam diagramas, explicações e demonstrações. Assim, torna-se relevante que o professor dos cursos de formação inicial saiba os conteúdos científicos que vai ensinar de forma clara e objetiva, relacionando e contextualizando o comportamento da natureza para que possa promover, assim, a relação de aprendizagem no discente que se tornará o futuro professor.

A formação inicial de professores de Física abrange uma série de outras questões, desde o Planejamento Pedagógico do curso aos livros didáticos utilizados. De acordo com Lajolo (1996), o livro didático acaba determinando conteúdos e condicionando estratégias de ensino, marcando, de forma decisiva, o que se ensina e como se ensina. Pela importância e impacto que esses materiais têm no processo de formação de professores, eles devem ser analisados com atenção e cautela antes de serem selecionados para compor a matriz curricular dos cursos de Licenciatura.

III. METODOLOGIA

A pesquisa sobre o tema abordado foi realizada de forma descritiva. Prodanov e Freitas (2013) afirmam que esse tipo de pesquisa objetiva registrar e/ou explicar fatos ou fenômenos observados além da descrição de certas características deles. Já do ponto de vista técnico, a pesquisa é do tipo bibliográfica. Segundo o autor supracitado, ela é elaborada a partir de material já publicado, devendo o autor estar atento à veracidade dos dados obtidos.

Em relação às fontes dos dados coletados, foram selecionados os dez livros didáticos de Física básica mais utilizados nos cursos de Licenciatura em Física. Essa escolha foi realizada a partir da análise dos planos pedagógicos e ementas de disciplinas disponibilizadas. Para obtenção dos resultados, conforme o objetivo do trabalho, a análise realizada frente aos livros acompanhou se o livro

1. aborda o tema queda de corpos;
2. utiliza equações para descrever o fenômeno;
3. trata da resistência do ar a baixas velocidades;
4. trata da resistência do ar a altas velocidades;

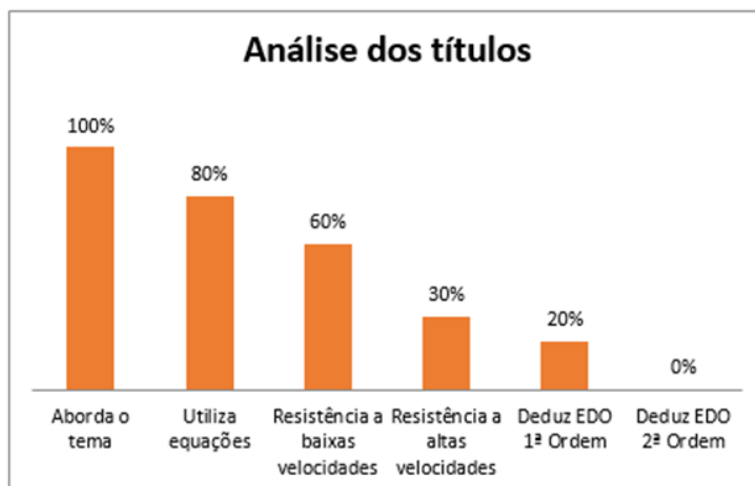


Figura 1: Resultados da análise realizada nos 10 livros de física escolhidos.

5. deduz a Equação Diferencial Ordinária (EDO) para baixas velocidades (1ª Ordem);
6. deduz a EDO para altas velocidades (2ª Ordem).

Em relação aos dados da pesquisa, o material analisado foram os 10 livros didáticos mais utilizados nos cursos de ensino superior para formação de professores de Física, sendo apresentados na Tabela 1.

No.	Título	Autor(es)	Edição
1	Fundamentos de Física: mecânica	Halliday, Resnick e Walker	10a
2	Física Básica	Alaor Chaves	1a
3	Física para cientistas e engenheiros: volume 1	Tipler e Mosca	6a
4	Física I: mecânica	Young & Freedman	12a
5	Física um curso universitário: mecânica	Alonso & Finn	2a
6	Física para cientistas e engenheiros: mecânica	Jewett e Serway	6a
7	Física volume 1	Keller, Gettys e Skove	1a
8	Física Viva: uma introdução à física conceitual	Trefil e Hazen	1a
9	Física conceitual	Hewitt	11a
10	Curso de Física Básica: mecânica v.1	Moyses Nussenzweig	4a

Após análise dos tópicos selecionados, fez-se uma aplicação demonstrativa como espécie de intervenção pedagógica, tendo como base a proposta de resolução de problemas como forma de aprendizagem.

IV. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Terminada a análise dos livros, verificou-se, conforme Figura 1, os resultados relacionados aos seis tópicos citados anteriormente na metodologia.

A partir da Figura 1, dos livros analisados, 80% mencionam o tema queda de corpos envolvendo equações matemáticas; esse número cai para 60% quando aparecem as forças

resistivas a baixas velocidades. Outro dado que impressiona é a pouca quantidade de livros que faz referência à força de arrasto oferecida pelo ar, quando o objeto cai com resistência a altas velocidades, estando presente em apenas 30% dos materiais. Quando se analisa a abordagem matemática, apesar de 100% dos livros apresentarem o assunto, poucos realizam uma abordagem mais minuciosa. Os resultados mostram números preocupantes: apenas 20% realizam a abordagem matemática da EDO de 1ª Ordem e nenhum dos materiais realiza a abordagem matemática da EDO de 2ª Ordem.

Observando o desenvolvimento da transposição didática em cada livro selecionado, chega-se às seguintes considerações:

No livro 1, o autor aborda o tema queda livre em dois módulos: (i) aceleração em queda livre e (ii) força gravitacional. Também é realizada uma abordagem da força de arrasto, relatando como essa força se opõe ao movimento, além da menção à sua variação com o coeficiente de arrasto, com a massa específica ρ e também com a área da seção reta efetiva do corpo. O autor ainda relata que, na queda de um corpo, a força de arrasto D cresce gradualmente à medida que a velocidade do corpo aumenta. Por fim, ele relaciona as forças e a aceleração do corpo escrevendo a segunda lei de Newton no eixo vertical y .

Com relação ao livro 2, o autor faz abordagem sobre o tema queda de corpos sem a resistência do ar, quando todos os corpos caem com a mesma aceleração g , ou seja, queda livre. Em uma de suas seções, é apresentada a força de atrito nos fluidos, e, em seguida, é descrito, com base na Segunda Lei de Newton, o momento em que o corpo atinge sua velocidade-limite, isto é, quando a força de atrito do fluido se iguala com o peso do corpo, momento esse em que não há mais a aceleração.

Assim como no livro 2, o livro 3 também trata da queda dos corpos sem a presença do ar, mas apenas sobre a influência da gravidade. Assim, todos os objetos em queda livre com a mesma velocidade inicial deslocam-se de maneira idêntica, sofrendo a ação de uma aceleração designada por g . Mais tarde, é abordada também a força de arrasto em oposição ao movimento, dependendo das propriedades do fluido e da rapidez do objeto (velocidade) em relação a esse fluido. Ainda se relata que, quanto mais rápido está o objeto, maior estará a força de arrasto, igualando assim a força gravitacional, chegando ao que o autor chama de rapidez terminal.

No livro 4, o autor faz uma breve introdução e mostra a queda livre como sendo um movimento ideal com aceleração constante. A partir dessa introdução, ele conclui que essa aceleração é a da gravidade com um módulo designado $g = 9,8 m/s^2$. Ele apresenta o módulo da força da resistência de um fluido abordando dois comportamentos: (i) as velocidades como $f = K.v$, onde K é o fator de proporcionalidade que depende da forma e do tamanho do corpo e das propriedades do fluido, e também (ii) altas velocidades como sendo $f = D.v^2$, nas quais esse movimento cresce rapidamente com a velocidade e recebe o nome de arraste do ar. O autor faz a dedução da integral encontrada pela Segunda Lei de Newton, utilizando aceleração da queda no eixo y como sendo a derivada da velocidade em relação ao tempo na situação em que a força de atrito é proporcional a velocidade v . A partir desse resultado, o autor apresenta os gráficos da aceleração, velocidade e posição do objeto em queda. Por fim, o autor convida o leitor a deduzir as equações da posição e aceleração como exercício.

Na análise do livro 5, nota-se que o autor apresenta a força de atrito do fluido, em que

k é o coeficiente que depende da forma do corpo, n é o coeficiente de viscosidade e v a velocidade. Ele apresenta uma tabela contendo alguns coeficientes de viscosidade, indicando que esses coeficientes aumentam de valor, se a temperatura também aumentar. O autor apresenta, sem dedução, a equação do movimento de um corpo que se move através de um fluido. Assim, em uma determinada velocidade, a aceleração se anula e a força de atrito fica equilibrado com a força peso, tendo como resultado a velocidade limite. Para obter a velocidade em função do tempo, o autor reescreve a Segunda Lei de Newton considerando a aceleração como dv/dt . Com isso, obtém uma integral e, a partir da resolução desta, encontra a velocidade limite em função do tempo. Por fim, o autor apresenta um gráfico de velocidade *versus* tempo para a equação encontrada.

No livro 6, os autores apresentam que qualquer corpo, movendo-se livremente, independentemente do seu movimento inicial, encontra-se em queda livre. Eles também abordam que, se for desconsiderada a resistência do ar e se for suposto que a aceleração da gravidade não varia com a altitude em pequenas distâncias verticais, o movimento de um corpo em queda livre se dá com uma aceleração constante em uma dimensão. Os mesmos apresentam o módulo da força resistiva, em que D é uma quantidade empírica sem dimensões, chamada coeficiente de resistência do ar (coeficiente de arrasto), ρ a densidade do ar e A é a área da seção transversal do corpo em movimento medida em um plano perpendicular à direção de sua velocidade. Os autores fazem uma análise das forças atuantes em um corpo em queda, na qual mostram que a força peso está atuando para baixo e a força resistiva está atuando para cima.

No livro 7, os autores relatam casos em que pode ser desprezada a resistência do ar. Assim, objetos caindo possuem uma aceleração exclusivamente devido à gravidade. Eles apresentam que o movimento de um objeto sólido em um fluido sofre a ação de uma força de atrito, causada exclusivamente pela forma do objeto, pela velocidade e pela natureza do fluido. Os autores também mostram que o conjunto dessas propriedades no fluido responsável pela força é chamado viscosidade, denominado de força viscosa, força de arraste ou força retardadora. Os autores admitem a expressão da força de arraste $F = -b.v$, facilitando a introdução de fatores complicados, onde b é uma constante de proporcionalidade. Ainda apontam que a expressão é aproximadamente válida para líquido, e não para gases como o ar, uma vez que os objetos em meio a esse fluido possuem baixa velocidade. Os autores supõem um objeto de massa m , liberado a partir do repouso em um fluido; assim, pela Segunda Lei de Newton, eles obtêm uma equação diferencial e, por haver equações análogas a esta em capítulos posteriores, com a resolução, os autores se limitam a descrever a solução.

Para o livro 8, os autores, após terem definido a aceleração da gravidade $g = 9,8m/s^2$ em local próximo à superfície da Terra, adotam uma abordagem conceitual sobre queda livre, a partir de uma questão antes levantada: estava Galileu errado ao afirmar que todos os corpos caem com a mesma aceleração?. Para isso, eles citam o exemplo de uma folha e uma fruta caindo. Os autores discorrem sobre as forças equilibradas e desequilibradas, adotando a queda de um paraquedista para o estudo de tais forças, percebendo a força gravitacional agindo para baixo e uma força de resistência do ar agindo para cima, chamada pelos engenheiros de força de arrasto. Para forças equilibradas, os autores apontam o momento em que o arrasto se torna igual à força da gravidade, assim, a força líquida passa

a ser zero e pela Primeira Lei de Newton, no instante em que as duas forças se igualam, a velocidade passa a não se alterar mais, sendo então denominada velocidade terminal.

Na análise do livro 9, verificou-se que o autor considera um objeto em queda livre quando este está caindo sem qualquer impedimento, portanto sem atrito com o ar, e também cai sob a influência exclusiva da gravidade. O livro relata ainda que, no vácuo, a força resultante sobre um objeto em queda é apenas da força peso. Já com a presença da resistência do ar, a força resultante é a força peso menos a força de resistência aerodinâmica. Portanto, uma força menor que no vácuo. Ele explicita que essa força de resistência aerodinâmica tem relação com a área frontal do objeto em queda e também com a rapidez de queda do objeto em relação ao meio.

No último livro analisado, livro 10, o autor realiza uma completa contextualização histórica, que vai desde os gregos da época clássica que encontravam dificuldades para fazer a análise do movimento, passando pela Física de Aristóteles, e terminando com os estudos de Galileu, que definiu e discutiu o movimento uniforme e depois estudou o movimento uniformemente acelerado. O livro explica, através das experiências de Galileu, que a resistência do ar pode ser desprezada, assim obtendo um movimento uniformemente acelerado, com aceleração que é a mesma para todos os corpos. Ele também fala que a resistência causada por um fluido é muito complicada. Porém, o mesmo livro não faz deduções matemáticas para esses movimentos.

O que se pode observar com esses resultados é que os livros apresentam uma tendência a simplificar o fenômeno da queda de corpos, deixando de lado os fatores naturais que podem estar presentes durante o movimento, bem como apresentam uma tendência a evitar as equações matemáticas. A simplificação demasiada desses conteúdos afasta o tema de sua concretude. Infelizmente, essa abordagem positivista, que toma a ciência como verdade universal e incontestável, deixando de lado os aspectos relevantes no cotidiano do aluno, é uma prática muito comum.

Algo que se pode relatar, com base no trabalho de Oliveira e Iglioni (2013), é a dificuldade na utilização de ferramentas matemáticas adequadas na aplicação de problemas mais complexos. Os autores argumentam que o enfoque dado ao conteúdo matemático não propicia a compreensão do mesmo, o que pode acarretar nos alunos dificuldade em conceber o que é uma EDO e, por conseguinte, sua aplicação em problemas contextualizados que exijam interpretação. A conclusão a que os autores citados chegam é que, para amenizar esse problema, os professores poderiam ensinar EDOs com enfoque qualitativo do assunto, ou seja, de forma contextualizada.

Vale ainda ressaltar que esse fator problemático é também evidenciado na pesquisa de Melo, Neves e Silva (2018) que verifica o ensino de ciência na forma que é gerido, sugerindo que ele favorece uma aprendizagem alienante, desprovida de transformação, de criatividade, de saber, estimulando ações em que o educador revela-se como sujeito pensante (aquele que atua), enquanto o educando entremostra-se um objeto receptor que memoriza, repete e se adapta, pois é fortemente tolhido de criticidade e de conscientização.

Como a análise feita tem como foco a formação de professores, é imprescindível que os temas mais presentes no currículo formativo sejam abordados de forma desafiadora, e não apenas mecanicista. Sugere-se aqui uma intervenção pedagógica frente aos resultados obtidos que se destina para pessoas em formação inicial e também em pleno exercício: a

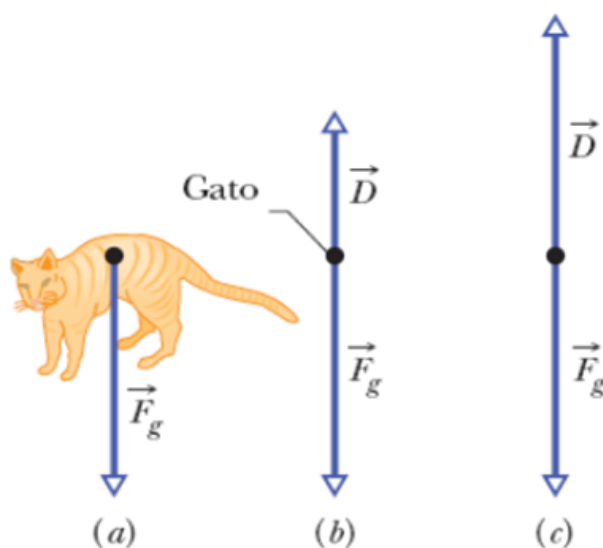


Figura 2: Objeto em queda com resistência do ar.

utilização da resolução de situações-problema junto de uma abordagem matemática, de tal forma que eles possam contextualizar e também aprofundar o tema queda dos corpos.

V. TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA

Com base nos resultados obtidos da análise dos livros, foi elaborado um passo a passo matemático da (i) queda de corpos em baixa velocidade, tendo a força de arrasto proporcional à velocidade, e também da (ii) queda de corpos em alta velocidade, em que a força de arrasto é proporcional ao quadrado da velocidade. Esse roteiro é importante, pois, como cita Oliveira (2016), a aprendizagem adquirida por meio da resolução de problemas possui maior eficácia ao entendimento e à consolidação de fenômenos relacionados ao campo da Física.

Para que os estudantes enxerguem a Física como uma construção dinâmica de conhecimentos, não se deve ir direto ao resultado final, mas utilizar uma forma mais didática na qual ele possa desenvolver o problema. Sugere-se aqui realizar a resolução através dos conceitos físicos e do cálculo diferencial e integral, explorando assim os conhecimentos e percepção do aluno acerca do que os métodos se propõem. Utilizando a figura retirado do livro 1, tem-se a situação de um objeto em queda, partindo com velocidade inicial nula, conforme mostra a figura 2.

Aplicando a Segunda Lei de Newton para esse corpo em queda, tem-se a força peso (F_g) com sentido para baixo e a força de resistência do ar (D) que atua no sentido contrário ao movimento. Essa força contrária de resistência pode ser abordada, como uma situação em baixa velocidade, assim, aplicando a Segunda Lei de Newton, temos:

$$-\vec{F}_g + \vec{D} = -m\vec{a} \rightarrow K\vec{v} - m\vec{g} = -m\frac{d\vec{v}}{dt} \quad (1)$$

Aqui, a força \vec{D} , que é a força de resistência do ar, é proporcional a velocidade, sendo k uma constante de proporcionalidade. A partir deste momento, considerando o movimento sendo unidimensional, abordaremos a solução de forma escalar, admitindo o sentido negativo para baixo. Em seguida, dividindo o resultado anterior por m , e reorganizando tem-se:

$$g - \frac{K}{m}v = \frac{dv}{dt} \rightarrow dt = \frac{dv}{\left(g - \frac{K}{m}v\right)} \quad (2)$$

Integrando o resultado em (2), pelo método da integral por substituição, obtém-se:

$$\int_0^t dt = \int_0^v \frac{dv}{\left(g - \frac{K}{m}v\right)} \rightarrow t = -\frac{m}{K} \ln \left(g - \frac{K}{m}v \right) \Big|_0^v \quad (3)$$

A partir do resultado (3), multiplica-se ambos os termos por $-K/m$, e que após simplificação utilizando propriedades logarítmicas, obtém-se:

$$e^{-\frac{K}{m}(t)} = \frac{g - \frac{K}{m}v}{g} \rightarrow v = \frac{mg}{K} \left(1 - e^{-\frac{K}{m}(t)} \right) \quad (4)$$

Com o resultado (4), pode-se confirmar que a abordagem de um objeto em queda, sem a resistência do ar, também chamado de queda livre é bem diferente do fenômeno de queda de um corpo, com a presença de uma variável resistiva. Daí, conclui-se que a abordagem simplista não leva o aluno a conhecer realmente as variáveis que norteiam o fenômeno real.

Na situação em que um objeto em queda sofre a ação de uma força de resistência proporcional ao quadrado da velocidade, sugere-se descrever matematicamente esse fenômeno, o que é justificado pela Teoria da Aprendizagem Significativa. O que significa que o conhecimento deve ser construído por um processo pelo qual um novo conhecimento se relaciona de maneira não arbitrária e não literal à estrutura cognitiva do estudante, de modo que o conhecimento prévio do estudante interaja, de forma significativa, com o novo conhecimento que lhe é apresentado, provocando mudanças em sua estrutura cognitiva. Dessa forma, após analisar a queda de um objeto, como mostrado anteriormente no resultado (4), utiliza-se esse resultado como uma âncora para a nova aprendizagem.

A aplicação da Segunda Lei de Newton na situação em que o atua no objeto uma força resistiva proporcional ao quadrado da velocidade, chega-se em um resultado semelhante ao resultado (2), sendo a diferença explícita o quadrado da velocidade.

$$-bv^2 + mg = m \frac{dv}{dt} \quad (5)$$

A partir de (5), divide-se todos os termos por m e coloca-se o termo b/m no lado esquerdo da expressão em evidência. Podemos tratar a massa, a gravidade e a constante b como um único termo, chamando-o de k^2 :

$$-\frac{b}{m} \left(v^2 - \frac{mg}{b} \right) = \frac{dv}{dt} \rightarrow -\frac{b}{m} \left(v^2 - k^2 \right) = \frac{dv}{dt} \quad (6)$$

Para a resolução dessa equação diferencial ordinária (6), utiliza-se o método de separação

de variáveis, integrando assim os dois lados da expressão, para obter:

$$\int_0^t -\frac{b}{m} dt = \int_0^v \frac{1}{v^2 - k^2} dv \rightarrow -\frac{b}{m} \int_0^t dt = \frac{1}{2k} \int_0^v \left(\frac{1}{v-k} - \frac{1}{v+k} \right) dv \quad (7)$$

A solução dessa integral (7) é feita a partir do método de integração por substituição, tendo como resultado:

$$-\frac{b}{m} t = \frac{1}{2k} [\ln(v-k) - \ln(v+k)] \rightarrow -\frac{2kb}{m} t = \ln\left(\frac{v-k}{v+k}\right) \quad (8)$$

Do resultado em (8) apresentado, aplica-se a transformação logarítmica em exponencial, obtendo a forma:

$$e^{-\frac{2kb}{m} t} = e^{\ln\left(\frac{v-k}{v+k}\right)} \rightarrow e^{-\frac{2kb}{m} t} = \frac{v-k}{v+k} \quad (9)$$

Isolando a variável velocidade no resultado (9), chegamos ao resultado final esperado:

$$\begin{aligned} v-k &= \left(e^{-\frac{2kb}{m} t}\right) (v+k) \rightarrow v - ve^{-\frac{2kb}{m} t} = \\ & \left(e^{-\frac{2kb}{m} t}\right) k + kv \left(1 - e^{-\frac{2kb}{m} t}\right) = k \left(1 + e^{-\frac{2kb}{m} t}\right) \rightarrow v = k \frac{\left(1 + e^{-\frac{2kb}{m} t}\right)}{\left(1 - e^{-\frac{2kb}{m} t}\right)} \end{aligned} \quad (10)$$

Nesse último resultado encontrado, substitui-se a constante k por $\sqrt{\frac{mg}{b}}$, obtendo assim o resultado final da velocidade:

$$v = \sqrt{\frac{mg}{b}} \frac{\left(1 + e^{-\frac{2kb}{m} t}\right)}{\left(1 - e^{-\frac{2kb}{m} t}\right)} \quad (11)$$

Com esse resultado, verifica-se que o fenômeno queda dos corpos trata de algo bem mais complexo e, conseqüentemente, mais distante do tema queda livre abordado nas principais bibliografias para cursos de formação de professores em Física, e também no tratamento que se tem dado em sala de aula. Um fenômeno físico deve ser abordado pelo professor de forma a trabalhar e contextualizar as situações, tentando ser mais próximo do real, e não apenas fenômenos simplistas com equações pré-definidas, nos quais o aluno tem apenas que utilizar a expressão matemática e não compreender o que há por trás do fenômeno.

A seguir, tem-se dois gráficos que mostram o comportamento das equações (4) e (11), encontradas na solução realizada como forma de transposição didática.

É importante que o futuro professor, em formação inicial, possa compreender a diferença da situação real e da situação idealizada. No gráfico (A) temos o comportamento da velocidade, de tal forma que ela tende a crescer no sentido negativo, contudo, diferente do crescimento linear caso não houvesse resistência do meio, fator este proporcionado pela resistência do ar que não foi omitida. Já no gráfico (B), temos representado a situação mais próxima do real, onde a velocidade diminui com o aumento do tempo, até o ponto em que ela torna-se constante, e daí o nome velocidade terminal. É através dessa análise matemática,

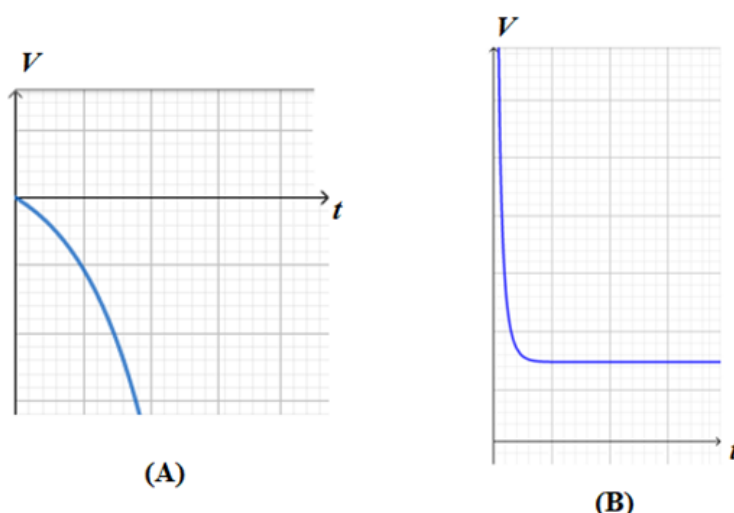


Figura 3: Resultado gráfico para queda de objetos analisado. Em (A) o resultado da equação (4) e em (B) o resultado da equação (11).

relacionando o comportamento gráfico, que podemos chegar a uma compreensão mais efetiva da realidade, e também o motivo pelo qual começamos a modelar um fenômeno com o mínimo possível de variáveis que possam perturbá-lo. Acreditamos que discussões e análises como essa, realizadas em sala de aula, tendem a se tornar interessantes, motivadoras e, principalmente, efetivas para a aprendizagem.

VI. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados evidenciaram que existem sérias lacunas na transposição didática realizada pelos livros de Física Elementar utilizados nos cursos de graduação quanto ao tema de queda dos corpos. Enquanto alguns livros ignoram a existência de forças de arrasto, outros tratam o assunto com demasiada simplificação matemática. Apesar de este ser apenas um dos muitos temas abordados em Física, consegue-se verificar que, tanto na dimensão da exposição matemática quanto em relação às técnicas pedagógicas, os livros não estão contribuindo de forma eficiente para a formação dos futuros professores de Física do Brasil. Se o futuro professor não consegue associar o que aprende em Física com o conteúdo aprendido em Cálculo, por exemplo, e ainda não consegue reproduzir o fenômeno em um laboratório (devido a simplificação demasiada), pouco significado terá aquele conhecimento em sua vida. E muito provavelmente essa prática será reproduzida por ele em sala de aula durante seu exercício profissional, podendo levar o sistema de educação à ineficiência.

De acordo com a pesquisa realizada, conclui-se que é preciso investir tempo em uma análise detalhada sobre a transposição didática realizada nos livros utilizados em cursos de formação inicial de professores de Física no Brasil. Aos professores das Universidades e Institutos, sugere-se a realização de uma análise crítica acerca dos livros que estão utilizando em seus cursos para que seus alunos não repliquem a técnicas de ensino mecanicista, que partem do básico e da utilização de fórmulas finais para interpretação dos fenômenos. É importante salientar que o envolvimento do estudante com situações-problema reais pode

representar uma oportunidade de externar o processo construtivo de aprender, de converter conceitos e exemplos construídos por meio da interação com o professor. Por isso, Ausubel, Novak e Hanesian (1980) aponta que ao resolver um problema, este pode ser encarado como um meio para promover a aprendizagem significativa, uma vez que a resolução resulta de um processo de clarificação progressiva sobre relações de meio-e-fim fundamentadas na formulação, na verificação e na rejeição de hipóteses alternativas.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, M. J. B. M. Formação inicial e contínua de professores de Física: o conhecimento pedagógico dos conteúdos e os processos de sala de aula. *Revista do Professor de Física*. Brasília, v. 2, n. 3, p. 109-121, 2018.
- AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. *Psicologia Educacional*. 2. ed. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.
- BORGES, O. Formação inicial de professores de Física: Formar mais! Formar melhor! *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 28, n.2, p. 135-142, 2006.
- COSTA, S.; MOREIRA, M. A. A resolução de problemas como um tipo especial de aprendizagem significativa. *Caderno Catarinense de Ensino de Física*, v. 18, n. 3, p. 263-277, 2001.
- FEYNMAN, Richard P. *Só pode ser brincadeira, Sr. Feynman!: as excêntricas aventuras de um físico*. 1.ed. Rio de Janeiro: Intrínseca, 2019.
- GATTI, B. A. A formação inicial de professores para a educação básica: as licenciaturas. *Revista USP*, n. 100, p. 35-46, 2014.
- LAJOLO, M. P. Livro didático: um (quase) manual didático. *Em aberto*. Brasília, p. 3-7. 1996.
- MELO, M. G. A.; NEVES, M. C. D.; DA SILVA, S. C. R. Um olhar sobre os resultados brasileiros no PISA 2015: possibilidades de se refletir sobre problemas do ensino de ciências e à formação inicial do professor de ciências. *Debates em Educação Científica e Tecnológica*, v. 8, n. 1, p. 55-84, 2018.
- MOREIRA, M. A. Aprendizagem Significativa: Um Conceito Subjacente. *Aprendizagem Significativa em Revista*, Porto Alegre, v.1, n.3, p. 25-46, 2011.
- MOREIRA, M. A. Ensino de Física no século XXI: desafios e equívocos. *Revista do Professor de Física*. Brasília, v. 2, n. 3, p. 80-94, 2018.
- MOREIRA, M. A.; MASINI, E. *Aprendizagem Significativa: a teoria de David Ausubel*. São Paulo: Moraes, 1982.

OLIVEIRA, S. Uma releitura sobre a abordagem da Lei de Coulomb e da Lei de Gauss no Ensino de Física para os cursos de Engenharia. *Revista Conexão Ciência*, Formiga, v. 11, n. 2, p. 110-118, 2016.

OLIVEIRA, e. A.; IGLIORI, S. B. C. Ensino e aprendizagem de equações diferenciais: um levantamento preliminar da produção científica. *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, Recife, v. 4, n. 2, p. 1-24, 2013.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. *Metodologia do Trabalho Científico: Métodos e Técnicas da Pesquisa e do Trabalho Acadêmico*. 2 ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.