



Introdução à Econofísica: Uma proposta de atividade para o ensino médio

Introduction to Econophysics: a proposal of activities for high school

DANIEL DE SOUZA SANTOS¹, ALÉSSIO TONY BATISTA CELESTE¹,
ALEX SOUZA MAGALHÃES¹

¹Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sertão Pernambucano., Campus Serra Talhada.

DOI:<https://doi.org/10.26512/rpf.v3i1.18728>

Resumo

O presente trabalho propõe utilizar algumas das hipóteses da Teoria de Dow e o modelo físico denominado passeio aleatório, introduzido a partir da probabilidade binomial estudada no ensino médio, para avaliar o comportamento do IBOVESPA e de algumas ações que tiveram forte influência na composição desse índice em 2018. Foi proposta uma atividade interdisciplinar utilizando os conceitos de física, matemática e economia e o uso de planilha eletrônica para realizar os cálculos. Observou-se que os alunos, apesar de já terem estudados os temas separadamente nas disciplinas de física e matemática, não haviam percebido as conexões entre os assuntos e a aplicação em economia permitiu que eles compreendessem melhor as notícias relacionadas ao mercado financeiro divulgadas amplamente nos telejornais.

Palavras-chave: Econofísica. Passeio aleatório. Modelo binomial

Abstract

The present paper proposes to use some of the hypothesis of the Dow's Theory and the physical model called random walk, introduced from the binomial probability studied in high school, to evaluate the behavior of the IBOVESPA and some stocks that had a strong influence on the composition of this index in 2018. It was proposed an interdisciplinary activity using the concepts of physics, mathematics and economics and the use of spreadsheet to perform the calculations. It was observed that students, although they had already studied the subjects separately in the physics and mathematics subjects, had not noticed the connections between the subjects and the application in economics allowed them to better understand the news related to the financial market widely divulged in the news.

Keywords: *Econophysics, random walker, binomial model.*

I. INTRODUÇÃO

Utilizar novas metodologias no ensino de Física é uma prática que vem se tornando cada vez mais comum na literatura e como exemplo pode verificar nos trabalhos de Yamamoto (YAMAMOTO et al., 2001), Silva (SILVA et al., 2016), Santos (SANTOS et al., 2013) e Pinto (PINTO et al, 2018). Um exemplo recente foi o uso de um lance ocorrido numa partida de futebol do campeonato paulista de 2017 para explicar conceitos de geometria e astronomia no trabalho de Schappo (SCHAPPO, 2017).

Um dos modelos de probabilidade apresentados no ensino médio é o binomial, que é comumente associado ao lançamento de moedas. Apesar de ser bastante simplificado, este modelo pode ser utilizado para analisar fenômenos complexos. Quando assumimos que só há duas possibilidades de movimento para um determinado sistema físico, ou seja, como um lançamento de uma moeda ou a variação de temperatura de um gás, temos um modelo físico denominado passeio aleatório.

Esta modelagem também pode ser utilizada para calcular as probabilidades associadas ao movimento de ativos financeiros na bolsa de valores, pois os preços dos títulos só possuem duas possibilidades: subir ou descer. Portanto, é possível utilizar o passeio aleatório em uma dimensão para ilustrar o comportamento de preços de ações. O presente trabalho propõe uma atividade para o ensino médio na qual são tomados os preços de alguns ativos financeiros e o IBOVESPA, índice que mede o volume de operações financeiras na Bolsa de Valores de São Paulo, para calcular probabilidades associadas ao movimento oscilatório dos preços desses ativos e comparar esses movimentos com o próprio índice utilizando ferramentas matemáticas do ensino médio e algumas hipóteses da Teoria de Dow, a qual é utilizada por estudiosos do mercado financeiro para a compreensão dos movimentos dos preços dos ativos.

II. REFERENCIAL TEÓRICO

I. Econofísica

Eventos como terremotos, tempestades, tsunamis, ruptura de materiais de pontes e quebra de bolsas de valores ocorrem corriqueiramente ao redor do mundo e o desenvolvimento de ferramentas que possam prever esses eventos é algo de grande interesse por parte da comunidade científica (VRHOVAC, 2014). Há muito tempo os físicos vêm utilizando ferramentas oriundas da mecânica estatística e da física teórica para modelar sistemas complexos, mas as aplicações no mercado financeiro são mais recentes, diferentemente dos economistas e dos matemáticos os quais possuem longa tradição nos estudos financeiros (MANTEGNA, 2000). O ramo da física que tem se dedicado ao estudo das finanças é denominado econofísica.

O presente trabalho propõe uma atividade para o ensino médio, na qual é feita uma analogia entre o comportamento do passeio aleatório e movimentos de ativos financeiros na Bolsa de Valores de São Paulo, também conhecida como B3 (Brasil, Bolsa, Balcão) através do uso de uma planilha eletrônica. O IBOVESPA, apesar de não ser um “preço”, mas mede o volume financeiro movimentado na bolsa e segue um modelo semelhante ao passeio aleatório e também será analisado neste trabalho.

II. Teoria de Dow

A Teoria de Dow trata de um conjunto de hipóteses sobre a movimentação dos preços das ações no mercado financeiro. Dentre as idéias abordadas por esta teoria, duas delas são de fundamental importância para o presente trabalho (EDWARDS et al., 2007):

1. O preço do ativo desconta tudo o que pode afetar a oferta e a demanda dos títulos. Até mesmo catástrofes naturais são rapidamente refletidas no preço do ativo.
2. A teoria de Dow não se preocupa com as oscilações do preço ao longo de um intervalo de tempo e sim apenas com o preço de fechamento desse intervalo.

III. Ações

O termo ação refere-se à menor parte do capital social de uma empresa, a qual deve ter capital aberto numa bolsa de valores para que essas “frações” sejam negociadas. Existem basicamente dois tipos de ações: as preferenciais (PN) e as ordinárias (ON), as quais podem ser facilmente distinguidas no próprio código da ação. Esses códigos são formados por quatro letras e um número. Se o número que aparece no final do código for 3, a ação é ordinária, se for 4, 5 ou 6, é preferencial, sendo o algarismo 4 o mais comum (ABE, 2009). Por exemplo, as ações preferenciais do Itaú são representadas por ITUB4, e as ações ordinária da Cielo são representadas por CIEL3. O índice bovespa, também conhecido como IBOVESPA, é um conjunto de ações (também conhecido como carteira de ações) com maior negociabilidade na bolsa de valores. Esses papéis (ações) são negociados diariamente e comumente sai uma nota nos telejornais reportando o desempenho da bolsa ao longo do dia.

A B3 (Brasil, Bolsa, Balcão) disponibiliza informações sobre a constituição do IBOVESPA, que muda periodicamente a depender das negociações (B3, 2018). Um fechamento em alta, significa que foram realizados mais negócios que o dia anterior, enquanto que um fechamento em baixa significa que houve um volume financeiro menor que no dia anterior. Essas informações muitas vezes não são bem compreendidas pelos alunos do ensino médio e a aplicação do modelo binomial para a modelagem desse problema representa uma forma de aplicação dos conhecimentos de física e matemática à economia e finanças.

IV. Probabilidade binomial

O conteúdo de probabilidade é ministrado na segunda série do ensino médio (BRASIL, 2000) e um dos modelos propostos é o de probabilidade binomial, que pode ser descrita da seguinte forma: seja n o número de tentativas independentes de um experimento aleatório. Sejam p e $q = 1 - p$ as probabilidades de sucesso e fracasso respectivamente. Seja K o número de sucessos em n tentativas, então a probabilidade $P(K)$ de sucessos é dada por:

$$P(K) = \binom{n}{K} p^K q^{n-K}. \quad (1)$$

É possível demonstrar também que a média (μ) da distribuição binomial podem ser dadas por $\mu = n \cdot p$.

Uma grandeza de grande importância no campo das finanças é o retorno de um ativo, cuja principal utilidade é medir o grau de riscos de uma carteira de ativos (MORETTIN, 2011). Sejam P_t é o preço do ativo no tempo t , P_{t-1} , o preço do ativo no tempo $t - 1$ e R_t é o retorno nesse intervalo de tempo. Matematicamente:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}. \quad (2)$$

Considerar-se-á o intervalo de tempo t igual a um dia, logo R_t será o retorno diário do ativo. Os preços das ações só tem dois movimentos possíveis: subir (p) ou descer ($q = 1 - p$) para intervalos de tempo bem definidos. Dessa forma, é possível calcular, para um determinado intervalo de tempo (1 dia, 1 semana, 1 mês etc), as probabilidades de subida ou descida do preço de uma ação.

V. Passeio Aleatório

No segundo ano do ensino médio é ministrado o conteúdo conhecido como *Teoria cinética dos gases* (Brasil, 2000), assunto esse que trata das propriedades físicas dos gases e de algumas de suas aplicações. Uma analogia possível do comportamento do gás ideal é com o modelo binomial, estudado em matemática também na segunda série do ensino médio. O modelo binomial vem sendo largamente estudado para a descrição matemática do mercado financeiro mundialmente (KOPP et al., 2012). Este problema por vezes também é conhecido como *caminho aleatório* ou *random walker*. Por mais simples que aparentemente possa parecer, este modelo tem explicado algumas variações de preços de ativos de maneira bastante

satisfatória sendo melhor que alguns modelos probabilísticos de maior complexidade (MARÇAL et al., 2016).

Considere uma pessoa que se desloca ao longo de uma reta (o eixo x) partindo da origem dando passos iguais de tamanho L para a esquerda com probabilidade p , ou para a direita, com probabilidade $q = 1 - p$. Esta situação é representada na figura 1 (SALINAS, 2013):

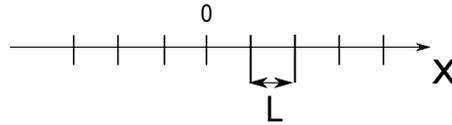


Figura 1: Configuração do passeio aleatório.

Seja n o número de passos dados pelo indivíduo num determinado intervalo de tempo. O objetivo do problema é determinar a probabilidade P de que este indivíduo esteja na posição $x = n \cdot L$ após ter dado N passos. A probabilidade de uma sequência particular de passos para esquerda ou direita é dada por:

$$(p \dots p)(q \dots q) = p^{N_1} q^{N_2}. \quad (3)$$

Sejam N_1 o número de passos que o indivíduo efetuou para a esquerda e $N_2 = N - N_1$ o número de passos para a direita. As diversas combinações possíveis de passos para a direita ou para a esquerda podem ser representados matematicamente da seguinte maneira:

$$C_{N_1}^N = \binom{N}{N_1} = \frac{N!}{N_1! N_2!} = \frac{N!}{N_1! (N - N_1)!}. \quad (4)$$

Logo, a probabilidade de ocorrerem N_1 passos para a esquerda e $N_2 = N - N_1$ passos para a direita é dada por:

$$P = \binom{N}{N_1} p^{N_1} q^{N_2} = \frac{N!}{N_1! (N - N_1)!} p^{N_1} (1 - p)^{N - N_1}. \quad (5)$$

Este comportamento é o que acontece com os preços das ações diariamente, eles sobem e descem o dia inteiro como um passeio aleatório. Esse modelo pode ser expandido para três dimensões e com algumas generalizações pode-se utilizá-lo para modelar alguns fenômenos físicos, tais como a difusão de uma molécula num gás ou o movimento de uma partícula macroscópica, como um grão de poeira suspensa num fluido (também conhecido como *movimento browniano*) (CASQUILHO et al., 2012). Como será aplicado para a observação de preços de ações, então só duas possibilidades: subir (p) ou descer (q), que é o caso do passeio aleatório de uma dimensão. Para este trabalho, como se trata de uma abordagem para o ensino médio, foram feitas algumas aproximações:

1. O tamanho do passo foi ignorado, pois os preços das ações variam de maneira diferente ao longo do tempo. Foi considerado apenas o movimento de subida ou descida;
2. Não foram utilizadas ferramentas estatísticas mais sofisticadas, tais como normalização, cálculo de variância e outras grandezas, pois os alunos no ensino médio ainda não tiveram contato com esses temas.

VI. Análogo termodinâmico

Um gás real pode ser compreendido como um conjunto de moléculas ou átomos que estão em constante movimento aleatório. O estado físico de um gás pode ser caracterizado pelas grandezas macroscópicas: pressão, volume e temperatura (P, V, T). Para densidades suficientemente baixas o comportamento de um gás real se aproxima de um gás ideal ou gás perfeito. Num gás ideal não há interação entre suas moléculas. A teoria cinética dos gases foi de grande importância para a explicação de diversos fenômenos físicos, tais como os ciclos termodinâmicos e um dos mais famosos é o ciclo de Carnot. Como comentado em Pinto (PINTO et al., 2018), Clayperon foi responsável por transformar o famoso ciclo de Carnot num diagrama, que serviu de base para Clausius introduzir o conceito de entropia. Uma analogia feita nos trabalhos de Neto (NETO, 2011, 2013) e Lima (LIMA, 2016) foi utilizar a energia no lugar da temperatura para a modelagem do mercado financeiros mundiais. Esses mercados podem ser classificados em mercados “frios” e “quentes”. Os mercados frios são os mercados de países desenvolvidos, onde as oscilações nos preços dos ativos são menores, pois a economia é mais estável. Os mercados quentes são os mercados de países em desenvolvimento, nos quais há bastante oscilação nos preços dos ativos financeiros, o que evidencia maior instabilidade econômica.

VII. Candlestick

Os preços dos ativos financeiros variam o tempo inteiro e para analisar a movimentação do preço de um ativo foi criada uma forma de gráfico denominada *Candlesticks* (candelabro) ou simplesmente *Candles* (velas). Este tipo de gráfico é bastante popular entre os analistas financeiros, pois é bastante simples observar a variação dos preços dos ativos num determinado intervalo de tempo. A compreensão desses gráficos facilita o entendimento também para os alunos do ensino médio. Num determinado intervalo de tempo há quatro possibilidades dos alcances dos preços: abertura, fechamento, máximo e mínimo. Dessas, a mais importante é o preço de fechamento (EDWARDS et al., 2007), mas os demais preços também podem ser avaliados, pelo menos para efeito de estatísticas. O esquema de leitura de um gráfico *Candlestick* pode ser visto na figura 2:

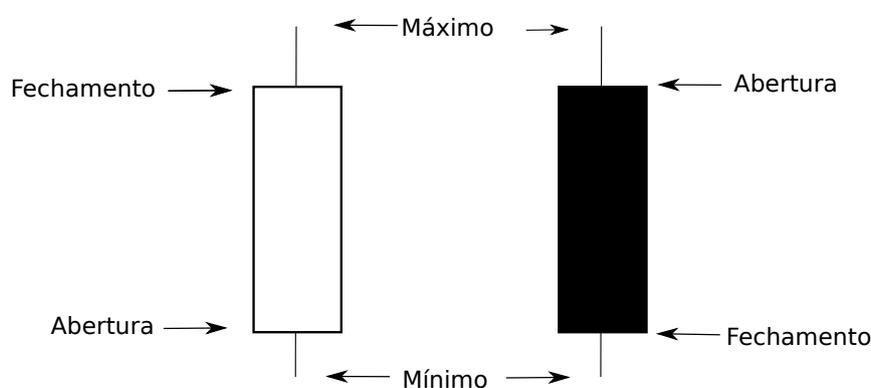


Figura 2: Esquema de um gráfico de Candlestick

Na figura 3, pode-se observar a variação diária das ações ordinárias do Banco do Brasil (BBAS3) num gráfico de Candlestick:



Figura 3: Gráfico diário de BBAS3 de 01 de Outubro a 28 de Dezembro de 2018 em forma de candlesticks.

VIII. Planilhas eletrônicas

As planilhas eletrônicas vêm sendo utilizadas corriqueiramente para a demonstração de fenômenos físicos em sala de aula. Um exemplo disso é o trabalho de Santos (SANTOS et al., 2013), no qual são demonstradas as linhas de campo elétrico. Outro exemplo recente é o uso de uma planilha eletrônica no ensino do método dos mínimos quadrados (SILVA et al., 2016) e a aquisição de medidas de intervalo de tempo em experimentos de mecânica (FIGUEIRA et al., 2004).

Os principais motivos para o uso de planilhas eletrônicas nesta atividade são:

1. São facilmente manipuláveis, dispensando o conhecimento de uma linguagem de programação.
2. Possibilitam a geração de gráficos.
3. Podem ser utilizados em diversas situações, desde análise de balanços de empresas até o uso doméstico.

Particularmente foi utilizada o LibreOffice Calc, por ser um software livre e estar disponível em grande parte das escolas.

III. METODOLOGIA

Para este trabalho, foram escolhidas seis ações de empresas que estão ou estiveram presentes no município de Serra Talhada-PE, local onde se localiza a escola onde a atividade foi proposta. A ideia era contextualizar a cidade na qual a maioria dos alunos residem com a aplicação ao mercado financeiro. As ações analisadas foram: ITUB4 (Itaú-Unibanco), BBDC4 (Bradesco), CIEL3 (Cielo), BBAS3 (Banco do Brasil), HGTX3 (Lojas Hering) e MGLU3 (Magazine Luíza). Além disso, o próprio índice BOVESPA também foi analisado. Os dados podem ser obtidos em formato *csv* (valores separados por vírgula) no site Yahoo finance (YAHOO, 2018) e abertos na planilha eletrônica LibreOffice Calc.

Os alunos cursavam o terceiro ano do curso médio integrado em logística e já tiveram contato com disciplinas de cunho financeiro e contábil, ainda que em nível introdutório. Ao iniciar a atividade, foram revisados os assuntos probabilidade binomial e gás ideal, temas esses vivenciados na segunda série do ensino médio. Em seguida realizou-se a discussão sobre o mercado financeiro: ações e o índice BOVESPA. Nesse momento os alunos apresentaram bastante interesse, pois é comum que nos telejornais sejam noticiadas informações a respeito do desempenho do índice BOVESPA e de algumas bolsas ao redor do mundo, tais como Nasdaq e NYSE, ambos índices do mercado financeiro norte americano. Havia bastante curiosidade, pois há diversas “lendas” a respeito da bolsa de valores que foram esclarecidas. Uma vez que os conceitos foram expostos, seguiu-se para a atividade com o uso de planilhas eletrônicas.

Os dados foram obtidos no site *Yahoo finance*, e o download foi realizado no formato *csv*. O período analisado foi de 02 de janeiro a 24 de setembro de 2018. O arquivo *csv* contém sete colunas, das quais as únicas utilizadas foram a primeira (Data) e a quarta (preço de fechamento), pois segundo a Teoria de Dow, este preço reflete todos os efeitos que atuaram sobre o preço do ativo financeiro (EDWARDS et al., 2007).

Em seguida foi calculado o retorno das ações através da equação 2. Foram criadas mais duas colunas, uma denominada *sobe* e outra para *desce*. Caso o retorno seja positivo, associa-se o valor 1 à célula correspondente ao valor *sobe* e 0 à coluna correspondente ao valor *desce*. Caso o retorno seja negativo, associa-se o valor 0 à célula correspondente ao valor *sobe* e 1 à coluna correspondente ao valor *desce*. De posse desses valores pode-se calcular a soma dos valores da coluna *sobe* e a soma de todos os elementos da coluna *desce*, os quais foram denominados por N_s (número de vezes que o ativo teve retorno positivo) e N_d (número de vezes que o ativo teve retorno negativo), respectivamente. No final, basta calcular as seguintes relações para obter os valores de p e q :

$$p = \frac{N_s}{N_s + N_d} \quad (6)$$

$$q = \frac{N_d}{N_s + N_d} \quad (7)$$

Verifica-se que $p + q = 1$. É importante observar que o tamanho da variação foi ignorado, pois o presente trabalho pretende apenas fazer uma analogia do modelo físico passeio aleatório com o mercado financeiro, não estando preocupado portanto com maiores

	p	q
BBAS3	0,517	0,483
HGTX3	0,420	0,580
CIEL3	0,403	0,597
BBDC4	0,514	0,486
ITUB4	0,508	0,492
MGLU3	0,514	0,486
IBOVESPA	0,522	0,478

Tabela 1: Probabilidades p e q da movimentação das ações e do IBOVESPA.

complexidades na modelagem.

A figura 4 ilustra a organização da planilha de dados.

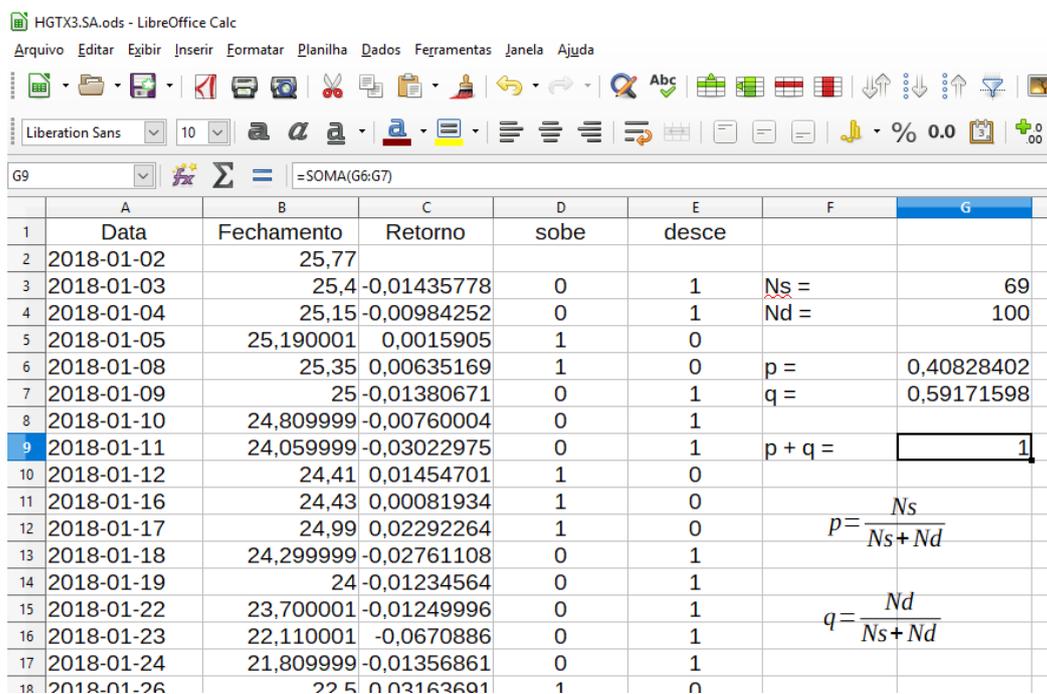


Figura 4: Exemplo da configuração da planilha eletrônica.

IV. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

Com os dados coletados e analisados, pôde-se perceber algumas características e identificar alguns eventos através da análise dos gráficos gerados. Houve momentos em 2018 nos quais a bolsa sofreu fortes quedas e um exemplo foi o caso da greve dos caminhoneiros ocorrida em maio de 2018. Este evento reforça a Teoria de Dow, segundo a qual o preço já retorna todos os efeitos que poderiam afetá-lo. Percebeu-se também que empresas de ramos diferentes tem comportamentos distintos ao longo do ano, por exemplo, enquanto Magazine Luíza (MGLU3) teve seus papéis valorizados, a Cielo (CIEL3), empresa que atua

no segmento de máquinas de pagamento de cartões de crédito, experimentou um período contínuo de quedas. Isso pode ser observado na tabela 1. Parte da explicação da queda do preço das ações da Cielo se deve ao surgimento de outras maquinetas, tais como a Rede (banco Itaú) e a Getnet (banco Santander). Verifica-se que MGLU3 teve uma probabilidade de subir (p) aproximadamente 0,514 contra $q \approx 0,486$, o que confirma as informações vistas na figura 6. Em contrapartida, a Cielo apresentou $p \approx 0,403$ e $q \approx 0,597$, ou seja, houve mais movimentos de queda que de subida. As lojas Hering também apresentaram p superior a q , ainda que seja uma pequena diferença. Observando o comportamento dos Bancos (BBAS3, BBDC4 e ITUB4), como atuam no mesmo ramo de mercado, percebe-se que eles apresentam comportamentos bem semelhantes e todos apresentaram $p > q$, o que pode sinalizar uma tendência de alta, mas ao observar o comportamento dos preços ao longo do ano, verifica-se que o preço final dos ativos foi aproximadamente o mesmo. Isso se deve ao fato de que o tamanho da variação do preço foi ignorado. O Banco Itaú foi a única empresa que encerrou suas atividades no município de Serra Talhada. Todas as demais empresas continuam ativas na referida cidade. A seguir podem ser vistos os gráficos da variação de preços de fechamento diários para BBAS3, HGTX3, CIEL3, BBDC4, ITUB4 e MGLU3 (figura 5). O IBOVESPA apresenta um quadro geral do comportamento de um conjunto de ações (carteira de ações) que apresenta alta negociabilidade na B3. Todas as ações escolhidas para o presente trabalho compuseram o IBOVESPA ao longo de 2018. O gráfico da variação diária do IBOVESPA pode ser visto na figura 6.

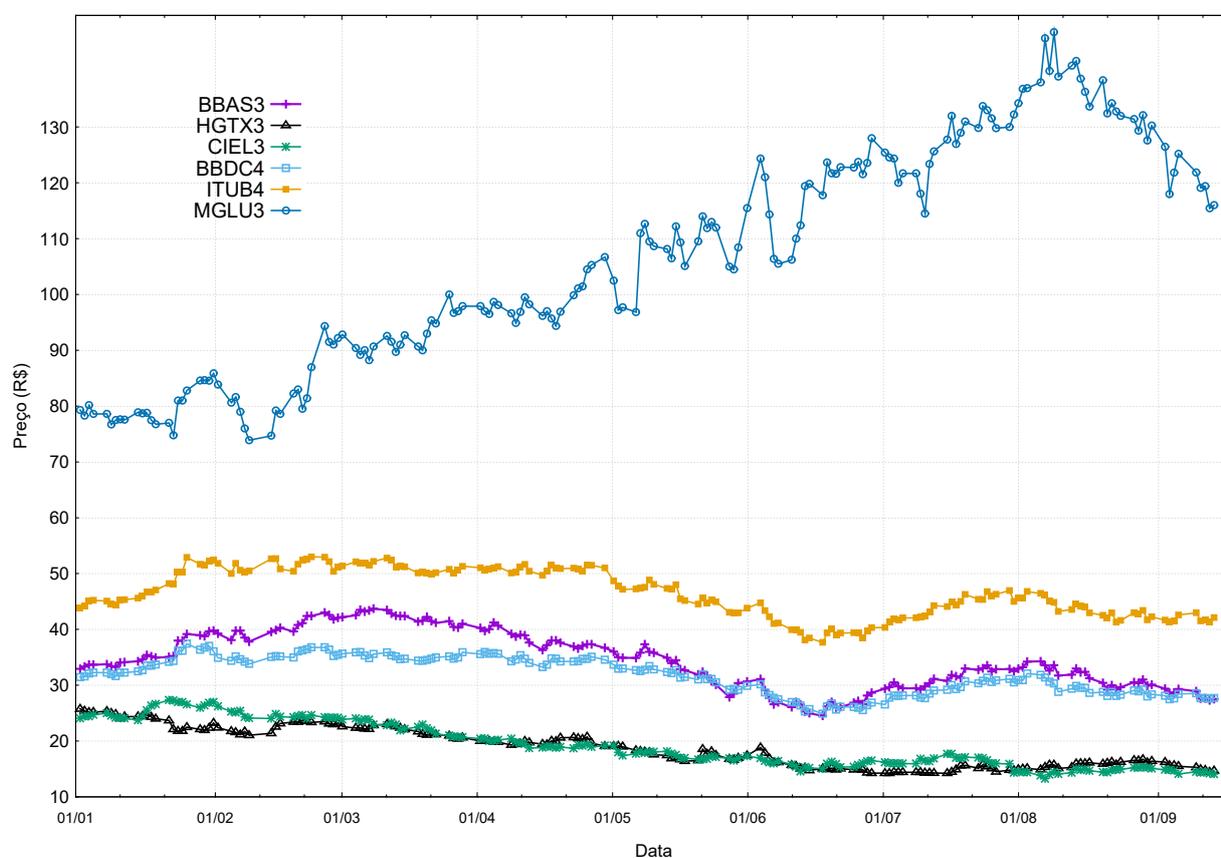


Figura 5: Preços diários de BBAS3, HGTX3, CIEL3, BBDC4, ITUB4 e MGLU3 ao longo de 2018.

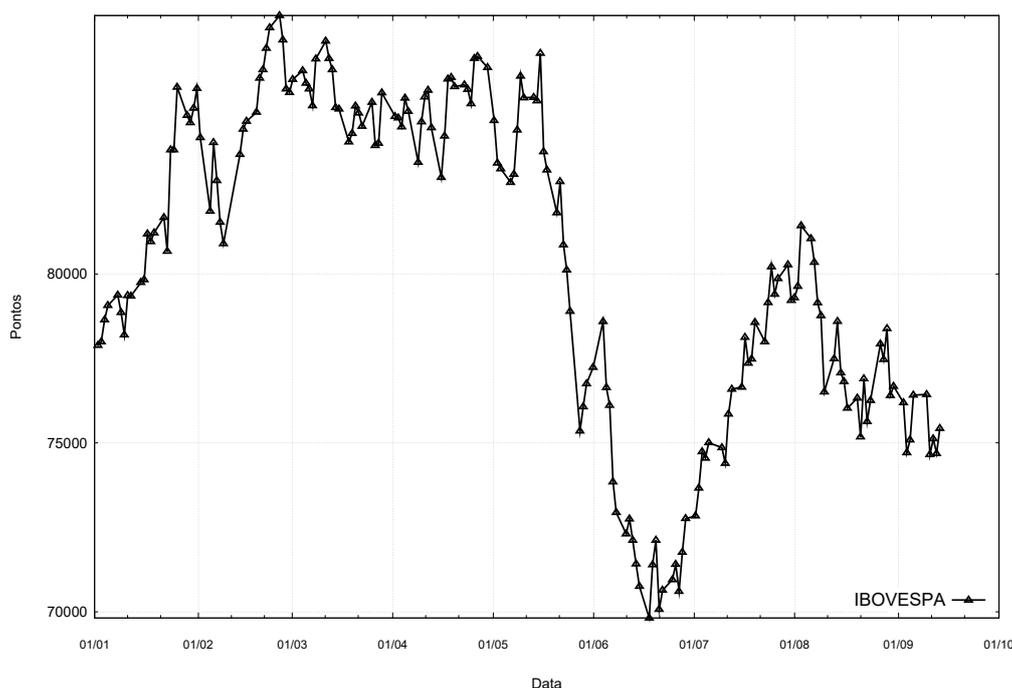


Figura 6: índice Bovespa diário ao longo de 2018

V. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O modelo binomial, assunto proposto no ensino médio, apesar de ser abordado de forma bastante simplificada, pode ser utilizado para analisar fenômenos complexos como o comportamento da Bolsa de Valores de São Paulo. Através do passeio aleatório foram analisados os comportamentos dos principais ativos financeiros que compuseram o IBOVESPA em 2018 e estão ou já estiveram presentes na cidade de Serra Talhada. Foi possível verificar algumas hipóteses da Teoria de Dow, como a ideia de que todos os fatores que podem afetar um preço de um ativo são rapidamente refletidos no preço do mesmo. Os alunos tiveram boa participação nas atividades e apresentaram bastante curiosidade pelo tema.

Apesar das simplificações feitas tanto da Teoria de Dow como do passeio aleatório, esta abordagem é importante para demonstrar o poder que os modelos físicos e matemáticos tem perante problemas econômicos e motivar os alunos do ensino médio a seguir seus estudos nas áreas de matemática e ciências naturais.

REFERÊNCIAS

ABE, M. *Manual de Análise Técnica: Tudo que o investidor precisa saber para prosperar na bolsa de valores até em tempos de crise*. São Paulo, Editora Novatec, 2009.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/cien-cian.pdf>>. Acesso em 27/09/2018.

B3. *Índice Bovespa (IBOVESPA)*. Disponível em: <<http://www.bmfbovespa.com.br/>>. Acesso em 27/09/2018.

CASQUILHO, J.P., TEIXEIRA, P. I. C. *Introdução à Física Estatística*. São Paulo, Editora Livraria da Física, 2012.

EDWARDS, R.D., MAGEE, J., BASSETTI, W.H.C. *Technical Analysis of Stock Trends*. CRC Press, 2007.

FIGUEIRA, J. S., VEIT, E. A. *Usando Excel para medidas de intervalo de tempo no laboratório de Física*, Revista brasileira de ensino de Física, v.26, n.3, p.203 - 211, 2004.

KOPP, E., CAPINSKI, M. *Discrete Models of Financial Markets*. Cambridge, Cambridge University Press, 2012.

LIMA, N. F. de. *Modelo de distribuição de probabilidade aplicada a modelagem dos índices das bolsas de valores mundiais inspirada na teoria cinética do gás ideal e teoria da colisão*. Tese (Doutorado em Biometria e Estatística Aplicada) Universidade Federal Rural de Pernambuco. Recife Pernambuco, p. 74. 2016.

MANTENGNA, R.N., STANLEY, H. E. *An introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance*. New York, Cambridge University Press, 2000.

MARÇAL, E. F., JUNIOR, E. H. *Is It possible to beat the Random Walk Model in Exchange Rate forecasting? More evidence for Brazilian case*. Revista Brasileira de Finanças, Volume(14), n. 01, pp. 65-88, 2016.

MORETTIN, P. A. *Econometria Financeira: Um curso em séries temporais Financeiras*. São Paulo, Blucher, 2011.

NETO, P. S. G. de M., SILVA, D. A., FERREIRA, T. A. E., CAVALCANTI, G. D. C. *Market volatility modeling for short time window.. Physica A Volume(390)*, pp. 3444-3453, 2011.

NETO, P. S. G. de M., CAVALCANTI, G. D. C., MADEIRO, F., FERREIRA, T. A. E., *An ideal gas approach to classify countries using financial indices.. Physica A Volume(392)*, pp. 177-183, 2013.

PINTO, I. K. L. dos S., SILVA, A. P. B. da, *As leis da termodinâmica, Sadi Carnot e as transformações sociais*. Física na Escola, v. 16, n. 1, 2018.

SALINAS, S. R. A. *Introdução à Física Estatística*. São Paulo, Edusp, 2013.

SANTOS, A.C.F., NUNES, L.N., *Utilizando analogias para a visualização de equipotenciais com uma planilha de dados*. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 35, n. 2, 2401, 2013.

SCHAPPO, M. G., *Resolução de situações-problema no ensino de física: Um lance de futebol, astronomia e matemática*. Revista Física na Escola, v. 15, n. 1, 2017.

SILVA, F. J., RODRIGUES, E. da S., GOMES, A. dos A., SOUZA, C. J. de M. *Ensino-aprendizagem de física via mínimos quadrados com auxílio de planilha eletrônica*, Revista Semiárido De Visu, v. 4, n. 3, pp. 190-195, 2016.

VRHOVAC, S. B., JAKSIC, Z. M., LONCAREVIC, I., BUDINSKI-PETCKOVIC, Lj. *Fractal properties of financial markets..* Physica A Volume(410), pp. 43-53, 2014.

Yahoo Finance. Disponível em:<<https://finance.yahoo.com/>>. Acesso em 27/09/2018.

YAMAMOTO, I., BARBETA, V. B. *Simulações de Experiências como Ferramenta de Demonstração Virtual em Aulas de Teoria de Física*, Revista brasileira de ensino de Física, v.23, n.2, p.215 - 225, 2001.