

Artigo

## Método de analogia de grelha: análise numérica de lajes maciças de concreto armado

Machado, G. M.<sup>1,\*</sup> e Moura, M. W.<sup>2,\*</sup>

<sup>1</sup> Universidade Federal do Rio Grande (FURG).

<sup>2</sup> Universidade Federal do Rio Grande (FURG).

\* e-mail for correspondence: gabrielmachado@furg.br; mwmoura@gmail.com.

Received: 01/12/22; Accepted: 13/12/22; Published: 31/01/23

**Resumo:** A determinação de esforços solicitantes em lajes de concreto têm sido tema de interesse visando a elaboração de projetos e análises estruturais, dadas as dificuldades inerentes ao estudo de elementos contínuos. Atualmente, técnicas numéricas como o Método dos Elementos Finitos (MEF) e o método de analogia de grelha têm sido amplamente implementadas em ferramentas computacionais, sendo este último uma simplificação por discretização da laje em um sistema de barras ortogonais uniformemente espaçadas, de modo a constituir uma grelha de características compatíveis à estrutura original. Este trabalho tem por objetivo analisar o método de analogia de grelha aplicado a lajes maciças de concreto armado retangulares e em “L”, de forma a encontrar o espaçamento de malha e constante de torção (J) que confira precisão adequada à determinação de esforços e deslocamentos, comparando-os às soluções por elementos finitos e Teoria de Flexão de Placas. Ao final das análises, percebeu-se grande compatibilidade na obtenção de momentos de flexão e deslocamentos comparados ao MEF, a partir do uso das relações  $J/I = 1,5$  e  $J/I = 2,5$ , respectivamente, para espaçamentos entre barras na ordem de quinze a trinta centímetros.

**Palavras-chave:** analogia de grelha, análise estrutural, concreto armado, lajes.

## Gridwork analogy method: numerical analysis of solid reinforced concrete slabs

**Abstract:** During the phases of design and structural analysis of solid concrete slabs the determination of the internal forces has been a topic of interest given the inherent difficulties in the study of continuous elements. Currently, numerical techniques such as the Finite Element Method (FEM) and the gridwork analogy method have been widely implemented in computational tools, so that the last one consists of a simplification by discretization of the slab in a system of uniformly spaced orthogonal bars, in order to constitute a plane grid whose properties are compatible with the original structure. This work intends to analyze the gridwork analogy method applied to solid rectangular and “L-shaped” reinforced concrete slabs, in order to determine the mesh spacing and torsional constant (J) that gives sufficient precision to the results of forces and displacements, in comparison to finite elements and the Theory of Plates solution. At the end of the studies, it was noticed great compatibility in obtaining bending moments and displacements compared to FEM, from the use of  $J/I = 1.5$  and  $J/I = 2.5$ , respectively, and about fifteen to thirty centimeters of bar spacing.

**Keywords:** gridwork analogy, structural analysis, reinforced concrete, slabs.

## 1. Introdução

A determinação dos esforços solicitantes em lajes de edifícios como parte das análises estruturais tem sido realizada de forma simplificada durante muito tempo, e ainda hoje, em função das dificuldades inerentes à aplicação das proposições analíticas existentes, fundamentadas na Teoria da Elasticidade (Carvalho, **2015**). O surgimento de métodos numéricos, embasados na evolução de capacidade computacional ocorrida nos últimos cinquenta anos, tem permitido a determinação de tais esforços com maior precisão em comparação aos métodos analíticos utilizados até então, caso da Teoria de Flexão de Placas.

Desta forma, destacam-se o Método dos Elementos Finitos (MEF) e o método de analogia de grelha. O primeiro consiste de uma técnica numérica aproximada, capaz de oferecer soluções sumariamente precisas para problemas normalmente governados por equações diferenciais sem solução analítica, ainda que, para isso, possa demandar alto custo em processamento. À contramão, como forma de simplificar e agilizar os procedimentos de análise, o método de analogia de grelha surge como alternativa a partir da transformação dos elementos de placa em uma estrutura plana reticulada de vigas ortogonais, conectadas por nós localizados em seus vértices. O desafio inerente decorre da compatibilização entre o comportamento mecânico do modelo adotado e aquele da estrutura real, sob influência de certos parâmetros físicos adotados.

Portanto, propõe-se comparar os resultados das análises através da analogia de grelha com aqueles oriundos da aplicação do método dos elementos finitos e da teoria de flexão de placas delgadas, para lajes isoladas em formatos retangular e em “L”, consideradas sobre apoios rígidos. Assim sendo, aferem-se os resultados em termos de momentos fletores e flechas elásticas a partir dos diferentes métodos, com a finalidade de realizar contribuições acerca da influência na escolha do espaçamento da grelha (ou tamanho de malha) e rigidez à torção das barras às referidas grandezas e, conseqüentemente, ao dimensionamento das placas.

## 2. Referencial Teórico

### 2.1. Teoria de Placas Delgadas

Dentre os métodos analíticos comumente utilizados para se obter os esforços em lajes, a teoria de placas delgadas, ou teoria de flexão de placas, possui grande notoriedade. Fundamentada na teoria de Kirchhoff para placas finas, materiais homogêneos, isotrópicos, cujo comportamento de deformação corresponda a pequenas deflexões (Timoshenko, **1970**), o método permite a avaliação do estado de tensões em porções infinitesimais da placa, através das condições de contorno estabelecidas e das equações de equilíbrio, que resultam em uma solução “exata” dentro dos princípios da teoria da elasticidade (Araújo, **2014**). O resultado dessa análise é a equação diferencial da placa, que define a flecha  $w$  a partir das cargas  $p(x, y)$  e da rigidez à flexão da placa ( $D$ ), conforme a Eq. (1).

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p(x, y)}{D} \quad (1)$$

A solução fechada da equação diferencial de quarta ordem descrita anteriormente, entretanto, não é conhecida na maior parte dos casos, de modo que a solução viável passa a ser somente através de expansões numéricas aproximadas. Diante disso, ao longo dos anos, vários autores desenvolveram suas soluções particulares, de maneira que os resultados encontram-se tabelados nas literaturas, caso das tabelas de Bares (**1970**), tabelas de Kalmanok (**1961**), bem como a adaptação proposta por Araújo (**2014**), visando a aplicação das tabelas de Kalmanok para concretos com coeficiente de Poisson  $\nu=0,20$ .

### 2.2. Método dos elementos finitos

Um dos métodos computacionais em destaque atualmente na solução de problemas físicos na engenharia é o Método dos Elementos Finitos (MEF). Trata-se de um procedimento numérico que engloba a transformação de um meio contínuo em um conjunto discreto de elementos (Coelho, **2000**), uni, bi ou tridimensionais, conectados entre si através de nós, de modo a constituir uma malha.

Tal qual o processo analítico da teoria de placas, a aplicação do MEF em lajes de concreto armado segue as condições de contorno estabelecidas pela teoria da elasticidade, porém, determina o campo de deslocamentos nodais  $w$  a partir de interpolações por equações polinomiais, ou funções de forma (Carvalho, **2015**). O produto é um sistema de equações lineares, solucionáveis através de operações matriciais tradicionais.

A implementação generalizada do método dos elementos finitos em softwares voltados ao dimensionamento de estruturas de concreto armado, entretanto, não é de certa forma comum, ainda que notavelmente precisa, sobretudo em razão das complexidades envolvidas na codificação do método, interpretação dos resultados e do envolvimento de grande trabalho e recursos computacionais (Araújo, **2014**).

### 2.3. Analogia de grelha

#### 2.3.1. Conceitos iniciais

O método de analogia de grelha trata-se de uma alternativa ao cálculo por elementos finitos, tendo sido amplamente implementado no cálculo de lajes em *softwares* de projeto estrutural, principalmente em função de sua abordagem mais direta, rapidez de resposta, tal qual maior facilidade de utilização e entendimento por parte de calculistas estruturais (Stramandinoli, **2003**). O processo consiste em subdividir a laje maciça em grelhas planas formadas por barras igualmente distanciadas, resultando-se uma estrutura reticulada. Desse modo, a rigidez à torção e flexão da placa será dada pelos elementos de barra da grelha, mantendo-se a mesma altura da laje e largura preenchida pelo espaçamento da mesma. Assim, idealiza-se que tanto esforços, quanto deslocamentos, resultem de forma semelhante perante cargas idênticas (Hambly, **1976**).

A compatibilização dos carregamentos sobre a laje ocorre sob a consideração das áreas de influência dos elementos individuais, podendo-se distribuir linearmente ao longo dos mesmos (para carregamentos de área) ou distribuídos sobre os nós da malha mais próximos ao ponto de aplicação verdadeiro (cargas originalmente concentradas) (Carvalho, **1994**).

#### 2.3.2. Parâmetros físicos e geométricos das barras

Durante a análise de esforços e deslocamentos em pavimentos simulados através de grelhas planas, duas propriedades surgem com certo destaque: o momento de inércia à flexão das barras ( $I$ ) e a consequente constante de torção ( $J$ ).

Novamente, as vigas deverão possuir seção transversal compatível com a espessura  $h$  da laje (altura), bem como a distância entre barras (base). O momento de inércia à flexão ( $I$ ) das mesmas será dado a partir da Eq. (2), elaborada para seções retangulares em relação ao eixo transversal da barra em seu centro geométrico, sendo “ $b$ ” o espaçamento de malha adotado.

$$I = \frac{bh^3}{12} \quad (2)$$

Outra grandeza geométrica, a constante de torção também é considerada uma inércia à torção. Em seções retangulares, a Eq. (3) proposta por Gere e Weaver Jr. (**1981**) pode ser empregada, sendo que “ $e$ ” corresponde à menor dimensão da seção transversal, bem como “ $f$ ” a maior dimensão.

$$J = \beta \cdot e^3 \cdot f \quad (3)$$

$$\beta = \frac{1}{3} - \left( \frac{0,21 \cdot e}{f} \right) \cdot \left( 1 - \frac{e^4}{12 \cdot f^4} \right) \quad (4)$$

A rigidez total encontrada para o modelo de grelha discreto deve, então, ser compatível com a rigidez total da laje. Hambly (**1976**), Coelho (**2000**) e Stramandinoli (**2003**) propuseram algumas relações para determinação da constante de torção das grelhas, dado o fato de que a rigidez total à torção da laje apresenta significativa sensibilidade em função do espaçamento de malha adotado, utilizando-se a formulação da Eq. (3) (Coelho, **2000**). Para tal, podem ser destacadas as seguintes proposições previamente dispostas em literatura:

- $J/I = 2$ , proposto por Hambly (**1976**), obtido a partir da compatibilização da rigidez à torção entre placa e grelha durante o estudo de caso de lajes de pontes rodoviárias.
- $J/I = 2,5$  e  $J/I = 3$ , adaptados originalmente da proposição de Hambly e avaliados por Coelho (**2000**) e Stramandinoli (**2003**).
- $J = 15\%$ , redução da rigidez à torção em função das perdas por fissuração do concreto, proposto no item 14.6.6.2 da ABNT NBR 6118:2014.

### 3. Análises

Este artigo apresentará uma análise de momentos de flexão e deflexões elásticas para uma laje retangular armada em duas direções, simplesmente apoiadas sobre vigas rígidas em todos os seus bordos, em condição isolada, com relação entre lados  $l_x/l_y$  igual à 1.0 (quadrada). Os resultados obtidos através da analogia de grelha serão confrontados àqueles obtidos pelo Método dos Elementos Finitos (ambos aplicados computacionalmente por meio do software SAP2000, v. 22.0) e Teoria de Placas Delgadas, cujos parâmetros de cálculo utilizados foram publicados por Araújo (2014). Ainda, será discutido o comportamento da metodologia quando da sua aplicação em lajes em L, com condições de apoio e vinculação idênticas à aplicada no exemplo anterior. Nesse caso, em razão das limitações geométricas do modelo analítico da teoria de placas, apenas os métodos de analogia de grelha e elementos finitos são levados em consideração.

#### 3.1. Laje retangular

O exemplo inicial de aplicação ocorrerá para uma laje retangular quadrada, simplesmente apoiada nos quatro bordos, de quatro metros de lado, cujas demais características e propriedades físicas e de carregamento são mostradas na Tabela 1. O carregamento permanente é oriundo da soma das parcelas devido ao peso próprio ( $g_{pp} = 25 \text{ kN/m}^3 \times h$ ) e sobrecarga de revestimento ( $g_{sc} = 1 \text{ kN/m}^2$ ). Para a carga acidental, utiliza-se carga por unidade de área na ordem de  $1,5 \text{ kN/m}^2$ , conforme determinado para salas, copas e cozinhas de edifícios residenciais segundo a ABNT NBR 6120:2019. Por efeito de comparação, padronizou-se os espaçamentos entre barras em 75x75, 50x50, 30x30, 15x15, 10x10 e 5x5 centímetros.

**Tabela 1.** Resumo dos dados comuns às lajes maciças estudadas.

Espessura da laje ( $h$ ):	0,10 m
Resistência à compressão característica do concreto ( $f_{ck}$ ):	25 MPa
Módulo de elasticidade secante longitudinal ( $E_{cs}$ ) [CEB MC-90]:	27208 MPa
Coeficiente de Poisson ( $\nu$ ):	0,20
Carregamento permanente ( $g$ ):	3,5 kN/m <sup>2</sup>
Carregamento acidental ( $q$ ):	1,5 kN/m <sup>2</sup>

Quando da análise de momentos fletores e deflexões elásticas, serão utilizadas as combinações últimas normais (ELU) e combinações quase permanentes de serviço (ELS), respectivamente, de acordo com a ABNT NBR 6118:2014. Os valores a serem utilizados para a análise por teoria de placas e elementos finitos, considerando  $\Psi_2 = 0,3$  e valores de sollicitação característicos, serão  $f_{k,CN} = 5 \text{ kN/m}^2$  e  $f_{k,CQP} = 3,95 \text{ kN/m}^2$ . Em analogia de grelha, tais carregamentos serão considerados linearmente distribuídos sobre as barras, seguindo a Eq. (5), apresentada por Carvalho (2015), onde “b” será o espaçamento de malha.

$$p_k(\text{kN/m}) = \frac{2b^2 f_k}{4b} \quad (5)$$

Assim, pode-se conferir os carregamentos linearmente distribuídos nas barras da grelha, conforme a Tabela 2.

**Tabela 2.** Cargas distribuídas sobre as barras das grelhas.

Malhas (cm)	$p_{k,CN}(\text{kN/m})$	$p_{k,CQP}(\text{kN/m})$
75x75	1,875	1,481
50x50	1,250	0,988
30x30	0,750	0,593
15x15	0,375	0,296
10x10	0,250	0,198
5x5	0,125	0,099

Os modelos de análise utilizados para determinação de momentos de flexão e flechas elásticas no centro da laje, tanto por analogia de grelha como por elementos finitos, adotarão as discretizações apresentadas. Com o objetivo de simular o comportamento de lajes sobre vigas rígidas, no caso de elementos finitos, a inércia das vigas de bordo assumiu valores altos que tendem à infinito, enquanto a rigidez à torção é considerada nula. Tratando-se de analogia de grelha, as vigas de bordo são substituídas por apoios indeslocáveis em relação aos três eixos ortogonais ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ), com impedimento aplicado às rotações em torno do eixo longitudinal das barras da malha. A Fig. 1 (a) e (b) exemplifica graficamente o modelo descrito.

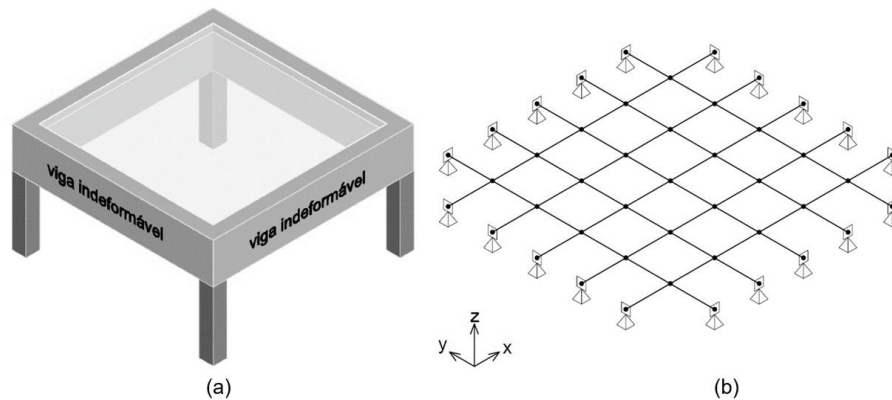


Figura 1. Vigas de bordo e apoios, segundo (a) MEF e (b) analogia de grelha.

Foram, portanto, simulados os casos citados na Seção 2.3 quanto à configuração para o cálculo das constantes de torção das barras das grelhas, bem como a seguinte relação proposta de  $J/I = 1,5$  e a redução de  $J = 1\%$ , de tal sorte que se possa verificar também o comportamento da estrutura quando eliminada a influência da rigidez à torção. Por fim, considerou-se também a aplicação direta da Eq. (3), calculada pelo SAP2000, de modo que não se aplicam multiplicadores à determinação da constante torsional.

Quanto à comparação através da teoria de placas, a referência utilizada foram os valores publicados para lajes retangulares simplesmente apoiadas em seus bordos segundo Araújo (2014), obtidas a partir das tabelas de Kalmanok, para  $\nu = 0,20$ .

Assim, apresentam-se as conseguintes distribuições de momentos fletores e flechas para a laje quadrada nas Fig. 2 (a) e (b). Destaca-se nos gráficos que  $M_x$  é o momento atuante na laje voltado ao dimensionamento das armaduras nessa direção (de mesma intensidade a  $M_y$ , em função da simetria apresentada pelos vãos teóricos) e  $W_0$  é a deflexão elástica na posição do centro da laje, com valores negativos conforme observa-se a deformação no sentido contrário ao eixo  $z$ .

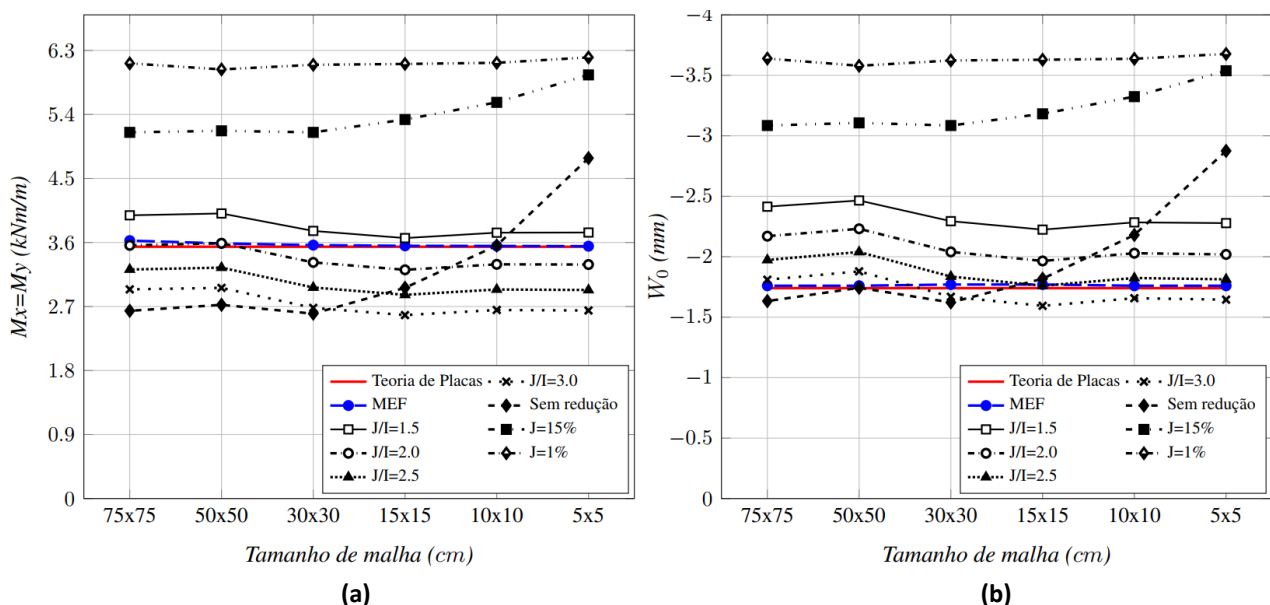


Figura 2. Momentos (a)  $M_x = M_y$  e (b) flechas para a laje 4x4m.

Pode-se perceber que, independentemente da grandeza analisada, existem importantes oscilações em função da escolha da rigidez à torção das barras da grelha. Sob uma análise prática, as relações  $J/I$  equivalentes à 1,5 e 2,5 apresentaram valores mais aproximados para momentos de flexão e flechas elásticas, nesta ordem, levando-se em comparação com o método dos elementos finitos ou teoria de placas, com resultados favoráveis à segurança.

Nos casos de constantes de torção sem redução e  $J = 15\%$ , ambas definidas pela equação de Gere e Weaver Jr. (1981), nota-se a variabilidade entre os resultados torna-se maior conforme a malha é refinada, ou seja, a base da seção transversal resulta próxima ou até inferior à espessura da placa. Este fenômeno é comentado por Coelho (2000), como consequência de que “a rigidez total à torção da placa não é linear, diminui significativamente para malhas pouco espaçadas”, tendo como efeito a elevação dos momentos de flexão obtidos.

### 3.2. Laje em L ( $b=3m$ )

O terceiro caso de estudo refere-se a uma laje poligonal, em formato de “L”. Lajes desse tipo podem assumir proporções diversas, em função das condições apresentadas pelo projeto arquitetônico. Desse modo, definiu-se que: as dimensões externas corresponderão a 6 metros e ambos lados “a” e “b” terão 3 metros de comprimento. A geometria da placa, bem como os pontos de ocorrência dos momentos e flechas máximos são apresentados na Fig. 3. Pode-se perceber que o elemento apresenta simetria segundo a linha tracejada indicada, o que implica em  $M_{x1} = M_{y2}$ ,  $M_{x2} = M_{y1}$  e  $M_{x,canto} = M_{y,canto}$ .

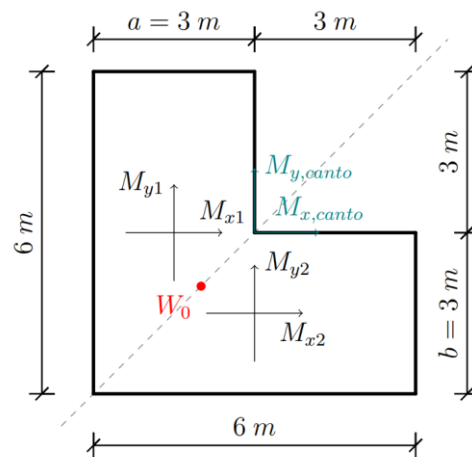


Figura 3. Laje em L –  $b=3m$ .

A modelagem computacional, através do programa SAP2000, é dada de forma semelhante à exposta na Fig. 1, exceto com relação ao canto côncavo da laje para a análise de analogia de grelha, onde insere-se um engaste (Fig. 4). Isso se deve ao fato de que na ligação há a presença de vigas de bordo, nos dois eixos ortogonais, que irão conferir certa resistência à torção em ambas as direções e, por consequência, o aparecimento de momentos negativos.

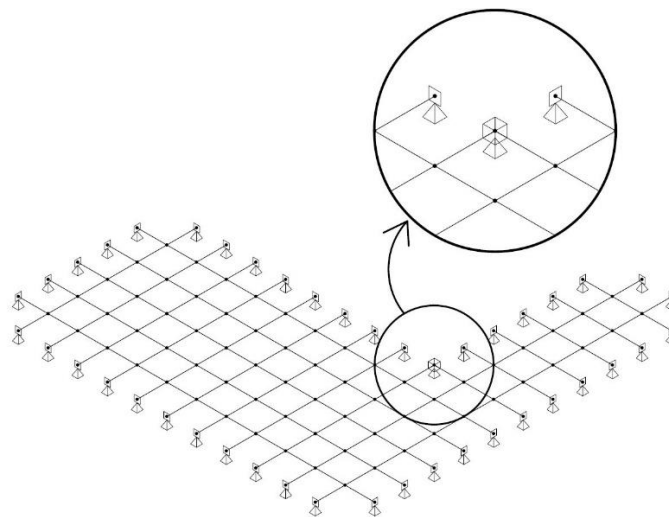


Figura 4. Modelagem da laje L por analogia de grelha.

Os resultados para momentos e flechas são dispostos nas Figs. 5 e 6.

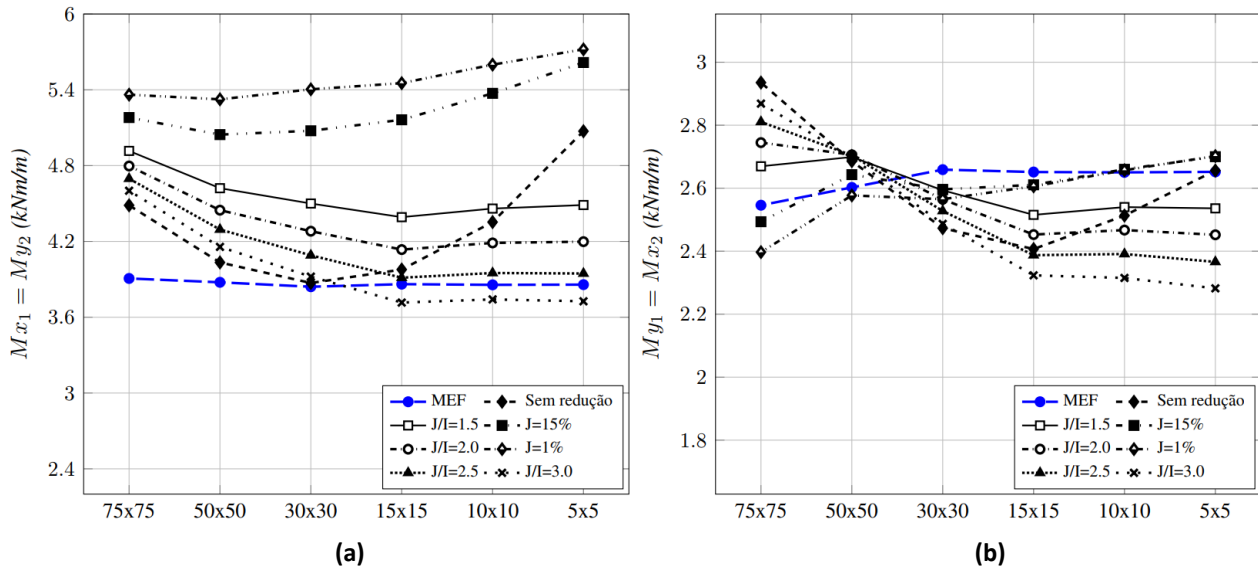


Figura 5. Momentos (a)  $M_{x1}$  e (b)  $M_{y1}$  para a laje L (b=3m).

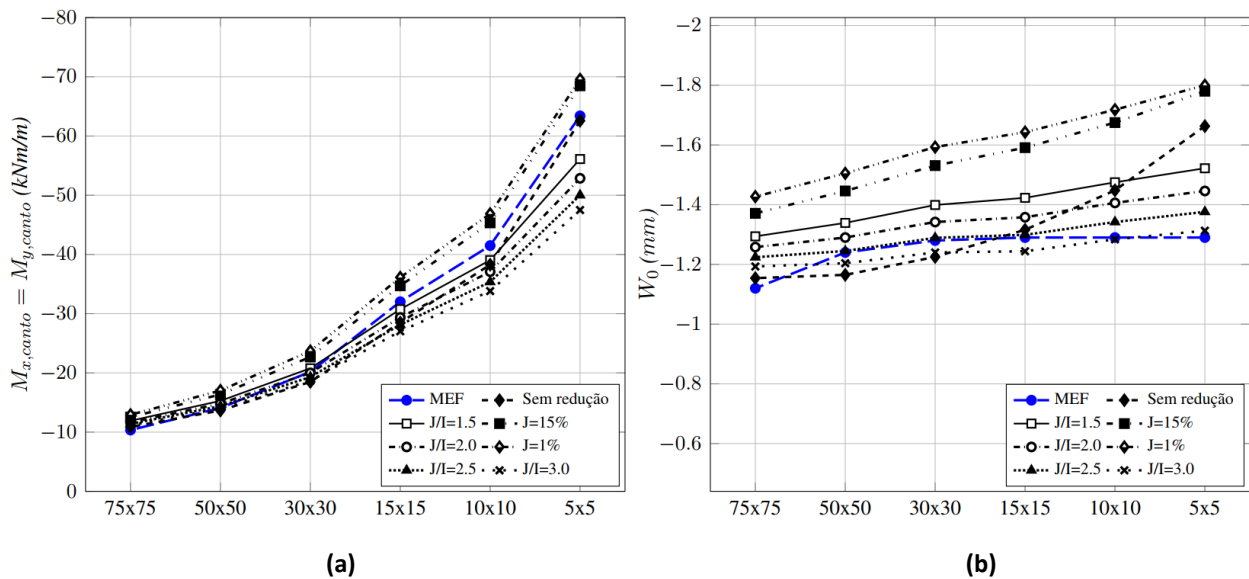


Figura 5. Momentos (a)  $M_{x,canto}$  e (b) flechas  $W_0$  para a laje L (b=3m).

Algumas considerações podem ser realizadas a partir dos resultados mostrados. Ao momento  $M_{x1}$  (ou  $M_{y2}$ ), grande parte das simulações por analogia de grelha que estabeleceram constantes de torção em função da inércia à flexão apresentaram resultados próximos e favoráveis à segurança, sendo  $J/I = 2,5$  uma boa aproximação. O momento de flexão  $M_{y1} = M_{x2}$ , entretanto, carece de resultados nitidamente confiáveis, de modo que as relações  $J/I = 15\%$  e  $J/I = 1\%$  aproximam-se melhor de elementos finitos.

No canto côncavo, os momentos apresentam novamente um pico de valor, que acentua-se consideravelmente conforme se restringe o espaçamento da grelha.

Ao analisar o comportamento, as deflexões máximas obtidas distribuem-se de forma semelhante à observada nas situações das demais placas. A constante de torção equivalente a  $2,5I$  concilia-se de forma muito precisa ao método dos elementos finitos. Chama-se atenção para o fato de que, na avaliação por grelha equivalente, todas as simulações tiveram aumento de valores com a redução do espaçamento entre barras, de tal sorte que os espaçamentos de 30 e 15 centímetros conferiram aproximações melhores comparativamente às malhas mais densas.

#### 4. Conclusão

Ao longo deste trabalho, propôs-se uma comparação entre os resultados de momentos de flexão e deflexões elásticas de lajes maciças de concreto armado, avaliadas pelo método de analogia de grelha, em relação ao método dos elementos finitos e à solução analítica por meio das tabelas de Araújo (2014), fundamentadas na teoria de flexão de placas. Objetivou-se também a simulação a partir de diferentes fatores para o cálculo da constante de torção das barras, bem como variações no espaçamento de malha, de maneira a convergir para as situações de modelagem que geram maior precisão e acurácia.

Assim, a partir das discussões dispostas, verificou-se que, para o caso da laje quadrada apresentada, as considerações para constante de torção  $J = 1,5I$  e  $J = 2I$  conferiram boa aproximação com os resultados de elementos finitos, onde a relação de 1,5 é a que apresenta os valores mais favoráveis à segurança. Quanto às simulações para a laje em L, o comportamento para o momento  $M_{x1}$  encontrado é semelhante ao visto em lajes quadradas. Para  $M_{y1}$ , os ajustes da constante de torção em função do momento de inércia não mostraram convergência, onde o melhor resultado foi observado para as relações  $J = 15\%$  e  $J = 1\%$ . Os momentos  $M_{y2}$  e  $M_{x2}$  equivalem aos anteriores, respectivamente, dada a simetria geométrica. Permite-se comentar, também, a respeito do momento negativo obtido no canto côncavo da laje, que se eleva indefinidamente (em ambos os métodos computacionais) conforme dá-se o refinamento da malha, como consequência da desconsideração de plastificação e redistribuição de esforços nos apoios.

Ainda, para ambos os elementos simulados, a constante de torção obtida a partir de  $J = 2,5I$  foi aquela que gerou as melhores aproximações de flechas elásticas, tanto para com o método dos elementos finitos, quanto à teoria de placas delgadas.

Tratando-se das análises de convergência de malha, notou-se que, para os casos considerados, espaçamentos de 30 a 15 centímetros entre barras já são capazes de conferir resultados suficientemente precisos. Visualizou-se, além disso, que refinamentos excessivos (sobretudo aqueles que causam inversão dos termos “e” e “f” da Eq. (3), de Gere e Weaver Jr. (1981)) podem levar a resultados divergentes, de forma ainda mais acentuada quando não se utilizam as correções propostas ao cálculo de torção das barras.

Desse modo, pode-se afirmar que o método de analogia de grelha possui capacidade para geração de resultados com precisão e agilidade, apresentando vantagens às demais metodologias citadas. Todavia, a precisão das análises e consequente obtenção de resultados seguros será obtida contanto que as influências dos parâmetros de análise, as especificidades da estrutura, tal qual as limitações do método empregado sejam de conhecimento dos projetistas que a ele recorrerem.

**Agradecimentos:** À instituição Universidade Federal do Rio Grande (FURG), Escola de Engenharia e professores colaboradores, que propiciaram direta ou indiretamente a elaboração do Trabalho de Conclusão de Curso, no qual este artigo se origina.

#### Referências

1. Carvalho, R. C.; Figueiredo Filho, J. R. de. *Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado*, 4ª ed.; EdUFSCar: São Carlos, Brasil, 2015.
2. Timoshenko, S. P.; Woinowsky-Krieger, S. *Theory of plates and shells*, 2ª ed.; McGraw-Hill: Singapura, 1970.
3. Araújo, J. M. de. *Curso de Concreto Armado*, 4ª ed.; Dunas: Rio Grande, Brasil, 2014.
4. Kalmanok, A. S. *Manual para calculo de placas*, 1ª ed; Inter Ciencia: Montevideo, Uruguai, 1961.
5. Bares, R. *Tablas para el cálculo de placas y vigas parede*, 1ª ed; Gustavo Gili: Barcelona, Espanha, 1970.
6. Coelho, J. D. Modelagem de lajes de concreto armado por Analogia de Grelha, Dissertação de Mestrado, PPGE-UFSC, Florianópolis, 2000.
7. Stramandinoli, J. S. B. Contribuição à análise de lajes nervuradas por Analogia de Grelha, Dissertação de Mestrado, PPGE-UFSC, Florianópolis, 2003.
8. Hambly, E. C. *Bridge deck behavior*, 1ª ed; Chapman and Hall: Londres, Inglaterra, 1976.
9. Carvalho, R. C. Análise não linear de pavimentos de edifícios de concreto através da analogia de grelha, Tese de Doutorado, EESC-USP, São Carlos, 1994.
10. Gere, J. M.; Weaver Jr., W. *Análise de estruturas reticuladas*, 1ª ed; Guanabara Dois S. A: Rio de Janeiro, Brasil, 1981.
11. Associação Brasileira de Normas Técnicas. *NBR 6118: Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento*, Rio de Janeiro, Brasil, 2014.
12. Associação Brasileira de Normas Técnicas. *NBR 6120: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações*, Rio de Janeiro, Brasil, 2019.
13. Comité Euro-internacional du Béton. *CEB-FIP Model Code 1990*, Thomas Telford, Londres, Inglaterra, 1993.