



XXXVII IBERIAN LATIN AMERICAN CONGRESS
ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING
BRASÍLIA - DF - BRAZIL

OBTENÇÃO DE MODELO ANALÍTICO PARA PROPRIEDADE MECÂNICA DO CONCRETO DE AGREGADO LEVE VIA PROGRAMAÇÃO GENÉTICA CARTESIANA

Jonata Jefferson Andrade

Leonardo Goliatt da Fonseca

Luciana Conceição Dias Campos

Michèle Cristina Resende Farage

Flávio de Souza Barbosa

jonata.jefferson@ice.ufjf.br

{leonardo.goliatt, luciana.campos, michele.farage, flavio.barbosa}@ufjf.edu.br

Universidade Federal de Juiz de Fora

Rua José Lourenço Kelmer, s/n - São Pedro, 36036-900, Minas Gerais, Juiz de Fora, Brasil

Resumo No concreto de agregado leve, é importante conhecer as suas propriedades mecânicas, como a resistência a compressão e o módulo de Young, dado que essas propriedades influenciam a resistência e deformações das peças constituídas desse material. A relação entre os componentes do concreto e suas propriedades mecânicas é altamente não-linear, e o estabelecimento de um modelo matemático abrangente é usualmente problemático. Nesse contexto, o presente trabalho tem como objetivo encontrar uma relação analítica entre propriedades do concreto de agregado leve e o módulo de Young (módulo de elasticidade), utilizando a técnica de Programação Genética Cartesiana (PGC), a partir de operadores matemáticos empregados como funções nodais da PGC. Após a verificação do poder de generalização da metodologia utilizada neste trabalho, é feita uma comparação às relações matemáticas já existentes na literatura. Por fim, verificou-se que a metodologia proposta possui desempenho altamente satisfatório em comparação aos resultados existentes.

Keywords: Programação Genética Cartesiana, Concreto de agregado Leve, Inteligência Computacional

1 INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, o concreto armado convencional, de peso específico normal, tem sido o material estrutural mais empregado no Brasil. A razão deste fato está associada às seguintes vantagens: (a) adaptação a qualquer tipo de forma permitindo liberdade à concepção arquitetônica; (b) solução para se obter estruturas monolíticas e hiperestáticas (c) grande durabilidade e baixíssimo custo de manutenção e conservação (d) resistência a efeitos térmicos, atmosféricos e a desgastes mecânicos. Por outro lado, a grande desvantagem do concreto armado convencional é o seu elevado peso próprio.

Nesse contexto, o uso de concretos de menor peso específico surge como a solução alternativa para esse problema. Além disso, a baixa condutividade térmica do concreto estrutural leve proporciona um desempenho significativamente superior em situação de incêndio quando comparado aos concretos de peso específico normal (Neville, 2015). A combinação de uma baixa condutividade térmica com um baixo coeficiente de dilatação térmica é benéfica no caso de exposição ao fogo, pois os agregados leves em geral são estáveis a temperaturas elevadas, uma vez que usualmente são fabricados em temperaturas superiores a 1100°C .

No concreto estrutural leve, a resistência à compressão, o módulo de elasticidade e a massa específica são as propriedades mais importantes e conseqüentemente as mais comumente analisadas. Prever com precisão essas propriedades é um problema crítico em construções de concreto de agregado leve.

Até o presente momento, vários trabalhos exploraram diferentes técnicas preditivas na previsão das propriedades do concreto de agregado leve (Alshihri et al., 2009; Andrade et al., 2015), e também em encontrar formulações analíticas de forma empírica para propriedades do concreto (Souza-Barbosa et al., 2015). Técnicas de inteligência computacional, tal como a programação genética cartesiana (Miller et al., 1997), podem ser empregadas também para a obtenção de formulações analíticas dessas propriedades.

O objetivo deste trabalho é implementar e avaliar o desempenho do método de programação genética cartesiana para encontrar uma formulação analítica para o módulo de elasticidade (módulo de Young), de forma a obter um valor próximo ao medido em laboratório, conseguindo dessa forma reduzir a quantidades de ensaios laboratoriais que demanda tempo e também o retrabalho.

2 CONCRETO DE AGREGADO LEVE

O concreto de agregado leve é constituído de agregados que possuem um baixo peso específico em comparação aos agregados convencionais, seu peso específico é aproximadamente dois terços do peso específico do concreto feito com agregado normal. Além disso, o mesmo possui importantes propriedades refratárias de isolamento térmico, sendo mais resistentes a casos de incêndio.

Nos Estados Unidos (ACI, 1999), por exemplo, o concreto leve estrutural é definido como o material que tem resistência à compressão superior a 17 MPa aos 28 dias e massa específica não superior a 1850 kg/m^3 . No Brasil, a norma NBR NM 35 (ABNT, 1995) estabelece as seguintes relações entre a resistência à compressão e massa específica pra concretos leves estruturais: (a) resistência à compressão superior a 28 MPa aos 28 dias e massa específica não superior a

1840 kg/m³; (b) resistência à compressão superior a 21 MPa aos 28 dias e massa específica não superior a 1760 kg/m³; (c) resistência à compressão superior a 17 MPa aos 28 dias e massa específica não superior a 1680 kg/m³.

O peso específico do concreto convencional varia entre 2200 kg/m³ e 2600 kg/m³, e a do concreto estrutural leve entre 1350 kg/m³ e 1850 kg/m³ (Tabela 1). Com isso, o uso do concreto estrutural leve pode representar uma redução significativa do peso próprio da estrutura. O custo de produção do concreto de agregado leve é maior que o concreto de peso específico normal, porém, mesmo com este investimento adicional o custo final da estrutura pode ser menor devido ao dimensionamento mais econômico das fundações.

Tabela 1: Classificação dos concretos leves quanto à sua massa específica aproximada.

| Classificação | Peso específico (kg/m ³) | Agregado utilizado |
|------------------------------------|--------------------------------------|---|
| Concreto de baixa massa específica | 300 a 800 | Vermiculita e Perlita |
| Concreto de moderada resistência | 800 a 1350 | Perlita, Pedra-pomes e Lava porosa |
| Concreto estrutural | 1350 a 1850 | Argila, folhelho, ardósia expandida em fornos rotativos, cinza volante sinterizada em grelhas, Argila expandida |

O módulo de Young (módulo de elasticidade) tem grande importância para o concreto estrutural leve dada a sua influência sobre as deformações das peças sujeitas à flexão, sobre a distribuição das forças internas e sobre a carga crítica no caso de peças sujeitas a flambagem. Em concretos de peso específico usual, o módulo de elasticidade da pasta de cimento é, geralmente, bem menor que o módulo dos agregados. Por outro lado, no concreto de agregado leve, os valores do módulo de elasticidade das partículas do agregado leve e da pasta de cimento são bastante próximos.

A Fig. 1 apresenta uma comparação entre concreto de peso específico normal e o concreto de agregado leve quando estão sendo solicitados a uma força de compressão. É possível notar que no caso do concreto de agregado leve as linhas de forças se distribuem ao longo da argamassa, dado que o mesmo possui maior peso específico e um maior módulo de elasticidade.

A relação entre os componentes do concreto e suas propriedades mecânicas é altamente não-linear, e o estabelecimento de um modelo matemático abrangente é usualmente problemático. O concreto de agregado leve possui vários ingredientes, tais como o tipo e a quantidade de agregado leve, além de aditivos e da composição da argamassa. Esses vários ingredientes, além da não linearidade das estruturas de concreto, podem complicar o cálculo da resistência à compressão, do módulo de Young, entre outras propriedades.

Muitos autores já se empenharam na pesquisa de vários métodos de inteligência computacional para a previsão das propriedades mecânicas do concreto de peso específico normal (Papadakis and Tsimas, 2002; Ni and Wang, 2000; Kasperkiewicz et al., 1995; Duan et al., 2013). Os modelos de previsão conseguem uma boa aproximação das propriedades do concreto na maioria dos casos, fazendo com que diminua o trabalho em laboratório, o que demanda muito tempo e um alto custo.

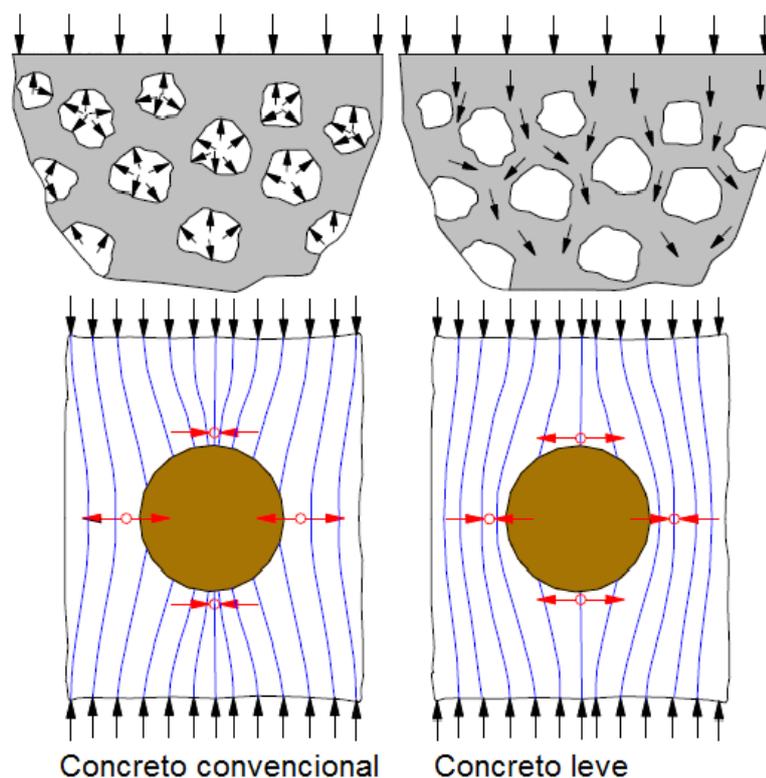


Figura 1: Transferência das forças de compressão no concreto normal e leve (Bogas and Gomes, 2013).

Assim como nesses trabalhos para concreto de peso específico normal, várias técnicas preditivas contidas na literatura tais como Redes Neurais Artificiais, Sistemas Neuro-Fuzzy, Máquinas de Vetores Suporte, Máquinas de Aprendizado Extremo e Árvores de Decisão também foram utilizadas para a previsão das propriedades do concreto de agregado leve (Andrade et al., 2015, 2016).

Há trabalhos que visam encontrar uma relação analítica entre os constituintes do concreto e as propriedades mecânicas de diversas formas empírica. No trabalho de (Souza-Barbosa et al., 2015), no qual o presente trabalho é inspirado, é descrito uma metodologia para encontrar uma fórmula analítica para o módulo de elasticidade a partir do módulo de elasticidade da argamassa, do volume e densidade do agregado. Para isso são utilizadas 75 amostras de teste de ensaios laboratoriais, com diferentes tipos de misturas.

Institutos de pesquisas e outros pesquisadores possuem também formulações analíticas para as propriedades mecânicas do concreto de agregado leve. Essas formulações são amplamente utilizadas em projetos que utilizam esse tipo de concreto e podem ser utilizadas como comparação a resultados de novas metodologias. Algumas dessas relações, para o módulo de Young ($E_c(MPa)$), que serão utilizadas neste trabalho para fim de comparação, são apresentadas a seguir.

O *American Concrete Institute* (ACI) (ACI, 1999) adota

$$E_c = 9500 f_{ck}^{0.3} (\rho_s/2400)^{1.55} \quad (1)$$

Em (Zhang and Gjvorv, 1991) é definido

$$E_c = 0.043\rho_s^{1.5}f_c k^{0.5} \quad (2)$$

O trabalho de (Nilson et al., 1986) propõe

$$E_c = (3320f_c k^{0.5} + 6895)(\rho_s/2320)^{1.5} \quad (3)$$

A *Eurocode* (EN 1992-1-1, 1992) define

$$E_c = 22.000(f_c m/10)^{0.3} + (\rho_s/2200)^2 \quad (4)$$

O trabalho de (Souza-Barbosa et al., 2015) define

$$E_c = E_m(1 + \exp(-\alpha(\rho_a/1000)/V_a))^{-1} \quad (5)$$

onde $f_{ck}(MPa)$ é a resistência a compressão do concreto, E_m é o módulo de Young da argamassa do concreto, $\rho_s(kg/m^3)$ é o peso específico do concreto, $f_{cm}(MPa)$ é o valor médio da resistência a compressão, $V_a(\%)$ é o volume de agregado no concreto e $\rho_a(kg/m^3)$ é o peso específico do agregado leve.

3 PROGRAMAÇÃO GENÉTICA CARTESIANA

A programação genética cartesiana (CGP) foi originalmente desenvolvida por J. Miller a partir de um método para criação de circuitos digitais (Miller et al., 1997). No entanto, o termo “programação genética cartesiana” apareceu pela primeira vez em um trabalho no ano de 1999 (Miller, 1999) e foi proposta como uma forma geral de programação genética em 2000 (Miller and Thomson, 2000). Nos últimos anos, a forma clássica da CGP sofreu diferentes aprimoramentos, incluindo as funções definidas automaticamente. A CGP pode ser aplicada a várias áreas como: aprendizagem de máquina; redes neurais; inteligência artificial; mineração de dados; previsão financeira, otimização de funções, classificação, desenho de circuitos eletrônicos, diagnósticos médicos, dentre outras.

O nome “cartesiana” é devido ao fato do programa poder ser representado por grafos acíclicos direcionados. Um dos benefícios deste tipo de representação é a reutilização implícita dos nós pertencentes ao grafo direcionado.

A forma geral da CGP é apresentada na Fig. 2. Cada nó k possui um conjunto de C_k genes de conexão, de acordo com a aridade definida a , uma única função de gene f , e uma saída n . A função do nó é definida de forma aleatória a partir de um conjunto de funções disponíveis. As entradas são definidas por x_i e as saídas por O_m . O genótipo pode ser definido da seguinte forma: $f_0, C_{00}, \dots, C_{0a}; \dots; f_j, C_{j0}, \dots, C_{ja}; O_1, \dots, O_m$.

O algoritmo evolutivo utilizado neste trabalho é uma de estratégia evolutiva ($\alpha + \lambda$) (Schwefel, 1965), onde, a população total é $\alpha + \lambda$, com α pais e λ filhos a cada geração. Denotando a aptidão de um genótipo g por $f(g)$, um genótipo pai, escolhido aleatoriamente entre os α pais, sofre mutação λ vezes para gerar o descendente g_i . O critério de seleção utilizado para encontrar os pais em cada geração é definido sempre como sendo os genótipos com melhor aptidão.

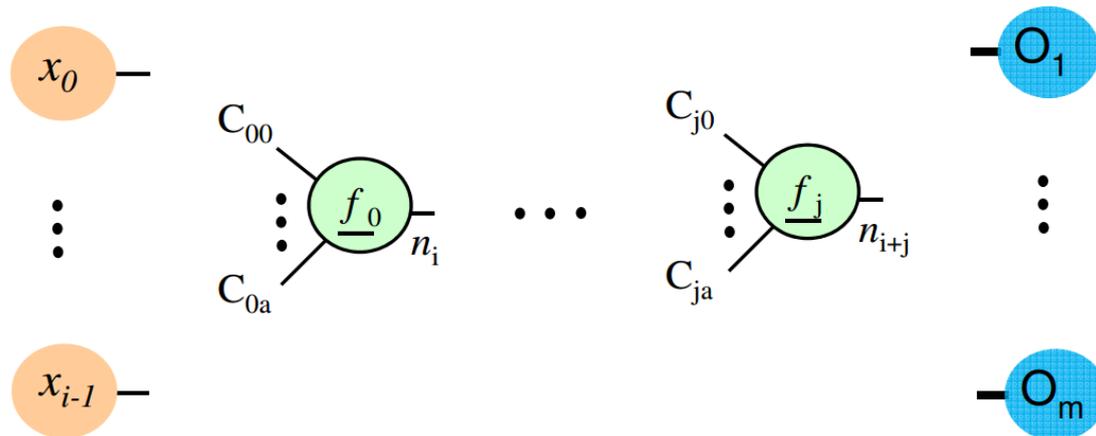


Figura 2: Forma geral da CGP (Miller and Turner, 2015).

Para seleccionar os indivíduos é preciso então definir a sua aptidão, dada por uma função de aptidão, geralmente representando uma medida de erro. Diferentemente dos algoritmos evolutivos clássicos da literatura, a função de aptidão da CGP definida por uma medida de erro indica um individuo como melhor que outro se o mesmo possui valor de aptidão (erro) menor. Assim, o termo “função de aptidão” parece não ser adequado para definir essa função, mas é amplamente utilizado na literatura nos trabalhos que utilizam a CGP.

A função de aptidão utilizada na CGP deste trabalho foi o erro absoluto médio (MAE), que é uma métrica de avaliação de erros amplamente utilizada na literatura. Sendo que \hat{y} é a saída estimada, y é a saída correta, \bar{y} é a média das saídas corretas e N o número de amostras, podemos definir o MAE como a seguir:

$$\text{MAE}(y, \hat{y}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i - \hat{y}_i| \quad (6)$$

Para calcular o poder de generalização do resultado da CGP nos dados de teste será o utilizado o erro absoluto médio percentual (MAPE). O erro médio percentual (MAPE) é definido como:

$$\text{MAPE}(y, \hat{y}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{|y_i|} \times 100 \quad (7)$$

As funções nodais da CGP neste trabalho serão funções matemáticas, de forma que o modelo de saída do algoritmo, que minimiza a função de aptidão, será um expressão matemática que representará de forma aproximada o módulo de Young do concreto de agregado leve.

Nem todas as funções nodais da CGP ficam ativas, de modo que a saída de um nó pode não estar ligada a nenhum outro nó ou a saída da CGP. Isso significa que quando menos funções nodais ativas, mais simples será a expressão matemática final gerada.

4 DADOS EXPERIMENTAIS

Foram empregados dados de ensaios laboratoriais de concretos de agregado leve com composições variadas, apresentado em (Ke, 2008), a fim a avaliar a método CGP proposto.

Os dados experimentais envolvem três tipos de argamassa ("a", "b" e "c"), como pode ser visto na tabela 2, para os cinco tipos diferentes de agregados e cinco níveis de volume de agregado ($V_a = 0\%$ ou 12.5% ou 25% ou 37.5% ou 45%), resultando em um total de 75 amostras diferentes. Para cada amostra, foram feitas três medições, sendo o valor final dado pela média das medições. Cada amostra possui os seguintes dados: o módulo de elasticidade experimental do concreto E_{exp} , o volume de agregado V_a , a densidade volumétrica do corpo de prova do concreto ρ_s e a densidade do agregado ρ_a . É conhecido também o módulo de elasticidade da argamassa utilizada em cada corpo de prova, representado por E_m . Dois tipos de agregados leves foram testados nos experimentos: argila expandida e xisto.

Os dados foram divididos em 2 partes: 45 amostras para utilizar no treinamento da CGP, e as 30 amostras restantes para medir o poder de generalização do modelo encontrado no treinamento.

Tabela 2: Tipos de argamassa

| Argamassa | Cimento (kg/m^3) | água/cimento | Areia (kg/m^3) | V_a (%) |
|-----------|----------------------|--------------|--------------------|-----------|
| a | 336.24 | 0.446 | 1055.46 | 0.0 |
| | 294.21 | | 923.53 | 12.5 |
| | 252.18 | | 791.59 | 25.0 |
| | 210.15 | | 659.66 | 37.5 |
| | 184.93 | | 580.50 | 45.0 |
| b | 283.98 | 0.350 | 1135.94 | 0.0 |
| | 248.49 | | 993.95 | 12.5 |
| | 212.99 | | 851.95 | 25.0 |
| | 177.49 | | 709.96 | 37.5 |
| | 156.19 | | 624.77 | 45.0 |
| c | 263.64 | 0.290 | 1074.38 | 0.0 |
| | 230.68 | | 940.08 | 12.5 |
| | 197.73 | | 805.79 | 25.0 |
| | 164.77 | | 671.49 | 37.5 |
| | 145.00 | | 590.91 | 45.0 |

5 RESULTADOS

O código computacional implementado utiliza a biblioteca *CGP-Library* (Turner and Miller, 2015), a *CGP-Library* é uma implementação multi-plataforma da Programação Genética cartesiana, extensível e de uso simplificado. A biblioteca é escrita em C e foi utilizada em

Tabela 3: Configuração da CGP

| Propriedade | Valor |
|--------------------------|--|
| Critério de parada | $MAE < 1.00$ |
| Máximo de gerações | 500000 |
| Número máximo de nós | 10 |
| Estratégia evolucionaria | (5+35)-ES |
| Taxa de mutação | 0.1 |
| Funções nodais | Adição, subtração, multiplicação e divisão |

ambiente *Windows*. Para gerar os resultados que serão apresentados nesta seção foi utilizada a configuração da CGP apresentada na Tabela 3.

O critério de parada utilizado ($MAE < 1.00$) e o restante do orçamento computacional utilizado foram definidos através de testes preliminares. Valores menores de MAE poderiam ser utilizados como critério de parada, mas o modelo encontrado poderia ficar super ajustado aos dados de treinamento e não generalizar bem novos dados de teste.

Dado a aleatoriedade da CGP, a cada execução o resultado pode conter diferentes números de termos na expressão matemática. Como o objetivo do trabalho é encontrar um modelo matemático que obtenha um bom desempenho de generalização nos dados de teste e que ao mesmo tempo seja uma expressão simples, teremos que executar o algoritmo várias vezes. Assim, após um número n de execuções independentes da CGP, podemos selecionar o resultado com o menor número de termos e que sabemos que atendeu o critério de parada. É importante ressaltar também que para dois modelos com o mesmo número de termos, o valor da função de aptidão também pode ser diferente.

O número de execuções independentes utilizada neste trabalho foi $n = 30$. Para selecionar o modelo matemático final foi utilizado a seguinte abordagem: foram selecionados primeiramente os modelos com menor número de funções ativas e em seguida escolhido entre eles o modelo com menor valor de MAE . Foi definida também uma semente para a geração de números aleatórios no algoritmo com sendo o número 123.

Dentre as 30 execuções, o menor número de funções ativas foi 5, e apenas uma execução obteve 5 funções ativas. Assim, foi escolhido o modelo gerado pela CGP nessa execução para gerar a expressão para o módulo de Young. O valor de aptidão dessa execução da CGP foi de 0.713, encontrado após 334 gerações. O modelo matemático de saída da CGP é apresentado na Eq. 8.

$$E_{CGP} = E_m - V_a(\rho_s - \rho_a)/(\rho_s + \rho_a) \quad (8)$$

O tempo total de execução de todas as execuções foi de 19 minutos. Foi utilizado uma máquina com sistema operacional *Windows 10*, 8GB de memória e processador *Core i7 2,4 GHz* com 2 núcleos e 4 *threads*.

Após a geração da Eq. 8, utilizamos os dados de teste para realizar a validação desse modelo

matemático, de forma a medir os erros em uma base de dados diferente da que foi utilizada para o treinamento da CGP.

Na Fig. 3 pode-se observar os resultados da equação gerada pela CGP no conjunto de dados de teste.

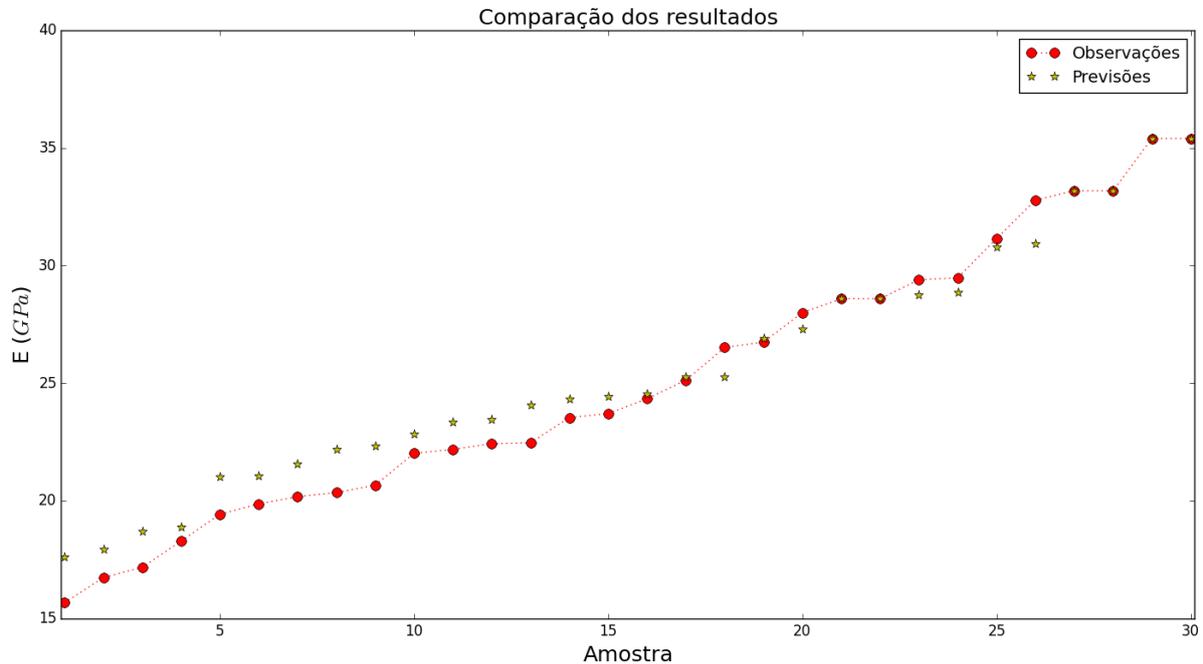


Figura 3: Comparação dos resultados das amostras de teste na equação gerada pela CGP.

Podemos comparar o poder de generalização da equação encontrada para o módulo de Young utilizando o gráfico de dispersão da Fig. 4 dos valores reais e previstos, onde E_{exp} é o valor experimental do módulo de Young. No gráfico de dispersão, se os pontos tendem a formar uma reta de bissecção, isso mostra que os dados possuem alta correlação, mostrando no caso deste trabalho que o modelo gerado pela CGP representa muito bem o módulo de Young.

Utilizando a métrica MAPE podemos comparar expressão matemática gerada pela CGP com as outras formulações analíticas. Na Tabela 4 podemos verificar a comparação das expressões do módulo de Young existentes na literatura com a encontrada neste trabalho pela CGP. Os valores entre parênteses representam o desvio padrão do MAPE nos amostras testadas.

6 CONCLUSÃO

Pelos resultados encontrados podemos verificar que a Programação Genética Cartesiana consegue em média uma boa aproximação dos valores reais, com valores de erro e desvio padrão baixos.

Em comparação as outras expressões (Tabela 4) do módulo de Young do concreto de agregado leve, vemos que a expressão encontrada neste trabalho possui desempenho bastante satisfatório, com valor de erro inferior a todas as outras expressões. O valor de desvio

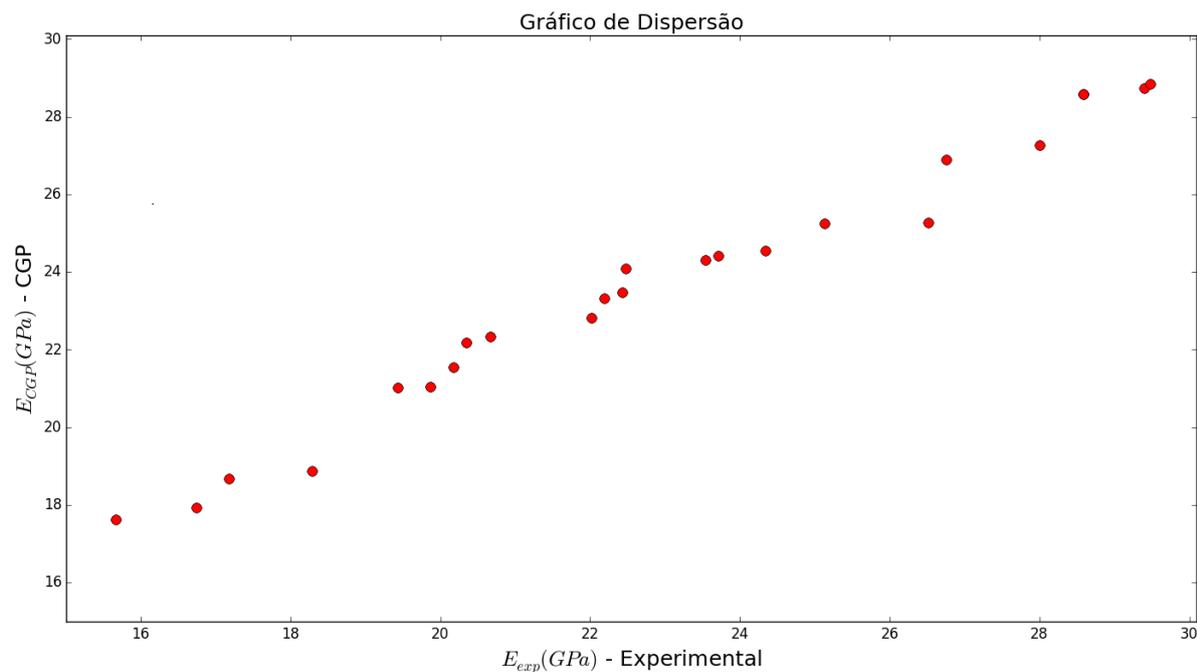


Figura 4: Gráfico de dispersão das amostras de teste na equação gerada pela CGP.

Tabela 4: Comparação das expressões do Módulo de Young

| Expressão | MAPE |
|----------------------------|----------------------------|
| ACI - Eq. (1) | 21.48 (± 10.32) |
| Zhang and Gjrv -Eq. 2 | 28.11 (± 4.39) |
| Slate et al. - Eq. 3 | 26.68 (± 6.21) |
| Eurocode 2 - Eq. 4 | 10.40 (± 8.15) |
| Souza-Barbosa et al. Eq. 5 | 5.96 (± 7.67) |
| Trabalho atual - Eq. 8 | 5.37 (± 7.81) |

padrão também ficou relativamente baixo e dentro do esperado, em comparao as expressões testadas, mostrando que a expressão gerada possui boa confiabilidade nos resultados. A função encontrada também  não linear, mas possui maior simplicidade que as outras funções testadas.

O presente artigo, propõe que a Programação Genética Cartesiana pode ser utilizada para estimar expressões analíticas aproximadas para as propriedades mecânicas do concreto de agregado leve, para os dois tipos de agregados utilizados (argila e xisto expandido). Para diferentes tipos de agregados a formulao pode não ser suficiente, mas, a partir de amostras com outros diferentes tipos de agregados, a metodologia proposta se mostra promissora para que possa ser construída uma formulao ainda mais generalizada.

Assim, a Programação Genética Cartesiana mostrou que pode ser utilizada na formulao e previsão dos valores reais do módulo de Young, e se mostra promissora também para outras propriedades do concreto de agregado leve, dado o seu excelente desempenho em comparao

a outras metodologias já utilizadas.

Uma metodologia como a apresentada nesse trabalho, que encontra uma formulação matemática de forma automática, pode ser utilizada como uma alternativa para o problema de avaliação de propriedades mecânicas do concreto de agregado leve, dado que a maioria dos trabalhos existentes utilizam técnicas que demandam muito trabalho e vários ajustes de parâmetros e métodos.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG - TEC APQ 01606/15), a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) através do Programa Nacional de Cooperação Acadêmica e à Universidade Federal de Juiz de Fora, pelo apoio financeiro para participação no evento e de recursos para o desenvolvimento do projeto de pesquisa.

REFERÊNCIAS

- ABNT (1995). *Agregados leves para concreto estrutural: especificação. NBR NM 35*. Associação Brasileira de Normas Técnicas.
- ACI (1999). *Guide for structural lightweight aggregate concrete. ACI 213R-87*. American Concrete Institute.
- Alshihri, M. M., Azmy, A. M., and El-Bisy, M. S. (2009). Neural networks for predicting compressive strength of structural light weight concrete. *Construction and Building Materials*, 23(6):2214 – 2219.
- Andrade, J. J., Fonseca, L. G. d., Campos, L. C. D., Farage, M. C. R., and Barbosa, F. d. S. (2016). Aplicação do sistema neuro-fuzzy anfis na previsão de propriedades mecânicas do concreto de agregado leve. *XII Simpósio de Mecânica Computacional*.
- Andrade, J. J., Fonseca, L. G. d., Farage, M. C. R., and Barbosa, F. d. S. (2015). Aplicação de métodos de inteligência computacional para a previsão de propriedades mecânicas do concreto de agregado leve. *XXXVI Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering*.
- Bogas, J. A. and Gomes, A. (2013). Compressive behavior and failure modes of structural lightweight aggregate concrete – characterization and strength prediction. *Materials Design*, 46:832 – 841.
- Duan, Z., Kou, S., and Poon, C. (2013). Using artificial neural networks for predicting the elastic modulus of recycled aggregate concrete. *Construction and Building Materials*, 44(0):524 – 532.
- EN 1992-1-1, 1992 (2005). *EN 1992-1-1 Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings*, Brussels. EN, CEN.
- Kasperkiewicz, J., Racz, J., and Dubrawski, A. (1995). Hpc strength prediction using artificial neural network. *Journal of Computing in Civil Engineering*, 9(4):279–284.
- Ke, Y. (2008). *Characterization of the mechanical behavior of lightweight aggregate concretes: Experiment and modelling*. PhD thesis, PhD. Thesis, Université de Cergy-Pontoise.

-
- Miller, J. and Turner, A. (2015). Cartesian genetic programming. In *Proceedings of the Companion Publication of the 2015 Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation*, GECCO Companion '15, pages 179–198, New York, NY, USA. ACM.
- Miller, J. F. (1999). An empirical study of the efficiency of learning boolean functions using a cartesian genetic programming approach. In *Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference*, volume 2, pages 1135–1142.
- Miller, J. F. and Thomson, P. (2000). Cartesian genetic programming. In *Genetic Programming*, pages 121–132. Springer.
- Miller, J. F., Thomson, P., and Fogarty, T. (1997). Designing electronic circuits using evolutionary algorithms. arithmetic circuits: A case study.
- Neville, A. (2015). *Propriedades do Concreto - 5ª Edição*. Bookman.
- Ni, H.-G. and Wang, J.-Z. (2000). Prediction of compressive strength of concrete by neural networks. *Cement and Concrete Research*, 30(8):1245 – 1250.
- Nilson, A. H., Martinez, S., et al. (1986). Mechanical properties of high-strength lightweight concrete. In *Journal Proceedings*, volume 83, pages 606–613.
- Papadakis, V. and Tsimas, S. (2002). Supplementary cementing materials in concrete: Part i: efficiency and design. *Cement and Concrete Research*, 32(10):1525 – 1532.
- Schwefel, H.-P. (1965). Kybernetische evolution als strategie der experimentellen forschung in der strömungstechnik. *Master's thesis, Technical University of Berlin*.
- Souza-Barbosa, F. d., Resende-Farage, M. C., Lage-Bonifácio, A., Beaucour, A.-L., and Ortola, S. (2015). A methodology to obtain an analytical formula for the elastic modulus of lightweight aggregate concrete. *DYNA*, 82:98 – 103.
- Turner, A. J. and Miller, J. F. (2015). Introducing a cross platform open source cartesian genetic programming library. *Genetic Programming and Evolvable Machines*, 16(1):83–91.
- Zhang, M. H. and Gjvorv, O. E. (1991). Mechanical properties of high-strength lightweight concrete. *Materials Journal*, 88(3):240–247.