



XXXVII IBERIAN LATIN AMERICAN CONGRESS
ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING
BRASÍLIA - DF - BRAZIL



ACOPLAMENTO DE UM ALGORITMO GENÉTICO AO MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO PARA ANÁLISE INVERSA EM ESTRUTURAS

Cibele Cornejo Jacinto Portela

cibele.eu@hotmail.com

Programa de Pós-Graduação de Métodos Numéricos em Engenharia, (PPGMNE-UFPR).

Centro Politécnico da UFPR - Jardim das Américas, 80215-090, Paraná, Curitiba, Brasil.

Amanda Jarek

amanda.jarek@lactec.org.br

Departamento de Engenharia Civil, Instituto de Tecnologia para o Desenvolvimento LACTEC.

Centro Politécnico da UFPR - Jardim das Américas, 80215-090, Paraná, Curitiba, Brasil.

Luiz Alkimin de Lacerda

alkimin@lactec.org.br

Programa de Pós-Graduação de Métodos Numéricos em Engenharia, (PPGMNE-UFPR).

Departamento de Engenharia Civil, Instituto de Tecnologia para o Desenvolvimento LACTEC.

Centro Politécnico da UFPR - Jardim das Américas, 80215-090, Paraná, Curitiba, Brasil.

Resumo. *O presente trabalho visa o desenvolvimento de uma ferramenta para a identificação de condições de contorno em estruturas por meio de uma análise inversa. A verificação dos resultados é feita por meio de comparações entre os resultados obtidos na análise inversa com resultados do modelo direto. A técnica de otimização por Algoritmo Genético (AG) acoplada ao Método dos Elementos de Contorno (MEC) é utilizada para a resolução do problema inverso, minimizando uma função objetivo que mede a diferença entre as deformações calculadas e as “monitoradas”. Dois exemplos simples de aplicação são verificados na recuperação da carga solicitante. Como resultado, o método se mostrou eficiente apresentando resultados aproximados dos buscados.*

Palavras-Chaves: *Método dos Elementos de Contorno, Algoritmos Genéticos, Análise Inversa*

1 INTRODUÇÃO

Os problemas inversos constituem uma classe de grande campo de investigação em problemas na ciência e engenharia. Em muitas aplicações da engenharia têm-se a necessidade da identificação de parâmetros físicos e geométricos a partir de dados medidos experimentalmente. Sendo assim, as técnicas para a resolução de tais problemas apresentam-se como importantes ferramentas de análise em muitas áreas.

Na mecânica dos sólidos, a análise inversa permite identificar parâmetros de interesse como: condições de contorno, geometria e propriedades dos materiais. Este trabalho objetiva o desenvolvimento de uma ferramenta para tratamento de alguns problemas inversos no contexto da elasticidade linear através de um Algoritmo Genético (AG) associado ao Método dos Elementos de Contorno (MEC). Essa ferramenta permite a determinação de ações/reações mecânicas no contorno de estruturas, através de medidas em campo, contribuindo para a tomada de decisões importantes sobre o futuro de estrutura analisada.

Encontram-se muitos trabalhos em diversas áreas de aplicação, na literatura técnica, que foram bem sucedidos na solução de problemas de otimização com o uso desses dois métodos. Katsifarakis et al. (2006) apresentam resultados numéricos com a maximização da taxa de extração de água subterrânea sem intrusão salina para a gestão em aquíferos costeiros. Miltiadou et al. (2002) utilizam essas técnicas na identificação de curvas de polarização em sistemas de proteção catódica. Outra referência interessante é o trabalho de Kita et al. (1997) para otimização de forma de estruturas contínuas.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Método dos Elementos de Contorno para problemas de Elasticidade

A maioria dos fenômenos físicos ocorridos na natureza podem ser descritos por equações diferenciais onde são impostas condições iniciais ou condições de contorno. Existem diferentes métodos para a solução desses problemas. Conforme Beer et al. (2008), soluções analíticas para problemas matemáticos que satisfazem tanto as equações diferenciais quanto às condições de contorno, podem ser obtidas somente para alguns problemas bem simples. Duas aproximações podem ser consideradas: ao invés de satisfazer tanto as equações diferenciais e as condições de contorno, pode-se atentar somente a satisfação de uma das duas. Na primeira das aproximações (baseada na idéia original de Ritz), soluções são propostas para satisfazerem somente as condições de contorno e com isto, o erro na equação diferencial é minimizado, assim como no conhecido Método dos Elementos Finitos (MEF). Alternativamente, proposto por Trefftz, assumem-se funções que satisfazem exatamente as equações diferenciais e o erro é minimizado nas condições de contorno, classe de formulações que se insere o MEC.

2.2 Solução Fundamental

Conforme Beer et al. (2008) para o MEC, uma solução para a equação governante é necessária, denominada de solução fundamental. Essa solução deve satisfazer três condições:

- Lei constitutiva;
- Equilíbrio e conservação de energia;

- Compatibilidade ou continuidade.

Brebbia et al. (1992) apresentam uma formulação da solução fundamental para elasticidade conhecida como solução de Kelvin. Esta formulação considera as mesmas propriedades materiais do corpo em estudo correspondendo a um domínio infinito e com o uso de uma fonte unitária concentrada.

Para elasticidade 3D, tem-se que:

$$u_{lk}^* = \frac{1}{16\pi u(1-\nu)r} [(3-4\nu)\delta_{lk} + r_l r_k] \quad (1)$$

$$p_{lk}^* = \frac{-1}{8\pi(1-\nu)r^2} \left[\frac{\partial r}{\partial n} [(1-2\nu)\delta_{lk} + 3r_l r_k] + (1-2\nu)(n_l r_k - n_k r_l) \right] \quad (2)$$

onde:

u_{lk}^* - solução fundamental para o deslocamento em qualquer ponto na direção k quando a força unitária é aplicada em ξ na direção l

p_{lk}^* - solução fundamental para a força de superfície em qualquer ponto na direção k quando a força unitária é aplicada em ξ na direção l

r - distância do ponto fonte ao ponto campo

n - normal

ν - coeficiente de Poisson

2.3 Equação da integral de contorno

A integral de Somigliana apresenta o valor de deslocamento em um ponto interno em termos dos valores de contorno u_k e p_k . (Brebbia et al., 1992)

$$u_l^i + \int_{\Gamma} p_{lk}^* u_k d\Gamma = \int_{\Gamma} u_{lk}^* p_k d\Gamma + \int_{\Omega} u_{lk}^* b_k d\Omega \quad (3)$$

sabendo-se que u_k e p_k são os deslocamentos e forças de superfícies na direção k, respectivamente.

Por razões computacionais é preferível adotar a Eq.(3) no contorno, contudo nesses pontos as integrais apresentam singularidades. Para isso, utiliza-se de um artifício que transforma esses pontos do contorno em pontos no domínio. Tais demonstrações podem ser encontradas em (Brebbia et al., 1992). A expressão resultante da Eq.(3) para pontos no contorno é dada por:

$$C(\xi)u(\xi) = \int_{\Gamma} p_{lk}^*(\xi, x)u_k(x)d\Gamma(x) - \int_{\Gamma} u_{lk}^*(\xi, x)p_k(x)d\Gamma(x) \quad (4)$$

onde o termo livre $C(\xi)$ depende da geometria do contorno.

Discretizando a Eq.(4) e aplicando em todos os nós funcionais do contorno obtém-se:

$$HU = GP \quad (5)$$

onde as H e G são matrizes quadradas, e U e P são os vetores com os valores nodais de deslocamentos e tensões respectivamente. Havendo uma incógnita por nó, o sistema pode ser reordenado movendo colunas de H e G de um lado para outro de forma que todas as incógnitas

são levadas para o lado esquerdo formando o seguinte sistema:

$$AX = F \quad (6)$$

onde X é o vetor das incógnitas no contorno e F é encontrado pela multiplicação das colunas correspondentes pelos valores conhecidos no contorno.

Resolvendo o sistema obtém-se os valores nodais no contorno. A solução desse sistema permite o cálculo dos deslocamentos e das tensões nos pontos internos.

2.4 Análise Inversa

Em um problema direto na elasticidade são conhecidas: a equação governante, as condições de contorno, geometria e as propriedades do material. As tensões, deformações e deslocamentos ao longo do corpo podem ser obtidos diretamente. Já em um problema inverso, os parâmetros no contorno, geometria e propriedades do material, podem não ser conhecidos, mas sim as medidas experimentais de campo. Uma forma de interpretar o problema inverso é considerá-lo como um problema de otimização, buscando-se maximizar ou minimizar uma função objetivo dada. Uma das técnicas para resolver um problema de otimização é a utilização de Algoritmos Genéticos.

2.5 Algoritmos Genéticos

Algoritmos Genéticos (AGs) são algoritmos de otimização numérica baseados na seleção natural e na genética. O método é aplicável em uma ampla gama de problemas (Coley, 1999). Da teoria de evolucionismo de C. Darwin, o princípio de seleção privilegia os indivíduos que são mais aptos com maior possibilidade de sobrevivência e, portanto, esses possuem uma maior probabilidade de reprodução. Quanto maior o número de descendentes, maiores são as chances de permanecerem seus códigos genéticos para as próximas gerações. Esses códigos genéticos constituem a identidade de cada indivíduo e estão representados nos cromossomos. Estes são os princípios que inspiram a construção dos AGs, que buscam uma melhor solução para um determinado problema através da evolução de populações de soluções codificadas por meio de cromossomos artificiais.

Nos AGs, um cromossomo é uma estrutura que pode ser vista como um ponto de solução no espaço de busca do problema a ser otimizado. Esses cromossomos são então submetidos a um processo evolucionário que cada geração envolve operações de avaliação, seleção, recombinação (crossover) e mutação dos cromossomos. Após várias gerações, a população evolui de forma a obter indivíduos mais aptos. (Pacheco, 1999)

Os cromossomos em uma população de AGs geralmente levam a forma de um vetor de bits e representam uma das possíveis soluções. Cada posição no cromossomo possui duas possibilidades de valor: 0 ou 1. (Melanie, 1996)

Pacheco (1999) cita como algumas das vantagens da representação binária, a facilidade de manipular os cromossomos através dos operadores genéticos e a facilidade da transformação de real e inteiro. Um número binário pode representar um número real $X_R \in [X_{min}, X_{max}]$ com precisão de p casas decimais. Para isso são necessários K bits, sendo K calculado por:

$$2^k \geq (X_{max} - X_{min}) \cdot 10^p \quad (7)$$

Segundo Coley (1999), os AGs são inicializados com uma população de possíveis soluções que geralmente são geradas de forma aleatória espalhadas no espaço de busca e que são convertidas para variáveis reais. Posteriormente, calcula-se o valor de uma função de aptidão que caracteriza a qualidade de cada indivíduo e então essa população inicial é submetida aos operadores.

Um típico algoritmo genético usa três operadores: o de seleção, o crossover e o de mutação para direcionar a população (através de uma série de gerações) para o ótimo global. (Goldberg, 1989)

A seleção é aplicada sobre a população de maneira semelhante a da seleção natural encontrado em sistemas biológicos. Utilizando-se da função de aptidão, indivíduos mais fracos são eliminados e os mais eficientes têm uma maior possibilidade de promover a informação que eles possuem para uma próxima geração. Esse processo não exclui totalmente os indivíduos menos aptos para manter a diversidade da população.

O crossover permite a troca de informações das soluções de forma semelhante a utilizada por um organismo natural submetido a reprodução sexual.

Já a mutação, usada geralmente com bastante moderação, altera aleatoriamente o valor dos bits de um indivíduo.

Após a seleção, o cruzamento e a mutação terem sido aplicados na população inicial, uma nova população é formada e o contador de geração é aumentado em um. Estes processos de seleção, cruzamento e mutação são continuados até ter decorrido um determinado número de gerações ou até alguma forma de critério de convergência ser cumprido.

3 METODOLOGIA ADOTADA

A modelagem numérica foi implementada em um código “caseiro” utilizando o MEC para análise direta em conjunto com um AG para análise inversa. As malhas de superfície para aplicação do MEC foram geradas no programa comercial GID versão 12.0.01.

3.1 Metodologia para análise direta

Primeiramente foi desenvolvido um código “caseiro” em Fortran para obtenção de deslocamentos e tensões tanto no contorno quanto nos pontos internos através do MEC em 3D, para a análise direta. Esse programa foi desenvolvido para resolução de problemas de elasticidade com elementos constantes quadrilaterais com resultados em dupla precisão.

Para validação desse código em relação aos resultados do contorno, foi implementado um exemplo simples de um cubo com as seguintes características:

- Módulo de Elasticidade: 200GPa;
- Coeficiente de Poisson: 0.32;
- Lado da cubo: 2.0m.

Todos os seus elementos de sua face superior foram tracionados com uma força superficial de 10kPa no eixo vertical. Em sua base, o movimento no elemento central foi restringido em seus 3 eixos e nos demais elementos da base o movimento foi restringido apenas na direção vertical.

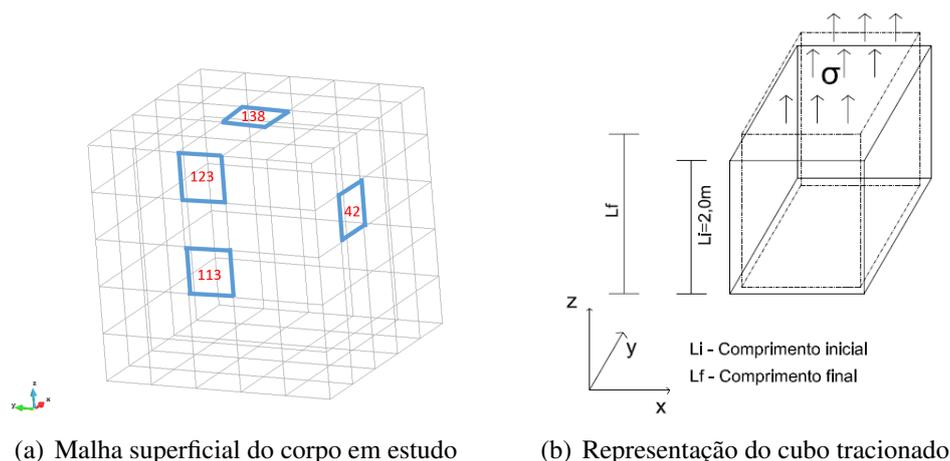


Figura 1: Representação do cubo tracionado e de sua malha

Em (Timoshenko et al, 1980), obtém-se a solução analítica para esse caso pela lei de Hooke. Como na face superior do cubo foi aplicado um estado de tensão uniforme σ_{zz} , a extensão ϵ_{zz} se relaciona-se com a tensão σ_{zz} pela fórmula:

$$\epsilon_{zz} = \frac{\sigma_{zz}}{E} \quad (8)$$

sendo:

E - Módulo de elasticidade longitudinal

σ - Tensão

O alongamento na direção z é acompanhado por componentes laterais de deformação (contração) dadas por:

$$\epsilon_{xx} = \nu \frac{\sigma_{zz}}{E} \quad \epsilon_{yy} = \nu \frac{\sigma_{zz}}{E} \quad (9)$$

sendo:

ν - Coeficiente de Poisson

A tabela 1 apresenta os resultados obtidos pelo programa do MEC e a solução analítica obtida para os nós funcionais de alguns elementos identificados na figura 1.

Tabela 1: Deslocamentos resultantes da aplicação analítica e da aplicação do MEC nos pontos funcionais

Método	MEC	Analítico	MEC	Analítico	MEC	Analítico
Elemento/Desl.(m)	X	X	Y	Y	Z	Z
El 42	6.51E-08	6.40E-08	1.67E-07	1.60E-07	7.06E-07	7.0E-07
El 113	1.66E-07	1.60E-07	0.0	0,0	5.06E-07	5.00E-07
El 123	1.67E-07	1.60E-07	0.0	0.0	9.06E-07	9.0E-07
El 138	0.0	0.0	0.0	0.0	1.01E-06	1.0E-06

Para o cálculo do erro percentual relativo, adotou-se a seguinte fórmula:

$$E\% = \frac{|X_{ana} - X_{mec}|}{X_{ana}} \cdot 100 \quad (10)$$

Sendo:

X_{ana} - Valor obtido pelo método analítico

X_{mec} - Valor obtido pelo MEC

A tabela 2 apresenta o erro percentual gerado pelo MEC em relação à formulação analítica.

Tabela 2: Erro percentual relativo da resolução pelo método analítico e pelo MEC

Elemento/Erro%	X	Y	Z
El 42	1.79 %	4.09 %	0.83%
El 113	3.76%	0.0%	1.16%
El 123	4.50%	0.0%	0.67%
El 138	0.0%	0.0%	1.45%

Observa-se que os deslocamentos obtidos pela forma analítica e com o uso do programa do MEC são aproximados, validando o uso do código caseiro.

3.2 Análise inversa

O código implementado com o MEC para a análise direta foi utilizado como subprograma de um código que emprega o AG para uma análise inversa.

O AG foi desenvolvido para o problema de otimização para obter as ações/reações no contorno de estruturas. Como visto anteriormente o método é do tipo evolutivo e não há necessidade de cálculos mais complexos.

Neste trabalho, o AG é empregado com as seguintes características:

- Cada geração possui 10 indivíduos (valor que pode ser editado pelo usuário no arquivo de entrada);
- Cromossomos binários de 14 dígitos;
- A função de aptidão para cada indivíduo é dada pela seguinte equação:

$$Z_k = \sum_{i=1}^{N_v} \left(\frac{\bar{x}_i - x_i}{x_i} \right)^2, k = 1, 2, \dots, N_p \quad (11)$$

Onde:

Z_k - o valor da função para cada indivíduo.

\bar{x}_i - distância entre dois pontos da estrutura

x_i - distância entre dois pontos calculada pelo MEC

N_v - número de medidas

N_p - número de indivíduos

- Os indivíduos são selecionados de acordo com a função de aptidão, sabendo-se que quanto menor for o valor da função de aptidão, maior a probabilidade de seleção para aplicação do crossover;
- A probabilidade de crossover entre bits dos pares de cromossomos selecionados é de 70% por cento;
- Todos os bits pertencentes aos cromossomos, são submetidos à um operador de mutação com uma probabilidade de 0,5%;
- Um processo de elitismo é empregado onde o melhor indivíduo de uma geração passa automaticamente para a próxima, assegurando que a melhor solução não seja perdida;
- Não foi adotado nenhum critério de parada, portanto o processo só é interrompido na última geração;
- O número de geração utilizado é 15;
- O programa retorna a melhor resposta de cada geração.

4 EXEMPLOS

Dois exemplos foram analisados através da modelagem de um corpo com uma malha de 512 elementos de superfície quadráticos representando um cilindro de diâmetro 0.3m e comprimento de 7.0m conforme ilustra a figura 2.

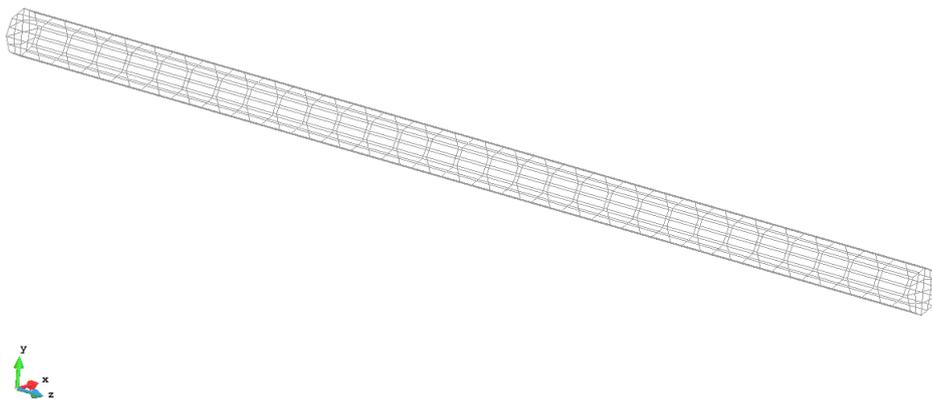


Figura 2: Malha de 512 elementos de superfície no cilindro

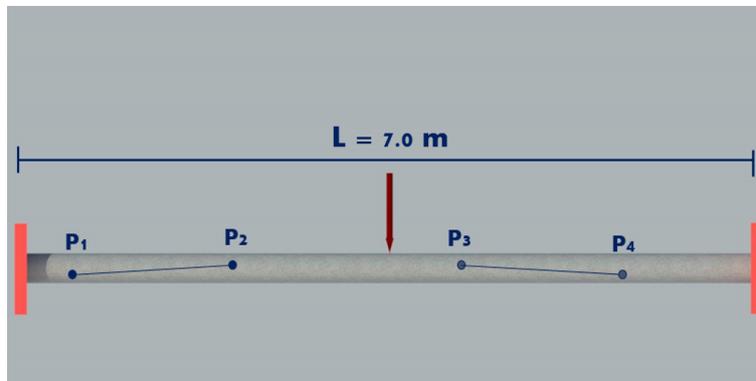
O modelo criado representa um cilindro de aço maciço com as seguintes propriedades:

- Módulo de Elasticidade: 200GPa;
- Coeficiente de Poisson: 0.32;

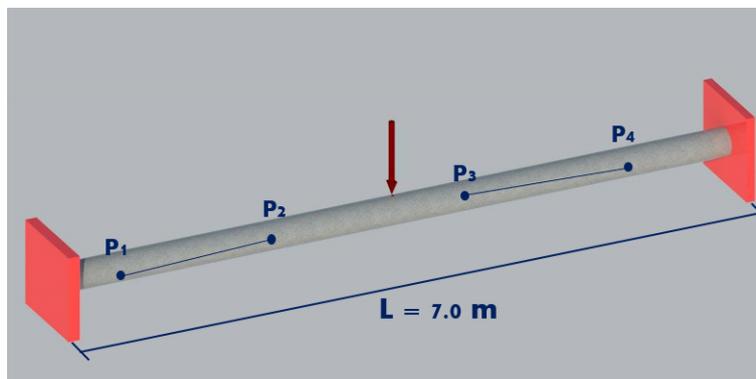
- Comprimento: 7.0m;
- Diâmetro: 0.3m;

4.1 Exemplo 1

O presente modelo estudado consiste em uma barra com suas duas extremidades engastadas e uma carga central de 17,87kN representada por uma força de superfície de 1,3MPa aplicada em 1 elemento na região central, de acordo com a figura 3.



(a) Vista Frontal



(b) Vista em Perspectiva

Figura 3: Modelo de Estudo

Para esse exemplo, duas medidas da distância relativa entre dois pontos após as deformações foram usadas para análise indireta. Os pontos P1 e P2 referem-se aos pontos nodais dos elementos 124 e 79. Já os pontos P3 e P4 referem-se aos pontos nodais dos elementos 102 e 176. Esses pontos possuem as seguintes coordenadas iniciais: (ver tabela 3)

Tabela 3: Coordenadas dos pontos nodais

Elemento/Coord.(m)	X	Y	Z
El 124	-0.11705	-7.95495E-02	0.35
El 79	-0.11705	7.95495E-02	2.21666
El 102	-1.39017E-01	2.65165E-02	4.78333
El 176	-0.11705	-7.95495E-02	6.41666

Após a aplicação da análise direta pelo MEC obteve-se os deslocamentos nos pontos nodais dos elementos. No caso do eixo z, seus deslocamentos são representados pela figura 4.

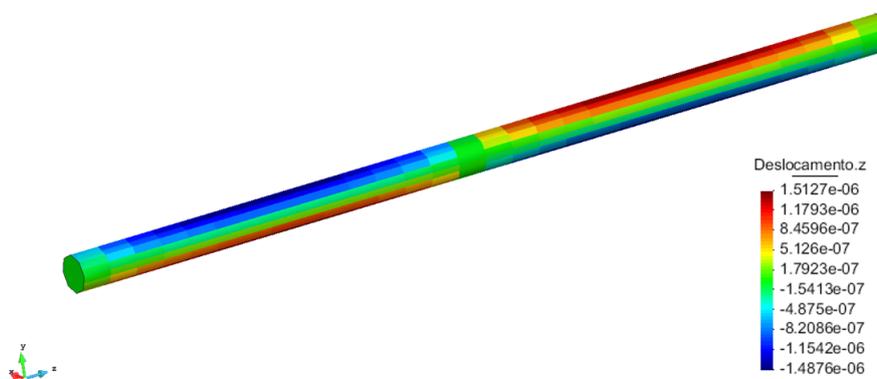


Figura 4: Deslocamentos no eixo z após aplicação da força

Os deslocamentos em seus 3 eixos nos pontos em questão são apresentados na tabela 4:

Tabela 4: Deslocamentos dos pontos nodais

Elemento/Desl.(m)	X	Y	Z
El 124	4.10952E-08	1.68990E-06	5.15342E-07
El 79	-2.07127E-08	2.27222E-05	-8.53634E-07
El 102	-3.25474E-08	2.12000E-05	2.00319E-07
El 176	1.86874E-08	3.42055E-06	-6.30118E-07

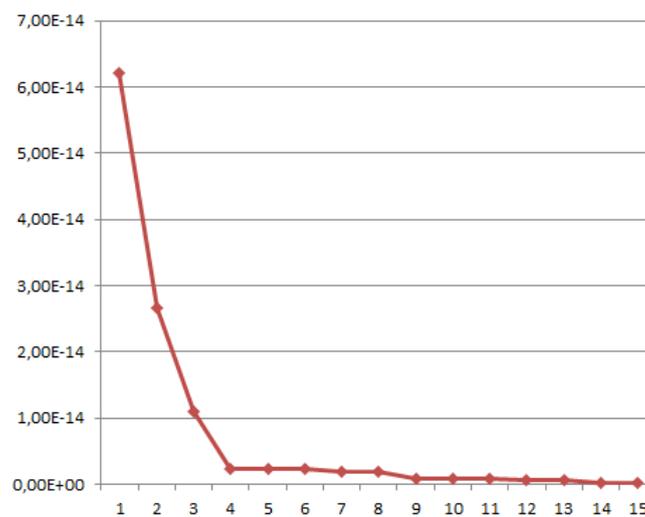
Através dos resultados de deslocamentos, a distância relativa entre os dois pontos após as deformações, simulando uma medida de campo, foi computada como dado de entrada para utilização no código com o Algoritmo Genético. Assume-se que o parâmetro a ser encontrado possui um valor mínimo de 0 e um valor máximo de 2MPa.

A tabela 5 apresenta o resultado do melhor indivíduo para cada geração.

Tabela 5: Melhor indivíduo de cada geração

Geração	Melhor Indivíduo	Valor da Função Aptidão do Melhor Indivíduo
1	1401696.88	6.22E-014
2	1233351.64	2.67E-014
3	1343099.55	1.11E-014
4	1280595.73	2.26E-015
5	1280595.73	2.26E-015
6	1280595.73	2.26E-015
7	1317463.22	1.83E-015
8	1317463.22	1.83E-015
9	1311847.64	8.44E-016
10	1311847.64	8.44E-016
11	1311847.64	8.44E-016
12	1309894.40	5.88E-016
13	1309894.40	5.88E-016
14	1294268.44	1.97E-016
15	1294268.44	1.97E-016

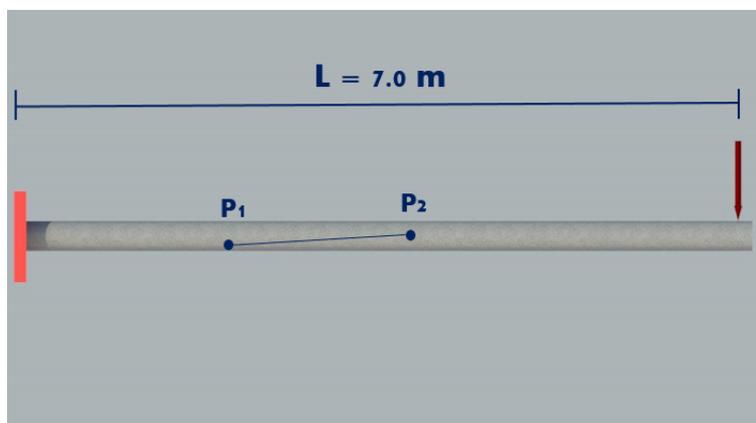
Ao plotar os resultados do valor da função aptidão do melhor indivíduo de cada geração versus o número da geração, tem-se o gráfico da figura 5.

**Figura 5: Variação do valor da função aptidão do melhor indivíduo de cada geração**

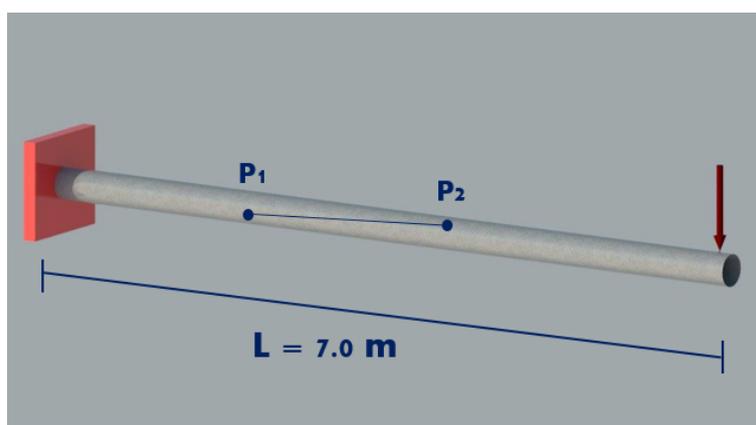
Verifica-se, pela análise dos resultados, uma evolução dos indivíduos ao longo das gerações demonstrando a validação do algoritmo. Admitindo-se o valor de 1,3MPa para a força de superfície procurada, a 15ª geração apresentou um erro percentual relativo de 0,44%. Observa-se também que a partir da 4ª geração, o algoritmo trouxe um resultado com um erro percentual relativo menor que 1,5%.

4.2 Exemplo 2

No segundo exemplo, o modelo estudado (representado na figura 6) consiste em uma barra com uma de suas extremidades engastada e uma carga concentrada de 12,37kN representada por uma força de superfície de 900kPa aplicada em um elemento na sua extremidade livre.



(a) Vista Frontal



(b) Vista em Perspectiva

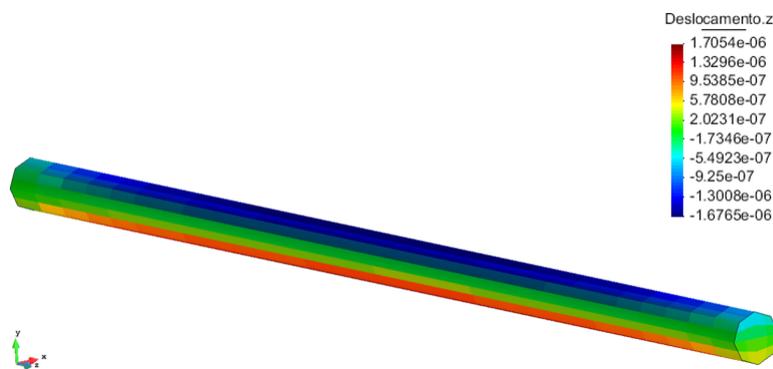
Figura 6: Modelo de Estudo

Os pontos P1 e P2 referem-se aos pontos nodais dos elementos 140 e 113 respectivamente. Esses pontos possuem as seguintes coordenadas iniciais: (ver tabela 6)

Tabela 6: Coordenadas dos pontos nodais

Elemento/Coord.(m)	X	Y	Z
El 113	-0.117049513	7.95495E-02	6.183333335
El 140	-1.17050E-01	-7.95495E-02	2.216666665

Após a aplicação da análise direta obteve-se os deslocamentos nos pontos nodais dos elementos. A seguinte figura apresenta os deslocamentos no eixo z:

**Figura 7: Deslocamentos no eixo z após aplicação da força**

A tabela 7 apresenta os deslocamentos nos pontos nodais dos elementos estudados.

Tabela 7: Deslocamentos dos pontos nodais

Elemento/Desl.(m)	X	Y	Z
El 113	4.04559E-08	7.58393E-05	-7.73757E-07
El 140	-2.88358E-09	2.3339E-05	9.87828E-07

Em seguida, assume-se que o parâmetro a ser otimizado possui um valor mínimo de 0Pa e um valor máximo de 2MPa e assim como no primeiro exemplo, por meio desses resultados de deslocamentos, a distância relativa entre os dois pontos após as deformações, simulando uma medida de campo, foi computada como dado de entrada para utilização no código com a análise inversa. Assim, o resultado do melhor indivíduo de cada geração com seu respectivo valor de função aptidão é apresentado na tabela 8.

Tabela 8: Melhor indivíduo de cada geração

Geração	Melhor Indivíduo	Valor da Função Aptidão do Melhor Indivíduo
1	974546.78	5.17E-015
2	974546.78	5.17E-015
3	951107.85	2.43E-015
4	939266.31	1.43E-015
5	939266.31	1.43E-015
6	908014.40	5.97E-017
7	908014.40	5.97E-017
8	908014.40	5.97E-017
9	908014.40	5.97E-017
10	908014.40	5.97E-017
11	908014.40	5.97E-017
12	908014.40	5.97E-017
13	899957.27	1.70E-21
14	899957.27	1.70E-21
15	899957.27	1.70E-21

O gráfico da figura 8 apresenta os resultados do valor da função aptidão do melhor indivíduo de cada geração versus número da geração.

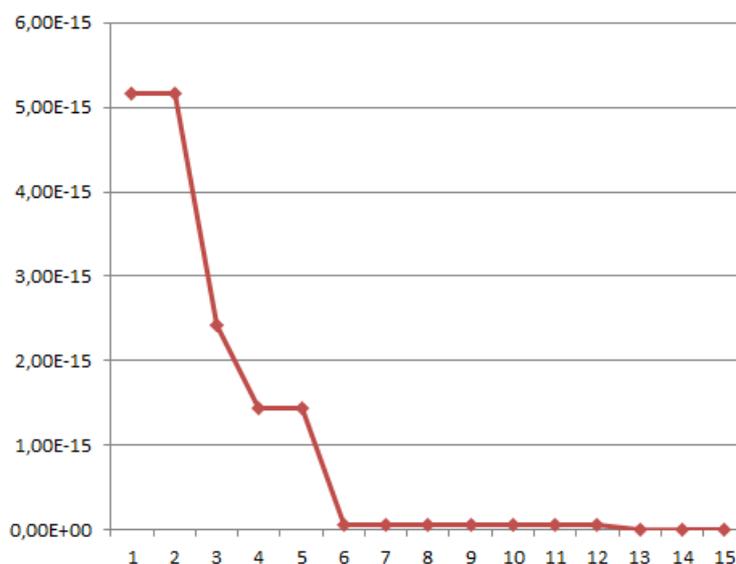


Figura 8: Variação do valor da função aptidão do melhor indivíduo de cada geração

Assim como no exemplo anterior, ao avaliar os resultados ao longo das gerações, verificou-se uma evolução dos indivíduos em cada ciclo demonstrando novamente a validação do algoritmo. Sendo a força superficial procurada com valor de 900kPa, a 15ª geração trouxe um erro percentual relativo de 0.004748%. Observa-se também que já na 6ª geração o algoritmo já trouxe um resultado aproximado com um erro percentual relativo de 0.89%.

CONCLUSÕES

Com a aplicação da análise inversa através do acoplamento dos Algoritmos Genéticos e do Método dos Elementos de Contorno nos exemplos propostos, foi possível verificar o comportamento dessa técnica otimização onde os resultados se mostraram satisfatórios. Com apenas 15 gerações e população inicial de 10 pessoas, os resultados encontrados tanto no primeiro como no segundo exemplo apresentaram um erro relativo percentual menor que 0.5%. Essa técnica demonstra portanto, potencial uso na tomada de decisões importantes sobre o comportamento e estabilidade de estruturas, calibrando-se um modelo matemático com base em parâmetros reais obtidos em campo através de instrumentação. Outro ponto a ser observado é a eficiência do processo, pois para a busca de um parâmetro (Força de Superfície), a aplicação da ferramenta desenvolvida aproximou a solução chegando a valores próximos do buscado com a análise de aproximadamente 150 possíveis soluções em um universo de 16536 soluções. Isto corresponde a apenas 0.907% de todo espaço de soluções.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à CAPES, ao CNPQ e à Petrobras (P&D 6000.0095790.15.9 “Dutos - Avaliação da segurança mecânica de linhas de transporte com base no monitoramento dos carregamentos em dutos e movimentação de solos.”) pelo apoio técnico e financeiro.

REFERENCIAS

- Beer, G., Ian, S., & Duenser, C., 2008. *The Boundary Element Method with Programming*. SpringerWienNewYork.
- Brebbia, C. A., & Dominguez, J., 1992. *Boundary Elements An Introductory Course*. Mc Graw-Hill.
- Coley, D. A., 1999. *An Introduction to Genetic Algorithms for Scientists and Engineers*. World Scientific.
- Goldberg, D. E., 1989. *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. Addison-Wesley.
- Katsifarakis, K. L., & Petala, Z., 2006. Combined use of genetic algorithms and boundary elements to optimize coastal aquifers management. *Journal of Hydrology*, vol 327, pp. 200-207.
- Kita, E., & Tanie, H., 1997. Shape optimization of continuum structures by genetic algorithm and boundary element method *Engng. Anal. Bound. Elem.*, 19, pp.129-136.
- Melanie, M., 1996. *An Introduction to Genetic Algorithms*. Bradford Book.

Miltiadou, P., & Wrobel, L. C., 2002. A BEM-based genetic algorithm for identification of polarization curves in cathodic protection systems. *Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol 54 ,pp.159-174.

Pacheco, M. A. C., 1999. *Algoritmos Genéticos: princípios e aplicações*. www.ica.ele.puc-rio.br.

Timoshenko, S. P., & Goodier, J. N., 1980. *Teoria da Elasticidade*. Guanabara Dois.