



XXXVII IBERIAN LATIN AMERICAN CONGRESS
ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING
BRASÍLIA - DF - BRAZIL

APLICAÇÃO DE REDES NEURAIIS ARTIFICIAIS NA OTIMIZAÇÃO DE PLACAS LAMINADAS

Jorge Artur França de Mendonça

Evandro Parente Junior

Antônio Macário Cartaxo de Melo

Elias Saraiva Barroso

jorgeartur.f@gmail.com

evandro@ufc.br

macario@ufc.br

elias.barroso@gmail.com

Universidade Federal do Ceará

Anselmo Cardoso de Paiva

paiva@deinf.ufma.br

Universidade Federal do Maranhão

Resumo. A utilização de técnicas de otimização ao projeto de estruturas reais tem sido limitada pelo alto custo computacional da análise estrutural, normalmente realizada através do Método dos Elementos Finitos. A fim de evitar este problema, este trabalho apresenta uma estratégia de metamodelagem, usando Redes Neurais Artificiais (RNA), do comportamento de placas laminadas de material compósito reforçado por fibras. Esta estratégia é utilizada na otimização de uma placa laminada compósita. O hipercubo latino é usado como técnica de amostragem. Após o treinamento, as redes foram utilizadas para aproximar o cálculo da segurança à flambagem das placas durante a otimização. Os resultados obtidos mostraram que uma aproximação adequada foi obtida, levando à mesma solução ótima obtida utilizando a solução exata.

Palavras-chaves: Otimização estrutural, Redes Neurais Artificiais, Materiais Compósitos.

1 INTRODUÇÃO

Na otimização de problemas de engenharia, é muito comum a utilização de algoritmos metaheurísticos, como os Algoritmos Genéticos (AGs) e Nuvem de Partículas (*Particle Swarm Optimization* - PSO). Estes algoritmos são métodos de buscas estocásticas capazes de encontrar o ótimo global de um problema com múltiplos ótimos locais, além da capacidade de resolver problemas de otimização com variáveis discretas e funções descontínuas e não diferenciáveis (Arora, 2004; Bratton e Kennedy, 2007).

Esses algoritmos possuem diversas vantagens em relação aos algoritmos baseados em gradientes (programação matemática), como a capacidade de trabalhar com variáveis discretas e de otimizar funções descontínuas. O problema de se trabalhar com esses algoritmos é que, apesar de robustos, eles requerem muitas análises estruturais.

Atualmente, a maioria das estruturas reais é analisada utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF). Este método permite a consideração de efeitos dinâmicos e não lineares. Contudo, possui um custo computacional elevado, como explica Simpson et al. (2001) ao dizer que uma análise por MEF pode durar horas. Como os algoritmos de otimização requerem um grande número de análises, o custo computacional pode ser proibitivamente alto, inviabilizando a aplicação de técnicas de otimização.

Uma forma de evitar este problema é substituir o modelo de alta fidelidade, baseado no MEF, por um metamodelo ou modelo substituto (*surrogate model*), de acordo com Wang e Shan (2006). O metamodelo irá aproximar a resposta do modelo de alta fidelidade com um custo computacional inferior. Existem diversas técnicas de metamodelagem, como a Superfície de Resposta, Redes Neurais Artificiais (RNA), Kriging, Funções de Base Radial (*Radial Basis Function* - RBF) e Máquina de Vetor Suporte (MVS).

Berthelemy e Haftka (1993) apresentam uma discussão da utilização dos conceitos de aproximação (Redes Neurais Artificiais e Superfície de Resposta) no projeto ótimo. Uma revisão e comparação entre os métodos pode ser encontrado em Simpson et al. (2001) que apontam algumas recomendações para o uso dos metamodelos e algumas armadilhas que devem ser evitadas.

Forrester e Keane (2009) fazem uma apresentação dos avanços dos modelos substitutos (Kriging, RBF, MVS). Algumas aplicações da técnica de Kriging podem ser encontradas em: Leary et al. (2004), que utilizaram esta técnica para otimizar problemas complexos; Souza et al. (2010) que aplicaram o Kriging em problemas de gerenciamento de reservatórios; e Gaspar et al. (2014), onde essa técnica foi aplicado em problemas de reabilitação estrutural.

Quanto às técnicas de Máquina de Vetor Suporte para Regressão (MVSR) e RBF, pode-se citar: Jayawardena e Fernando (1998) que usaram RBF em uma rede neural e aplicaram em simulações de escoamento em sistema hidrológico; Tiago e Leitão (2002) aplicaram RBF em problemas unidimensionais de engenharia, como treliças e vigas; Awruch et al. (2010) utilizaram RBF na construção de um metamodelo de painéis sujeitos a flambagem; Pan et al. (2010) aplicaram as técnicas de MVSR na otimização de um carro sujeito à colisões e, por fim, Pal e Deswal (2011) utilizaram MVSR para analisar a resistência ao cisalhamento em vigas altas.

Um problema que vem ganhando interesse é a otimização de estruturas laminadas feitas de material compósito reforçado por fibras. Isso porque, em geral, não existe solução analítica para estruturas mais específicas, como o caso de placas com geometria não retangular ou com furos.

Em problemas desse tipo se faz necessário a aplicação do Método dos Elementos Finitos (MEF) que pode demandar elevado tempo de execução.

Tendo em vista a vasta usabilidade desse tipo de estrutura e as dificuldades de otimização inerentes, o uso de modelos substitutos, combinados com AGs e PSO, pode se tornar de grande valor. Sendo assim, neste artigo é apresentada uma metodologia para otimização de placas laminadas baseadas no uso de Redes Neurais Artificiais.

2 MATERIAIS COMPÓSITOS LAMINADOS

Os compósitos reforçados por fibras são formados pela combinação de fibras de alta resistência (e.g. fibras de carbono ou vibro) envolvidas por uma matriz polimérica (e.g. resina epóxi). As fibras consideradas neste trabalho são unidirecionais, assim os compósitos formados por estas apresentam desempenho mecânico superior na direção das fibras. Uma estrutura laminada é obtida pelo empilhamento de várias camadas de compósitos, de modo a se obter características estruturais eficientes, como ilustrado na Fig. 1.

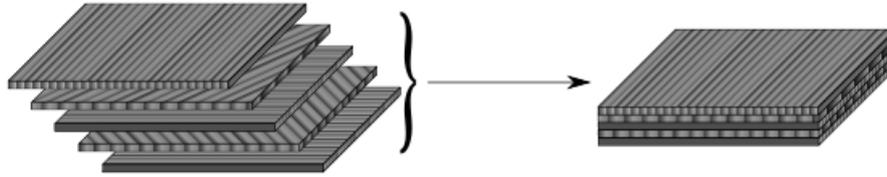


Figura 1. Compósito Laminado (Barroso, 2015).

O comportamento mecânico da lâmina pode ser analisado macroscopicamente como um material ortotrópico. Assim, o material resultante da estrutura laminada pode apresentar comportamento anisotrópico. Este tipo de abordagem é classificada na literatura como uma abordagem *macromecânica* (Daniel e Ishai, 2006), pois trata o compósito como um material homogêneo resultante, ao invés de considerar fibra e matriz separadamente.

O comportamento mecânico do laminado é obtido em função de cada lâmina do compósito. Neste trabalho, é utilizada a Teoria Clássica da Laminação, que é descrita na próxima seção.

2.1 Teoria Clássica da Laminação

A Teoria Clássica da Laminação (TCL) utiliza as premissas da teoria de placa de Kirchhoff. A relação tensão-deformação de uma lâmina é dada por:

$$\boldsymbol{\sigma}_1 = \mathbf{Q} \boldsymbol{\varepsilon}_1 \rightarrow \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (1)$$

onde $\boldsymbol{\sigma}_1$ e $\boldsymbol{\varepsilon}_1$ são, respectivamente, as tensões e deformações no sistema local da lâmina e \mathbf{Q} é a matriz constitutiva do compósito. Os termos da matriz constitutiva são dados por:

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}; \quad Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}; \quad Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}; \quad Q_{66} = G_{12} \quad (2)$$

onde E_1 é o módulo de elasticidade na direção das fibras, E_2 é o módulo de elasticidade na direção perpendicular às fibras, G_{12} é o módulo de cisalhamento do compósito e ν_{12} é o coeficiente de Poisson do compósito.

Uma transformação de eixos é realizada para obter a relação tensão- deformação no sistema de eixos do laminado. Uma matriz de transformação \mathbf{T} é definida para cada lâmina considerando a orientação das fibras desta em relação ao eixo do laminado, dada por:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -\sin \theta \cos \theta \\ -2 \sin \theta \cos \theta & 2 \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \quad (3)$$

Assim matriz constitutiva da lâmina no sistema do laminado é:

$$\bar{\mathbf{Q}} = \mathbf{T}^T \mathbf{Q} \mathbf{T} \quad (4)$$

e a relação tensão-deformação no sistema do laminado é:

$$\boldsymbol{\sigma} = \bar{\mathbf{Q}} \boldsymbol{\varepsilon} \quad (5)$$

Considerando as hipóteses da TCL, as deformações em planos paralelos ao da superfície média do laminado são dadas por:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_m + z \boldsymbol{\kappa} \quad (6)$$

onde $\boldsymbol{\varepsilon}_m$ representa as deformações de membrana e $\boldsymbol{\kappa}$ representa as curvaturas do laminado. Os esforços resultantes (forças e momentos) são obtidos integrando as tensões ao longo da espessura t do laminado:

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-t/2}^{t/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} dz \quad \text{e} \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-t/2}^{t/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} z dz \quad (7)$$

Utilizando as Eq. (5) e Eq.(7), a relação entre os esforços internos e deformações pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_m \\ \boldsymbol{\kappa} \end{bmatrix} \quad (8)$$

onde \mathbf{A} é a matriz de rigidez de membrana, \mathbf{D} é a matriz de rigidez à flexão e \mathbf{B} é matriz de acoplamento membrana-flexão. Tais matrizes são avaliadas pelas expressões:

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{ij}^k (z_{k+1} + z_k); \quad B_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^n \bar{Q}_{ij}^k (z_{k+1}^2 - z_k^2)}{2}; \quad D_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^n \bar{Q}_{ij}^k (z_{k+1}^3 - z_k^3)}{3} \quad (9)$$

É importante observar que em laminados simétricos, a matriz \mathbf{B} é nula, desacoplando as respostas de membrana e de flexão.

3 PROJETO DE EXPERIMENTOS E METAMODELAGEM

Han e Zhang (2012) afirmam que na construção de um metamodelo o Projeto de Experimentos (*Design of Experiments - DoE*) é comumente utilizado para determinar a localização de pontos de uma amostra no espaço de projeto.

Uma técnica simples de amostragem é a geração aleatória dos pontos, pois permite o controle direto do tamanho da amostra. Embora seja simples, esta abordagem nem sempre fornece uma amostra de qualidade, pois pode deixar espaços do domínio sem representação adequada, como ilustrado na Fig. 2.

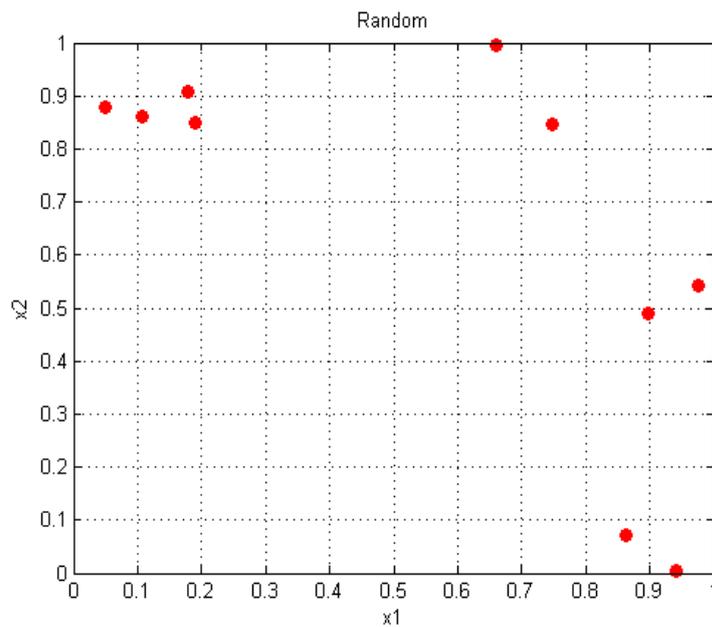


Figura 2. Amostra obtida de forma aleatória para 10 pontos.

Neste trabalho é utilizada a técnica do Hipercubo Latino (HL), em que as amostras são geradas de forma estratificada (Frisso et al., 2011). O HL divide o domínio em faixas com igual probabilidade de representação e seleciona um ponto em cada uma dessas faixas. Esse procedimento garante a representação de todo o espaço amostral. Viana (2013) mostra, a proposta inicial, do HL é usar um processo aleatório para determinar a posição dos pontos, em cada faixa, que irão compor a amostra.

O HL é muito utilizada por permitir uma amostragem sem redundâncias e inferências, além de apresentar flexibilidade, podendo gerar amostras de duas formas: com os pontos centrados em cada faixa do domínio, Fig. 3(a), ou alocados de forma aleatória, como mostra a Fig. 3(b). Comparando as amostragens das Fig. 2 e Fig. 3, percebe-se que o HL cobre melhor o espaço amostral que a amostragem aleatória, utilizando o mesmo número de pontos.

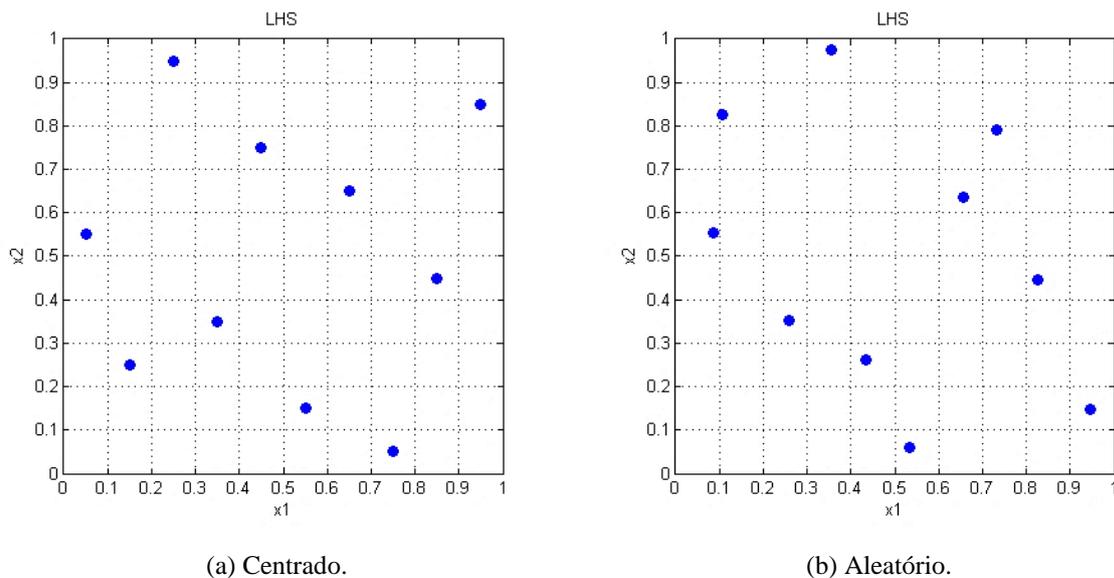


Figura 3. Amostra obtida pelo Hipercubo Latino.

3.1 Metamodelagem

Um metamodelo consiste em um modelo aproximado e computacionalmente eficiente utilizado para substituir a solução exata ou um modelo de alta fidelidade do problema (Simpson et al., 2001). Segundo Wang e Shan (2006), as técnicas de metamodelagem desenvolveram-se por meio da estatística, matemática, ciência da computação e engenharia, com o objetivo de substituir simulações complexas e demoradas por modelos mais simples e eficientes. Os metamodelos são também conhecidos como modelos substitutos (*surrogate models*).

De acordo com Simpson et al. (2001), hoje a maior parte das análises de engenharia consiste em executar códigos complexos em computadores, com objetivo de obter um conjunto de respostas (\mathbf{y}) para um conjunto de variáveis de entrada (\mathbf{x}). Isto porque as análises numéricas dos problemas de engenharia feitas por meio do Método dos Elementos Finitos (MEF), que hoje é uma das principais ferramentas de análise, não fornecem diretamente uma relação explícita da forma $\mathbf{y} = f(\mathbf{x})$. É importante ressaltar que a análise por MEF se torna onerosa para problemas complexos, principalmente quando incorpora efeitos dinâmicos e não lineares.

A abordagem básica é construir um modelo aproximado a partir do modelo original de alta fidelidade, que seja mais eficiente na execução e ainda possa encontrar uma relação funcional na forma $\mathbf{y} = f(\mathbf{x})$. Essa aproximação é dada por $\hat{\mathbf{y}} = g(\mathbf{x})$, sendo $\mathbf{y} = \hat{\mathbf{y}} + \text{erro}$. É importante notar que o *erro* é determinante para obtenção de uma aproximação adequada. As maneiras de encontrá-lo são discutidas mais adiante.

Assim, a ideia da metamodelagem é ensinar o computador a “pensar” de maneira similar à função que será substituída. Esse ensinamento, de acordo com Duda et al. (2000) e Haykin (2001), se divide em dois grandes grupos: o aprendizado supervisionado e o não supervisionado.

O aprendizado supervisionado é caracterizado pela presença de um “treinador” que avaliará as respostas do metamodelo. Para tal, se faz necessário iniciar o treinamento com uma amostra pré-estabelecida (obtida pela avaliação do modelo de alta fidelidade). De posse dessas informações, o metamodelo, na etapa final de treinamento, fornecerá uma resposta (*output*) que

será comparada com a resposta certa (*target*), fornecida pela função ou etapa que pretende-se substituir. Já no aprendizado não-supervisionado, ao contrário do primeiro, não há “treinador”, ou seja, um conjunto de respostas pré-estabelecidas que auxiliará no treinamento. Nessa situação o metamodelo precisará mensurar, de maneira independente, os valores dos parâmetros que fornecerão a melhor resposta (Coppin, 2013; Haykin, 2001).

3.2 Redes Neurais Artificiais

Haykin (2001) define as redes neurais como sendo um processador maciço, trabalhando com uma estrutura altamente paralelizada, que tem uma disposição natural a aprender e tornar esse aprendizado disponível para uso. O autor afirma ainda que uma rede neural se assemelha ao cérebro humano em dois aspectos: (a) o conhecimento da RNA ocorre através de um processo de aprendizagem e (b) pesos sinápticos são utilizados para armazenar o conhecimento adquirido. Desse modo, pode-se dizer que a RNA é uma técnica de aprendizagem de máquina (*machine learning*) desenvolvida com o intuito de “imitar” a capacidade de aprendizado de um cérebro humano.

As RNAs mais comuns, segundo Simpson et al. (2001), são as de múltiplas camadas (*Multilayer Perceptron - MLP*), visto que são capazes de resolver problemas não-lineares, diferentemente dos perceptrons simples (ou de uma camada). Alguns autores, como Nicholas et al. (2016), Koide et al. (2015) e Cardozo et al. (2011), já utilizaram metamodelos baseados nessa técnica para problemas de placas laminadas.

Neste trabalho, optou-se por utilizar uma rede MLP alimentada adiante (*feed forward*). Um exemplo desse modelo é apresentado na Fig. 4.

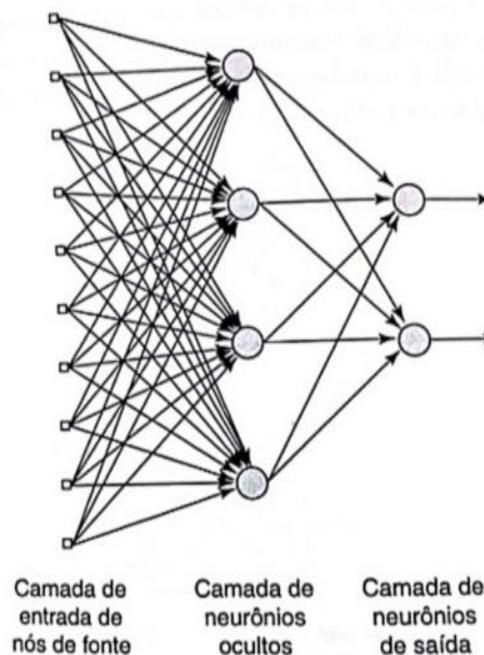


Figura 4. MLP com alimentação adiante (Haykin,2001).

Uma RNA precisa passar por um processo de aprendizagem, seja ele supervisionado ou não, onde será determinado o vetor de pesos sinápticos que minimizará o erro do metamodelo. O erro de aproximação, no neurônio j , é expresso por:

$$e_i = y_i - \hat{y}_i \quad (10)$$

Como o objetivo do metamodelo é aproximar o resultado esperado do resultado calculado, ou seja, minimizar o erro, normalmente utiliza-se o erro quadrático médio: (*Mean Square Error - MSE*):

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (11)$$

onde n é o número de pontos avaliados.

O processo de minimização do erro resulta, segundo Haykin (2001), na regra delta (regra de Widrow-Hoff). Nessa regra, o ajuste Δw_{ji} aplicado ao peso sináptico w_{ji} é dado por:

$$\Delta w_{ij} = \eta e_i x_j \quad (12)$$

onde η é a taxa de aprendizado.

Pelo algoritmo de retropropagação (*back propagation*), a correção aplicada ao peso sináptico conectado do neurônio i ao neurônio j é proporcional à derivada do erro em relação ao peso:

$$\Delta w_{ij} = \eta \frac{\partial e}{\partial w_{ij}} \quad (13)$$

Uma explicação mais detalhada desse algoritmo pode ser encontrado em Haykin (2001).

4 MODELO DE OTIMIZAÇÃO

O problema tratado neste trabalho consiste na otimização de uma placa laminada quadrada sujeita a um carregamento biaxial, conforme ilustrado na Fig. 5. A escolha desse modelo ocorreu pelo fato de já existir uma solução exata para ele, facilitando a avaliação da rede neural na otimização do problema.

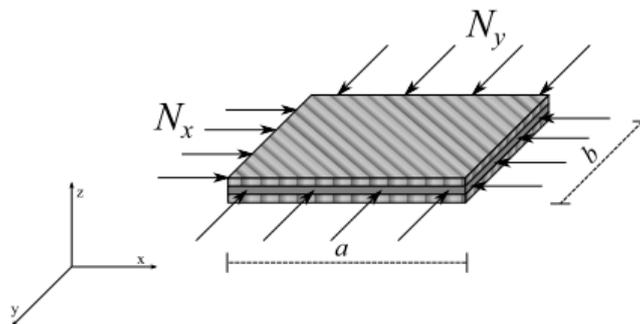


Figura 5. Placa laminada sujeita a carregamento biaxial (Barroso, 2015).

Para uma placa laminada retangular simplesmente apoiada, o fator de segurança à flambagem (λ_{cr}) é dado pelo mínimo da seguinte equação (Reddy, 1996):

$$\lambda_{cr}(p, q) = \pi^2 \frac{\left[D_{11} \left(\frac{p}{a} \right)^4 + 2(D_{12} + 2D_{66}) \left(\frac{p}{a} \right)^2 \left(\frac{q}{b} \right)^2 + D_{22} \left(\frac{q}{b} \right)^4 \right]}{\left(\frac{p}{a} \right)^2 + k \left(\frac{q}{b} \right)^2} \quad (14)$$

onde p e q são o número de meias ondas nos eixos x e y , respectivamente, e $k = N_y/N_x$, onde, para $k = 0$, tem-se um carregamento uniaxial e para $k = 1$, um carregamento biaxial com magnitude $N_y = N_x$. Neste trabalho, o fator de segurança mínimo foi realizado considerando valores de p e q variando de 1 a 20, sendo considerado o menor valor obtido como o fator de segurança devido à flambagem.

Como é comum no projeto de estruturas laminadas, serão utilizados o mesmo material e a mesma espessura para todas as lâminas. Assim, as variáveis de projeto são as orientações das fibras em cada lâmina. O objetivo do problema de otimização é determinar o esquema de laminação que maximiza a carga à flambagem da placa laminada. Matematicamente:

Determinar $\mathbf{x} = [\theta_1, \dots, \theta_{nv}]$ que

Maximiza λ_{cr} (15)

com $90 < \theta_i \leq 90$

Nesta equação, nv representa o número de variáveis de projeto e λ_{cr} representa o fator de segurança à flambagem. Serão consideradas laminações balanceadas-simétricas. Neste caso, o número de lâminas ($nlam$) é igual a quatro vezes o número de variáveis de projeto (nv). Por exemplo, um conjunto de variáveis $\mathbf{x} = [\theta_1, \theta_2]$ representa o laminado $\mathbf{x} = [\theta_1, -\theta_1, \theta_2, -\theta_2]_s$.

O problema de otimização será resolvido utilizando o *Bio-Inspired Optimization System* (BIOS), que é um programa de otimização, em linguagem C++, desenvolvido no Laboratório de Mecânica Computacional e Visualização (LMCV) da Universidade Federal do Ceará. O BIOS permite uma otimização usando algoritmos bio-inspirados como os Algoritmos Genéticos (AGs) e Nuvem de Partículas (*Particle Swarm Optimization* - PSO).

A solução analítica dada pela Eq. (14) permite o cálculo rápido da carga de flambagem desta placa, não sendo necessário o uso de modelos substitutos para viabilizar a otimização deste problema. Por outro lado, a existência da solução analítica torna este problema ideal para verificar a utilização das RNA's como um metamodelo para a otimização de estruturas laminadas.

Assim, para cada exemplo a ser otimizado é criada uma rede neural alimentada adiante (*feed forward*) com uma camada escondida. O processo de construção da rede é apresentado na Fig. 6.

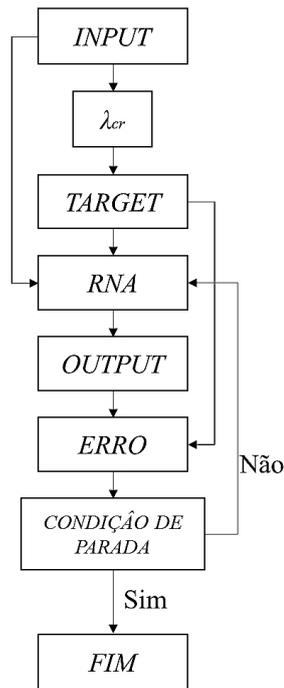


Figura 6. Fluxograma da criação da rede.

O treinamento da rede foi feito utilizando o toolbox de redes neurais do MATLAB (Beale et al., 2016), e a arquitetura sofreu variação para cada exemplo estudado.

5 EXEMPLO NUMÉRICO

No presente tópico serão apresentados dois exemplos de otimização de placa laminada submetida ao carregamento biaxial ($k=1$), com laminação balanceada-simétrica. As características do material adotado e da geometria da placa estão apresentadas na Tabela 1. Inicialmente, são consideradas duas variáveis de projeto, Exemplo 1, o que corresponde a um laminado simétrico-balanceado com 8 lâminas e em seguida, Exemplo 2, consideram-se 16 lâminas.

Tabela 1. Características do material e geometria da placa.

Geometria (m)			Material: Carbono-Epóxi			
a	b	Espessura	E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	G_{12} (GPa)	ν_{12}
0.508	0.508	1.272e-4	130.71	6.36	4.18	0.32

Para a criação das redes, considerou-se como função de ativação da camada oculta, a função tangente hiperbólica. Para a camada de saída, foi considerada a função linear (visto que o problema é de regressão). As redes foram configuradas e treinadas com 1000 épocas e a amostragem foi realizada através do hipercubo latino.

5.1 Exemplo 1 – Placa com 8 lâminas

Para esse primeiro caso, considerou-se uma rede com 15 neurônios na camada escondida, conforme apresentado na Fig. 7, e a amostra foi de 300 pontos. Vale salientar que para esse exemplo, os valores possíveis para o ângulo das fibras sofreu variação de $\Delta\theta = 5^\circ$.

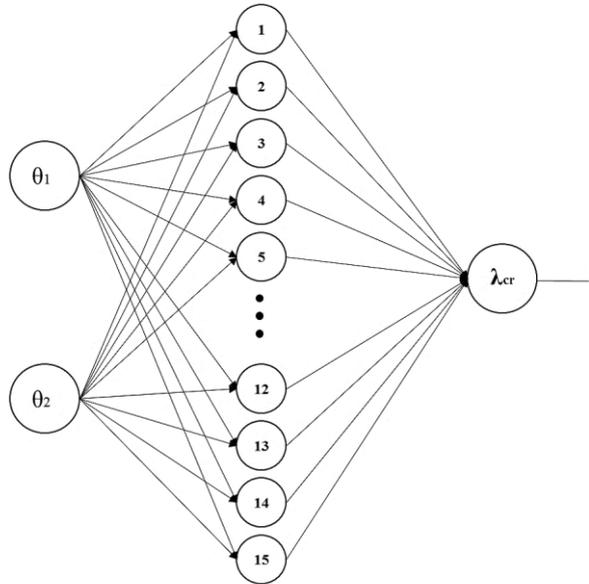


Figura 7. Arquitetura da rede utilizada.

Realizando o procedimento descrito na seção anterior, após o treinamento, a rede foi avaliada para 10 pontos. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 2 e representados graficamente na Fig. 8. Estes erros obtidos foram aceitáveis para fins de otimização, com o erro máximo sendo aproximadamente igual a 6%.

Tabela 2. Resultados de validação.

Laminação	λ_{exato}	λ_{RNA}	Erro (%)
$[0_4]_s$	212,83	226,44	6,01042
$[0_2 \pm 15]_s$	227,67	240,15	5,19675
$[\pm 15 90_2]_s$	309,22	301,65	-2,5095
$[\pm 45 0_2]_s$	438,08	434,66	-0,7868
$[\pm 30 \pm 60]_s$	413,54	416,08	0,61046
$[\pm 75 90_2]_s$	309,21	299,28	-3,31800
$[\pm 45 90_2]_s$	438,08	443,76	1,27997
$[\pm 45 \pm 30]_s$	456,49	455,13	-0,2988
$[\pm 30 90_2]_s$	395,13	394,9	-0,0582
$[\pm 30 0_2]_s$	395,13	398,05	0,73358

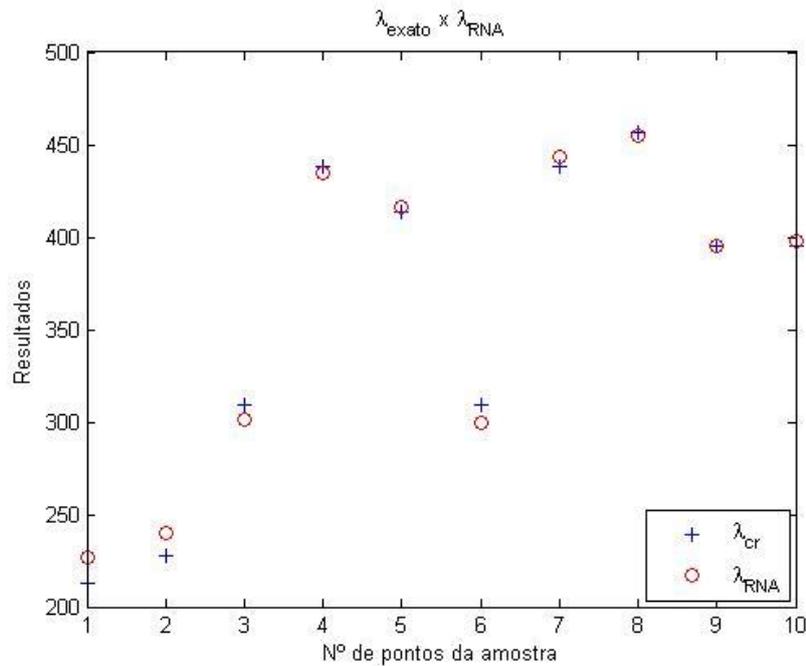


Figura 8. Gráfico de simulação entre λ_{exato} e λ_{RNA} .

A Fig. 9 apresenta as superfícies de resposta exata e a calculada pela RNA. Verifica-se que as duas respostas são qualitativamente similares, com a RNA apresentando capacidade de capturar o comportamento global do problema.

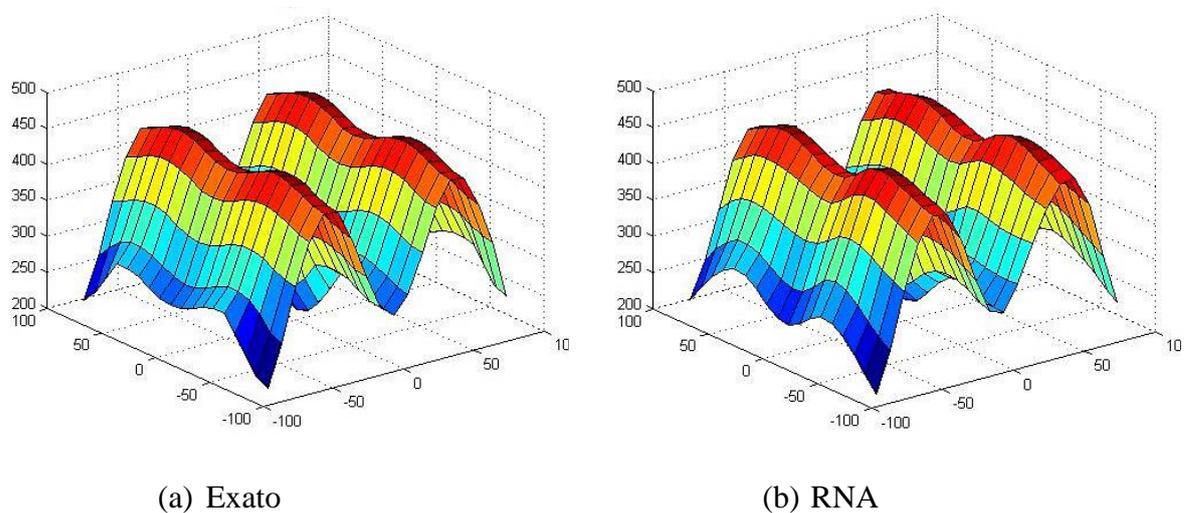


Figura 9. Superfície de resposta.

A otimização foi realizada pelo AG com operadores de laminados implementado no BIOS (Rocha, 2013). Foram utilizados 60 indivíduos e 60 gerações na otimização, com probabilidade de cruzamento igual a 90%, probabilidade de mutação igual a 5% e probabilidade de troca de lâmina (*swap*) igual a 5%. Vale citar que foi utilizado a Engine API C do MATLAB

(MathWorks, Inc., 2011) para fazer a comunicação do BIOS (escrito em C++) com o MATLAB. Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela 3.

Tabela 3. Resultado da otimização da RNA.

Laminação	λ_{Exato}	λ_{RNA}	Erro(%)
[45 -45 45 -45] _s	462,63	458,77	-0,84

Apesar de haver uma pequena diferença nas cargas críticas máximas obtidas, tendo a RNA fornecido um valor ligeiramente inferior ao exato, a mesma laminação ótima foi encontrada tanto usando a solução exata quanto utilizando a RNA.

5.2 Exemplo 2 – Placa com 16 lâminas

O exemplo em questão aplica-se para uma placa laminada com um total de 16 lâminas, o que se traduz em 4 variáveis independentes, haja vista que a laminação é balanceada-simétrica. Para esse exemplo foram treinadas três redes neurais, todas com uma camada escondida. O número de neurônios e de pontos na amostra são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4. Amostra e arquitetura das redes neurais.

Rede	Amostra	Arquitetura*
1	360	[4 – 10 – 1]
2	360	[4 – 12 – 1]
3	720	[4 – 15 – 1]

*[x – y – z] = x neurônios na camada de entrada, y na escondida e z na de saída.

Como é possível perceber, o aumento da quantidade de neurônios da camada escondida tornou necessário aumentar o tamanho da amostra para o treino da Rede 3, visto que a saída dessa rede não fornecia um resultado adequado.

Inicialmente, as redes foram utilizadas na otimização da placa considerando uma variação de $\Delta\theta = 45^\circ$ no ângulo de laminação. Adicionalmente, a Rede 2 foi utilizada na otimização considerando $\Delta\theta = 5^\circ$. Os resultados obtidos, na otimização, são apresentados na Tabela 5. Além disso, a Tabela 6 apresenta a comparação das cargas de flambagem exata e aproximada por cada rede após o processo de otimização, vale ressaltar que a laminação ótima, para a Eq. (14), foi $[\pm 45_4]_s$.

Tabela 5. Laminação obtida na otimização da RNA.

Rede	Arquitetura	Laminação	λ_{crRNA}
1	[4 – 10 – 1]	$[\pm 45_3 90_2]_s$	3694,972
2	[4 – 12 – 1]	$[\pm 45_2 50 20]_s$	3708,013
2	[4 – 12 – 1]	$[\pm 45_3 0_2]_s$	3706,65
3	[4 – 15 – 1]	$[\pm 45_3 90_2]_s$	3697,473

Tabela 6. Comparação entre os resultados otimizados.

Rede	Arquitetura	Laminação	λ_{CRNA}	λ_{CREXA}	Diferença (%)
1	[4 – 10 – 1]	$[\pm 45_3 90_2]_s$	3694,972	3701,042	0,164
2	[4 – 12 – 1]	$[\pm 45_2 50 20]_s$	3708,013	3701,042	-0,188
2	[4 – 12 – 1]	$[\pm 45_3 0_2]_s$	3706,65	3701,042	-0,152
3	[4 – 15 – 1]	$[\pm 45_3 90_2]_s$	3697,473	3701,042	0,096

Percebe-se que os erros foram bem pequenos nas duas situações, menor que 1%, ou seja, a laminação ótima que o metamodelo encontrou fornece um valor próximo do ótimo da função real. Nesse caso, a divergência nas laminações ocorreu pelo fato de se trabalhar com técnicas aproximadas. Por fim, a rede que apresentou melhor configuração otimizada foi a Rede 3, com erro de aproximadamente 0,1%, e laminação $[\pm 45_3 90_2]_s$. Dessa forma, o metamodelo, apesar da diferença na laminação ótima, forneceu uma solução para a função objetivo próxima da solução real e isso, em termos de Engenharia, é aceitável pois é uma metodologia aproximada, que permite reduzir o custo computacional frente às técnicas usais que envolvem MEF.

6 CONCLUSÃO

Esse artigo tratou do uso de metamodelos, baseados em Redes Neurais Artificiais, para aproximar a resposta de mecânica de estruturas laminadas durante a otimização destas estruturas. O problema considerado foi o de maximização da carga crítica de uma placa com laminação balanceada-simétrica, *a priori*, com 8 lâminas e em seguida com 16 lâminas. As RNAs foram criadas com uso do toolbox de redes neurais do MATLAB, e otimizada pelo BIOS. Os resultados obtidos mostram que uma rede bem treinada pode substituir uma formulação mais complexa e computacionalmente mais cara. Este artigo apresenta uma pesquisa em desenvolvimento. Nessa primeira etapa, buscou-se entender a filosofia do metamodelo e a funcionalidade da rede em conjunto com BIOS. Nas próximas etapas, a metodologia será aplicada na otimização de cascas laminadas, onde não existe solução analítica, sendo necessário o uso de elementos finitos.

AGRADECIMENTOS

Os autores deste trabalho agradecem ao suporte financeiro da Capes e do CNPq.

REFERÊNCIAS

- Arora, J. S., 2004. *Introduction to optimum design*. 2. ed. Elsevier Inc.
- Awruch, M.D.F., Hernandez, J.A., & Bussamra, F.L.S., 2010. Utilização de metamodelos de painéis reforçados integrais otimizados sujeitos à flambagem. In: *VI Congresso Nacional de Engenharia Mecânica (CONEM)*, Campina Grande.
- Barroso, E.S., 2015. *Análise e otimização de estruturas laminadas utilizando a formulação isogeométrica*. Dissertação, Universidade Federal do Ceará/Fortaleza.
- Barthelemy, J.-F.M., & Haftka, R.A., 1993. Approximation concepts for optimum structural design – a review. *Structural Optimization*, vol. 5, pp. 129-144.

- Beale, M. H., Hagan, M. T., & Demuth, H. B., 2016. *MATLAB: Neural Network Toolbox™ User's Guide*. MathWorks, Inc.
- Bratton, D. & Kennedy, J., 2007. Defining a Standard for Particle Swarm Optimization. *Proceedings of the 2007 IEEE Swarm Intelligence Symposium*, pp. 120-127.
- Cardozo, S. D., Gomes, H. M., & Awruch, A. M., 2011. Optimization of laminated composite plates and shells using genetic algorithms, neural networks and finite elements. *Latin American Journal of Solids and Structures*, vol. 8, pp. 413-427.
- Coppin, B., 2012. *Inteligência Artificial*. LTC.
- Daniel, I.M., & Ishai, O., 2006. *Engineering mechanics of composite materials*. 2. ed. Oxford University Press.
- Duda, R.O., Hart, P. E., & Stork, D.G., 2000. *Pattern Classification*. 2. ed. John Wiley & Sons, INC.
- Forrester, A.I.J., & Keane, A.J., 2009. Recent advances in surrogate-based optimization. *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 45, pp. 50-79.
- Frisso, C., Scarpel, R.A., & Ferrari, D.B.T.P.A., 2011. Metamodelagem de funções determinísticas por composição integrada de especialistas locais. In: *XLIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, Ubatuba.
- Gaspar, B., Texeira, A.P., & Soares, C.G., 2014. Assessment of the efficiency of Kriging surrogate models for structural reliability analysis. *Probabilistic Engineering Mechanics*, vol. 37, pp. 24-34.
- Han, Z.-H., & Zhang, K.-S., 2012. Surrogate-Based Optimization. In: *Real-World Applications of Genetic Algorithms*. Disponível em: < <http://www.intechopen.com/books/real-world-applications-of-genetic-algorithms/surrogate-based-optimization> > Acesso: 08/09/2016.
- Haykin, S., 2001. *Redes Neurais: Princípio e prática*. 2. ed. Bookman.
- Jayawardena, A.W., & Fernando, A.K. 1998. Use of radial basis function type artificial neural networks for runoff simulation. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, vol. 13, pp.91-99.
- Kennedy, J., & Eberhart, R.C., 1995. Particle swarm optimization. In: *Proceedings of the IEEE international conference on neural networks*, pp. 1942–1948.
- Koide, R.M., Ferreira, A.P.C.S., & Luersen, M. A., 2015. Laminated Composites Buckling Analysis Using Lamination Parameters, Neural Networks and Support Vector Regression. *Latin American Journal of Solids and Structures*, vol. 12, pp. 271-294.
- Leary, S.J., Bhaskar, A., & Keane, A.J., 2004. A derivative Based Surrogate Model for Approximating and Optimizing the Output of an Expensive Computer Simulation. *Journal of Global Optimization*, vol. 30. pp. 39-58.
- Nicholas, P.E., Babu, M. C. L., & Sofia, A. S., 2016. Multiobjective optimization of laminated composite plate with elliptical cut-out using ANN based NSGA-II. *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, vol. 11, n. 2, pp. 157-172.
- Pal, M., & Deswal, S., 2011. Support vector regression based shear strength modelling of deep beams. *Computers and Structures*, vol. 89, pp. 1430-1439.
- Pan, F., Zhu, P., & Zhang, Y., 2010. Metamodel-based lightweight design of B-pillar with TB structure via support vector regression. *Computers and Structures*. vol. 88, pp. 36-44.

- Reddy, J.N., 1996. *Mechanics of laminated composite plates: Theory and analysis*. CRC press, Inc.
- Rocha, I. B. C. M., 2013. *Análise e otimização de cascas laminadas considerando não-linearidade geométrica e falha progressiva*. Dissertação, Universidade Federal do Ceará/Fortaleza.
- Simpson, T.W., Peplinski, J. D., Koch, P. N., & Allen, J. K., 2001. Metamodels for Computer-based Engineering Design: Survey and recommendations. *Engineering with Computer*, vol. 17, pp. 129-150.
- Souza, S.A., Oliveira, L.C., & Afonso, S.M.B., 2010. Otimização de estratégia de produção de petróleo utilizando algoritmo evolucionário e modelos substitutos. In: *VI Congresso Nacional de Engenharia Mecânica (CONEM)*, Campina Grande.
- Tiago, C.M., & Leitão, V.M.A., 2002. Utilização de Funções de base radial em problemas unidimensionais de análise estrutural. In: *Métodos Numéricos en Ingeniería V*, Espanha.
- The MathWorks, Inc., 2011. *MATLAB® R2011b, Getting Started Guide*.
- Viana, F.A.C., 2013. Things you wanted to know about the Latin hypercube design and were afraid to ask. In: *10° World Congress in Structural and Multidisciplinary Optimization*. Orlando/Florida.
- Wang, G.G., & Shan, S., 2006. Review of Metamodeling Techniques in Support of Engineering Design Optimization. *Journal of Mechanical design*, vol 129, pp.370-380