



DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE PÓRTICOS PLANOS EM CONCRETO ARMADO DE ACORDO COM A NBR 6118 (2014)

Gabriella Autran Gurgel Coêlho

Silvana Maria Bastos Afonso

Bernardo Horowitz

Leonardo Correia de Oliveira

gabyautran@gmail.com

smb@ufpe.br

horowitz@ufpe.br

leonardo.oliveira@ufpe.br

Universidade Federal de Pernambuco – Dept. de Engenharia Civil – Estruturas

Av. Acadêmico Hélio Ramos, S/N, Recife – PE – CEP 50740-530, Brasil

Resumo. Neste trabalho é estudado o problema de pórticos planos em concreto armado a partir de otimização discreta utilizando o Algoritmo Genético (AG). Todos os componentes são dimensionados de acordo com a NBR 6118 (2014) e a função objetivo do problema é o custo total do pórtico, que inclui o custo do concreto, forma e aço das peças da estrutura. São considerados tamanhos modulares para as seções, diâmetros padrões para as barras da armação, critérios de espaçamento entre as barras, requisitos arquitetônicos e outros requisitos práticos em adição aos critérios considerados para obtenção de projetos executáveis. O projeto ótimo satisfaz os critérios de rigidez, ductilidade, condições de serviço e outras restrições associadas às especificações de dimensionamento das peças segundo as normas correntes. O peso próprio da estrutura é adaptado a cada iteração da otimização e a análise estrutural é feita via o método dos elementos finitos, conduzida pelo SAP 2000. Como o problema envolve restrições tanto de limite como restrições não lineares, propõe-se o uso do Método Adaptativo de Penalização (APM) como a alternativa para lidar com estas restrições no AG. São apresentados testes iniciais para a investigação de parâmetros do AG que possibilitem melhores resultados para otimização do problema estudado.

Palavras-Chave: Otimização, Algoritmo Genético, Parâmetros.

1 INTRODUÇÃO

Ao projetar uma estrutura, o engenheiro pode optar pelo procedimento tradicional que consiste em adotar, de maneira intuitiva, uma configuração inicial para geometria e materiais para a mesma e então, a partir do carregamento definido, calcular as capacidades resistentes e deslocamentos para verificação do atendimento aos critérios de segurança e utilização. Esse processo é repetido a partir de alterações nessas configurações pré-estabelecidas até que os critérios sejam devidamente satisfeitos. Ainda assim, a solução pode não ser a mais econômica, visto que parte-se de uma seleção intuitiva.

Entretanto, devido à crescente necessidade de obtenção de projetos que envolvam soluções econômicas e viáveis em tempo hábil, os procedimentos tradicionais vêm dando espaço a metodologias de otimização que se tornaram ao longo das últimas décadas fundamentais no uso de métodos computacionais para aplicações na Engenharia prática. Com tais procedimentos, o projetista pode avaliar mais alternativas, e portanto obter de maneira automática um projeto melhor e economicamente mais efetivo.

Progressos foram feitos na área de otimização de pórticos em concreto armado via programação matemática. No trabalho de Hoit et al. (1991) foram projetados pórticos planos usando o método do Lagrangeano Aumentado e técnica de programação não-linear. Em Torres (2001) a otimização de pórticos planos é contínua e obedece às normativas do ACI (American Concrete Institute). No trabalho de Kwak & Kim (2008) foi sugerida uma técnica de otimização discreta através do desenvolvimento de um algoritmo simplificado em que as seções de concreto armado disponíveis em um banco de dados pré-estabelecido são pesquisadas utilizando regressão a partir da relação delas com sua capacidade resistente.

A otimização discreta de estruturas de concreto armado tem sido conduzida utilizando algoritmos evolucionários, dentre os quais o Algoritmo Genético (AG) (Lee et.al, 2003). Ele simula a seleção natural que conduz a evolução biológica ao fim e são usados para solucionar problemas restritos e irrestritos que não podem ser resolvidos por algoritmos de programação matemática quando estes envolvem funções objetivo descontínuas, não-diferenciáveis ou multimodais. Também apresentam habilidade de lidar com variáveis contínuas e inteiras e não requerem informação de gradientes. Podem ser citados os trabalhos de Camp et al. (2003) e Lee et al. (2003) como exemplos de pesquisas envolvendo o AG na otimização discreta.

O principal objetivo da presente pesquisa consiste em correlacionar a realidade prática com os procedimentos numéricos de otimização, para aplicação em casos de sistemas estruturais. Por se apresentar como potencial ferramenta para resolução desses problemas de otimização, esse trabalho utiliza o AG do MATLAB (Mathworks, 2014) com uso do *Adaptive Penalty Method* (APM) (Barbosa & Lemonge, 2002) como a alternativa de lidar com as restrições.

2 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

Matematicamente, em um problema de otimização qualquer (definido na Eq.(1)) deseja-se encontrar um conjunto de n variáveis de projeto contido num vetor x , que:

$$\begin{array}{ll}
\text{Minimize} & f = f(x) \\
\text{(ou maximize)} & \\
\text{Sujeito a:} & g_i(x) \leq g_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, m) \\
& h_j(x) = h_j \quad (j = 1, 2, 3, \dots, l) \\
& x_l \leq x \leq x_u
\end{array} \tag{1}$$

Os componentes x são as variáveis de projeto. A função $f(x)$ é a meta do problema. As funções $g_i(x)$ e $h_j(x)$ representam, respectivamente, as restrições de desigualdade e de igualdade. As restrições geométricas são os limites inferiores x_l e os limites superiores x_u . Quando o problema é de maximização, o problema é resolvido através da minimização da sua forma negativa ($-f(x)$). Operações matemáticas também são aplicadas no caso das desigualdades.

3 ALGORITMO GENÉTICO

3.1 Aspectos gerais

Os princípios do AG são baseados nos estudos de Darwin acerca do processo de evolução: indivíduos que se adaptam melhor ao ambiente onde eles vivem apresentam mais chance de se reproduzir e competir por alimentos (Costa, 1995; Darwin, 1859 e Michalewicz, 1995). Nesse processo, a seleção natural governa as próximas gerações. Darwin também notou que as modificações na mutação dos fenótipos afeta a performance dos indivíduos no meio ambiente. Assim, a evolução natural pode ser comparada ao problema de otimização, cujo objetivo é melhor adaptar as espécies ao seu meio.

3.2 Algoritmo básico

Em um Algoritmo Genético, a evolução geralmente se inicia a partir de um conjunto de soluções criado aleatoriamente e é realizada por meio de gerações. A cada geração, a aptidão de cada solução na população é avaliada, alguns indivíduos são selecionados para a próxima geração e recombinados ou sofrem mutação para formar uma nova população. A nova população então é utilizada como entrada para a próxima iteração do algoritmo. Geralmente, o AG termina quando o máximo número de gerações ou uma tolerância pré-estabelecida for atingida (Goldeberg, 1989).

Em geral, um AG tem basicamente cinco componentes, como enumerados por Michalewicz (1995):

- Representação genética das soluções do problema;
- Procedimento para criar a população inicial;
- Função de evolução que classifique as soluções em função de sua aptidão;
- Operadores genéticos responsáveis pela composição genética dos filhos (possíveis soluções) durante a reprodução;
- Valores dos parâmetros do AG.

O esquema generalizado de um AG é apresentado na Tabela 1.

Tabela 1. Algoritmo genético padrão

Inicializar a população G através de um processo aleatório; Fazer $t = 0$; Enquanto o critério de parada não for atingido fazer: Avaliar $G(t)$; Selecionar $G1^*$ a partir de $G(t)$; Fazer o cruzamento e aplicar a mutação em $G1^*$ para gerar $G(t+1)$; Fazer $t = t + 1$.
--

* G_1 representa o grupo de indivíduos que melhor se adaptou ao meio (indivíduos com as melhores aptidões)

O desenvolvimento deste trabalho foi conduzido no ambiente do MATLAB (Mathworks, 2014). O toolbox de otimização global dessa plataforma contém o AG empregado nos estudos. Nesse, a formulação do problema é apresentada na Eq.(2).

$$\begin{array}{ll}
 \text{Minimize} & f = f(x) \\
 \text{(ou maximize)} & \\
 \text{Sujeito a:} & \left\{ \begin{array}{l} c(x) \leq 0 \\ c_{eq}(x) = 0 \\ Ax \leq b \\ A_{eq}x = b_{eq} \\ lb \leq x \leq ub \end{array} \right. \quad (2)
 \end{array}$$

Para rodar o AG com as opções default, a sintaxe geral é:

`[x,fval,exitflag,output,population,score]=ga(fobj,nvars,A,b,Aeq,beq,lb,ub,noncolon,options)`

em que os argumentos de entrada são *fitnessfcn* (função que computa a função objetivo), *nvars* (dimensão do problema) e o argumento de saída, *x*, é o valor final. *A*, *Aeq* são as matrizes de restrição linear e *b*, *beq* seus correspondentes vetores. Os limites das variáveis de projeto são *lb* e *ub* enquanto *noncolon* é a função que computa as restrições não lineares e *options* é a estrutura que permite especificar diferentes opções disponíveis para os parâmetros, *fval* é o valor final da função objetivo no valor ótimo, *exitflag* é um valor inteiro correspondente a razão de término do algoritmo, *output* é a estrutura que contém as informações sobre a performance do algoritmo a cada geração, *population* é a população final e *score* é um vetor com as aptidões da população final.

A estrutura de opção é criada usando a função *gaoptimset*, disponível no *toolbox* de otimização do MATLAB, em que é possível modificar valores de alguns parâmetros *default* do código (como tamanho da população, frequência de crossover, tipos de operadores, número de gerações, dentre outros). Ver Mathworks (2014).

Caso as opções (*options*) não sejam especificadas na lista de argumentos de entrada, o AG utiliza os parâmetros *default* prescritos em Mathworks (2014).

Os algoritmos evolucionários nas formas padrão, em geral, lidam apenas com problemas irrestritos. Algumas técnicas tem sido desenvolvidas para contornar essa dificuldade. Na maioria das aplicações do AG que envolvem restrições tem sido aplicado o método de penalização de funções. Neste trabalho foi estudado o uso do APM, que utiliza informação da população que está sendo avaliada e não requer que o usuário introduza nenhum parâmetro adicional.

Embora o AG seja uma ferramenta para problemas irrestritos, a versão do MATLAB tem um procedimento interno para lidar com restrições (ver Mathworks, 2014).

3.3 Método de penalização adaptativa (APM)

O método de penalização adaptativa (APM) foi desenvolvido por Barbosa & Lemonge (2002) para aplicação em problemas restritos. Os coeficientes de penalização são adaptados a cada iteração a partir da leitura de informações da população. A função aptidão é definida na Eq.(3).

$$F(\mathbf{x}) = \begin{cases} f(\mathbf{x}) & \text{se } \mathbf{x} \text{ é viável} \\ \bar{f}(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^m \lambda_j v_j(\mathbf{x}) & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3)$$

onde

$$\bar{f}(\mathbf{x}) = \begin{cases} f(\mathbf{x}) & \text{se } f(\mathbf{x}) > \langle f(\mathbf{x}) \rangle, \\ \langle f(\mathbf{x}) \rangle & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4)$$

Na Eq.(4), $\langle f(\mathbf{x}) \rangle$ é a média de valores da função objetivo da população atual. O parâmetro de penalização λ_j é definido pela Eq.(5). A violação a l -ésima restrição na população atual é representada por $\langle v_l(\mathbf{x}) \rangle$

$$\lambda_j = \left| \langle f(\mathbf{x}) \rangle \right| \frac{\langle v_l(\mathbf{x}) \rangle}{\sum_{l=1}^m [\langle v_l(\mathbf{x}) \rangle]^2} \quad (5)$$

Neste trabalho, essa metodologia foi implementada no ambiente do MATLAB para ser usada com o AG.

4 PÓRTICOS PLANOS EM CONCRETO ARMADO

4.1 Dimensionamento

O cálculo de pórticos de concreto armado pode ser substituído pelo procedimento tradicional que envolve o cálculo de pilares e vigas isoladamente, desde que obedecidas algumas considerações que garantam uma solução favorável a segurança conforme estabelecido na NBR 6118 (ABNT, 2014).

Os pilares são elementos estruturais que suportam cargas axiais e momentos fletores. O dimensionamento destes pode ser feito a partir de diagrama de interação, que é um conjunto de curvas representadas no sistema de eixos do esforço normal e fletor reduzidos ($\nu - \mu$, respectivamente). Cada curva corresponde a uma taxa mecânica de armadura w , e representa o lugar geométrico dos pares de esforço normal e fletor que levam a seção ao estado limite último. Neste estudo os pilares foram dimensionados para a situação de flexo-compressão normal para duas camadas de armadura. Para esta situação, foi empregada fórmula aproximada apresentada em Araujo (2010). Os diagramas de interação são representados pela Eq.(6) e Eq.(7).

$$\mu = (0.5 - \delta)\beta\omega + 0.468\nu(1 - \nu), \text{ se } \nu \leq 1 \quad (6)$$

$$\mu = (0.5 - \delta)\beta(\omega + 1 - \nu), \text{ se } \nu > 1 \quad (7)$$

em que o parâmetro geométrico δ é dado pela razão entre a distância do centro da camada mais externa à borda e a altura da seção. O coeficiente β é obtido por interpolação linear dos valores dados na Tabela 2 (Araujo, 2010).

Tabela 2. Valores para esforço normal reduzido ν e parâmetro β

ν	0.00	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	≥ 1.00
β	1.00	1.00	0.93	0.88	0.88	0.90	0.93

No caso das vigas, durante o processo de otimização é conduzida a verificação da capacidade resistente para uma dada seção transversal de concreto armado com as dimensões e armaduras conhecidas. Essa verificação consiste em determinar o momento fletor que leva a seção à ruína. Para uma seção retangular com várias camadas de armadura, emprega-se um processo iterativo (neste trabalho foi empregado o processo da bissecante) para obtenção da profundidade da linha neutra (Araujo, 2010). Com isso, determina-se a tensão σ_{si} em cada camada de aço e o momento de ruína M_u através Eq.(8).

$$M_u = R_{cc}Z + \sum_{i=1}^n A_{si}\sigma_{si}(d_1 - d_i) \quad (8)$$

em que R_{cc} é a resultante de compressão no concreto, Z é o braço de alavanca, A_{si} é a área de aço em cada camada i e d_i a distância entre o centro de gravidade da armadura da camada i até a borda mais comprimida.

Além da verificação ao momento fletor, também é feita a verificação ao cisalhamento. De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), a resistência do elemento estrutural, em uma determinada seção transversal, deve ser considerada satisfatória, quando verificadas simultaneamente as condições dadas na Eq.(9) e Eq.(10).

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} \quad (9)$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd3} \quad (10)$$

em que V_{Sd} é a força cortante solicitante de cálculo na seção, V_{Rd2} é a força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto, e V_{Rd3} é a força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal.

4.2 Análise estrutural

Este trabalho considerou a modelagem de pórtico de nós deslocáveis (ou de nós móveis). Nesse tipo de modelo a estrutura não possui um sistema de travamento que dificulte ou impeça que ela se desloque horizontalmente. Assim, a rigidez horizontal da mesma é garantida apenas pelos pilares e vigas que a compõem. De acordo com o item 15.7.1 da

NBR 6118 (ABNT, 2014), nesse tipo de estrutura deve-se levar obrigatoriamente em conta os efeitos de não-linearidade física e geométrica. No dimensionamento são considerados os efeitos globais e locais de 2ª ordem. Para consideração da não-linearidade física foi considerada a redução na rigidez dos elementos estruturais, tomando-se como rigidez (EI) dos elementos estruturais os valores dados na Eq.(11) e na Eq.(12).

$$EI_{\text{sec.vigas}} = 0.4E_{ci}I_c \quad (11)$$

$$EI_{\text{sec.pilares}} = 0.8E_{ci}I_c \quad (12)$$

onde I_c é o momento de inércia da seção bruta de concreto e E_{ci} o módulo de elasticidade do concreto.

A análise estrutural foi realizada no SAP 2000 (Computers and Structures, 2009), programa que utiliza o método dos elementos finitos. A cada iteração do otimizador, as dimensões são atualizadas no modelo de entrada do programa e, portanto, são obtidos os esforços nos elementos da estrutura para cada configuração fornecida pelo otimizador (indivíduos da população). Foi considerada análise não-linear com efeitos de segunda ordem por meio do processo P-Delta disponível no SAP 2000 (Computers and Structures, 2009).

4.3 Otimização

Função objetivo. A função objetivo utilizada nesse trabalho para o projeto ótimo de pórticos de concreto armado é o custo total da estrutura, que é função do volume de concreto da estrutura, peso da armadura e área de fôrma. De maneira geral, esta pode ser representada em termos das propriedades do material (p_m), características dos nós (p_j) e características estruturais (p_s). A forma matemática da função objetivo é definida pela Eq. (13).

$$\text{Minimize} \quad F = f(p_m, p_j, p_s)$$

$$F = \sum_{i=1}^{n_c} \{C_c b_i h_i + C_s W_{s_i} + 2C_f (b_i + h_i)\} l_i + \sum_{j=1}^{n_b} \{C_c b_j h_j + C_s W_{s_j} + C_f (b_j + 2h_j)\} l_j \quad (13)$$

onde l é o vão de cada elemento, n_b = número de vigas do pórtico e n_c = número de pilares do pórtico. As características geométricas são base b e altura h , e W_s é dado pela área de aço A_s multiplicada pelo comprimento de cada barra de reforço. Para os custos do concreto (C_c), aço (C_s) e forma (C_f) foram tomados os adotados na referência (Camp et al., 2003) e valem, respectivamente, 735 R\$/m³, 7.10 R\$/kg e 54 R\$/m².

Variáveis de projeto. Para as vigas, as dimensões da seção transversal, a área de reforço das barras ao longo da viga e nos apoios são as variáveis de projeto. As variáveis de projeto e o número e identificação de cada é definida na Tabela 3, na qual também são apresentados os limites inferiores e superiores para essas variáveis. As dimensões da seção transversal são incrementadas a cada 5 cm. O número total de variáveis de projeto para cada grupo de viga (NV_{vigas}) é definido na Eq.(14), em que $n_{\text{dn_vigas}}$ é o número de variáveis referentes ao diâmetro e $n_{\text{nb_vigas}}$ a quantidade de variáveis referentes aos respectivos números de barras. Na Fig.3 é

mostrado o *layout* das variáveis referentes às armaduras (diâmetro e número de barras) dispostas em uma viga com 2 vãos.

$$n_{dn_vigas} = n_{nb_vigas} = 4 + 3n_{vãos} \quad (14)$$

$$NV_{vigas} = 2 + n_{dn_vigas} + n_{nb_vigas} \quad (15)$$

Tabela 3. Variáveis de projeto das vigas (por grupo de viga)

Variável de projeto	Descrição	Quantidade	lb	ub
$x_{i,1}$	Base da seção transversal da viga	1	25cm	50cm
$x_{i,2}$	Altura da seção transversal da viga	1	40cm	90cm
$x_{i,3} - x_{i,k}$	Diâmetro da armação superior nos vãos das vigas	$n_{vãos}$	Ø10	Ø32
$x_{i,k+1} - x_{i,m}$	Diâmetro da armação inferior nos vãos das vigas	$n_{vãos}$	Ø10	Ø32
$x_{i,m+1} - x_{i,n}$	Diâmetro da armação superior nos apoios	$n_{vãos} + 1$	Ø10	Ø32
$x_{i,n+1} - x_{i,j}$	Diâmetro da armação inferior nos apoios	$n_{vãos} + 1$	Ø10	Ø32
$x_{i,j+1} - x_{i,kk}$	Número de barras na parte superior dos vãos das vigas	$n_{vãos}$	2	6
$x_{i,kk+1} - x_{i,mm}$	Número de barras na parte inferior dos vãos das vigas	$n_{vãos}$	2	6
$x_{i,mm+1} - x_{i,nn}$	Número de barras na parte superior dos apoios	$n_{vãos} + 1$	1	6
$x_{i,nn+1} - x_{i,NV_{vigas}}$	Número de barras na parte inferior dos apoios	$n_{vãos} + 1$	0	6

i : número do grupo da viga, $n_{vãos}$: número de vãos ($k = 2 + n_{vãos}$, $m = 2 + 2n_{vãos}$, $n = 3 + 3n_{vãos}$, $j = 4 + 4n_{vãos}$, $kk = 2 + n_{vãos} + j + 1$, $mm = 2 + 2n_{vãos} + j + 1$, $nn = 3 + 3n_{vãos} + j + 1$)

As variáveis de projeto para os pilares são as dimensões da seção transversal na direção x e y (que são incrementadas a cada 5cm), o diâmetro e o número de barras de reforço em cada direção (vide Fig.4). Na Tabela 4 são apresentadas as variáveis para os pilares bem como o limite inferior e superior para cada.

Tabela 4. Variáveis de projeto dos pilares (por grupo de pilar)

Variável de projeto	Descrição	Quantidade	lb	ub
$x_{i,1}$	Dimensão na direção x	1	30cm	50cm
$x_{i,2}$	Dimensão na direção y	1	40cm	100cm
$x_{i,3}$	Reforço na direção x	1	Ø10	Ø32
$x_{i,4}$	Reforço na direção y	1	Ø10	Ø32

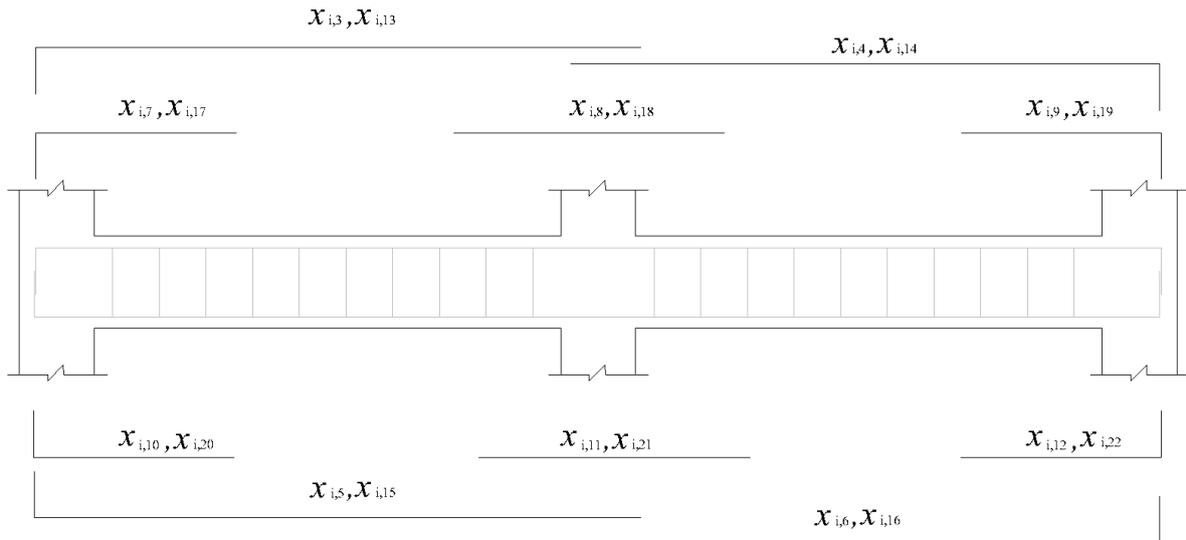


Figura 3. Configuração da armadura das vigas para o i -ésimo grupo (exemplo de viga com 2 vãos)

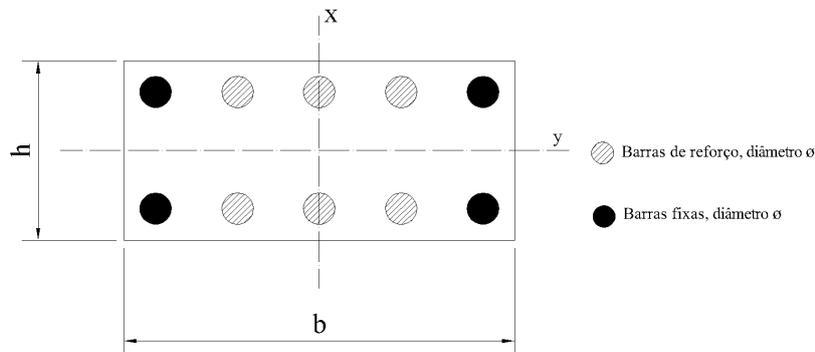


Figura 4. Configuração da variável de projeto referente à armadura dos pilares

Restrições. Os critérios considerados neste trabalho para o projeto de otimização são ligados à resistência, estabilidade e segurança da estrutura. As restrições são separadas por grupos de viga, pilar e nós. Não foram verificadas restrições para o ELS (Estado Limite de Serviço) no que se refere à abertura de fissuras e flecha máxima.

Todas as restrições são consideradas na forma normalizada e são dadas nas equações descritas a seguir. Para cada vão de vigas são analisadas as seções críticas no meio de cada vão e nos apoios.

As restrições para as vigas são descritas nas equações abaixo (Eq.(16) à Eq.(21)). A capacidade resistente da seção deve ser menor do que o momento de dimensionamento (vide Eq.(16)). A Eq.(17) e Eq.(18) verificam se as áreas calculadas a partir dos diâmetros e números de barras enviadas pelo otimizador atendem às áreas de aço mínimas e máximas estabelecidas pela NBR 6118 (ABNT, 2014). A capacidade resistente das vigas ao cisalhamento deve ser maior do que o esforço cortante solicitante (Eq.(19) e Eq.(20)). Além dessas restrições, é imposto um número máximo de camadas para disposição das armaduras igual a 2 (Eq.(21)).

$$g_1(x) = \frac{M_{d(i,k)}}{M_{n(i,k)}} - 1 \leq 0 \quad (16)$$

$$g_2(x) = \frac{A_{s,min(i,k)}}{A_{s(i,k)}} - 1 \leq 0 \quad (17)$$

$$g_3(x) = \frac{A_{s(i,k)}}{A_{s,max(i,k)}} - 1 \leq 0 \quad (18)$$

$$g_4(x) = \frac{V_{s(i,k)}}{V_{rd2(i,k)}} - 1 \leq 0 \quad (19)$$

$$g_5(x) = \frac{V_{s(i,k)}}{V_{rd3(i,k)}} - 1 \leq 0 \quad (20)$$

$$g_6(x) = \frac{n_{c(i,k)}}{2} - 1 \leq 0 \quad (21)$$

onde:

i = grupo da viga;

k = seção crítica para análise;

M_n = momento resistente;

M_d = momento solicitante;

A_s = armadura definida a partir de informações geradas no otimizador (número de barras e respectivo diâmetro por seção de análise);

$A_{s,min}$ = armadura mínima;

$A_{s,max}$ = armadura máxima;

V_s = esforço cortante solicitante;

V_{rd2} = força resistente de cálculo relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto;

V_{rd3} = força cortante resistente de cálculo relativa à ruína por tração da diagonal;

n_c = número de camadas.

As restrições para os pilares são dadas a partir da Eq.(22) a Eq.(26). Da mesma forma que descrita para as vigas, as restrições verificam a capacidade resistente da seção (vide Eq.(22)) e a área mínima e máxima através da Eq.(23) e Eq.(24).

$$g_7(x) = \frac{M_{d(i,k,j)}}{M_{n(i,k,j)}} - 1 \leq 0 \quad (22)$$

$$g_8(x) = \frac{A_{s,min(i,k,j)}}{A_{s(i,k,j)}} - 1 \leq 0 \quad (23)$$

$$g_9(x) = \frac{A_{s(i,k,j)}}{A_{s,max(i,k,j)}} - 1 \leq 0 \quad (24)$$

onde:

i = grupo do pilar;

k = seção crítica para análise;

j = pavimento;

Além das restrições apresentadas para vigas e pilares, foram impostas restrições para os nós e para o deslocamento máximo da estrutura. Na Eq.(25) a base da viga deve ser menor do que a dimensão do pilar conectado àquele nó. Na Eq.(26) é verificado se o deslocamento horizontal total da estrutura atende ao limite estabelecido em norma (ABNT, 2014).

$$g_{10}(x) = \frac{b_{v(i)}}{b_{p(i)}} - 1 \leq 0 \quad (25)$$

$$g_{11}(x) = \frac{desloc}{desloc_{lim}} - 1 \leq 0 \quad (26)$$

onde:

i = nó;

b_v = base da viga;

b_p = base do pilar;

$desloc$ = deslocamento da estrutura;

$desloc_{lim}$ = deslocamento máximo permitido, dado pela razão entre a altura total do pórtico dividido por 1700.

4.4 Metodologia de otimização

Um programa computacional para a condução da otimização do pórtico plano foi implementado no ambiente do MATLAB (Mathworks, 2014) e é mostrado no fluxograma apresentado na Fig.6. O otimizador se comunica com software de análise estrutural e os esforços são calculados automaticamente a cada iteração.

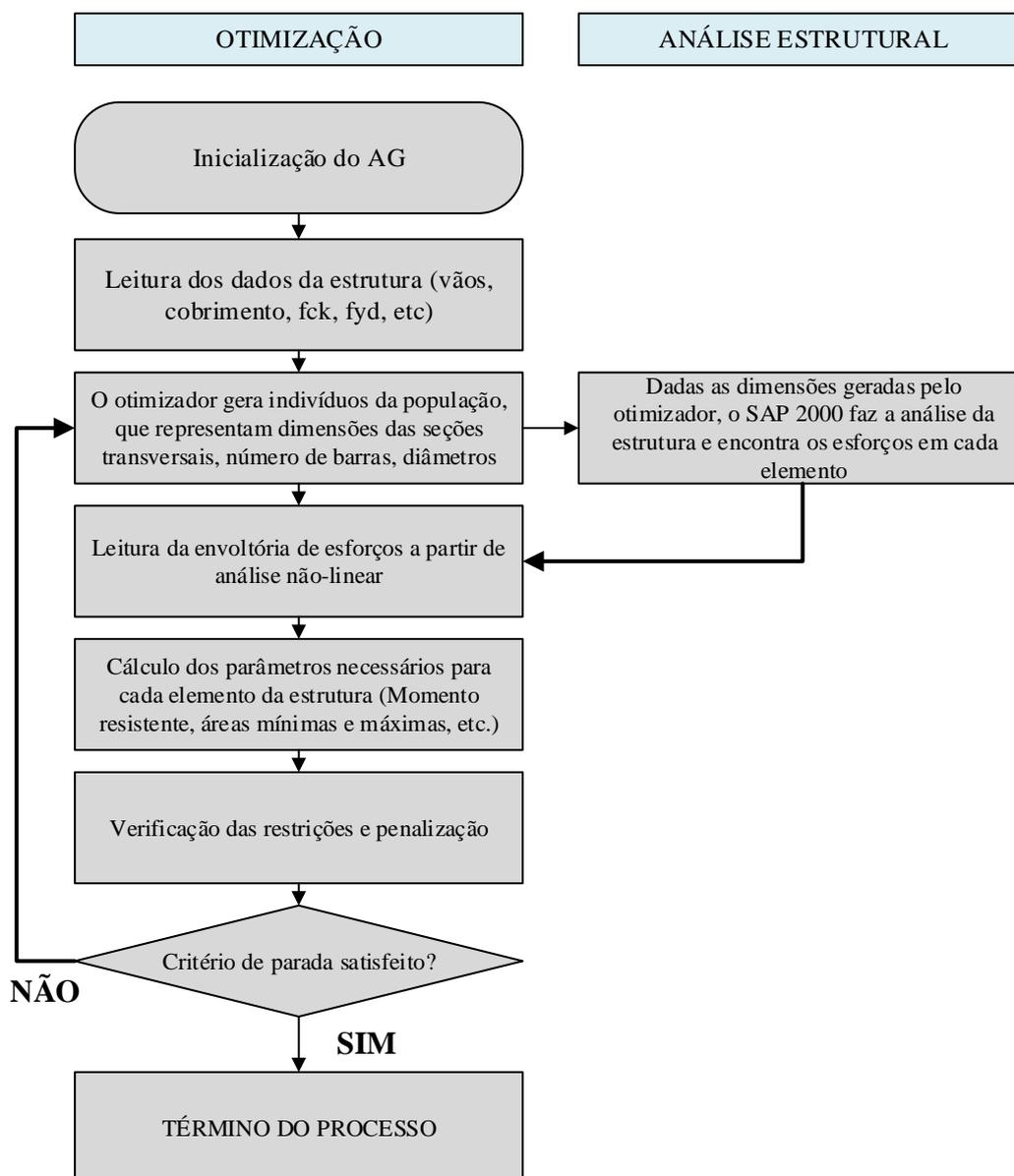


Figura 6. Fluxograma do processo

5 CASO ESTUDADO

5.1 Definição do problema

O exemplo estudado é representado na Fig.6 e foi estudado em alguns trabalhos, dentre eles Akin & Saka (2015) e Camp et al. (2003). Esse pórtico é constituído por 12 vigas e 18 pilares, que são agrupados em 2 e 3 grupos respectivamente. Foram adotados os seguintes valores para o projeto:

- Resistência à compressão do concreto: $f_{ck}=20$ MPa
- Resistência ao escoamento do aço: $f_{yk}=500$ MPa
- Cobrimento das vigas e pilares: 2,5cm

- Módulo de elasticidade longitudinal do aço: 200 GPa
- Peso específico do concreto: 25 kN/m³
- Coeficientes de segurança: 1,4 (concreto) e 1,15 (aço)

A estrutura é carregada com uma carga uniformemente distribuída de 30 kN/m e uma força lateral de 10 kN aplicada em cada pavimento.

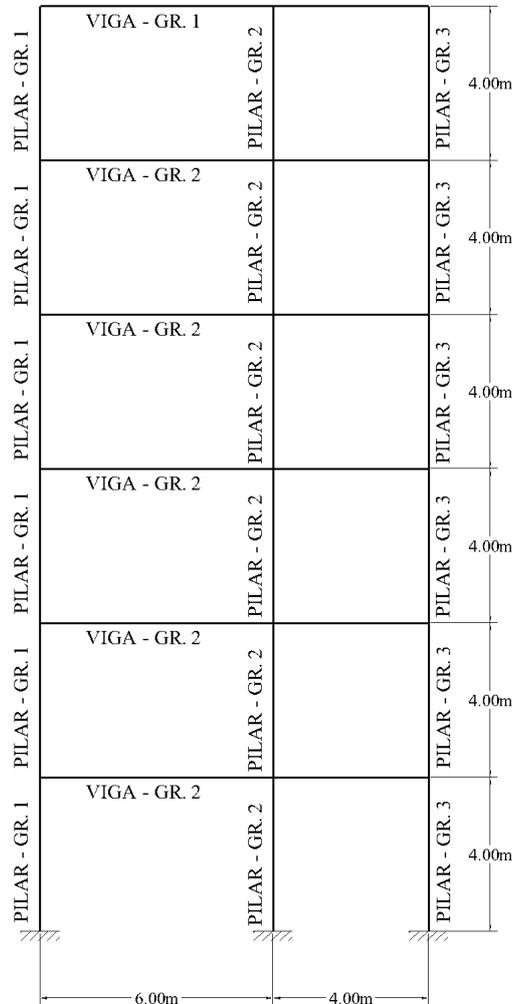


Figura 6. Geometria do pórtico em concreto armado com 2 vãos x 6 pavimentos

Os esforços solicitantes foram obtidos a partir da envoltória das combinações de carga no Caso 1 (força horizontal no sentido positivo de X) e no Caso 2 (força horizontal no sentido negativo de X), conforme mostrado na Fig.7 abaixo. Para esse exemplo estudado são totalizadas 125 restrições não-lineares além das restrições de limite, dentre as quais 68 são referentes às restrições de vigas, 54 referentes aos pilares e 3 referentes aos nós e deslocamento.

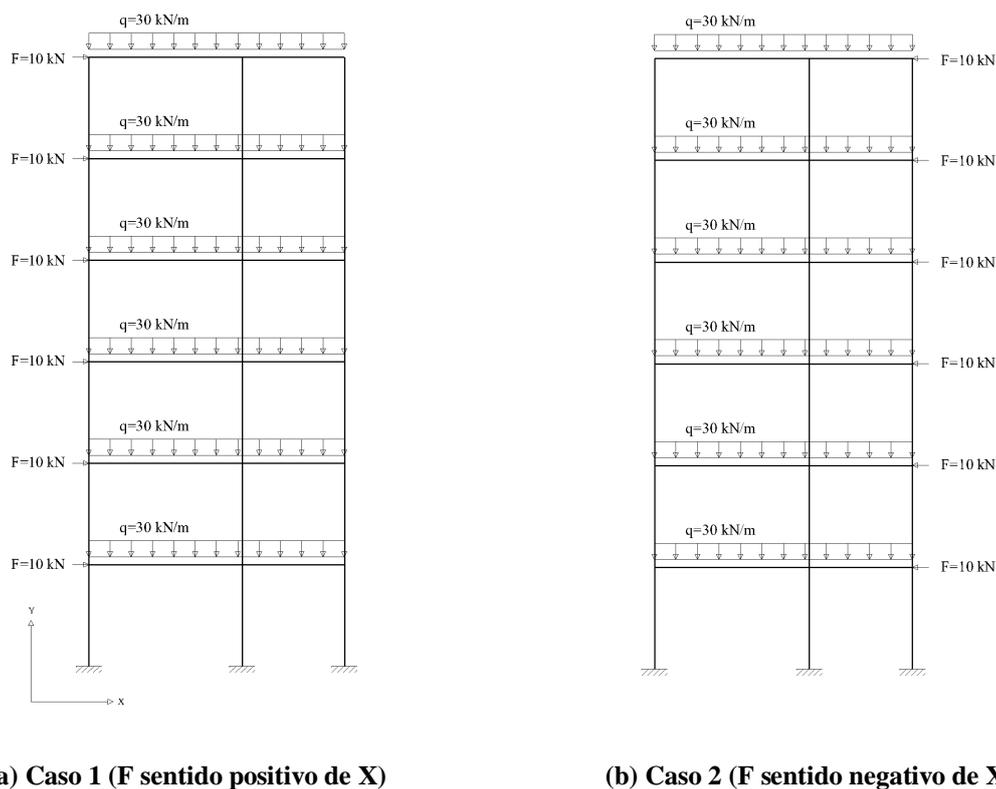


Figura 7. Casos de carga pórtico em concreto armado com 2 tramos x 6 pavimentos

5.2 Testes conduzidos

Para esta etapa inicial de estudo, foram utilizadas 20 gerações e um tamanho de população igual a 50. Os demais parâmetros foram mantidos os *default* do AG do MATLAB (Mathworks, 2014). Foram comparadas as performances quando utilizando o AG com seu procedimento interno de lidar com restrições e o AG com o APM. O Cenário 3, descrito a seguir, foi gerado para dar início aos testes que direcionarão o presente trabalho na busca de uma ferramenta automática para determinação de parâmetros do AG que melhorem a performance desse otimizador.

Portanto, os testes inicialmente conduzidos resultaram em 3 Cenários, são eles:

- Cenário 1: foi utilizado o procedimento de otimização via AG com o tratamento de restrições fornecido pelo MATLAB (Mathworks, 2014) para uma configuração de 20 gerações e 50 indivíduos na população;
- Cenário 2: foi utilizado o procedimento de otimização via AG com o tratamento de restrições através da técnica APM para uma configuração de 20 gerações e 50 indivíduos na população;
- Cenário 3: foi utilizado o procedimento de otimização via AG com o tratamento de restrições através da técnica APM para uma configuração de 20 gerações, 50 indivíduos e taxa de crossover modificada de 0.8 (*default* do MATLAB (Mathworks, 2014)) para 0.6.

5.3 Resultados obtidos

Nas Tabelas 4 a 7 são mostrados os valores obtidos para as variáveis de projeto do problema estudado, o custo total da estrutura e a verificação da avaliação de restrições para os respectivos resultados obtidos. Nestas tabelas são mostrados os resultados para cada cenário descrito. Esses testes são iniciais e validam a hipótese que o tratamento de restrições utilizando o APM aplicado a pórticos planos traz resultados satisfatórios. Os resultados podem ser melhorados visto que aqui foram utilizadas poucas gerações e um tamanho de população pequeno, mas que permitem nortear o rumo da pesquisa. Para mostrar a convergência do algoritmo, na Fig.8 é exibido o gráfico de evolução da otimização ao longo das gerações. Com um número mais elevado de gerações e de indivíduos na população espera-se obter resultados melhores. Quando comparado com o resultado de Akin & Saka (2015), que obteve um projeto ótimo com custo de R\$ 43.586,19, pode-se afirmar que os resultados aqui obtidos nos Cenários 2 e 3 são considerados satisfatórios ao obtido na literatura tendo em vista as diferenças entre as metodologias de cálculo adotadas tanto no ponto de vista de considerações normativas bem como na condução da análise estrutural e o otimizador empregado. No presente trabalho foi realizada a análise não-linear da estrutura, então é esperada uma diferença entre esforços obtidos para o dimensionamento da estrutura estudada nesse trabalho e no trabalho de referência (Akin & Saka, 2015).

Ademais, como esperado, o Cenário 3 ratifica a importância da investigação de parâmetros do AG na obtenção de melhores resultado, desenvolvimento que será executado em etapa seguinte.

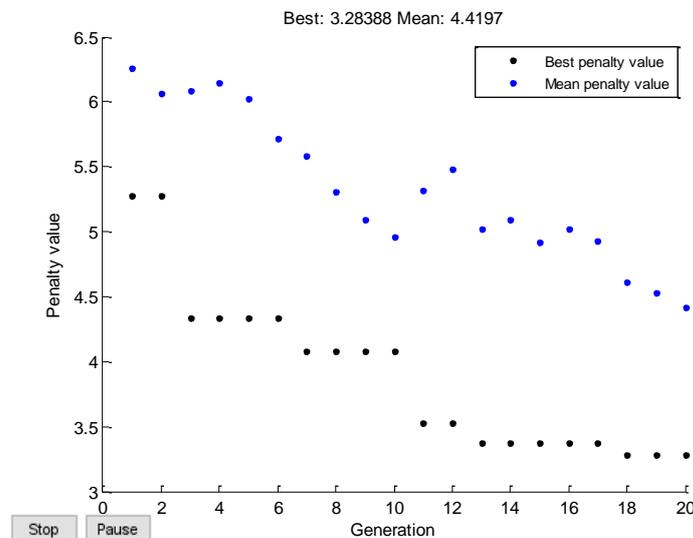


Figura 8. Evolução da otimização (AG) ao longo das gerações no Cenário 2 – rodada 2

Tabela 4. Resultados Cenário 1

Var. projeto p/vigas	Viga GR.1	Viga GR.2	Var. projeto p/pilares	Pilar GR.1	Pilar GR.2	Pilar GR.3
x1/x2	40/85	30/50	x1/x2	40/55	30/90	50/65
x13,x3	5Ø12.5	6Ø25	x3, x4	12Ø12.5	10Ø20	8Ø25
x14,x4	3Ø20	5Ø25				

Var. projeto p/vigas	Viga GR.1	Viga GR.2	Var. projeto p/pilares	Pilar GR.1	Pilar GR.2	Pilar GR.3
x15,x5	4Ø16	3Ø32				
x16,x6	3Ø16	3Ø16				
x17,x7	2Ø20	6Ø25				
x18,x8	4Ø16	4Ø25				
x19,x9	5Ø25	4Ø16				
x20,x10	2Ø10	1Ø20				
x21,x11	2Ø10	2Ø12.5				
x22,x12	3Ø20	3Ø12.5				
RESULTADO DA OTIMIZAÇÃO						
			f(x)		Avaliação Restrições	
			104.440,00		Ativas	4
					Atendidas	117
					Violadas	4

Tabela 5. Resultados Cenário 2 - Rodada 1

Var. projeto p/vigas	Viga GR.1	Viga GR.2	Var. projeto p/pilares	Pilar GR.1	Pilar GR.2	Pilar GR.3
x1/x2	50/55	25/45	x1/x2	35/55	45/75	30/75
x13,x3	3Ø20	3Ø12,5	x3, x4	12Ø10	8Ø10	6Ø25
x14,x4	3Ø20	3Ø10				
x15,x5	4Ø12,5	2Ø12,5				
x16,x6	5Ø12,5	4Ø20				
x17,x7	6Ø20	1Ø10				
x18,x8	5Ø20	1Ø20				
x19,x9	2Ø20	1Ø10				
x20,x10	4Ø20	1Ø20				
x21,x11	4Ø20	2Ø12,5				
x22,x12	5Ø20	1Ø10				
RESULTADO DA OTIMIZAÇÃO						
			f(x)		Avaliação Restrições	
			54.547,00		Ativas	2
					Atendidas	112
					Violadas	11

Tabela 6. Resultados Cenário 2 - Rodada 2

Var. projeto p/vigas	Viga GR.1	Viga GR.2	Var. projeto p/pilares	Pilar GR.1	Pilar GR.2	Pilar GR.3
x1/x2	30/65	35/45	x1/x2	35/40	35/50	45/40
x13,x3	4Ø20	3Ø10	x3,x4	10Ø16	6Ø16	8Ø16
x14,x4	3Ø12,5	4Ø10				
x15,x5	5Ø10	2Ø12,5				
x16,x6	4Ø32	3Ø12,5				
x17,x7	1Ø20	5Ø12,5				
x18,x8	2Ø12,5	3Ø12,5				
x19,x9	3Ø16	2Ø12,5				
x20,x10	4Ø12,5	1Ø16				
x21,x11	3Ø12,5	1Ø25				
x22,x12	4Ø20	2Ø12,5				
RESULTADO DA OTIMIZAÇÃO						
			f(x)		Avaliação Restrições	
			50.674,00		Ativas	2
					Atendidas	118
					Violadas	5

Tabela 7. Resultados Cenário 3

Var. projeto p/vigas	Viga GR.1	Viga GR.2	Var. projeto p/pilares	Pilar GR.1	Pilar GR.2	Pilar GR.3
x1/x2	30/40	25/50	x1/x2	40/45	30/45	30/65

x13,x3	2Ø25	5Ø10	x3,x4	6Ø12,5	6Ø10	8Ø16
x14,x4	3Ø12,5	6Ø12,5	RESULTADO DA OTIMIZAÇÃO			
x15,x5	5Ø20	2Ø10				
x16,x6	3Ø25	3Ø16	f(x)		Avaliação Restrições	
x17,x7	5Ø25	5Ø12,5	49.258,00		Ativas	3
x18,x8	5Ø25	1Ø10			Atendidas	110
x19,x9	1Ø10	1Ø16			Violadas	12
x20,x10	4Ø25	2Ø16				
x21,x11	3Ø16	2Ø10				
x22,x12	3Ø10	2Ø12,5				

5.4 Conclusões

Neste artigo é apresentado um esquema de otimização estrutural utilizando o AG. Por se tratar de um problema discreto, esse algoritmo apresenta-se como uma técnica indicada para encontrar o ótimo global nos problemas de otimização de pórticos planos. É mostrado que o projeto ótimo de estruturas de concreto armado submetidas à análise não-linear pode ser formulado usando a NBR 6118 (ABNT, 2014) e que a solução pode ser obtida de maneira satisfatória utilizando o AG, embora tenha sido utilizado um número pequeno de gerações e de indivíduos na população.

Foi utilizado o procedimento de otimização via AG com o tratamento de restrições através da técnica APM e este se mostrou importante no processo de otimização para contornar dificuldades de lidar com um grande número de restrições.

Este trabalho visa embasar o desenvolvimento de uma investigação dos parâmetros do AG que será executado em etapa seguinte para obtenção de projetos exequíveis e com custos menores de forma a atender à todas as restrições. Destaca-se a importância de investigar os demais parâmetros para que o aumento do número de gerações e do tamanho de população não torne o custo computacional inviável.

Diante disso, este artigo visa contribuir para as pesquisas na área de otimização, cujo intuito é minimizar os problemas associados ao uso de métodos tradicionais executados em geral de maneira intuitiva na etapa de projeto de estruturas.

REFERÊNCIAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT), 2014. NBR 6118: Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT.
- Akin, A., Saka, M.P, 2015. Harmony search algorithm based optimum detailed design of reinforced concrete plane frames subject to ACI 318-05 provisions. *Computers and Structures*, vol.147, pp. 79-95. Elsevier.
- Araujo, J.M., 2010. Curso de Concreto Armado. Rio Grande: Dunas, vol.3, 3ed.
- Barbosa, H. J., Lemonge, A. C., 2002. An adaptive penalty scheme in genetic algorithms for constrained optimization problems. In *GECCO*, vol. 2, pp. 287–294.
- Camp, C.V., Pezeshk, S., Hansson, H., 2003. Flexural Design of Reinforced Concrete Frames Using a Genetic Algorithm. *Journal of Structural Engineering*, vol. 129, n.1, pp.105-115.
- Computers and Structures, Inc., 2009. SAP2000 14.1, Structural Analysis Program.
- Costa, L., 1995. Genetic Algorithms, numerical optimization and constraints. In *2nd International Conference on Engineering Optimization*, pp. 151-158.
- Darwin, C., 1895. *On the Origin of Species by Means of Nature Selection, or the Preservation of Favoured Races in the Struggle for Life*.
- Goldberg, D. E., 1989. *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. Addison-Wesley.
- Hoit, M., Soeiro, A., Fagunda, F., 1991. Probabilistic design and optimization of reinforced concrete frames. *Engineering Optimization*, vol.17, pp.229-235.
- Kwak, H.G., Kim, J., 2008. Optimum design of reinforced concrete frames based on predetermined section database. *Computer-Aided Design*, vol. 40, pp.396-408. Elsevier.
- Lee, C., P.E., M.ASCE, Ahn, J., 2003. Flexural design of reinforced concrete frames by Genetic Algorithm. *Journal of Structural Engineering*, vol.129, pp.762-774. ASCE.
- Mathworks, 2014. MATLAB User's Guide, Mathworks Inc., Natick.
- Michalewicz, Z., 1995. Genetic Algorithms, numerical optimization and constraints. In *6th International Conference on Genetic Algorithms*, pp. 151-158.
- Michalewicz, Z., 1996. Genetic Algorithm + Data Structure = Evolution Programs. 3rd ed., Springer-Verlag, New York.
- Torres, J.V.S., 2001. *Otimização de Pórticos de Concreto Armado Utilizando o Sistema Computacional Ansys*. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Pernambuco/Brasil.