



METODOLOGIA EXPERIMENTAL PARA DETERMINAÇÃO DA EFICÁCIA DE NEUTRALIZADORES DINÂMICOS DE VIBRAÇÃO PARA CABOS AÉREOS

Gabriel Ruggiero do Amaral

gabriel.amaral@lactec.org.br

Institutos Lactec

Rodovia BR-116, km 98, nº 8813, 81.531-980, Curitiba, Paraná, Brasil

Eduardo Márcio de Oliveira Lopes

eduardo_lopes@ufpr.br

Universidade Federal do Paraná

Av. Cel. Francisco H. dos Santos, 100, 81.531-980, Curitiba, Paraná, Brasil

Resumo. Neste artigo, as principais metodologias de ensaio em neutralizadores dinâmicos de vibração para cabos aéreos singelos são apresentadas e analisadas criticamente. Apresenta-se ainda a proposta de uma nova metodologia de ensaio, com o suporte de dados obtidos experimentalmente. Essa nova metodologia incorpora métodos mais modernos de aquisição e tratamento de dados no levantamento das características dos dispositivos e fornece informações mais fidedignas e detalhadas de seu desempenho. Adicionalmente, o comportamento dinâmico do sistema composto pelo cabo e pelo neutralizador é modelado pelo método dos elementos finitos. A eficácia de um neutralizador é analisada em termos de seu desempenho em banda larga. Os resultados sugerem que neutralizadores de baixo amortecimento reduzem significativamente os níveis de vibração no sistema primário (o cabo condutor de energia) nas frequências de ressonância do dispositivo, mas ocasionam o surgimento de ressonâncias adjacentes, nas quais o condutor é levado a vibrar em níveis elevados – conforme previsto em teoria. À luz do exposto, os métodos de ensaio tradicionais, baseados no princípio do balanço de energia, são considerados incapazes de fornecer uma compreensão ampla do comportamento dinâmico do sistema cabo-neutralizador.

Palavras-chave: Vibração – Modelos matemáticos. Energia elétrica – transmissão. Amortecimento (Mecânica). Eficácia. Eficiência.

1 INTRODUÇÃO

Vibrações induzidas pelo vento têm sido, a nível global, um grave problema a ser superado no setor de transmissão e distribuição de energia elétrica. Oscilações cíclicas e constantes de cabos condutores e/ou cabos para-raios tracionados entre duas torres resultam em movimentos relativos entre os fios que compõem esses cabos, ocasionando a ocorrência de um fenômeno tribológico conhecido por *fretting*. Esse fenômeno pode causar fadiga, dependendo da intensidade e da frequência das oscilações. E mesmo que os fios do cabo em si não sofram fadiga, ainda assim a transferência dos movimentos provocados pelo vento no cabo para elementos adjacentes, como os braços das torres e demais ferragens componentes do sistema, torna estes próprios elementos sujeitos a falhas por fadiga.

As vibrações eólicas aqui enfocados são caracterizadas por frequências de 3 a 200 Hz e por amplitudes de, no máximo, meio diâmetro do cabo, que tornam o fenômeno dificilmente observável a olho nu. Diferentemente do galope e das vibrações induzidas por esteira, as vibrações eólicas podem ocorrer não só em cabos condutores, mas também em cabos para-raios e cabos estruturais, como estais de torres. As vibrações eólicas, ocasionadas pelo descolamento de vórtices de von Kármán, podem levar os fios do cabo, como exposto, à fadiga, principalmente por *fretting* e geralmente em regiões com restrição de movimento, como próximo a um grampo de suspensão. Se não controladas, podem causar danos severos em poucos meses ou anos, reduzindo drasticamente a vida útil dos cabos. Mais informações acerca do fenômeno do descolamento de vórtices de von Kármán em cabos podem ser encontrados Diana et al. (1993), Farquharson & MacHugh Jr. (1956), Godard et al. (2011), Kraus & Hagedorn (1991), Meynen et al. (2005), Rawlins (1983) e Zasso et al. (2008).

De longe, o método mais comum de atenuação dos efeitos nocivos das vibrações eólicas em cabos de LT (linhas de transmissão) e LD (linhas de distribuição) é o do controle passivo de vibrações, por meio dos neutralizadores dinâmicos de vibração (também conhecidos equivocadamente como “amortecedores” de vibração). Atualmente, encontra-se uma grande variedade de modelos de neutralizadores no mercado, desde os mais convencionais até os de tecnologia moderna, inclusive com o uso de materiais distintos dos tradicionais, como os viscoelásticos.

Entretanto, embora o projeto e a tecnologia destes dispositivos tenham evoluído significativamente com o passar dos anos, ainda são utilizadas metodologias clássicas de ensaio tanto na avaliação do desempenho dinâmico do neutralizador isoladamente quanto do sistema composto pelo cabo e pelo neutralizador. Estas metodologias de ensaio, apresentadas na IEEE Std 664 (1993) – “*Guide for laboratory measurement of the power dissipation characteristics of aeolian vibration dampers for single conductors*” – e na IEC 61897 (1998) – “*Overhead lines – Requirements and tests for Stockbridge type aeolian vibration dampers*”, possibilitam a avaliação do desempenho do neutralizador apenas em termos da potência dissipada por este nas frequências de ressonância do sistema, sendo indiferentes a outros efeitos pertinentes à introdução de um neutralizador em um sistema mecânico.

Sabe-se que, durante as últimas décadas, o crescimento econômico e populacional, a elevação dos custos de construção de novas linhas, as mudanças regulatórias (tendo em vista não só a garantia do fornecimento, mas também questões ambientais), a introdução de novas fontes de energia (muitas vezes em locais remotos, demandando LT cada vez mais extensas) e, especificamente no caso brasileiro, o aumento do padrão de vida de boa parte da população, elevaram a demanda por energia e aumentaram os custos e exigências de confiabilidade sobre as LT e LD (EPRI, 2009). Assim, é cada vez mais necessário, já na fase de projeto, prover

proteção confiável e eficaz às linhas quanto às vibrações eólicas, sob pena de ser necessário resolver o problema com alto custo durante a operação.

O presente trabalho propõe um novo método de ensaio e avaliação das características dinâmicas dos dispositivos de controle de vibração mais comuns em cabos aéreos do sistema elétrico, no intuito de elevar o nível de conhecimento do desempenho desses dispositivos, quando de sua instalação em cabos singelos, sendo eles condutores ou para-raios. As vantagens e desvantagens do método proposto são avaliadas à luz de comparações com os métodos de ensaio tradicionais, contando ainda com o suporte de simulações do comportamento do sistema por meio do método dos elementos finitos.

2 MÉTODOS DE ENSAIO TRADICIONAIS

O princípio básico do qual partem os mais importantes métodos de ensaio em cabos e neutralizadores é o assim chamado “princípio do balanço de energia” (*EBP – energy balance principle*). Por ele se considera que, com o cabo vibrando em regime permanente, a totalidade da energia, ou potência, introduzida no sistema é dissipada em cada um de seus componentes, cabo e dispositivo de controle, além de outras fontes de dissipação, como as terminações do vão de ensaio (ou ancoragens), o ponto de contato entre excitador e cabo e o atrito do cabo com o próprio ar (RAWLINS, 1987).

Dentre os dispositivos mais utilizados no controle de vibrações em cabos de linhas aéreas, podem-se citar os torcionais, os de impacto, os do tipo Bretelle, os do tipo festão, os espirais e os de longe mais comumente empregados, os do tipo Stockbridge e suas muitas variantes, como o 4-R, o Haro e o “dogbone”. De safra recente, há os neutralizadores viscoelásticos.

Para ensaios em sistemas cabo-neutralizador, há os métodos básicos, que são o método *ISWR* (*inverse standing wave ratio – razão inversa da onda estacionária*), o método da potência e o método do decremento logarítmico. Esses métodos fornecem, para cada frequência de ressonância do sistema cabo-neutralizador de interesse, os valores de potência dissipada pelo neutralizador, a uma determinada velocidade antinodal do cabo.

Além de fornecerem resultados apenas em frequências discretas da faixa de interesse, esses métodos apresentam dificuldades práticas quando da execução dos ensaios, visto ser necessário determinar as posições de nós e antinós em cada frequência de ressonância, posicionar transdutores com grande exatidão nessas posições e realizar medidas que, por vezes, envolvem grandezas muito pequenas, como o deslocamento em dois nós, no caso do método *ISWR*.

Além disso, os métodos da potência e do decremento logarítmico atribuem à ação do neutralizador toda a potência dissipada no vão de ensaio, incluindo perdas nas terminações e a dissipação do próprio cabo. Ademais, os métodos *ISWR* e da potência exigem a realização das medidas em regime permanente, o que, pelas características dinâmicas do sistema, nem sempre é fácil ou mesmo possível de se obter.

Destaca-se também que o método do decremento logarítmico parece induzir a um erro conceitual. Ao se estimar o amortecimento de um cabo ou de um sistema cabo-neutralizador pelo decremento logarítmico, trata-se do amortecimento estrutural, e não do amortecimento material. Como consequência, uma simples mudança no comprimento do vão experimental alteraria os valores estimados, pois alteraria a estrutura como um todo.

Observa-se que os métodos básicos tratam o neutralizador apenas como um dissipador de energia (ou seja, como um amortecedor puro), ignorando as contribuições de sua rigidez e massa para o comportamento dinâmico do sistema. Estas contribuições, como se verá adiante, são de importância fundamental para a compreensão das consequências da introdução do dispositivo no sistema mecânico cuja vibração se deseja controlar, a saber, o cabo de linha aérea de transmissão ou distribuição.

Já para ensaios apenas em neutralizadores, há o método direto, com o neutralizador instalado diretamente sobre o *shaker* (excitador de vibrações). Ele requer infraestrutura muito menor e mais simples que os métodos básicos, além de fornecer resultados na forma de uma curva contínua na faixa de frequências de interesse. É de execução incomparavelmente mais rápida e prática, fornecendo resultados rapidamente. Os procedimentos podem ser automatizados com grande facilidade, reduzindo drasticamente a influência do operador ao longo dos ensaios.

Os cuidados se resumem a assegurar rigidez ao sistema de fixação do neutralizador, à calibração e verificação do sistema de medição, cujo procedimento é descrito em detalhes na IEEE 664, e à certificação de que o sistema opera em regime quase permanente, ou seja, com velocidade de varredura lenta o suficiente para que, na resposta medida, não sejam levados em conta efeitos de transientes provenientes da mudança de frequências.

Entretanto, os resultados obtidos com o método direto não levam em consideração as interações entre o neutralizador e o cabo, nem efeitos dinâmicos provenientes da rotação do neutralizador em um eixo perpendicular ao eixo de seu grampo. Diana et al. (2003) mostraram que, quando o neutralizador fica posicionado próximo a um nó do cabo vibrante, grande parte da energia dissipada pelo dispositivo de amortecimento se dá a partir do movimento de rotação, e não da translação vertical do grampo do neutralizador – o único movimento a que o neutralizador está sujeito em ensaios pelo método direto.

Mesmo assim, devido a sua grande praticidade, o método direto é preferido quando se deseja fazer uma rápida caracterização de um neutralizador, ou quando se deseja comparar as características de dois ou mais neutralizadores diferentes.

3 NOÇÕES DE CONTROLE DE VIBRAÇÕES POR NEUTRALIZADORES DINÂMICOS

Um neutralizador dinâmico de vibração (NDV) é um sistema mecânico secundário, com massa, rigidez, e, eventualmente, amortecimento significativo, que é fixado a um sistema mecânico primário (SP) cuja vibração se deseja controlar (BAVASTRI, 2014).

Os efeitos da introdução de um neutralizador com um GDL (grau de liberdade) em um sistema mecânico primário, igualmente com um GDL, são estudados de longa data. É sabido que a inserção de um neutralizador com mesma frequência natural que a do SP ocasiona o surgimento de duas outras ressonâncias, uma com frequência menor e outra com frequência maior, no entorno da ressonância original (DEN HARTOG, 1947).

A Figura 1 ilustra a situação da inserção de um neutralizador de um GDL com amortecimento viscoso em um SP também de um GDL, mas não amortecido. Nela, $|H|$ é o módulo da receptância (relação entre deslocamento e força no domínio da frequência) e ε é a razão entre frequência de excitação e frequência natural do sistema primário. A curva sólida corresponde à receptância do SP (ela tende ao infinito quando ε tende a 1). A curva pontilhada corresponde à receptância do sistema composto (SC) pelo SP mais o NDV. Nele, mostra-se

que, para ε menor que 0,84 ou maior que 1,19, a introdução do neutralizador não apenas não reduz satisfatoriamente os níveis de vibração, mas também chega a amplificá-los.

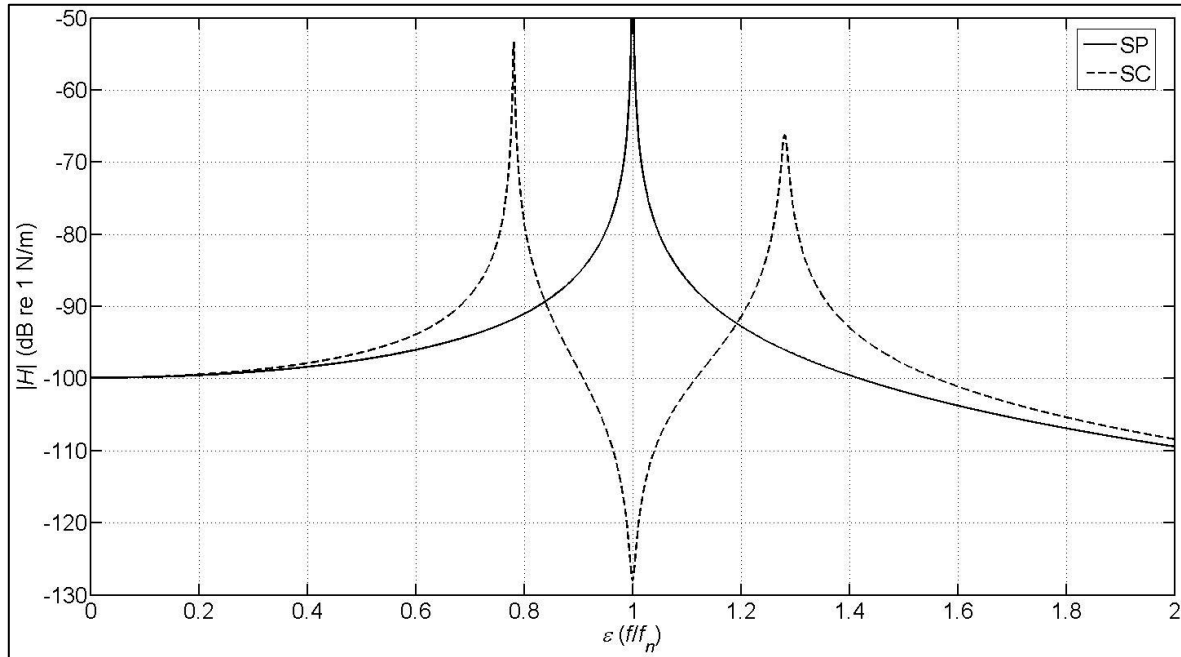


Figura 1. Curvas de receptância do sistema primário (SP) e do sistema composto (SC).

Já para um sistema com múltiplos graus de liberdade (SMGL), sabe-se que a equação de movimento pode ser dada por

$$M\ddot{\mathbf{x}} + C\dot{\mathbf{x}} + K\mathbf{x} = \mathbf{f}, \quad (1)$$

onde M , C e K são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez, respectivamente; \mathbf{x} é o vetor de deslocamentos generalizados; \mathbf{f} é o vetor de forças ou carregamentos generalizados; e os pontos denotam derivadas em relação ao tempo.

As condições iniciais são expressas por

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0, \quad (2)$$

$$\dot{\mathbf{x}}(0) = \dot{\mathbf{x}}_0.$$

Observa-se que as referidas matrizes e vetores são de ordem n , sendo n o número de graus de liberdade do sistema. Cada elemento da matriz de receptância do sistema é calculado por

$$\bar{H}_{sr} = \bar{X}_s / \bar{F}_r = \left[\sum_{i=1}^n \frac{\Phi_{si} \Phi_{ri}}{(\omega_{ni}^2 - \omega^2) + j(2\zeta_i \omega_{ni} \omega)} \right]. \quad (3)$$

A Eq. (3) fornece o elemento da matriz de receptância \bar{H} localizado na s -ésima linha e na r -ésima coluna, ou \bar{H}_{sr} , que representa a relação, na frequência, entre o deslocamento no ponto de medição s , ou \bar{X}_s , e a força aplicada ao ponto r , ou \bar{F}_r , quando todas as demais forças são iguais a zero. Os vetores Φ_{si} e Φ_{ri} são vetores coluna, compostos, respectivamente, pelos s - e r -ésimos componentes dos modos de vibrar, ao passo que ω_{ni} é a i -ésima frequência natural,

ω é a frequência, ζ_i é a i -ésima razão de amortecimento modal e j é o número imaginário ($\sqrt{-1}$).

Basicamente, a introdução de um neutralizador com múltiplos GDL em um SP também de múltiplos GDL ocasiona o aumento na ordem das matrizes e vetores, que passam de ordem n_{sp} (sendo n_{sp} o número de GDL do SP) a ordem $n_{sp} + n_{ndv} - n_b$ (sendo n_{ndv} e n_b , respectivamente, o número de GDL do neutralizador e o número de GDL da fronteira, ou conexão, entre o SP e o NDV). Aumenta-se assim o número de ressonâncias da estrutura, tal como exemplificado, de forma elementar, na Figura 1. Portanto, o procedimento de se determinar a potência dissipada apenas nas ressonâncias pode encobrir ineficiências do neutralizador, porque oculta informações sobre o que ocorre no entorno dessas frequências, como o surgimento de outros pontos de amplitude também elevada. Mais sobre neutralização em SMGL pode ser encontrado em Dayou (2006).

4 MODELAGEM VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

É apresentada aqui a obtenção de um modelo para o comportamento à flexão de um cabo submetido a uma força axial constante. Para tanto, usa-se o modelo de viga de Euler-Bernoulli e consideram-se propriedades homogêneas.

4.1 Discretização do Domínio

O cabo é dividido em n_e elementos, cada qual com dois nós. Cada nó tem dois graus de liberdade: o deslocamento $w(x,t)$ e a inclinação $w'(x,t)$ ($= -dw/dx$). O domínio de cada elemento se estende das coordenadas $(x_a, x_b) = (x_e, x_{e+1})$. Dentro de cada elemento, a coordenada global pode ser substituída pela coordenada local ξ , que varia de 0 a h_e , o comprimento do elemento, e é dada por:

$$\xi = x - x_e. \quad (4)$$

4.2 Derivação das Equações Elementares

Recorda-se que a equação diferencial que governa o movimento transversal de uma viga homogênea submetida a uma carga axial (com sinal positivo para tração) é dada por

$$EI \frac{\partial^4}{\partial x^4} w(x, t) - N \frac{\partial^2}{\partial x^2} w(x, t) + m \frac{\partial^2}{\partial t^2} w(x, t) = p(x, t), \quad (5)$$

onde x e t são, respectivamente, as coordenadas espacial e temporal, EI é a rigidez à flexão, N é a carga axial aplicada, m é a massa por unidade de comprimento e $p(x,t)$ é o carregamento transversal distribuído.

Assumindo solução na forma

$$w(x, t) = W(x)e^{-j\omega t}, \quad (6)$$

pode-se escrever a forma fraca como

$$([K^e] - \omega^2[M^e])\{\Delta^e\} = \{Q^e\}, \quad (7)$$

onde se faz a seguinte aproximação:

$$W(x) = \sum_{j=1}^4 \Delta_j^e \psi_j^e, \quad (8)$$

sendo Δ_j^e os deslocamentos generalizados nodais no elemento e ψ_j^e são os polinômios cúbicos hermitianos usados como funções de ponderação (ou funções de forma).

Cada elemento das matrizes elementares de rigidez $[K^e]$ e massa $[M^e]$ é dado, respectivamente, por

$$K_{ij}^e = \int_{x_a}^{x_b} \left(EI \frac{d^2 \psi_i^e}{dx^2} \frac{d^2 \psi_j^e}{dx^2} + N \frac{d \psi_i^e}{dx} \frac{d \psi_j^e}{dx} \right) dx, \quad (9)$$

e

$$M_{ij}^e = \int_{x_a}^{x_b} m \psi_i^e \psi_j^e dx. \quad (10)$$

Cada elemento do vetor elementar de forças generalizadas, Q^e , é dado por

$$\begin{aligned} Q_1^e &= \left[\frac{d}{dx} \left(EI \frac{d^2 W}{dx^2} \right) - N \frac{dW}{dx} \right]_{x_a}, \\ Q_2^e &= \left[EI \frac{d^2 W}{dx^2} \right]_{x_a}, \\ Q_3^e &= - \left[\frac{d}{dx} \left(EI \frac{d^2 W}{dx^2} \right) - N \frac{dW}{dx} \right]_{x_b}, \text{ e} \\ Q_4^e &= - \left[EI \frac{d^2 W}{dx^2} \right]_{x_b}. \end{aligned} \quad (11)$$

A substituição das funções de forma e suas derivadas nas equações (9) e (10) fornece as matrizes de rigidez e massa elementares:

$$[K^e] = \frac{2EI}{h_e^3} \begin{bmatrix} 6 & -3h_e & -6 & -3h_e \\ -3h_e & 2h_e^2 & 3h_e & h_e^2 \\ -6 & 3h_e & 6 & 3h_e \\ -3h_e & h_e^2 & 3h_e & 2h_e^2 \end{bmatrix} - \frac{N}{30h_e} \begin{bmatrix} 36 & -3h_e & -36 & -3h_e \\ -3h_e & 4h_e^2 & 3h_e & -1 \\ -36 & 3h_e & 36 & 3h_e \\ -3h_e & -1 & 3h_e & 4h_e^2 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

e

$$[M^e] = \frac{mh_e}{420} \begin{bmatrix} 156 & -22h_e & 54 & 13h_e \\ -22h_e & 4h_e^2 & -13h_e & -3h_e^2 \\ 54 & -13h_e & 156 & 22h_e \\ 13h_e & -3h_e^2 & 22h_e & 4h_e^2 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

onde h_e é, como já exposto, o comprimento do elemento.

Maiores detalhes acerca do método dos elementos finitos e do procedimento aqui empregado podem ser obtidos em Reddy (2006).

4.3 Montagem das Matrizes Globais

A montagem das matrizes globais $[K]$ e $[M]$ é feita com base na continuidade interelementar das variáveis primárias (deslocamento e inclinação) e no equilíbrio interelementar das variáveis secundárias (força cortante e momento fletor).

A expressão (14) ilustra o caso da montagem da matriz de rigidez global considerando uma malha de dois elementos. Nela, os índices sobrescritos 1 e 2 se referem ao elemento na malha, ao passo que os índices subscritos se referem à posição do componente da matriz de rigidez elementar dada por (12).

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{11}^1 & K_{12}^1 & K_{13}^1 & K_{14}^1 & 0 & 0 \\ K_{21}^1 & K_{22}^1 & K_{23}^1 & K_{24}^1 & 0 & 0 \\ K_{31}^1 & K_{32}^1 & K_{33}^1 + K_{11}^2 & K_{34}^1 + K_{12}^2 & K_{13}^2 & K_{14}^2 \\ K_{41}^1 & K_{42}^1 & K_{43}^1 + K_{21}^2 & K_{44}^1 + K_{22}^2 & K_{23}^2 & K_{24}^2 \\ 0 & 0 & K_{31}^2 & K_{32}^2 & K_{33}^2 & K_{34}^2 \\ 0 & 0 & K_{41}^2 & K_{42}^2 & K_{43}^2 & K_{44}^2 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

4.4 Imposição das Condições de Contorno

As condições de contorno, no caso, engaste em ambas as extremidades, conduzem a que ambas as variáveis primárias (deslocamento e rotação) sejam nulas no primeiro e no último nós da malha (ou nos dois primeiros e nos dois últimos GDL da malha).

A imposição dessas condições de contorno é feita pela eliminação dos termos correspondentes a esses GDL no conjunto de equações global do sistema. Por exemplo, para o caso da matriz de rigidez dada por (14), a imposição das condições de contorno leva a

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{33}^1 + K_{11}^2 & K_{34}^1 + K_{12}^2 \\ K_{43}^1 + K_{21}^2 & K_{44}^1 + K_{22}^2 \end{bmatrix}, \quad (15)$$

e o sistema passa a ter dois GDL e, portanto, duas frequências naturais.

4.5 Modelagem de Um Neutralizador Tipo Stockbridge

A fim de poder simular os efeitos da introdução de um neutralizador em um cabo condutor, desenvolveu-se um modelo para o mais comum dos dispositivos de controle de vibração em cabos de linhas de transmissão aéreas, a saber, o neutralizador tipo Stockbridge.

O modelo considera o NDV como composto por duas subestruturas, cada qual correspondendo a uma das metades do dispositivo. Cada fio mensageiro é modelado de forma semelhante ao cabo, ou seja, como uma viga de Euler-Bernoulli, mas de apenas um elemento. A principal diferença se dá no cômputo de cada elemento da matriz de rigidez elementar, que, no caso do neutralizador, não contém o termo de carregamento axial N da equação (12).

A Figura 2 é uma representação do dispositivo, cujo diagrama de corpo livre é mostrado na Figura 3. Considera-se aqui apenas a parte *b*) da Figura 3, visto que a modelagem para a parte *c*) é semelhante.

Após o cálculo dos termos da matriz de massa de cada metade do NDV, são adicionadas, por sobreposição, a massa m_b e a inércia à rotação I_b da base, bem como a massa m_{c1} e a

inércia à rotação I_{c1} do “copo” correspondente àquela metade do neutralizador. São incluídos os efeitos ocasionados pelo fato de o centro de massa do copo poder não coincidir com o ponto de fixação deste ao fio mensageiro. Essa excentricidade, e_1 na Figura 3, introduz termos na matriz de massa, que são calculados como segue.

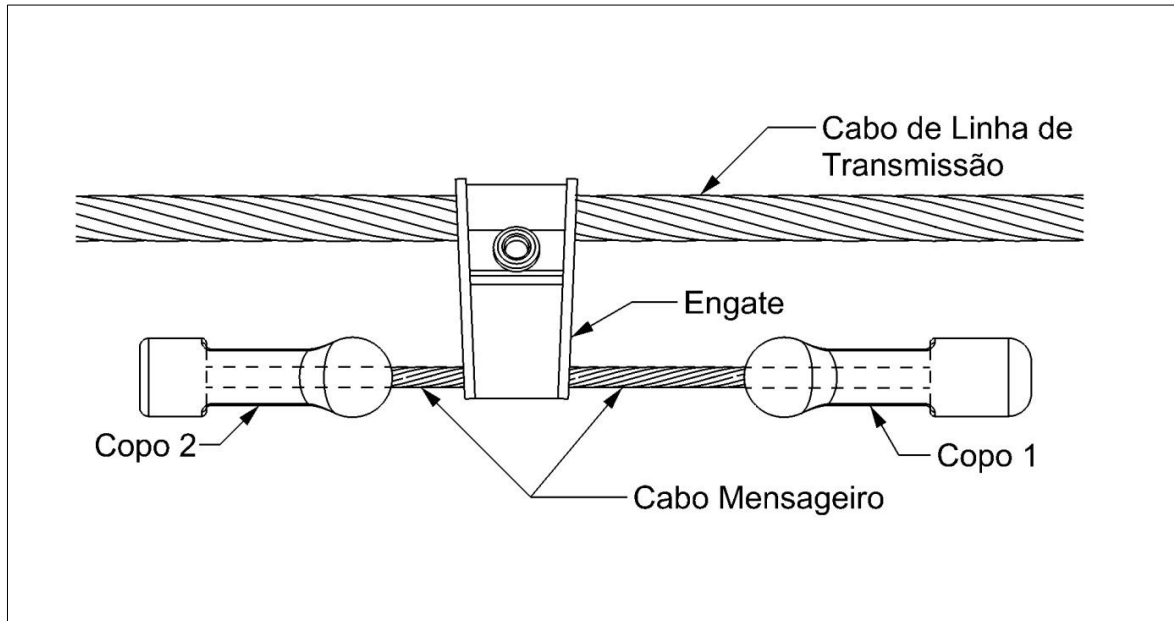


Figura 2. Representação esquemática de um neutralizador tipo Stockbridge.

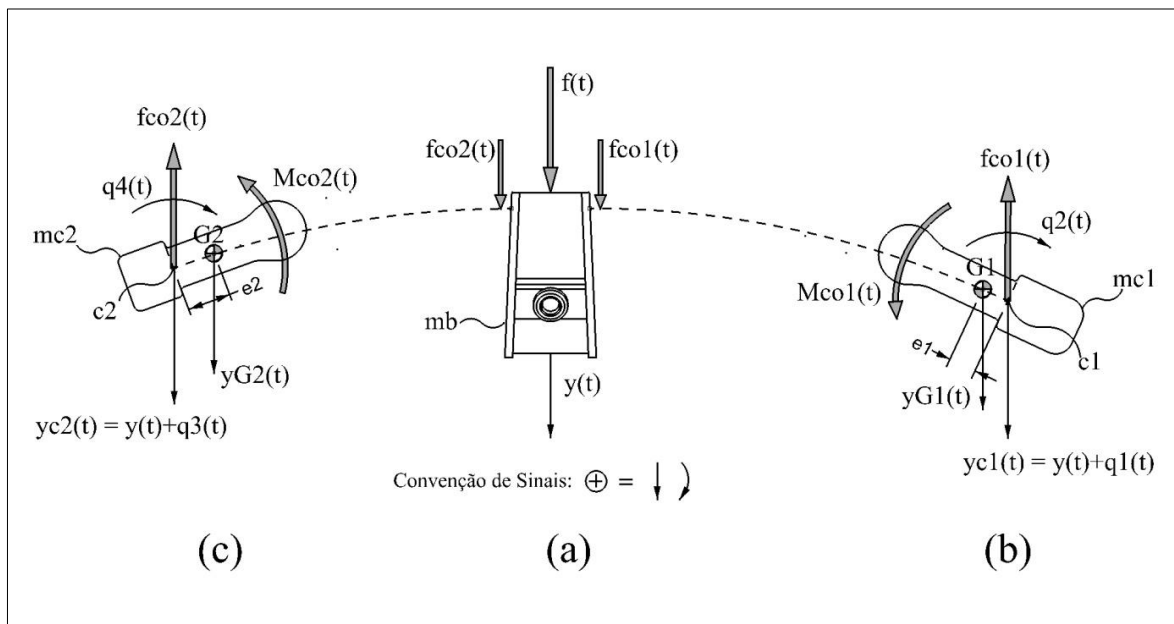


Figura 3. Diagrama de corpo livre das três partes do neutralizador.

Admitindo que o deslocamento angular $q_2(t)$ seja pequeno, pode-se escrever

$$\text{sen}(q_2(t)) \cong q_2(t), \quad \text{cos}(q_2(t)) \cong 1 \quad (16)$$

Considerando a Figura 3 e as equações (16), observa-se que a força, $f_{co1}(t)$, e o momento, $M_{co1}(t)$, do copo são dados, respectivamente, por

$$f_{c01}(t) = m_{c1}[\ddot{q}_1(t) - e_1\ddot{q}_2(t)], \quad (17)$$

e

$$M_{c01}(t) = I_{c1}\ddot{q}_2(t) - m_{c1}[\ddot{q}_1(t) - e_1\ddot{q}_2(t)]e_1. \quad (18)$$

Matricialmente, esses termos entrarão na matriz de massa da subestrutura da seguinte forma:

$$[M_c^1] = \begin{bmatrix} m_b/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_b/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{c1} & -e_1m_{c1} \\ 0 & 0 & -e_1m_{c1} & e_1^2m_{c1} + I_{c1} \end{bmatrix}, \quad (19)$$

A matriz $[M_c^1]$ é então adicionada à matriz de massa do fio mensageiro para se obter a matriz de massa da primeira subestrutura (ou metade do NDV):

$$[M_{se}^1] = [M_{fm}^1] + [M_c^1], \quad (20)$$

sendo $[M_{se}^1]$ a matriz de massa da subestrutura 1 e $[M_{fm}^1]$ a matriz do fio mensageiro da subestrutura 1 (dada pela equação (13), com m_{fm} , a massa por unidade de comprimento do fio mensageiro, no lugar de m , e com L_1 , o comprimento do fio mensageiro da subestrutura 1, no lugar de h_e).

Aplicando à subestrutura 2, que é a metade oposta do NDV, o mesmo procedimento anterior, chega-se a

$$[M_c^2] = \begin{bmatrix} m_b/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_b/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{c2} & e_2m_{c2} \\ 0 & 0 & e_2m_{c2} & e_2^2m_{c2} + I_{c2} \end{bmatrix}, \quad (21)$$

Logo, a matriz de massa da subestrutura 2 é dada por

$$[M_{se}^2] = [M_{fm}^2] + [M_c^2]. \quad (22)$$

Observa-se que os dois primeiros graus de liberdade da primeira subestrutura fazem fronteira com os dois primeiros graus de liberdade da segunda subestrutura (correspondentes aos termos com m_0 e I_0 nas equações (19) e (21)). Estes são o deslocamento e a rotação na base do neutralizador. Ocorre que esses graus de liberdade também fazem fronteira com os dois graus de liberdade (deslocamento e rotação) do cabo nos quais se insere o NDV. Esses graus de liberdade são, portanto, os mesmos.

Logo, as duas subestruturas que constituem o neutralizador são inseridas na estrutura do sistema primário, o cabo, com auxílio da matriz T , dada pela equação (23), a saber

$$T = \begin{bmatrix} I_{sp} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_b \\ 0 & I_{se1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_b \\ 0 & 0 & I_{se2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_b \end{bmatrix}, \quad (23)$$

de modo que os graus de liberdade são assim agrupados (WIJKER, 2008):

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{x}_{sp,i} \\ \mathbf{x}_{sp,b} \\ \mathbf{x}_{se1,i} \\ \mathbf{x}_{se1,b} \\ \mathbf{x}_{se2,i} \\ \mathbf{x}_{se2,b} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{sp} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_b \\ 0 & I_{se1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_b \\ 0 & 0 & I_{se2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_{sp,i} \\ \mathbf{x}_{se1,i} \\ \mathbf{x}_{se2,i} \\ \mathbf{x}_{sp,b} = \mathbf{x}_{se1,b} = \mathbf{x}_{se2,b} \end{Bmatrix}, \quad (24)$$

onde os subíndices *se1* e *se2* se referem às subestruturas 1 e 2, respectivamente, o subíndice *SP* ao sistema primário, o subíndice *i* aos GDL internos o subíndice *b* aos GDL de fronteira.

Desta forma, o vetor de coordenadas generalizadas totais \mathbf{x}_{tot} pode ser escrito como

$$\mathbf{x}_{tot} = [\mathbf{x}_{sp,i}, \mathbf{x}_{sp,b}, \mathbf{x}_{se1,i}, \mathbf{x}_{se1,b}, \mathbf{x}_{se2,i}, \mathbf{x}_{se2,b}]^T. \quad (25)$$

Semelhantemente, escrevem-se as matrizes totais M_{tot} , C_{tot} e K_{tot} . Por exemplo, a matriz total de massa é escrita como

$$M_{tot} = \begin{bmatrix} M_{sp} & 0 & 0 \\ 0 & M_{se1} & 0 \\ 0 & 0 & M_{se2} \end{bmatrix}. \quad (26)$$

Pré-multiplicando M_{tot} , C_{tot} e K_{tot} por T^T e pós-multiplicando-as por T , obtêm-se as matrizes reduzidas M_{red} , C_{red} e K_{red} , de tal forma que a equação do movimento, (1), pode ser escrita como

$$M_{red}\ddot{\mathbf{x}}_{red} + C_{red}\dot{\mathbf{x}}_{red} + K_{red}\mathbf{x}_{red} = \mathbf{f}_{red}. \quad (27)$$

As receptâncias do sistema (Eq. (3)) são então obtidas a partir das matrizes reduzidas da Eq. (27).

4.6 Introdução de Amortecimento

O amortecimento, na modelagem em questão, é considerado proporcional à massa e à rigidez, com a construção da matriz C de cada viga (cabo e fios mensageiros 1 e 2). Entretanto, o modelo poderia suportar o uso de amortecimento modal, se desejado. Para o objetivo pretendido neste trabalho, que é o de possuir um modelo que permita estimar a localização das ressonâncias e verificar o formato geral das funções resposta em frequência, considera-se que a hipótese de amortecimento proporcional é satisfatória.

5 METODOLOGIA PROPOSTA DE ENSAIO E ANÁLISE

O método de ensaio proposto neste trabalho busca simplificar e abreviar em muito os ensaios de determinação da eficácia de neutralizadores para cabos aéreos, além de fornecer estimativas de desempenho mais realistas. Em lugar de ensaios em regime permanente, propõe-se a adoção de um ensaio modal simples, com o uso de martelo de impacto e localização de acelerômetros em posições desejadas. A partir dos sinais de força na excitação (via martelo de impacto) e deslocamento na resposta (via acelerômetros, com dupla integração), podem-se estimar funções resposta em frequência, como a receptância, em determinados pontos do sistema. A partir das receptâncias obtidas em ensaios com e sem o neutralizador, é possível estimar, de maneira direta, a redução nos níveis de vibração proporcionados pela introdução do neutralizador, bem como avaliar os efeitos do neutralizador no SP em toda a banda de frequências de interesse.

5.1 Estimativa de Funções Receptância Via Densidades Espectrais de Potência

A densidade espectral de potência de um sinal $y(t)$ é definida como

$$S_{yy}(f) = \lim_{T_a \rightarrow \infty} \frac{1}{T_a} E[|\bar{Y}(f)|^2] = \lim_{T_a \rightarrow \infty} \frac{1}{T_a} E[\bar{Y}^*(f)\bar{Y}(f)], \quad (28)$$

onde E denota o valor esperado do termo entre colchetes, T_a é o tempo de aquisição e $\bar{Y}^*(f)$ é o complexo conjugado da transformada de Fourier $\bar{Y}(f)$ do sinal $y(t)$.

Adicionalmente, a densidade espectral cruzada entre dois sinais $x(t)$ e $y(t)$ é definida por

$$S_{xy}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E[\bar{X}^*(f)\bar{Y}(f)], \quad (29)$$

onde $\bar{X}^*(f)$ é o complexo conjugado da transformada de Fourier $\bar{X}(f)$ do sinal $x(t)$.

Define-se então o estimador \bar{H}_1 como

$$\bar{H}_1 = \left[\frac{1}{N_a} \sum_{i=1}^{N_a} \bar{X}_i^*(f)\bar{Y}_i(f) \right] / \left[\frac{1}{N_a} \sum_{i=1}^{N_a} \bar{X}_i^*(f)\bar{X}_i(f) \right], \quad (30)$$

sendo N_a o número de amostras tomadas.

Diz-se que o estimador \bar{H}_1 é não tendencioso com relação ao sinal de saída (ou seja, é pouco sensível a ruídos no sinal de saída).

5.2 Estimativa da Redução nos Níveis de Vibração pela Introdução de um Neutralizador

Obviamente, o objetivo de qualquer sistema de controle de vibrações, incluindo os neutralizadores, é a redução dos níveis de vibração no sistema primário. Assim, é conveniente descrever o desempenho de um NDV em termos da magnitude da redução nos níveis de amplitude que este proporciona ao ser instalado no sistema primário.

Como a potência é proporcional ao quadrado da amplitude, uma medida da referida redução, em dB, pode ser feita por

$$Red[dB] = 20 \log_{10} \left[\frac{\sqrt{\sum_{k=i}^s |\bar{H}(\omega_k)_s|^2}}{\sqrt{\sum_{k=i}^s |\bar{H}(\omega_k)_c|^2}} \right], \quad (31)$$

onde as funções \bar{H} são estimadas pela Equação (30) e os índices s e c se referem a “sistema” e “cabo”, ou seja, a grandezas medidas em ensaios com e sem neutralizador, respectivamente. Os índices i e s nos somatórios, por sua vez, se referem às frequências de corte inferior e superior, respectivamente, e ω_k é o k -ésimo ponto em frequência.

A Eq. (31) permite comparar diretamente o desempenho de diferentes neutralizadores instalados em um mesmo cabo, ou de um mesmo neutralizador instalado em diferentes cabos, em qualquer banda de interesse.

6 SIMULAÇÃO, EXPERIMENTO E SISTEMAS

A simulação numérica do comportamento dinâmico do cabo (SP) e do sistema composto por cabo e neutralizador (SC) foi feita por meio de um código desenvolvido em Matlab[®], que fornece a receptância do sistema para determinados pontos de excitação e resposta.

A partir das propriedades do cabo e do neutralizador, o *software* faz a montagem das matrizes M , C e K , e, no caso de se desejar inserir um NDV, monta também as matrizes de cada subestrutura, obtém a matriz T e computa as matrizes reduzidas, para então obter, por análise modal teórica, a receptância entre o ponto de resposta e o ponto de excitação especificados. O operador deve entrar com as propriedades de cada componente do SC e também com a opção de inserir ou não um neutralizador, além da posição do neutralizador e dos pontos de excitação e resposta.

No tocante à parte experimental, informa-se que todos os ensaios foram executados na bancada de ensaios número 2 do Laboratório de Ensaios em Cabos e Acessórios (LECA) da Divisão de Sistemas Mecânicos (DVSM), do Departamento de Mecânica e Emissões (DPME) dos Institutos Lactec. A aquisição dos dados é feita por meio de um *software* desenvolvido em ambiente LabVIEW[®]. No mesmo ambiente encontra-se também implementado um código para tratamento dos dados de acordo com o procedimento descrito na seção anterior.

O cabo condutor usado nas investigações foi o *ACSR (aluminum conductor steel reinforced – condutor de alumínio reforçado com aço)* 795 kcmil “Tern”, de 27 mm de diâmetro externo nominal. Ele é constituído de três camadas de fios alumínio comum para cabos condutores (Al 1350), dispostas concêntricamente ao redor de duas camadas de fios de aço galvanizado. Cada um dos 45 fios de alumínio tem 3,38 mm de diâmetro, ao passo que os 7 fios de aço galvanizado têm, cada um, 2,25 mm de diâmetro. A seção transversal total é de 431,6 mm².

A massa por unidade de comprimento do cabo é de 1,333 4 kg/m, enquanto sua RMC (resistência mecânica calculada – uma estimativa teórica para a carga de ruptura esperada) é de 9 998 kgf (98,05 kN). Todas essas especificações foram fornecidas pelo fabricante, mantido em sigilo por questões de confidencialidade.

O módulo de elasticidade efetivo do cabo, por seu lado, foi obtido em ensaio normatizado em laboratório, tendo valor de 68,635 GPa. A rigidez à flexão do cabo, desconhecida, foi estimada, para fins de simulação, em metade da rigidez à flexão de uma viga circular de diâmetro igual ao do cabo, e constituída de material com mesmo módulo de elasticidade (EPRI, 2009). Ou seja,

$$EI = \left[E \frac{\pi D^4}{64} \right] / 2, \quad (32)$$

onde E é o módulo de elasticidade do cabo e D é o diâmetro externo nominal do cabo.

O neutralizador selecionado, por sua vez, foi um Stockbridge assimétrico, indicado para aplicação em cabos de diâmetro externo nominal na faixa de 20 a 28,2 mm. O comprimento do fio mensageiro de cada lado do grampo foi medido com paquímetro, resultando em 190 e 139 mm. Pelo fato de que com as simulações se pretende somente investigar os efeitos da introdução do dispositivo no sistema primário (sem proceder, por exemplo, a uma identificação paramétrica), as demais características físicas do NDV são apenas estimadas.

A massa e inércia à rotação do grampo são estimadas em 1,3 kg e 0,001 kgm². A massa, a inércia à rotação e a excentricidade do copo maior são estimadas em 2,676 kg, 0,002 kg-m² e 30 mm, respectivamente. As mesmas características, para o copo menor, são estimadas em 1,87 kg, 0,001 333 kg-m² e 15 mm, respectivamente.

A massa por unidade de comprimento do fio mensageiro é estimada em 0,692 kg/m, ao passo que sua rigidez à flexão é considerada 65% da rigidez à flexão de uma viga circular de mesmo diâmetro que o fio mensageiro (aproximadamente igual a 11,2 mm, após medição com paquímetro), e constituída de material com módulo de elasticidade de 180 GPa.

Os ensaios foram realizados a uma tração (lida por uma célula de carga instalada na máquina de tração) correspondente a aproximadamente 20% da RMC do cabo. A excitação foi feita a meio metro de uma das terminações do vão de ensaio, enquanto a resposta foi lida a 3,43 m da mesma terminação. Já a posição do neutralizador relativamente à terminação do cabo na extremidade oposta do vão experimental foi obtida por

$$P_n = 0,31D\sqrt{H/m}, \quad (33)$$

sendo H a tração aplicada ao cabo e m a massa por unidade de comprimento do cabo.

O comprimento total do vão experimental, lido com trena a *laser*, é de 54 445 mm.

A aceleração medida foi imediatamente integrada duas vezes pelo *software* de processamento para se obter o deslocamento (logo, daqui em diante, sempre que se falar em “resposta” refere-se ao deslocamento).

A taxa de aquisição dos sinais foi de 5 000 Hz, resultando em 0,2 milissegundo de resolução no domínio do tempo. O período de aquisição é sempre de 30 segundos, resultando numa resolução no domínio da frequência de 0,033 3 Hz.

7 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Figura 4 mostra o módulo, em dB, da receptância nos ensaios com e sem o NDV, a 20% da RMC.

Como era de se esperar pelo exposto na seção 3, observa-se claramente o surgimento de novas ressonâncias no entorno de algumas das ressonâncias originais. Em toda a banda de frequências analisada, qual seja, de 6 a 75 Hz, a redução geral no nível de vibração pela introdução do neutralizador, tal como dado pela Eq. (31), é de -16,3 dB (ou 84,7%). Entretanto, nota-se que, acima de aproximadamente 30 Hz, a redução é praticamente nula. A Figura 5 mostra o mesmo gráfico, mas apenas na banda de 6 a 30 Hz, enquanto a Figura 6

contempla a banda de 30 a 75 Hz. Acima de cerca de 40 Hz, a resposta do sistema é praticamente indiferente à introdução do neutralizador.

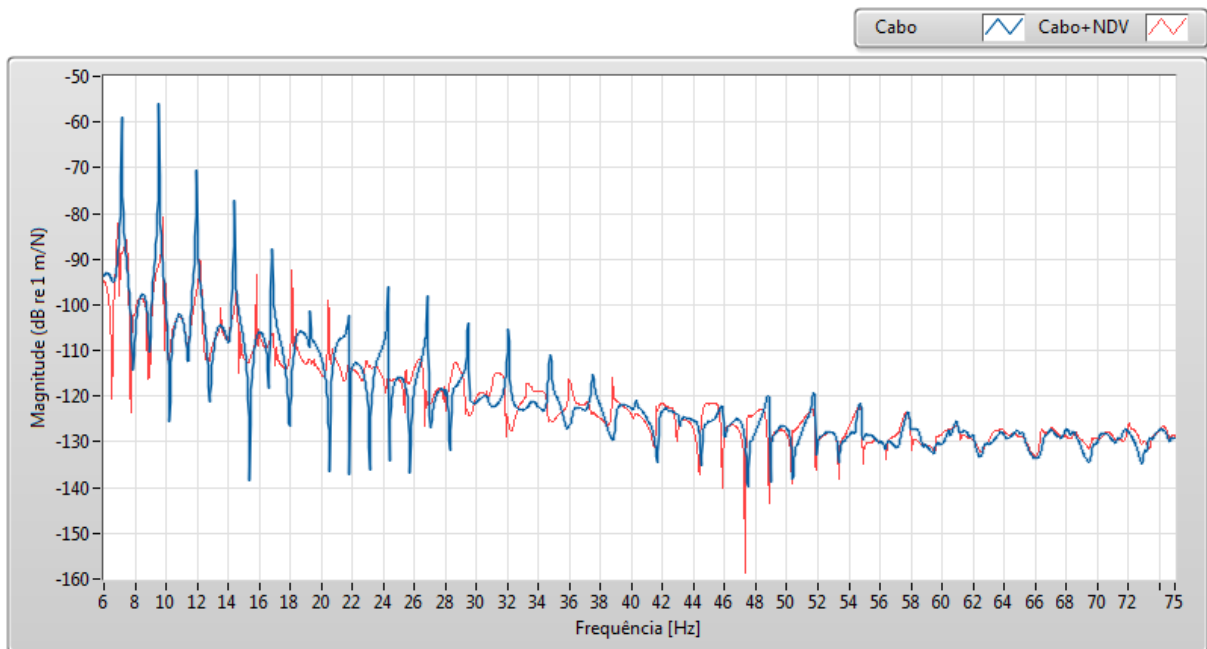


Figura 4. Módulo da receptância nos ensaios a 20% da RMC.

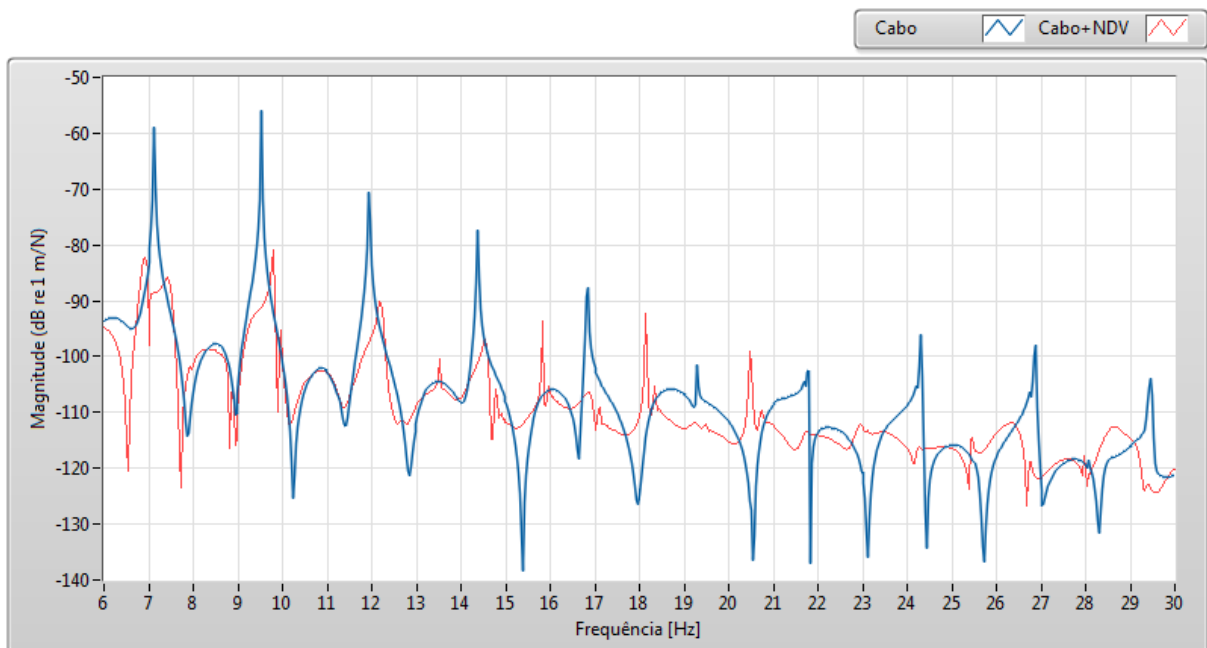


Figura 5. Módulo da receptância de 6 a 30 Hz.

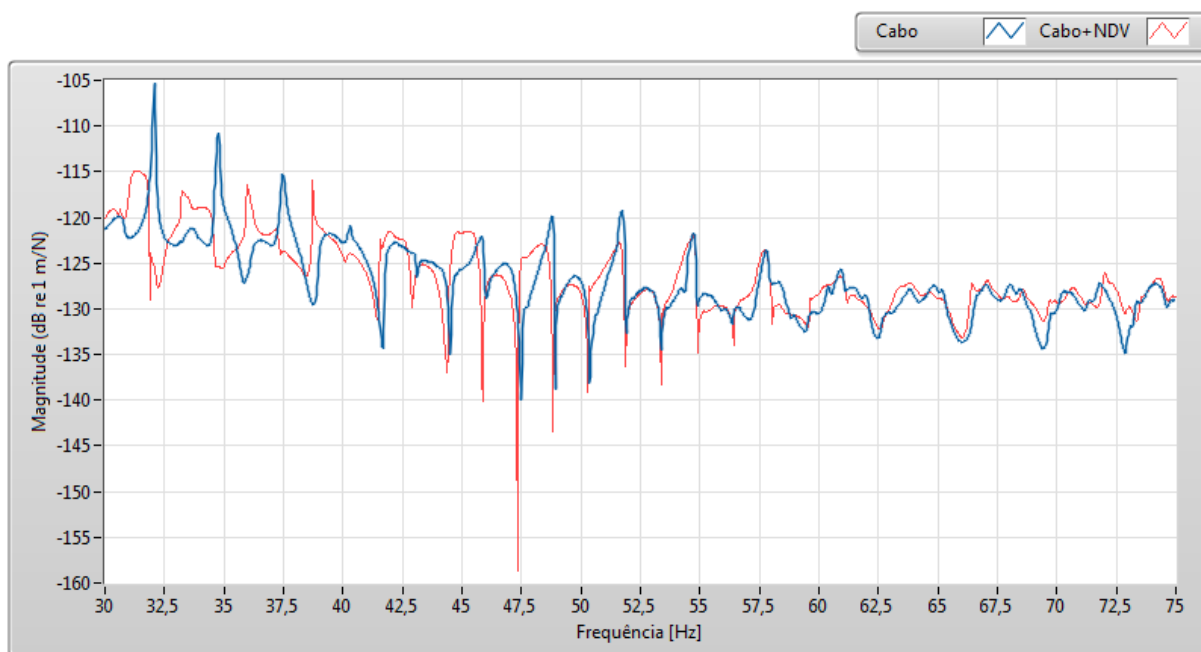


Figura 6. Módulo da receptância de 30 a 75 Hz.

O gráfico da Figura 4 pode ser comparado ao gráfico proveniente da simulação pelo método dos elementos finitos em condições equivalentes, mostrado na Figura 7.

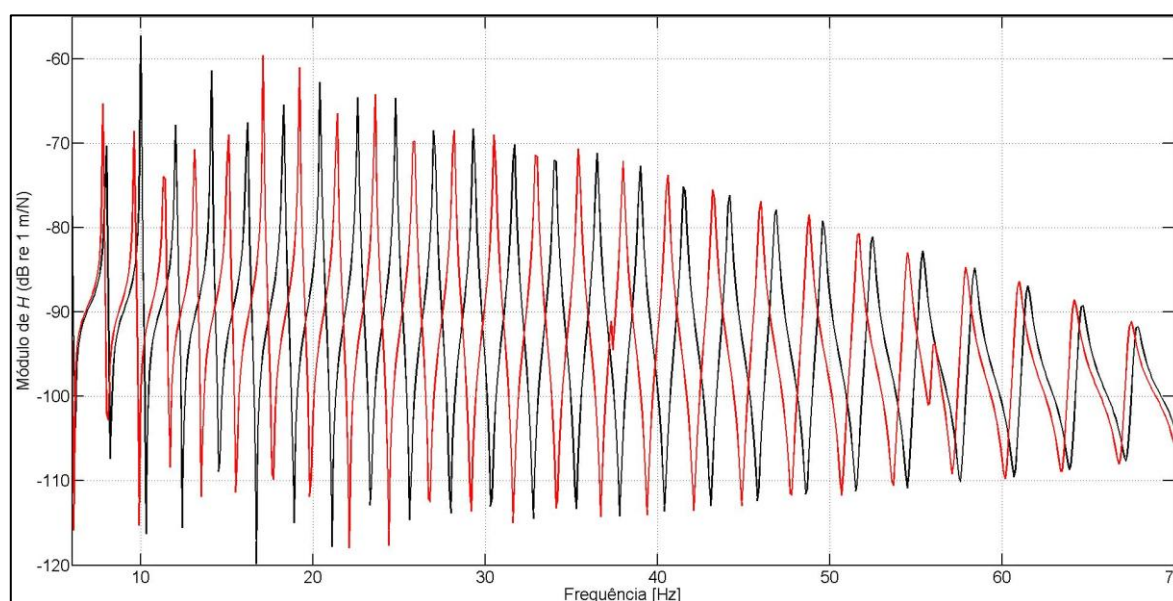


Figura 7. Curvas de receptância com parâmetros estimados, com tração de 20% da RMC do cabo (em preto, sem o NDV; em vermelho, com o NDV).

Considerando que os valores para os parâmetros do cabo e, principalmente do neutralizador, foram estimados de forma um tanto quanto grosseira, considera-se que as curvas da simulação guardam significativa relação com as curvas obtidas nos ensaios (com exceção, mais destacada, do amortecimento, que é difícil de estimar).

Adicionalmente, é possível ilustrar a subtração das curvas de receptância com e sem o NDV, a partir diretamente dos gráficos da Figura 5 e da Figura 6. Os gráficos resultantes são mostrados na Figura 8 e na Figura 9 (valores negativos significam redução e positivos, amplificação, nos níveis de vibração).

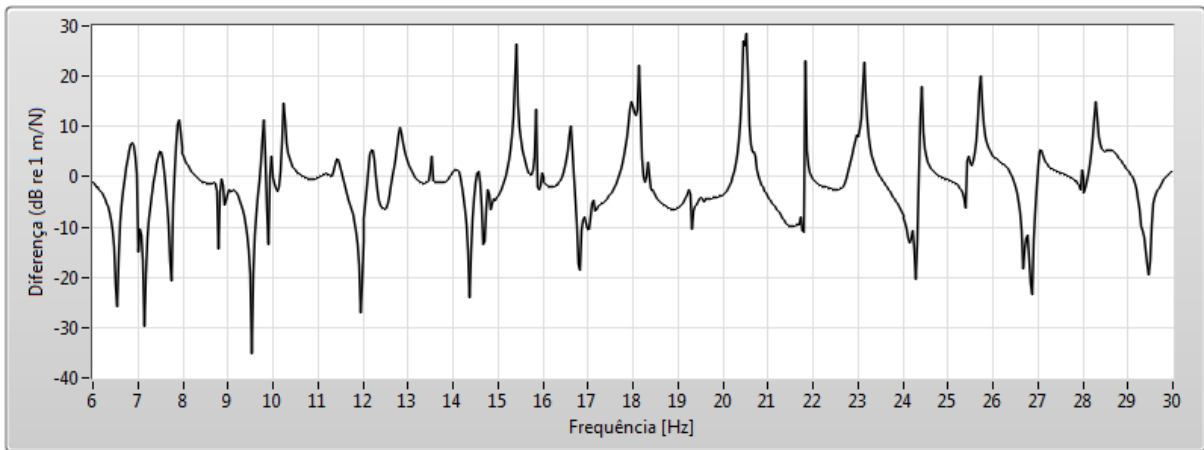


Figura 8. Gráfico da subtração das curvas com e sem o NDV, de 6 a 30 Hz, a 20% da RMC.

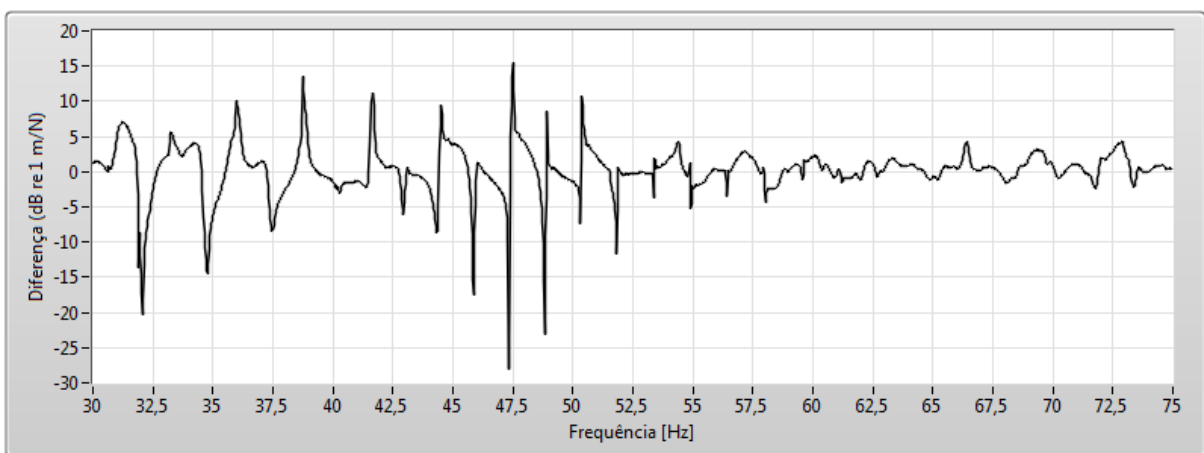


Figura 9. Gráfico da subtração das curvas com e sem o NDV, de 30 a 75 Hz, a 20% da RMC.

Como esperado pela análise das curvas mostradas, o desempenho do neutralizador na faixa até 30 Hz é responsável por toda a redução observada na faixa inteira (de 6 a 75 Hz). Ela corresponde a -16,3 dB, enquanto a redução na banda de 30 a 75 Hz é de apenas -0,3 dB. Fica evidente que o NDV em tela atua satisfatoriamente apenas até 30 Hz.

Adicionalmente, fica evidente também que, sendo o neutralizador em questão um NDV tipo *Stockbridge* metálico, este apresenta baixo amortecimento, ocasionando o surgimento de novas ressonâncias com picos pronunciados no entorno de algumas das ressonâncias originais. Assim, mesmo que ele seja instalado em uma LT ou LD localizada em uma região em que os ventos predominantes ocasionem vibrações eólicas na faixa até 30 Hz (ou seja, na banda de melhor desempenho do dispositivo), corre-se o risco de que o sistema passe a vibrar em uma das novas ressonâncias (por exemplo, cerca de 18 Hz). Assim, a introdução do NDV não apenas apresentaria desempenho insatisfatório, mas chegaria a agravar o problema original.

8 CONCLUSÕES

Conclui-se, pelas características das funções resposta em frequência aqui mostradas, que os métodos de ensaio tradicionais, baseados no princípio do balanço de energia aplicado em frequências discretas do sistema, são incapazes de fornecer uma compreensão adequada dos efeitos da introdução de um neutralizador dinâmico de vibração em um cabo de linha aérea de transmissão ou distribuição.

Ademais, conclui-se também que a utilização de um NDV de baixo amortecimento pode agravar o problema original, caso ocorra a infelicidade de o sistema vibrar em uma das novas ressonâncias. Para controle de vibrações em banda larga de frequências por neutralizadores viscoelásticos, cujo amortecimento é mais significativo, sugere-se consultar Espíndola & Bavastri (1997), Bavastri et al. (1998) e Espíndola & Bavastri (1999).

Considera-se que o método de ensaio e análise apresentado neste trabalho atingiu seu objetivo primário, que é o de fornecer uma maneira simples, rápida e confiável de comparar o desempenho de diversos neutralizadores instalados em um cabo de LT ou LD. Enfatiza-se que o método aqui empregado no ensaio de um neutralizador tipo *Stockbridge* comum poderia ser aplicado a qualquer outro tipo de neutralizador, como um espiralado de impacto ou um viscoelástico, e a qualquer outro tipo de cabo, como os cabos de fibra óptica (*OPGW*).

Agradecimentos

Os autores são gratos a Marcos José Mannala e a Mayara Calado por permitirem o uso dos dados de ensaio apresentados neste trabalho.

O desenvolvimento deste trabalho foi possível em parte graças ao projeto de Pesquisa e Desenvolvimento (P&D) em parceria entre a Furukawa Industrial S.A. Produtos Elétricos e os Institutos Lactec, subsidiado pela Lei nº 10.176, de 11 de janeiro de 2001, em que são feitos agradecimentos especiais à ANATEL – Agência Nacional de Telecomunicações – e ao CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – na concessão da utilização da Lei nº 8.010/90 para a compra de equipamentos.

Agradece-se também à ANEEL – Agência Nacional de Energia Elétrica – e novamente ao CNPq pela concessão da utilização da Lei nº 9.991/2000 no projeto de P&D PD-6491-0243/2011, intitulado “Aumento da capacidade de transmissão de linhas aéreas: Novas técnicas de projeto com trações elevadas” da COPEL Geração e Transmissão S.A., executado pelos Institutos Lactec e integrante do Programa de Pesquisa e Desenvolvimento do Setor Elétrico Brasileiro, regulamentado pela ANEEL (Agência Nacional de Energia Elétrica).

REFERÊNCIAS

- BAVASTRI, C. A., 2014. *Controle passivo de vibrações*. Notas de aula. Curitiba: Universidade Federal do Paraná.
- BAVASTRI, C. A., ESPÍNDOLA, J. J. & TEIXEIRA, P. H., 1998. *A hybrid algorithm to compute the optimal parameters of a system of viscoelastic vibration neutralizers in a frequency range*. Zurique, Suíça, MOVIC 98, pp. 577-582.
- DAYOU, J., 2006. Fixed-points theory for global vibration control using vibration neutralizer. *Journal of Sound and Vibration*, Volume 292, pp. 765-776.
- DEN HARTOG, J. P., 1947. *Mechanical Vibrations*. 3ª ed. Nova Iorque, EUA: McGraw-Hill Book Company.
- DIANA, G., CHELI, F., FOSSATI, F. & MANENTI, A., 1993. Aeolian vibrations of overhead transmission lines: computation in turbulence conditions. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, pp. 639-648.
- DIANA, G., CIGADA, A., BELLOLI, M. & VANALI, M., 2003. Stockbridge-type damper effectiveness evaluation: Part I - Comparison between tests on span and on the shaker. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Oct., Volume 18, n. 4, pp. 1462-1469.
- EPRI, 2009. *EPRI Transmission Line Reference Book - Wind Induced Conductor Motion*. 2ª ed. Palo Alto, EUA: Electric Power Research Institute.
- ESPÍNDOLA, J. J. & BAVASTRI, C. A., 1997. *Reduction of vibration in complex structures with viscoelastic neutralizers: A generalized approach and physical realization*. Sacramento, California, USA, DETC'97/VIB-4187.
- ESPÍNDOLA, J. J. & BAVASTRI, C. A., 1999. Optimum conceptual design of viscoelastic dynamic vibration neutralizer for low frequency complex structures. *Ulm. International Symposium on Dynamic Problems in Mechanics and Mechatronics*, Volume 1, pp. 251-258.
- FARQUHARSON, F. B. & MACHUGH Jr., R. B., 1956. Wind tunnel investigation of conductor vibration with use of rigid models. *AIEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Oct., Volume 75, Pt. III, pp. 871-878.
- GODARD, B., GUÉRARD, S. & LILIEN, J. L., 2011. Original real-time observations of aeolian vibrations on power-line conductors. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Outubro, Volume 26, nº 4, pp. 2111-2117.
- IEC 61897, 1998. Overhead lines - Requirements and tests for Stockbridge type aeolian vibration dampers. *International Electrotechnical Commission*.
- IEEE Std 664, 1993. *IEEE Guide for laboratory measurement of the power dissipation characteristics of aeolian vibration dampers for single conductors*. New, York: Institute of Electrical and Electronics Engineers.
- KRAUS, M. & HAGEDORN, P., 1991. Aeolian vibrations: wind energy input evaluated from measurements on an energized transmission line. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Julho, Volume 6, nº 3, pp. 1264-1270.
- MEYNEN, S., VERMA, H., HAGEDORN, P. & SCHÄFER, M., 2005. On the numerical simulation of vortex-induced vibrations of oscillating conductors. *Journal of Fluids and Structures*, May, Volume 21, pp. 41-48.

- RAWLINS, C. B., 1983. Wind tunnel measurements of the power imparted to a model of a vibrating conductor. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Abril, Volume PAS-102, nº 4, pp. 963-971.
- RAWLINS, C. B., 1987. An efficient method for measuring dissipation by dampers in laboratory spans. *IEEE PES 1987 Winter Meeting*, IEEE Transactions on Power Delivery, New Orleans, 1-6 Feb., 3(3), pp. 1146-1156.
- REDDY, J. N., 2006. *An introduction to the finite element method*. 3^a ed. New York, NY, USA: McGraw-Hill.
- WIJKER, J. J., 2008. *Spacecraft structures*. 1^a ed. Verlag, Alemanha: Springer.
- ZASSO, A., BELLOLI, M., GIAPPINO, S. & MUGGIASCA, S., 2008. Pressure field analysis on oscillating circular cylinder. *Journal of Fluids and Structures*, 4th Mar., Issue 24, pp. 628-650.