



MODELAGEM DINÂMICA DE MANCAIS DE ROLAMENTOS DE TURBINAS HIDROCINÉTICAS

Alberto C.G.C. Diniz, adiniz@unb.br

Marcus Vinícius G. de Moraes, mvmoraes@unb.br

Anderson Kalkmann, andersonkalkmann@gmail.com

Universidade de Brasília – UnB, Departamento de Engenharia Mecânica
Campus Universitário Darcy Ribeiro, Gleba A, Faculdade de Tecnologia.
70910-900 – Brasília, DF – Brasil.

Alexandre Luiz Amarante Mesquita, alexmesq@ufpa.br

Universidade Federal do Para – UFPA, Faculdade de Engenharia Mecânica
Rua Augusto Corrêa 01, Laboratório de Engenharia Mecânica, Guamá.
66075-110 – Belém, PA – Brasil.

Resumo A modelagem em MATLAB/Simulink[®] do trem de potência de uma turbina hidrocínética foi realizada, verificada e usada para avaliação do desempenho de uma turbina hidráulica para uso em rios brasileiros. Foram desenvolvidos modelos para simulação do comportamento dinâmico de eixos, caixas de engrenagens e de geradores síncronos de polo permanente. Além disso, modelos de dissipação de energia também foram desenvolvidos e integrados ao modelo do conjunto hidrogerador. Com todos os modelos integrados, foram feitas verificações, comparando-se os resultados obtidos à solução numérica do modelo matemático. Valores de torque e potência nos eixos de baixa e alta rotação no decorrer do tempo são obtidos, bem como gráficos de evolução temporal da velocidade e deslocamento angular que permitem avaliar a importância dos diferentes componentes de dissipação de energia nas perdas nos rolamentos.

Palavras-chave: trem epicicloidial, verificação de modelos, perdas em rolamentos.

1 INTRODUÇÃO

Unidades geradoras hidrocínéticas têm sido objetos de pesquisas e projetos de desenvolvimento, visto a potencialidade de geração elétrica que as mesmas possuem, sem a necessidade de grandes reservatórios e aproveitando a energia cinética de escoamentos hídricos, sejam rios, marés ou correntes marítimas (Bahaj, 2011) (Tiago-Filho, 2003). Os diferentes tipos de turbinas hidrocínéticas em uso são apresentados no trabalho de Güney e Kaygusuk (2010) e, mais especificadamente no Brasil, no trabalho de Rudi e Brasil Jr. (2015). Contudo ainda existem muitos desafios para o aprimoramento dessas turbinas (Khan et. al., 2008) entre eles o desenvolvimento do trem de potência das turbinas hidrocínéticas.

Modelos computacionais representativos do comportamento dinâmico das unidades de geração hidrocínéticas são fundamentais para previsão do desempenho das mesmas e para a estimativa das vidas dos componentes, visando minimizar os custos de manutenção. O trem de potência das turbinas hidrocínéticas é composto pelo rotor, pela caixa multiplicadora e pelo gerador.

Importantes componentes nas caixas multiplicadoras de turbinas hidrocínéticas são os mancais de rolamento. Esses mancais introduzem dissipação de energia no sistema devido à ação conjunta do atrito seco e da viscosidade dinâmica do fluido lubrificante. Essas perdas de energia precisam ser levadas em conta durante o projeto por introduzirem amortecimento no sistema. Os rolamentos são usados na entrada do eixo de baixa rotação do trem de potência das turbinas hidrocínéticas, nas caixas de engrenagens e na entrada do gerador. Considerando a importância da quantificação das perdas nos mancais de rolamentos, este artigo apresenta a modelagem dos efeitos dissipativos dos rolamentos usados nas turbinas hidrocínéticas. Objetiva-se contribuir com a elaboração de um modelo robusto para o conjunto eletromecânico rotor-caixa multiplicadora-gerador de turbinas hidrocínéticas.

Apresenta-se o modelo matemático representativo da dinâmica do trem de potência, considerando o sistema de engrenamento da caixa multiplicadora, bem como o modelo computacional desenvolvido. De modo a facilitar o uso do modelo computacional desenvolvido em aplicações práticas, ele foi construído usando o Simulink[®]; uma ferramenta gráfica do Matlab[®], que usa diagramas de blocos para simulação de sistemas dinâmicos.

De modo a assegurar a qualidade do modelo computacional desenvolvido, foi feita a verificação do mesmo usando as técnicas correntes de verificação e validação de modelos computacionais em mecânica dos sólidos (Schwer, 2007) (Oberkampf e Roy, 2010). Para a verificação do modelo desenvolvido foi considerado o comportamento da turbina hidrocínética sob carga. Os resultados obtidos foram comparados com a solução numérica do modelo matemático usando Matlab[®].

O efeito das perdas por atrito nos rolamentos foi calculado levando-se em conta o torque dissipativo causado pela densidade do lubrificante, as forças atuantes nos mancais e a velocidade de rotação do eixo.

2 MODELO MATEMÁTICO DO TREM DE POTÊNCIA HIDROCÍNÉTICO

A turbina hidrocínética é um sistema eletromecânico que converte a energia cinética do escoamento do fluxo de água em energia elétrica. Os componentes principais do trem de potência da turbina hidrocínética são: o rotor, o eixo de baixa rotação, a caixa de engrenagens

(caixa multiplicadora), o eixo de alta rotação e o gerador elétrico, como esquematizado na Fig. 1.

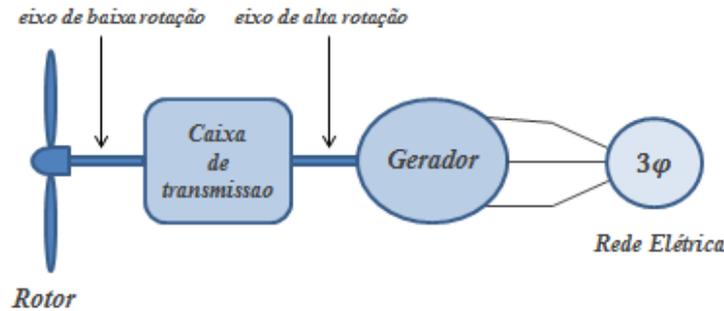


Figura 1: Representação esquemática do trem de potência de uma turbina hidrocínética.

O rotor é colocado em rotação pela ação do escoamento e gira o eixo de baixa rotação. A caixa de engrenagens multiplica a rotação e, por meio do eixo de alta rotação, aciona o gerador. Apresenta-se nesta seção a modelagem matemática desses componentes que serão integrados no modelo computacional. Inicia-se pelos modelos do rotor e do gerador e conclui-se com o modelo da caixa multiplicadora que conecta esses dois componentes.

2.1 Torque do rotor

O torque do rotor da turbina hidrocínética é obtido da ação das forças hidrodinâmicas sobre as pás do rotor. Aplicando a teoria do momento de elemento de pá (BEM, do inglês *Blade Element-Momentum*), o torque do rotor (T_T) pode ser expresso, segundo Hasanien (2010), por:

$$T_T = \frac{P_T}{\omega_M} = \frac{1}{2} \frac{\rho \pi R^2 V^3}{\omega_M} C_P \quad (1)$$

sendo " P_T " a potência extraída pelo rotor, " ω_M " a rotação do rotor, " R " o raio do rotor, " V " a velocidade do escoamento não perturbado e " C_p " o coeficiente de potência que, para um rotor de turbina hidrocínética, é dado, segundo Hansen (2008), por :

$$C_p = \frac{8}{X^2} \int_0^X a' F (1 - aF) x^3 dx \quad (2)$$

sendo que $X = \omega_M R/V$ é a razão entre a velocidade tangencial na ponta da pá ($\omega_M R$) e a velocidade do escoamento (V), (conhecida como TSR, do inglês *Tip-Speed Ratio*) e $x = \omega_M r/V$ é a razão entre a velocidade tangencial no pé da pá e a velocidade do escoamento (conhecida como LSR, Local-Speed Ratio); " a' " e " a " são, respectivamente, os fatores de indução tangencial e radial e " F " é o fator de aproximação de Prandtl para as perdas na ponta da pá (Sayed, Kandil e Shaltot, 2012).

Uma dedução completa das equações que modelam o torque do rotor é apresentada no trabalho de Mesquita et al (2014), onde são aplicadas para um trem de potência simplificado,

que não detalha o modelo da caixa multiplicadora, deferentemente do que é feito neste presente trabalho.

2.2 Torque no gerador

Considera-se um gerador síncrono de imã permanente (PMSG do inglês *Permanent Magnet Synchronous Generator*), cujo torque magnético (T_G) pode ser calculado por (Hasanien, 2010) :

$$T_G = \frac{3}{2} p \vartheta i_{sq} \quad (3)$$

sendo “ p ” o número de par de polos, “ ϑ ” o fluxo magnético e “ i_{sq} ” a corrente elétrica de uma das fases síncronas.

O torque magnético ainda pode ser descrito como:

$$T_G = K_e + \omega_G K_{e0} \quad (N.m) \quad (4)$$

sendo K_e e K_{e0} as constantes encontradas por ajuste linear com dados experimentais e ω_G a velocidade angular no gerador.

2.3 Modelo da caixa multiplicadora

Considera-se uma caixa multiplicadora constituída de dois estágios de multiplicação por trem epicicloidal, com engrenagens rígidas e eixos flexíveis (com rigidez e amortecimento) Aplicando-se as equações de Lagrange ao conjunto esquematizado na Fig. 2 e considerando-se apenas movimento torcional é possível se determinar as equações de movimento que relacionam o torque do rotor com o torque do gerador, como se mostra a seguir.

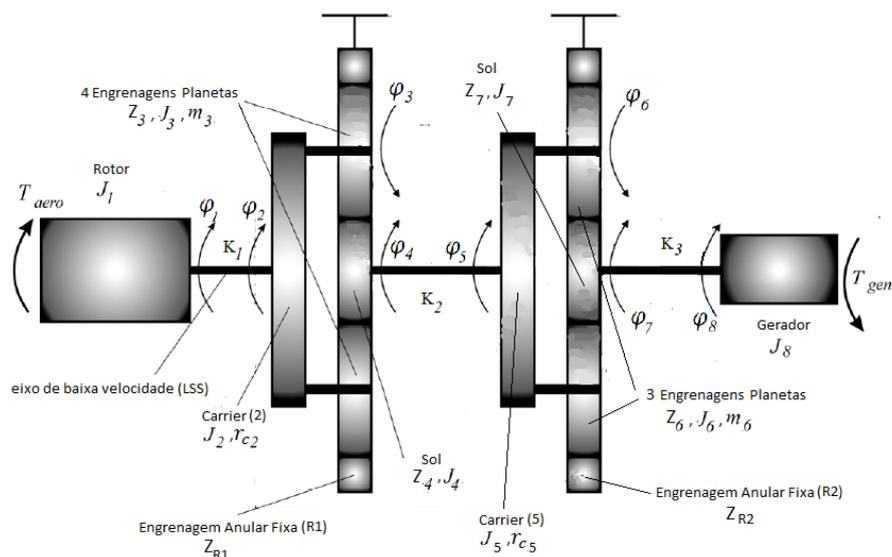


Figura 2: Esquema do trem de potência de uma turbina hidrocinética.

Aplicando-se o princípio dos trabalhos virtuais, a equação geral de Lagrange do sistema mostrado na Fig. 2 é dada por:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_j} + \frac{\partial V}{\partial q_j} = Q_j \quad (5)$$

sendo T , D e V , respectivamente, as energias cinética, dissipada e potencial total do sistema. Os valores de q_j são os valores de deslocamento angular dos corpos rígidos e são dados por $q_j = [\varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 \dots \varphi_8]^T$. E ainda os valores de Q_j são os valores de torques externos dados por $Q_j = [T_{aero} \ 0 \ 0 \ \dots \ -T_{gen}]^T$.

Desconsiderando as perdas de energia, o termo de dissipação é nulo e basta calcular as energias potencial e cinética do sistema:

$$T = \frac{1}{2} J_1 \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \dot{\varphi}_2^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot m_3 r_{c2}^2 \dot{\varphi}_2^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} J_3 \dot{\varphi}_3^2 + \frac{1}{2} J_4 \dot{\varphi}_4^2 + \frac{1}{2} J_5 \dot{\varphi}_5^2 + 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot m_6 r_{c5}^2 \dot{\varphi}_5^2 + 3 \cdot \frac{1}{2} J_6 \dot{\varphi}_6^2 + \frac{1}{2} J_7 \dot{\varphi}_7^2 + \frac{1}{2} J_8 \dot{\varphi}_8^2 \quad (6)$$

$$V = \frac{1}{2} K_1 (\varphi_1 - \varphi_2)^2 + \frac{1}{2} K_2 (\varphi_4 - \varphi_5)^2 + \frac{1}{2} K_3 (\varphi_7 - \varphi_8)^2 \quad (7)$$

Utilizando as relações de transmissão dos trens epicicloidais:

$$\varphi_3 = \gamma_1 \varphi_2 = \left(1 - \frac{Z_{R1}}{Z_3} \right) \varphi_2 \quad (8)$$

$$\varphi_4 = \gamma_2 \varphi_2 = \left(1 + \frac{Z_{R1}}{Z_4} \right) \varphi_2 \quad (9)$$

$$\varphi_6 = \gamma_3 \varphi_5 = \left(1 - \frac{Z_{R2}}{Z_6} \right) \varphi_5 \quad (10)$$

$$\varphi_7 = \gamma_4 \varphi_5 = \left(1 + \frac{Z_{R2}}{Z_7} \right) \varphi_5 \quad (11)$$

pode-se calcular as energias em função de apenas 4 graus de liberdade, ou seja, em função do movimento de rotação de apenas quatro corpos do sistema. Assim obtém-se as seguintes equações para as energias cinética e potencial :

$$T = \frac{1}{2} J_1 \dot{\varphi}_1^2 + \left[\frac{1}{2} J_2 + 2 \cdot m_3 r_{c2}^2 + 2 J_3 \gamma_1^2 + \frac{1}{2} J_4 \gamma_2^2 \right] \dot{\varphi}_2^2 + \left[\frac{1}{2} J_5 + 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot m_6 r_{c5}^2 + 3 \cdot \frac{1}{2} J_6 \gamma_3^2 + \frac{1}{2} J_7 \gamma_4^2 \right] \dot{\varphi}_5^2 + \frac{1}{2} J_8 \dot{\varphi}_8^2 \quad (12)$$

$$V = \frac{1}{2} K_1 (\varphi_1 - \varphi_2)^2 + \frac{1}{2} K_2 (\gamma_2 \varphi_2 - \varphi_5)^2 + \frac{1}{2} K_3 (\gamma_4 \varphi_5 - \varphi_8)^2 \quad (13)$$

Nas Equações de (6) a (13), “ J_i ” são as inércias de cada corpo, “ K_i ” indicam os valores da rigidez de cada eixo, “ m_3 ” e “ m_6 ” são respectivamente as massas das engrenagens planetas no primeiro e segundo estágio de multiplicação, “ r_{c2} ” e “ r_{c5} ” são respectivamente os raios do primeiro e segundo *carrier* e ainda, “ Z_i ” representa o número de dentes das engrenagens.

Aplicando-se as equações (12) e (13) na equação de Lagrange (5), obtém-se um sistema de equações de 4 equações e 4 incógnitas:

$$\begin{aligned}
 J_1 \ddot{\varphi}_1 + K_1 \varphi_1 - K_1 \varphi_2 &= T_{aero} \\
 A_2 \ddot{\varphi}_2 + B_2 \varphi_2 - K_1 \varphi_1 - \gamma_2 K_2 \varphi_5 &= 0 \\
 A_5 \ddot{\varphi}_5 + B_5 \varphi_5 - \gamma_2 K_2 \varphi_2 - \gamma_4 K_3 \varphi_3 &= 0 \\
 J_3 \ddot{\varphi}_2 + K_3 \varphi_3 - K_3 \gamma_4 \varphi_5 &= T_{gen}
 \end{aligned} \tag{14}$$

onde os coeficientes A_2 , A_5 , B e C são dados por :

$$A_2 = [J_2 + 4m_3 r_{C2}^2 + 4J_3 \gamma_1^2 + J_4 \gamma_2^2] \tag{15}$$

$$A_5 = [J_5 + 3m_6 r_{C5}^2 + 3J_6 \gamma_3^2 + J_7 \gamma_4^2] \tag{16}$$

$$B_2 = K_1 + \gamma_2^2 K_2 \tag{17}$$

$$B_5 = K_2 + \gamma_4^2 K_3 \tag{18}$$

O sistema de equações (14) pode ser reescrito na forma de uma equação matricial .:

$$[J]\ddot{\varphi} + [C]\dot{\varphi} + [K]\varphi = [T] \tag{19}$$

Trata-se da equação que descreve o comportamento dinâmico do sistema em rotação pura, onde as matrizes $[J]$, $[K]$ e $[T]$ são respectivamente as matrizes inércia, rigidez e torque:

$$[J] = \text{diag} \{J_1 A_2 A_5 J_3\} \tag{20}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} K_1 & -K_1 & 0 & 0 \\ -K_1 & B_2 & -\gamma_2 K_2 & 0 \\ 0 & -\gamma_2 K_2 & B_5 & -\gamma_4 K_3 \\ 0 & 0 & -\gamma_4 K_3 & K_3 \end{bmatrix} \tag{21}$$

$$[T] = [T_{aero} \quad 0 \quad 0 \quad -T_{gen}]^T \tag{22}$$

Considerando-se a energia dissipada pelo amortecimento nos eixos:

$$D = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 C_i \dot{\varphi}^2 \tag{23}$$

a matriz de amortecimento para o sistema será dada por :

$$[C] = \begin{bmatrix} C_1 & -C_1 & 0 & 0 \\ -C_1 & C_1 + \gamma_2^2 C_2 & -\gamma_2 C_2 & 0 \\ 0 & -\gamma_2 C_2 & C_2 + \gamma_4^2 C_3 & -\gamma_4 C_3 \\ 0 & 0 & -\gamma_4 C_3 & C_3 \end{bmatrix} \tag{24}$$

3. MODELO COMPUTACIONAL DO TREM DE POTÊNCIA HIDROCINÉTICO

O modelo matemático do trem de potência da turbina hidrocínética foi implementado computacionalmente usando o Simulink[®], uma ferramenta gráfica do MATLAB[®] para simulação de sistemas dinâmicos. O Simulink[®] utiliza uma interface gráfica, onde o sistema é representado por meio de um diagrama de blocos. Cada bloco representa uma função ou operação matemática pré-definida com entrada e saída. O Simulink[®] pode ser utilizado para a análise de sistemas lineares ou não lineares, discretos ou contínuos no tempo.

Na montagem do sistema do trem de potência da turbina hidrocínética, foram utilizados blocos de inércia, mola e amortecimento torcional, além de blocos do tipo engrenagens. Para determinação da rotação e torque em cada eixo de ligação entre os componentes (motor, caixa multiplicadora e gerador) são usados elementos sensores e para definição do torque de entrada foi usado um elemento atuador. Uma apresentação detalhada da metodologia de modelamento computacional usando o Simulink[®] pode ser encontrada nos trabalhos de Vitorino (2012) e Kalkmann et al (2015).

A Figura 3 apresenta o diagrama de blocos usados na implementação em Simulink[®] do conjunto eletromecânico da turbina hidrocínética para o caso do gerador sob carga; que será o caso considerado para a verificação do modelo computacional. A verificação do modelo computacional para o caso do gerador a vazio é apresentada no trabalho de Kalkmann (2015).

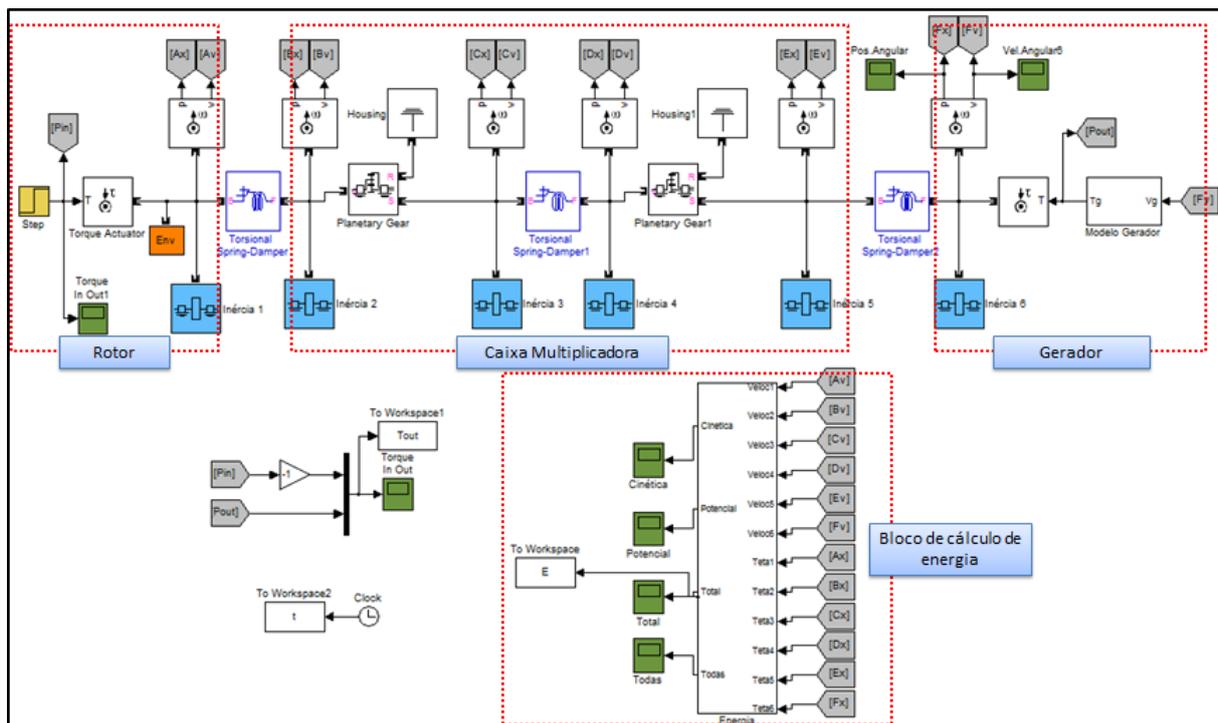


Figura 3: Diagrama de Blocos em Simulink[®] do sistema eletromecânico com caixa multiplicadora e gerador sob carga.

O cálculo de energia cinética e potencial do sistema é feito por meio de um subsistema, chamado *Energia*, desenvolvido para este trabalho de acordo com o apresentado na Fig. 4.

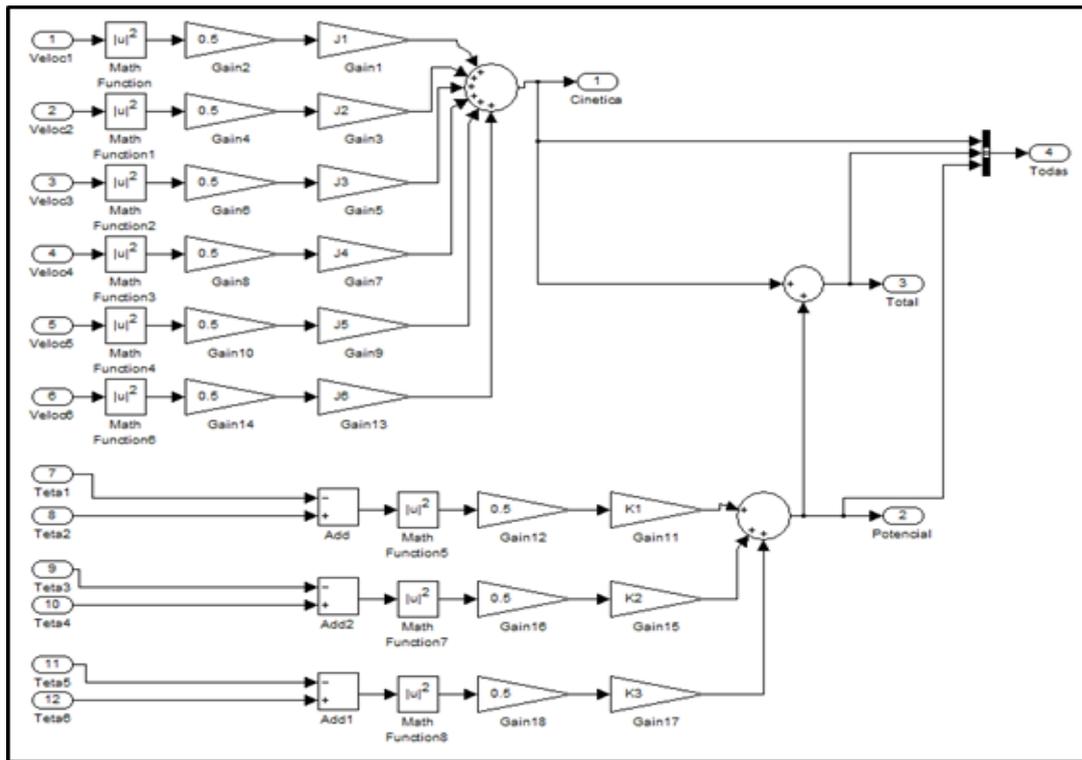


Figura 4: Diagrama de Blocos de cálculo de energia cinética, potencial e total do sistema.

No subsistema Energia, os valores de deslocamento e velocidade usados, são aqueles medidos no sistema. Os valores de velocidade são utilizados para calcular a energia cinética (a velocidade é elevada ao quadrado e multiplicada por metade do valor da inércia). Os deslocamentos são usados para o cálculo de energia potencial do sistema (a diferença entre deslocamentos consecutivos é elevada ao quadrado e multiplicada pela metade da rigidez do eixo. A energia total é determinada pela soma das energias potencial e cinética.

As dimensões dos eixos de entrada e saída, número de dentes das engrenagens, bem como os valores de torque e rotação do rotor foram determinados em um pré-projeto de turbina hidrocínética desenvolvido em parceria entre a Eletrobras-Eletronorte e a Universidade de Brasília (Fonseca e Araujo, 2013). Correspondem a valores comerciais e usuais segundo as boas práticas de projeto; reproduzindo condições reais de uso e podendo ser aplicados em problemas de engenharia.

4. VERIFICAÇÃO DO MODELO COMPUTACIONAL

Para a verificação do modelo computacional desenvolvido, foi estudado o comportamento do sistema com o gerador sob carga e torque de entrada no rotor de 318 kNm, desconsiderando-se os efeitos dissipativos. Os resultados obtidos usando o modelo computacional, implementado em Simulink®, foram comparados com a solução numérica do modelo matemático (seção 2) no MATLAB®.

As Figuras 5 e 6 comparam as soluções obtidas pelo modelo computacional em Simulink® e a solução numérica do modelo matemático (seção 2), usando o MATLAB®. Pode-se observar que a evolução do deslocamento angular (Fig. 5) e da velocidade de rotação

(Fig. 6) do eixo de alta rotação (inércia 6 do diagrama de blocos do Simulink®) obtidos usando o Simulink® são idênticos à solução numérica do modelo matemático.

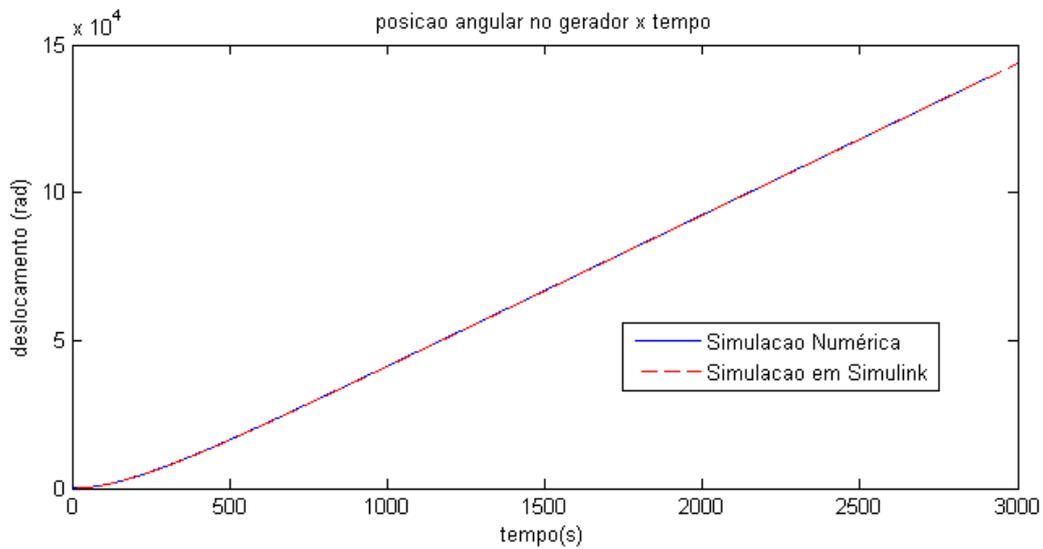


Figura 5: Evolução do deslocamento angular do eixo de alta rotação do sistema com gerador sob carga.

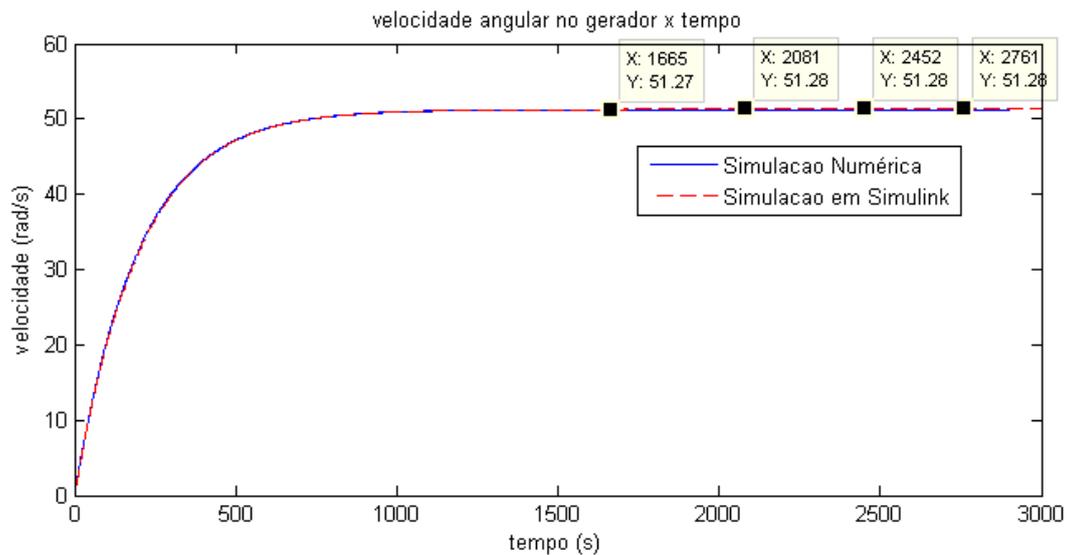


Figura 6: Evolução da velocidade angular do eixo de alta rotação do sistema com gerador sob carga.

Os gráficos mostram um comportamento típico para o sistema ligado ao gerador elétrico: ao iniciar a máquina, ocorre um aumento gradual na velocidade de rotação do gerador. A velocidade tende para uma velocidade máxima limite, tendo em vista que o aumento da velocidade gera um aumento no torque provocado pelo gerador. A velocidade limite é atingida quando o torque do gerador se iguala ao torque do eixo de alta rotação, onde se tem então o equilíbrio de torques no eixo:

$$T_g = T_R/\gamma \tag{25}$$

sendo T_R o torque no rotor e γ a relação de transmissão de velocidades da caixa multiplicadora.

Para o modelo de gerador considerado, o torque pode ser escrito em função da velocidade de rotação do eixo:

$$K_e + \omega_G K_{e0} = T_R / \gamma \quad (26)$$

Isolando o termo de velocidade na Eq. (26), tem-se a expressão para o cálculo da velocidade de rotação máxima teórica no gerador:

$$\omega_{G,m\acute{a}x} = -\frac{K_e + T_R / \gamma}{K_{e0}} \quad (27)$$

Com a substituição das constantes do gerador, tem-se que a velocidade máxima atingida pelo sistema no gerador durante o funcionamento, é de:

$$\omega_{G,m\acute{a}x} = 51,26 \text{ rad/s}$$

Como se pode ver na Fig. 6, o valor máximo de velocidade no gerador obtido foi de 51,28 rad/s, representando um erro de apenas 0,04% em relação ao resultado analítico.

Tendo em vista que os resultados obtidos em Simulink[®] se aproximam muito dos resultados numérico do modelo matemático, vê-se que a diagrama de blocos desenvolvido para este trabalho mostrou-se adequado e pode ser usado em outras simulações.

5 PERDAS NO MANCAL DE ROLAMENTO

Tendo sido feita a verificação do modelo computacional, esta seção apresenta a evolução desse modelo pela introdução dos efeitos dissipativos devido ao atrito nos mancais de rolamento presentes no trem de potência de uma turbina hidrocínética.

Na construção e montagem das turbinas hidrocínéticas, os mancais de rolamentos são usados para suportar as cargas e garantir o giro dos eixos. Os rolamentos são posicionados na entrada do eixo de baixa rotação, na caixa de engrenagem e na entrada do gerador.

Estes mancais introduzem dissipação de energia no sistema devido ao atrito gerado pela ação conjunta do atrito seco e a viscosidade dinâmica do fluido lubrificante. Estas perdas precisam ser levadas em conta durante o projeto por introduzirem amortecimento no sistema.

Tendo em vista as dimensões das turbinas hidrocínética atualmente em uso (Fonseca e Araujo, 2013), considera-se a existência de dois tipos de rolamentos nas turbinas hidrocínéticas: rolamento de rolos cônicos (que suportam esforços radiais e axiais) e rolamentos simples de uma carreira de esfera (que suportam esforços radiais).

A partir de estudos empíricos do momento de atrito durante o funcionamento de rolamentos de rolos cônicos, Witte (1973) propôs a seguinte expressão para o torque dissipativo em rolamentos de rolos cônicos:

$$T_{D,rolosc\acute{o}nicos} = 3,35 \cdot 10^{-11} \cdot G(nv_0)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{f_t F_r}{K} \right)^{1/3} \quad (N.m) \quad (28)$$

onde G é o fator de geometria baseado nas dimensões internas do rolamento, n é a velocidade angular, ν_0 é a viscosidade cinemática do lubrificante, f_t é um fator de carga radial e F_r é a carga radial.

Para os rolamentos de esferas, adota-se, neste trabalho, o modelo clássico de Palmgren (1959) que considera que o torque dissipativo ($T_{D,esferas}$) em rolamentos de esferas é composto pelo torque devido ao atrito viscoso (T_0) e ao atrito seco (T_1), de modo que :

$$T_{D,esferas} = T_0 + T_1 \quad (N.m) \quad (29)$$

$$T_0 = 10^{-10} f_0 (n\nu_0)^{2/3} d_M^3 \quad (N.m) \quad (30)$$

$$T_1 = 10^{-3} f_1 F_\beta d_M \quad (N.m) \quad (31)$$

sendo f_1 um fator dependente do projeto do rolamento e do carregamento relativo, F_β dependente da magnitude e direção da carga aplicada, d_M o diâmetro de pitch do rolamento, e f_0 um fator dependente do tipo de mancal e métodos de lubrificação.

Quando um disco, ou similar, é envolvido por um fluido de densidade alta, forças de arrasto podem gerar torques friccionais neste corpo (Ker Wilson, 1956), dados por:

$$T_v = \frac{\pi \mu \omega_M [R_0^3 (R_0 + 2L) - R_i^4]}{h} \quad (N.m) \quad (32)$$

sendo T_v o torque friccional, μ a viscosidade dinâmica do fluido, ω_M é a velocidade angular do disco, R_0 o raio externo do disco, R_i o raio interno do disco, h a folga radial ou axial (assumidas iguais) e L a espessura do disco.

5.1 Modelagem computacional das perda nos mancais

De acordo com Mesquita, et al. (2014), o torque dissipativos exercido pelo mancal de rolamento que apoia o eixo de baixa rotação (EBR) pode ser calculado levando-se em conta a densidade do lubrificante, as forças atuantes no mancal e a velocidade de rotação do eixo.

Tendo em vista que a atuação deste torque no eixo dissipa parte da energia proveniente do rotor, este torque atua contrariamente ao movimento do eixo. Essa análise física permite que seja feita a modelagem desse fenômeno de perda no Simulink[®] por meio de um atuador de torque, que forneceria um torque contrário ao torque de entrada, e dependente da velocidade de rotação. Esse torque contrário dissipa energia e diminui então a potência efetiva no eixo, fazendo com que o torque e a potência que entram no sistema sejam menores do que aquele que seria fornecido pelo escoamento ao rotor.

O diagrama de bloco do Simulink[®] usado para modelar a dissipação no mancal do EBR é mostrado na Fig. 7. A Figura 7(a) mostra o posicionamento deste modelo (circulado em vermelho) dentro de um diagrama de blocos que representa um eixo ligado a uma inercia, sob a ação de um torque de entrada de 1000 Nm.

Na Figura 7(b) está destacado o modelo de dissipação devido ao mancal.

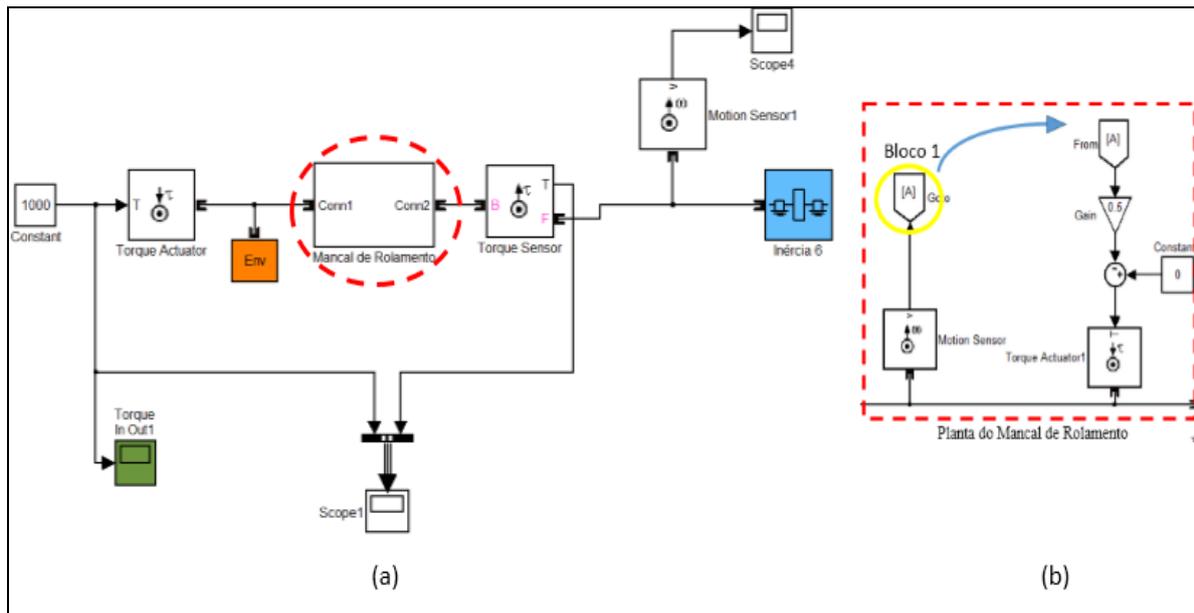


Figura 7: Diagrama de Blocos do torque dissipativo exercido pelo mancal de rolamento.

No modelo de dissipação do rolamento (Fig. 7 (b)), o bloco 1 captura o valor de velocidade presente no eixo e o reintroduz em um sistema que utiliza esse valor para calcular o torque dissipado (com sinal contrário ao do torque de entrada). Este torque é então introduzido ao eixo por um atuador, e diminui o valor do torque do eixo de entrada. No exemplo da Fig. 7 utilizou-se um modelo no qual o torque possui uma dependência linear da velocidade. Essa relação linear entre torque e velocidade pode, no entanto, ser substituída por outra relação, contudo a ideia de funcionamento deste modelo continua válida e pode ser aplicada a qualquer sistema.

5.2 Comparação do resultado em Simulink® com a solução analítica

O modelo em Simulink® da Fig. 7 corresponde ao mesmo sistema mostrado na Fig. 8. Trata-se de um sistema simplificado onde um torque de entrada (T_e) é exercido no eixo, o qual é apoiado pelo mancal (que gera um torque dissipativo T_d) e ligado a uma inércia na extremidade direita.



Figura 8: Diagrama esquemático do sistema modelado.

Através do balanço de forças na inércia J, tem-se que:

$$T_{res} = J\dot{\omega} \quad (33)$$

Como a potência dada ao eixo pelo torque de entrada (T_e) é em parte dissipada pelo torque no mancal (T_d), a potência resultante é a responsável por fazer a inércia girar. Assim, pode-se escrever:

$$H_{res} = H_{entrada} - H_{dissipada} \quad (34)$$

$$T_{res}\omega = T_e\omega - T_d\omega \quad (35)$$

Como o sistema se comporta como um único corpo rígido em rotação, onde todos os elementos possuem a mesma velocidade angular (ω), pode-se eliminar a velocidade angular na equação anterior substituindo a Eq. (33) na Eq. (36), tem-se :

$$T_e - T_d = J\dot{\omega} \quad (36)$$

Assumindo-se um torque dissipativo dependente linearmente da velocidade (ω), como modelado no sistema em Simulink[®], obtém-se:

$$T_e - (a_0 + a_1\omega) = J\dot{\omega} \quad (37)$$

Rearranjando os termos, chega-se a equação diferencial que descreve a dinâmica temporal do sistema:

$$J\dot{\omega} + a_1\omega + (a_0 - T_e) = 0 \quad (38)$$

Resolvendo-se a equação acima, tem-se:

$$\omega(t) = \left(\frac{a_0 - T_e}{a_1}\right) \cdot \left[\exp\left(\frac{-a_1 t}{J}\right) - 1\right] \quad (39)$$

Usando-se os mesmos valores utilizados no modelo Simulink[®], onde $T_e = 1000$ Nm, $a_0 = 0$, $a_1 = 0,5$ e $J = 100$ kgm², a equação fica reduzida a:

$$\omega(t) = -2000 \cdot [\exp(-0,005 \cdot t) - 1] \quad (40)$$

As Figuras 9 e 10 mostram, respectivamente, a evolução temporal da velocidade angular (ω) e do torque resultante (T_{res}), obtidas pela solução analítica da Eq. (40) e pelo Simulink[®].

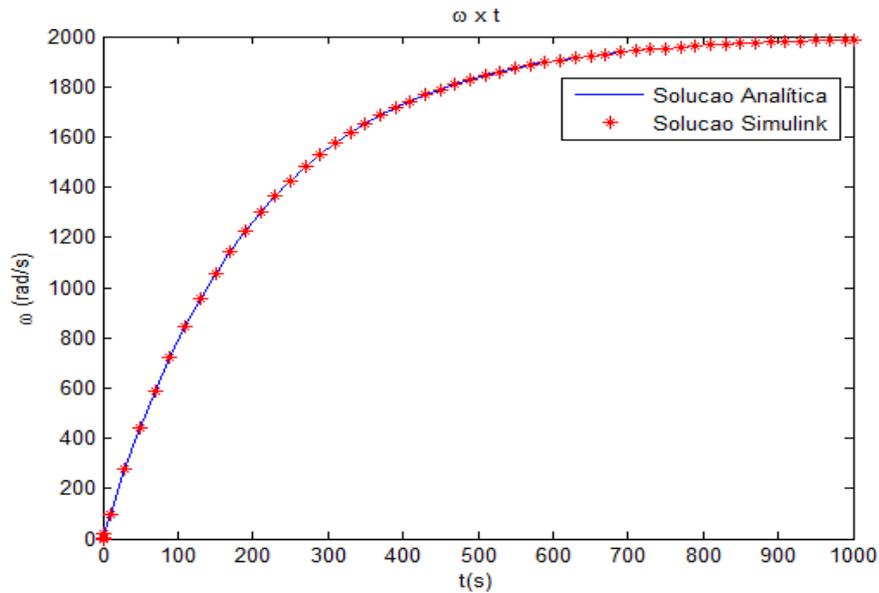


Figura 9: Comparação das soluções analítica e do Simulink® para a evolução da velocidade do eixo.

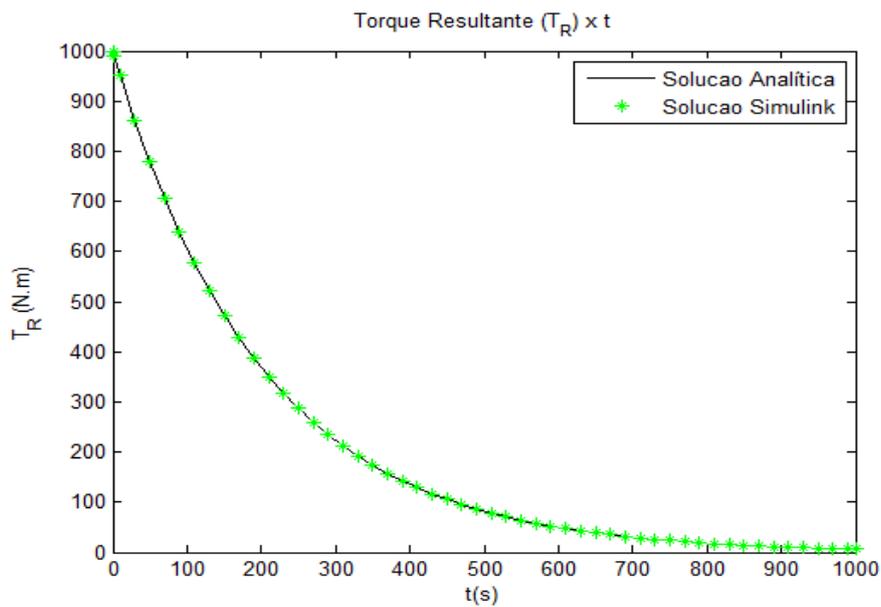


Figura 10: Comparação das soluções analítica e do Simulink® para a evolução do torque no eixo.

Apesar de o sistema modelado ser simples, ele serve para mostrar que o modo construtivo do diagrama de blocos em Simulink®, simulando a perda de energia no mancal de rolamento, está correto. Isso pode ser verificado pela exatidão dos dados obtido em Simulink®, se comparados com o resultado numérico do modelo matemático.

5.3 Torque não linearmente dependente da velocidade

Como já demonstrado, o torque dissipativo nos rolamentos é fortemente dependente da velocidade de rotação, contudo, para permitir uma solução analítica (a ser usada como

referência), na seção anterior adotou-se uma dependência linear, entretanto Mesquita, et al. (2014), consideram uma dependência não-linear do torque em relação a velocidade angular, e propõem a seguinte função para representar essa dependência :

$$T_D = 12,5712 + 132,106 \omega + 0,0000525 \omega^{\frac{1}{2}} + 3,55534 \omega^{\frac{2}{3}} \quad (N.m) \quad (41)$$

Apesar da dependência não-linear trazer problemas para se encontrar uma solução analítica, ela não é problema quando utiliza-se o modelo, já verificado, em Simulink[®]. Assim, apresenta-se na sequência os resultados obtidos implementando-se a Eq. (41) no diagrama de blocos do modelo completo do trem de potência da turbina hidrocinética no Simulink[®].

Os gráficos na Fig. 11, abaixo, mostram como o torque total (em azul) varia com a velocidade angular bem como cada um dos termos que o compõem (termo constante, termo linear, termo de potência $\frac{1}{2}$ e termo de potência $\frac{2}{3}$).

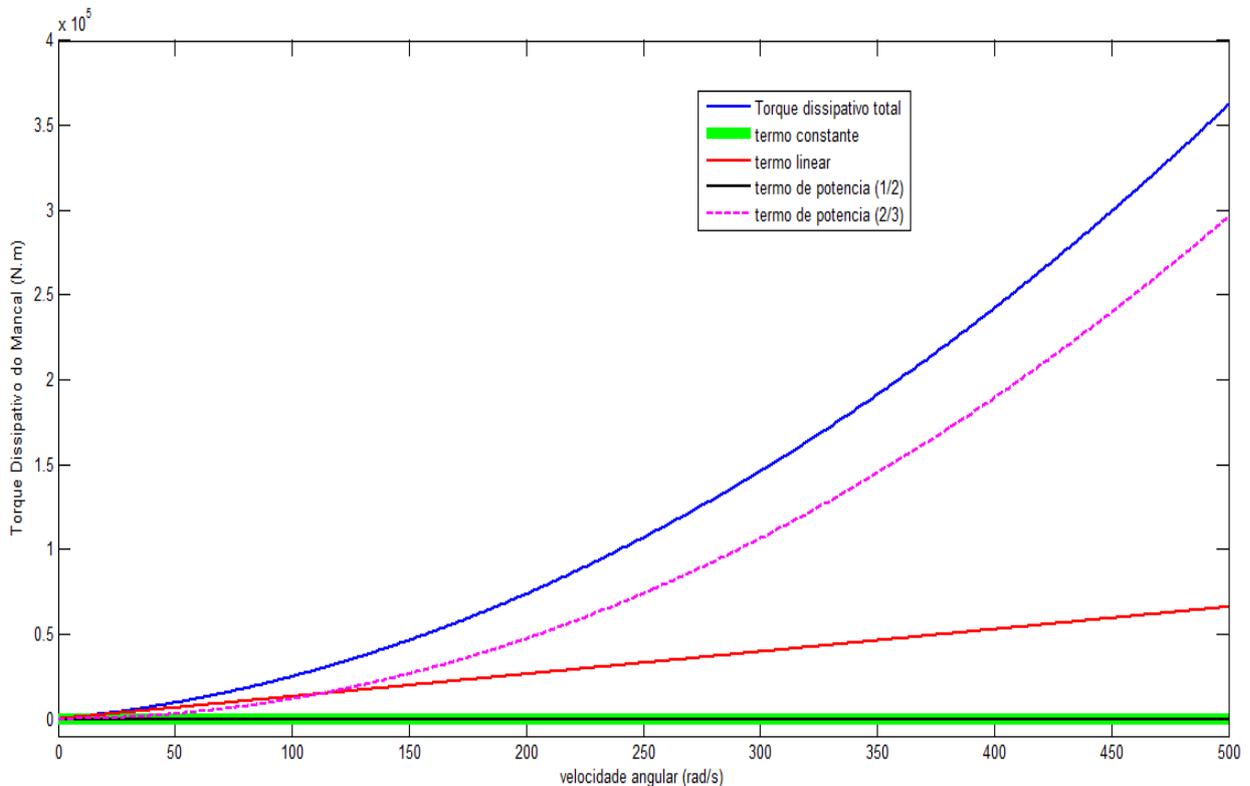


Figura 11: Dependência da velocidade do valor de torque total e dos termos que o compõem.

A Figura 12 mostra o grau de influência de cada termo do torque dissipativo. Essa é uma medida criada neste trabalho que mostra qual a porcentagem cada termo representa no torque total, com o aumento da velocidade (o quão importante e representativo um termo se torna com o aumento da velocidade).

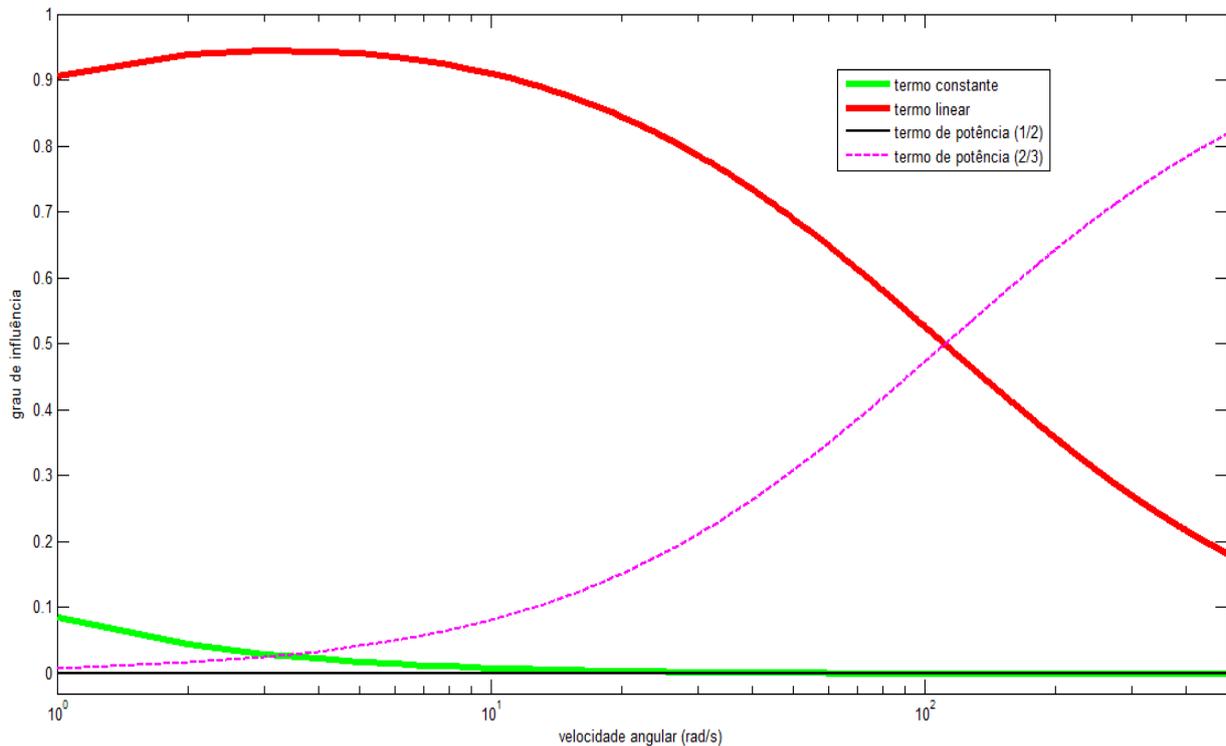


Figura 12: Grau de Influência de cada termo no torque total dissipado nos rolamentos.

Pode-se perceber pelo gráfico (Fig. 12), que com altas velocidades o termo de potência de (2/3) prevalece sobre os demais, acompanhado do termo linear. As parcelas do termo constante e do termo de potência (1/2) se tornam rapidamente insignificantes no computo do torque total.

CONCLUSÕES

Os modelos matemático e computacional para o estudo dinâmico do trem de potência de uma turbina hidrocínética foram desenvolvidos. O modelo computacional, desenvolvido em Simulink[®] foi verificado, por comparação com a solução do modelo matemático usando o MATLAB[®]. O modelo computacional desenvolvido integrou o rotor e o gerador de uma turbina hidrocínética usando uma caixa multiplicadora com dois conjuntos epicicloides em série. O modelo computacional foi verificado comparando-se os resultados obtidos com a simulação no Simulink[®] com a solução numérica do modelo matemático, usando o MATLAB[®].

A verificação mostrou a consistência do modelo computacional desenvolvido, visto a coincidência das soluções do modelo computacional e matemático.

De maneira a tornar o modelo computacional mais realista, foram considerados também os efeitos dissipativos do atrito nos mancais de rolamentos. Assim, foram incluídas no modelo as equações correspondentes às perdas nos mancais em função da velocidade de rotação do eixo. Foram considerados os rolamentos do eixo de baixa rotação, do eixo de alta rotação e, também, os rolamentos no interior da caixa multiplicadora.

Adotou-se uma função não linear para representar a evolução do torque dissipativos em função da velocidade de rotação dos eixos.

Os valores de potência calculados nos eixos de baixa e alta rotação apresentaram a relação esperada devido à eficiência da transmissão. Além disso, foi obtido o valor de torque dissipativo dos mancais, os quais são pequenos se comparados aos valores de torque nos eixos.

Verificou-se que, com altas velocidades, o termo de potência $2/3$ do polinômio adotado para representar o torque dissipativo nos rolamentos supera em importância os demais, sendo seguido pelo termo de ordem um. Os termos de ordem $1/2$ e o termo constante tornam-se rapidamente insignificante com o aumento da rotação.

O uso do Simulink[®] para a simulação do comportamento dinâmico do trem de potência de uma turbina hidrocínética mostrou-se simples e intuitivo (visto ser a programação por diagrama de blocos de fácil entendimento pelos engenheiros da área de dinâmica de sistemas). O modelo computacional desenvolvido mostrou-se consistente e aplicável na simulação do comportamento de turbinas hidrocínéticas.

Para se completar a validação do modelo computacional desenvolvido serão realizados testes experimentais usando uma bancada para testes de turbinas eólicas, visto a semelhança do trem de potência das turbinas hidrocínéticas e o das turbinas eólicas.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem às Centrais Elétricas do Norte do Brasil S.A. – ELETRONORTE pelo apoio financeiro no desenvolvimento deste trabalho.

REFERÊNCIAS

- Bahaj, A.S., 2011. Generating electricity from the oceans, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, v15, n7, pp 3399-3416, 2011;
- Fonseca, E. N. e de Araújo, I. G., 2013. *Projeto do Sistema de Transmissão e Estrutura de Turbina Hidrocínética*, Projeto de Graduação do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Brasília – UnB, Brasília, Brasil, 2013;
- Güney M.S. and Kaygusuz, K., 2010. Hydrokinetic energy conversion systems: a technology status review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, v14, pp 2996-3004, 2010;
- Hansen, M., 2008. *Aerodynamics of Wind Turbines*, 2^a ed., Earthscan, 2008;
- Hasanien, H.M. 2010. Torque ripple minimization of permanent magnet synchronous motor using digital observer controller, *Energy Conversion and Management* n. 51, pp 98-104, 2010;
- Kalkmann, A., 2015. *Modelagem Dinâmica de Bancada de Testes para Avaliação de Comportamento de Powertrains de Turbinas Eólicas ou Hidrocínéticas*, Projeto de Graduação do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Brasília – UnB, Brasília, Brasil, 2015;
- Kalkmann, A. et al., 2015. MATLAB/SIMULINK modeling of a drivetrain test-rig of Wind/tidal stream turbines, *Proceedings of the XXXVI Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering (CILAMCE 2015)*, N.A. Dumont (Editor), ABMEC, Rio de Janeiro – RJ, Brazil, November 22-25, 2015;

- Khan M.J., Iqbal M.T., Quaicoe, J.E., 2008. River current energy conversion systems: Progress, prospects and challenges, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, v12, pp 2177-2193, 2008;
- Ker Wilson, W., 1956. *Practical Solution of Torsional Vibration problems*, volumes de 1 a 3, 3rd ed., John Wiley and Sons, New York – USA;
- Mesquita, A.L.A., et al., 2014. A methodology for the transient behavior of horizontal axis hydrokinetic turbine. *Energy Conversion and Management*, n. 87, pp 1261-1268, 2014;
- Oberkampf, W.L. e Roy, C.J., 2010. *Verification and Validation in Scientific Computing*, 1st ed., Cambridge University Press, NY, USA, 2010;
- Palmgren, A., 1959. *Ball and Roller Bearing Engineering*, 3rd ed., Burbank, pp 34-41;
- Rudi, H.v.E. e Brasil Jr, A.C.P., 2015. The Brazilian experience with Hydrokinetic Turbines, *Energy Procedia*, v75, pp 259-264, 2015;
- Sayed, M.A., Kandil, H.A., Shaltot, A., 2012. Aerodynamic analysis of different wind-turbine blade profiles using finite-volume method, *Energy Conversion and Management* n. 64, pp 541-550, 2012;
- Schwer, L.E., 2007. An overview of the PTC 60/V&V 10: guide for verification and validation in computational solid mechanics (ASME), *Engineering with Computers*, v23, pp 245-252, 2007
- Tiago-Filho, G.L., 2003. The state of art of Hydrokinetic power in Brazil, *Proceeding of the XIII Hydropower - Inovative Smal Hydro Technologies*, Buffalo, NY, USA, 2003;
- Vitorino, C.R.S., 2012. *Modelagem Dinâmica de Caixa Multiplicadora de Velocidades de Aerogeradores*. Projeto de Graduação do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Brasília – UnB, Brasília, Brasil, 2012;
- Witte, D., 1973. Operating Torque of Tapered Roller Bearing, *ASLE Transactions*, vol. 16, n. 1, pp 61-67.