



## PROPOSIÇÃO DE FORMULAÇÃO PARA A RIGIDEZ ROTACIONAL DE VIGAS MISTAS COM PERFIL CELULAR

Allan Damm Piassi

João Victor Fragoso Dias

Adenilcia Fernanda Grobério Calenzani

Fernando Cesar Meira Menandro

allan\_piassi@yahoo.com.br

joaovfdias@gmail.com

afcalenzani@gmail.com

menandro@ct.ufes.br

Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Espírito Santo

Avenida Fernando Ferrari, 29075-910, Vitória. Espírito Santo, Brasil

**Abstract.** Vigas de aço celulares são fabricadas de perfis laminados com aberturas circulares padronizadas e foram criadas devido a diferentes necessidades estruturais. Essas vigas podem ser projetadas como mistas quando existir uma conexão de cisalhamento com a laje de concreto. Em vigas mistas contínuas e semicontínuas, na região de momentos negativos, parte do perfil de aço está comprimida, podendo ocorrer uma instabilidade denominada flambagem lateral com distorção (FLD), caracterizada por deslocamento lateral e giro da mesa inferior mediante a distorção da alma do perfil. A ABNT NBR 8800:2008 fornece um procedimento aproximado para verificação desse estado limite em vigas mistas com perfis de aço de alma cheia, pelo qual se obtém o momento fletor resistente à FLD a partir do momento crítico elástico ( $M_{cr}$ ) e da rigidez rotacional da viga mista. Para a obtenção dessa rigidez, faz-se necessário determinar o valor da rigidez rotacional de cada elemento (laje, alma do perfil e conexão de cisalhamento) isoladamente. Neste trabalho, uma formulação analítica foi desenvolvida para a rigidez rotacional da alma de vigas mistas com perfil de aço celular. Adicionalmente, uma análise numérica com modelos em elementos finitos confirmou a aplicabilidade da formulação, mostrando-a confiável para o cálculo do  $M_{cr}$  à FLD.

**Keywords:** Perfil Celular, Rigidez Rotacional, Flambagem Lateral com Distorção.

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Considerações Gerais sobre Vigas com Perfis Celulares

Os perfis celulares, Fig 1(a), foram criados visando atender algumas necessidades estruturais de vigas. Geralmente são utilizadas para vencer grandes vãos com sobrecargas pequenas, como coberturas. Redução do espaço para passagem de dutos, evitando-se cortes na alma ou aumento da altura da construção e redução no peso próprio, são algumas das vantagens apresentadas por vias com perfil celular. Fabricadas a partir de perfis laminados, as vigas celulares tem aberturas padronizadas na alma em forma de círculos.

As vigas celulares são feitas a partir de perfis de seção I ou H, cuja alma é cortada longitudinalmente no formato mostrado na Fig 1(b). Em seguida, as duas metades são deslocadas e soldadas pelo eixo, de forma a gerar aberturas em sequência ao longo da alma e acréscimo na altura da seção transversal. O processo de expansão da alma por meio da junção das partes laminadas concede maior inércia à viga celular, resultando em uma maior resistência à flexão e maior rigidez aos deslocamentos na direção do plano médio da alma.

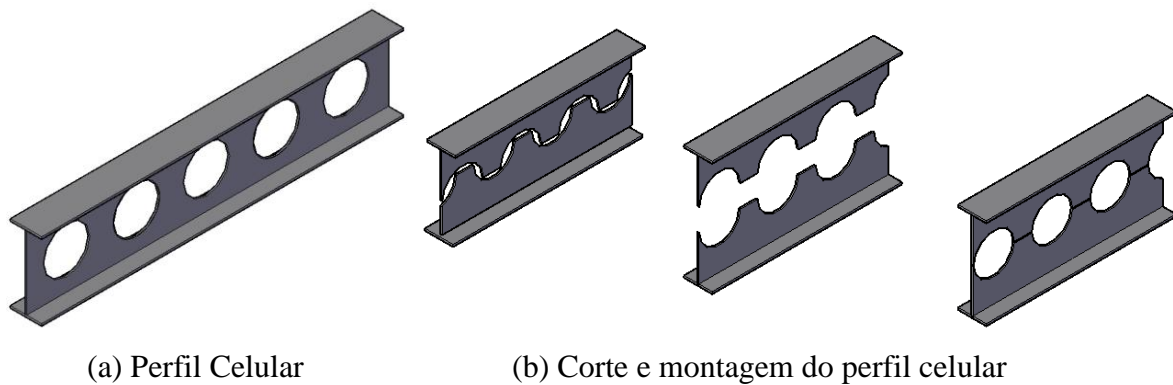


Figura 1. Viga Celular

As vigas celulares podem apresentar várias combinações de diâmetro e distância entre centros das aberturas no seu processo de construção. Um padrão bastante utilizado como referência para vigas celulares é o de Harper (1994) apud Abreu et al. (2010), que por sua vez apresenta limites de construção que oferecem resultados satisfatórios. A Fig. 2 apresenta o modelo de expansão de Harper e seus limites para o diâmetro e o espaçamento das aberturas.

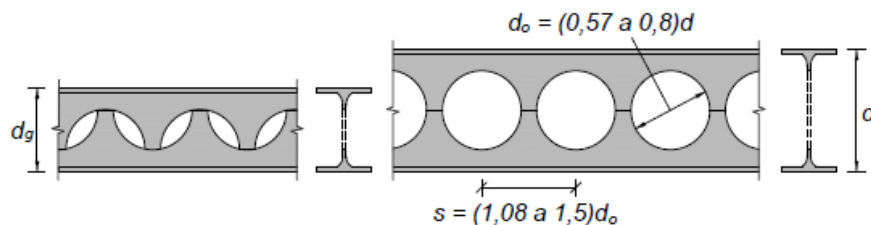


Figura 2. Limites construtivos de perfis celulares.

Existem vantagens com a variação do espaçamento entre aberturas e o tamanho dessas em vigas celulares. Maior flexibilidade para sua aplicação, permitindo configurar vigas mais apropriadas para coberturas ou para sistemas de piso e maior liberdade de projeto possibilitando definir a posição dos alvéolos de modo a reduzir os detalhes associados às ligações com outras vigas, são algumas apresentáveis.

A viga com perfil de aço celular, assim com a viga de alma cheia é dimensionada considerando a resistência do perfil de aço se não houver ligação mecânica entre a laje de concreto e o perfil de aço. Quando existe uma ligação mecânica por meio de conectores de cisalhamento entre a laje de concreto e o perfil de aço, a viga de perfil celular pode ser dimensionada como uma viga mista, considerando a participação do concreto na resistência à flexão.

## 1.2 Vigas mistas de aço e concreto com perfis celulares

O sistema de piso mais eficiente da atualidade são as vigas mistas de aço e concreto. Adicionando-se o potencial das vigas celulares de aço à construção mista, o efeito na economia de material é ainda mais promissor, pois haverá um aumento considerável na rigidez do piso, a redução no peso dos perfis de aço e a menor altura da seção viga-laje. Vigas mistas de aço e concreto podem ser projetadas como biapoiadas, semicontínuas ou contínuas, conforme haja nos apoios internos respectivamente, ligação considerada como rótula, ligação de resistência parcial ou ligação com continuidade total do perfil de aço e da armadura da laje.

A Fig. 3 faz uma comparação entre a viga mista com perfil de alma cheia e a viga mista com perfil celular no que se refere a intervalo de vão e altura da estrutura. Observa-se que a viga mista com perfis celulares consegue vencer vãos maiores que os da viga mista convencional.



Figura 3. Comparação de vigas mistas de com perfis de alma cheia e celular.

Pesquisas recentes abordam o comportamento estrutural de vigas mistas com perfis celulares. Bake (2010) desenvolveu modelos numéricos para estudar vigas celulares de aço e vigas mistas de aço e concreto com perfis celulares submetidos à temperatura ambiente e à temperatura elevada. Foi observado que os modelos numéricos desenvolvidos apresentaram boa concordância com resultados experimentais. Lawson e Saverirajan (2011) concluíram que podem ser invalidados os princípios da análise rígido-plástica para vigas mistas biapoiadas assimétricas ou para vigas mistas celulares com grandes aberturas, pois o eixo neutro está situado mais embaixo na seção transversal fazendo com que o concreto possa exceder o limite de deformação de 3,5% antes do bloco de tensões plásticas ser desenvolvido, conduzindo a uma redução da resistência à flexão em alto nível de deformação.

Quando se aborda o dimensionamento estrutural de vigas mistas com perfis celulares biapoiadas, as metodologias de projeto propostas por Lawson e Hicks (2011) e Ward (1990) contribuem como guias de projeto, juntamente com especificações de fabricantes de perfis celulares. Badke Neto et al. (2015) realizaram um estudo que compara as duas metodologias

supracitadas para uma série de vigas mistas com perfis de aço celulares variando os parâmetros geométricos desses perfis.

Estudos a respeito de vigas mistas contínuas e semicontínuas existem em menor número, principalmente quando há perfis celulares de aço compondo a viga mista. A ABNT NBR 8800:2008 fornece um método de cálculo aproximado para a determinação do momento fletor resistente na região de momentos negativos, que inclui a verificação do estado limite de flambagem lateral com distorção, entretanto o procedimento não abrange as vigas mistas celulares, e sim, apenas as vigas mistas com perfil de alma cheia.

### 1.3 Flambagem lateral com distorção

Em vigas mistas contínuas e semicontínuas, nas regiões próximas aos apoios internos das vigas mistas contínuas e semicontínuas há momentos negativos. A laje de concreto fornece restrição completa ao deslocamento lateral da mesa superior do perfil de aço, porém nessas regiões, a mesa inferior fica comprimida, o que faz com que a mesma tenha a tendência a flambar em relação ao seu eixo de maior inércia, já que a flambagem em relação ao seu eixo de menor inércia é impedida pela alma. A laje impede a torção da viga de aço como um todo, mas se a alma do perfil não tiver rigidez suficiente para evitar a flexão lateral, ela distorcerá, gerando um deslocamento lateral,  $\delta$ , acompanhado de um giro na mesa inferior comprimida,  $\theta$ , o que provocará uma mudança de forma da seção transversal, sendo por isso denominada flambagem lateral com distorção (FLD), Fig 4. Facilitam a manifestação desse fenômeno a flexão da laje e a deformação da conexão da laje com a face superior do perfil de aço (conexão de cisalhamento), que possibilitam a torção da seção de aço praticamente como corpo rígido.

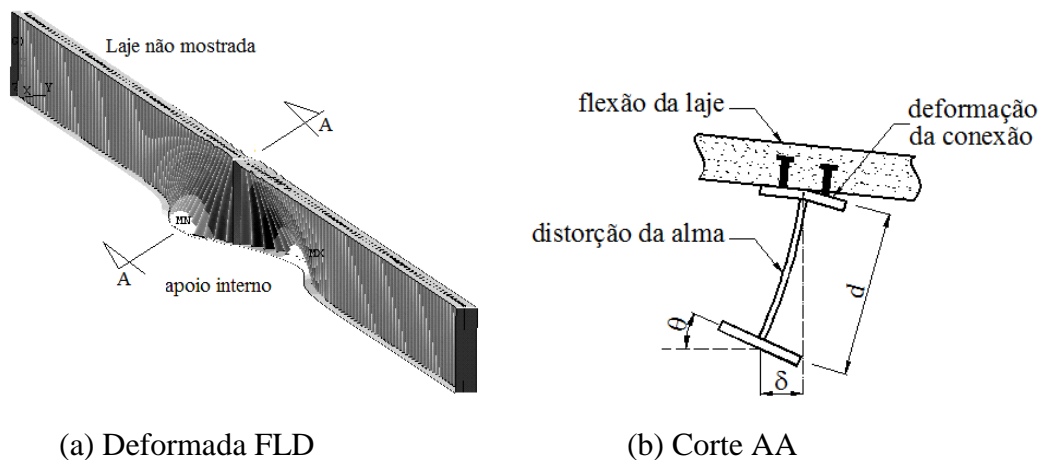


Figura 4. Flambagem lateral com distorção

Na FLD, o deslocamento lateral e o giro da mesa comprimida assumem a forma de uma semi-onda de cada lado do apoio interno, que se estende sobre grande parte do comprimento da região de momento negativo. O ponto de deslocamento lateral e giro máximos fica distante desse apoio de duas a três vezes a altura da viga, segundo Johnson (2004).

### 1.4 Momento crítico elástico e rigidez rotacional de vigas mistas

O cálculo do Momento crítico à flambagem lateral com distorção é feito tendo como base o comportamento do mecanismo "U" invertido, Fig 5, formado por duas ou mais vigas adjacentes e pela laje na qual essas vigas estão fixadas. Esse mecanismo é considerado o ideal

para representar o comportamento de uma viga mista à FLD. O momento crítico elástico é obtido aplicando-se o método da energia para obter a resposta à FLD de um único mecanismo “U” invertido em um modelo simplificado composto pelo perfil de aço e uma mola de rigidez igual à rigidez rotacional da viga mista, Roik et. al. (1990).

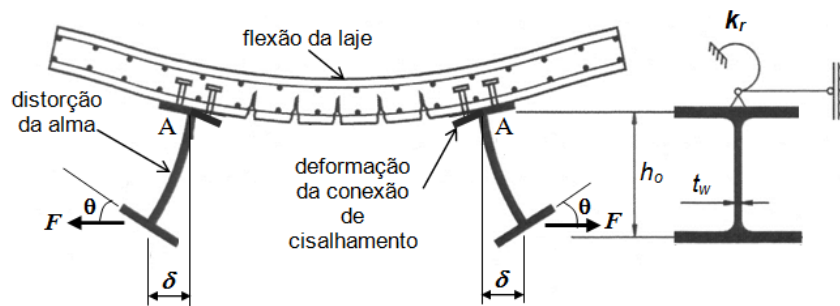


Figura 5. Rigidez Rotacional da viga mista no Mecanismo “U” invertido

Uma grandeza fundamental para o valor do momento crítico elástico na região de momento negativo é a Rigidez Rotacional da viga mista, também tratada como rigidez do mecanismo “U” invertido, conforme Johnson (2004). O valor da rigidez rotacional, Eq. 1, é obtido por meio da aplicação de forças de perturbação nas mesas inferiores, relacionando o momento em relação ao ponto A com a rotação  $\theta$ , Fig. 5:

$$k_r = \frac{Fh_0}{\delta} \cdot \frac{1}{h_0} \quad (1)$$

onde  $k_r$  é a rigidez rotacional da viga mista,  $F$  é a força aplicada na mesa inferior,  $h_0$  é a altura de centro a centro das mesas e  $\delta$  é o deslocamento da mesa inferior em relação ao nível do centro da mesa superior.

A ABNT NBR 8800:2008 apresenta um procedimento simplificado para a determinação da rigidez rotacional de uma viga mista. O método consiste em obter as rotações devido à flexão transversal da laje de concreto, à distorção da alma e à deformação da conexão de cisalhamento e conseqüentemente as rigidezes isoladas. Assim, pode-se obter o valor da rigidez rotacional da viga em função das rigidezes isoladas, fazendo uso da expressão da rigidez resultante de molas ligadas em série, conforme a Eq 2:

$$\frac{1}{k_r} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} \quad (2)$$

onde  $k_1$  é a rigidez à flexão da laje, por unidade de comprimento da viga,  $k_2$  é a rigidez à flexão da alma do perfil de aço, por unidade de comprimento da viga e  $k_3$  é a rigidez à flexão da conexão de cisalhamento, por unidade de comprimento da viga.

Conforme apresentado na ABNT NBR 8800:2008, para encontrar a rigidez à flexão da laje fissurada na direção longitudinal dos perfis de aço, considera-se a laje como uma viga engastada nos perfis de aço, conforme Fig 6. Aplicando rotações unitárias nos engastes, os momentos que surgem são as rigidezes procuradas em cada apoio.

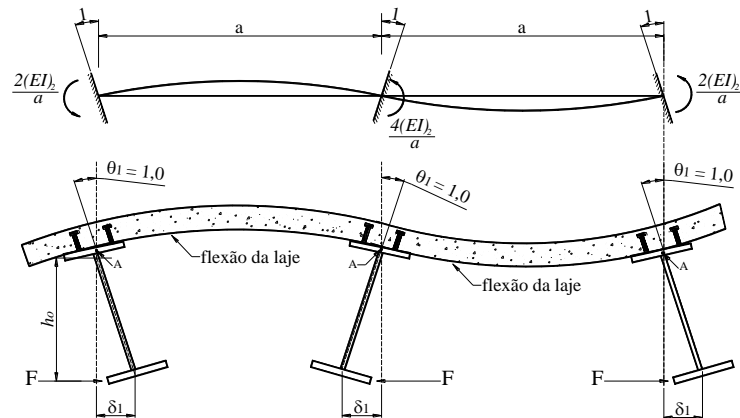


Figura 6. Rigidez Rotacional da laje fissurada

Portanto a rigidez à flexão da laje por unidade de comprimento (Eq 3):

$$k_1 = \frac{\alpha(EI)_2}{a} \quad (3)$$

onde  $\alpha$  é igual a 2 para vigas de borda, com ou sem balanço, e 3 para vigas internas (para vigas internas com 4 ou mais vigas similares, pode-se dotar  $\alpha$  igual a 4 e  $(EI)_2$  é a rigidez à flexão da seção mista homogeneizada da laje fissurada por unidade de comprimento da viga, tomada como o menor valor, considerando o meio do vão da laje, para momento positivo, e um apoio interno da laje, para momento negativo. O termo  $a$  é a distância entre as vigas.

A rigidez rotacional da alma do perfil pode ser determinada considerando a alma como uma placa engastada no centro geométrico da mesa superior e livre no centro geométrico da mesa inferior como mostrado na Fig 7.

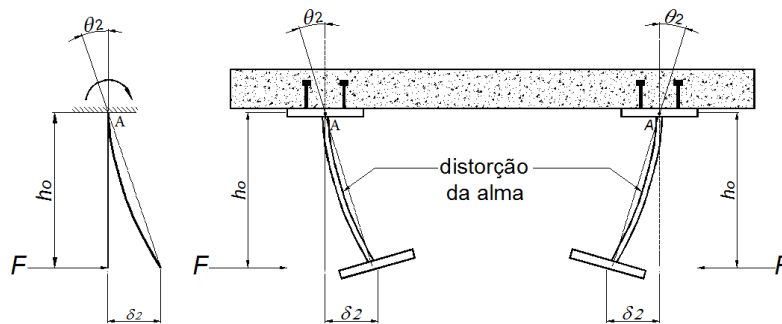


Figura 7. Rigidez Rotacional da alma

A rigidez rotacional da alma plana é dada por (Eq 4):

$$k_2 = \frac{E_a t_w^3}{12(1 - \nu_a^2)} \quad (4)$$

onde  $E_a$  é o Módulo de elasticidade do aço,  $t_w$  é a espessura da alma e  $\nu_a$  é coeficiente de Poisson do aço.

A rigidez da conexão de cisalhamento costuma ser muito elevada e depende de um grande número de fatores, então é desprezada pelos códigos normativos, inclusive pela ABNT NBR 8800:2008. Desta forma a rigidez rotacional da viga mista é dada por:

$$k_r = \frac{k_1 + k_2}{k_1 k_2}. \quad (5)$$

## 1.5 Sobre o presente trabalho

Este trabalho tem como objetivo propor uma formulação para o cálculo da rigidez rotacional da alma de perfis celulares com vistas à determinação da rigidez rotacional de vigas mistas compostas por esses perfis.

a) Será definido e apresentado o modelo analítico para a obtenção da expressão de rigidez da alma celular;

b) Serão comparados os resultados de rigidez da alma celular obtidos pela a expressão proposta com os resultados de modelos numéricos desenvolvidos no programa ANSYS 15.0 de características similares aos casos analisados pela expressão.

## 2 METODOLOGIA

### 2.1 Equação do deslocamento transversal para uma abertura

De acordo com o texto-base de revisão da norma brasileira ABNT NBR 8800:2008, a expressão sugerida para o cálculo da rigidez rotacional de um perfil de aço apenas contempla perfis com alma cheia. Neste trabalho, uma formulação analítica para a rigidez rotacional da alma celular é desenvolvida tomando como base uma estrutura de placa engastada em uma extremidade e livre nas outras, com abertura circular centralizada, Fig. 8.

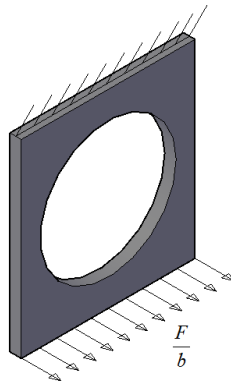


Figura 8. Modelo estrutural da placa

A placa é submetida a uma força horizontal na sua extremidade inferior, distribuída ao longo da largura, cujo valor da resultante é  $F$ . A teoria de elementos lineares juntamente com o Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV) foi utilizada para determinar o deslocamento transversal no modelo simplificado de barra engastada e livre de comprimento igual à distância  $h_0$  entre os centros geométricos das mesas superior e inferior do perfil de aço. A seção transversal do modelo simplificado varia devido à presença da abertura. A Fig 9 apresenta o modelo simplificado utilizado para a dedução da equação. Esse modelo foi dividido em três regiões para a integração, regiões 1, 2 e 3. A primeira região estende-se do engaste até o início da abertura circular, a segunda abrange a área da abertura da placa, e a terceira, estende-se do fim da abertura até a extremidade inferior da placa. A necessidade da divisão do modelo deve-se à variação do momento de inércia da placa.

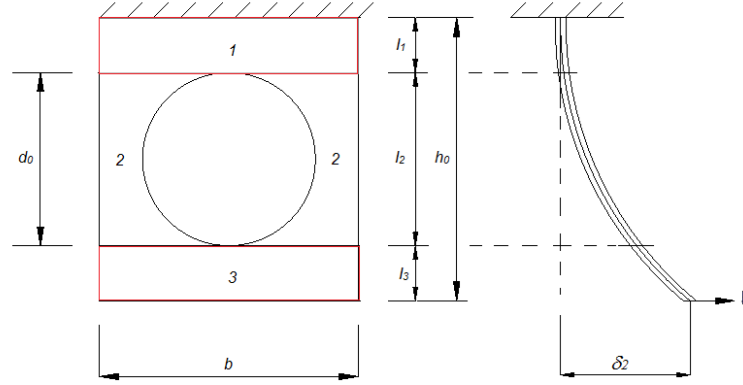


Figura 9. Modelo simplificado para determinação do deslocamento transversal

O deslocamento total do modelo simplificado,  $\delta_2$ , é a soma dos deslocamentos da placa,  $\delta_{2,1}$ ,  $\delta_{2,2}$  e  $\delta_{2,3}$  correspondentes aos comprimentos  $l_1$ ,  $l_2$  e  $l_3$  respectivamente. Assim:

$$\delta_2 = \delta_{2,1} + \delta_{2,2} + \delta_{2,3}. \quad (6)$$

O deslocamento  $\delta_{2,1}$  do comprimento  $l_1$ , da extremidade engastada até o início da abertura, é obtido por:

$$\delta_{2,1} = \int_0^{h_0-d_0} \frac{Fx^2}{EI} dx = \frac{F}{24EI} (h_0 - d_0)^3. \quad (7)$$

onde  $F$  é a força aplicada na extremidade inferior do modelo,  $E$  é o módulo de elasticidade do aço,  $I$  é o momento de inércia da seção transversal,  $b$  é a largura da placa e  $d_0$  é o diâmetro da abertura.

Para o deslocamento do fim da abertura até a extremidade livre da alma, comprimento  $l_3$ , a integral é a mesma, uma vez que o momento de inércia é constante, mudando apenas os limites de integração, conforme:

$$\delta_{2,3} = \int_{\frac{h_0+d_0}{2}}^{h_0} \frac{Fx^2}{EI} dx = \frac{F}{3EI} \left( h_0^3 - \frac{(h_0 + d_0)^3}{8} \right). \quad (8)$$

Analisando o deslocamento da parte com a abertura circular, comprimento  $l_2$ , os limites de integração correspondem ao diâmetro da abertura. O momento de inércia é variável devido à presença da abertura.

$$\delta_{2,2} = \int_{\frac{h_0-d_0}{2}}^{\frac{h_0+d_0}{2}} \frac{12Fx^2}{Et_w^3 \left( b - 2\sqrt{\frac{d_0^2}{4} - \left(\frac{h_0}{2} - x\right)^2} \right)} dx. \quad (9)$$

Para solucionar a Eq. (9) foi necessária a utilização do software MATHEMATICA 10.3. O software apresentou uma solução com números reais e complexos. Após uma série de operações matemáticas adicionais, foi possível extrair a parte real da solução e o deslocamento  $\delta_2$  é obtido por:

$$\delta_{2,2} = \frac{3F}{4Et_w^3} \left( (4bd_0 + \pi(2b^2 - d_0^2 - 2h_0^2)) - \frac{(b^3 - bd_0^2 - bh_0^2)}{\sqrt{b^2 - d_0^2}} \left( 4\text{arctg} \left( \frac{d_0}{\sqrt{b^2 - d_0^2}} \right) + 2\pi \right) \right). \quad (10)$$



Com os deslocamentos das três partes obtidos, a equação para o deslocamento transversal da extremidade livre de uma placa com furo centralizado submetido ao carregamento  $F$ :

$$\delta_2 = \frac{F}{Ebt_w^3} \left( (4h_0^3 - 3d_0h_0^2 - d_0^3) + \frac{3b}{4} \left( (4bd_0 + \pi(2b^2 - d_0^2 - 2h_0^2)) - \frac{(b^3 - bd_0^2 - bh_0^2)}{\sqrt{b^2 - d_0^2}} \left( 4\text{arctg} \left( \frac{d_0}{\sqrt{b^2 - d_0^2}} \right) + 2\pi \right) \right) \right) \quad (11)$$

Desta forma, a equação da rigidez rotacional da alma celular com uma abertura é:

$$k_{2,c} = Ebt_w^3 h_0^2 / \left( (4h_0^3 - 3d_0h_0^2 - d_0^3) + \frac{3b}{4} \left( (4bd_0 + \pi(2b^2 - d_0^2 - 2h_0^2)) - \frac{(b^3 - bd_0^2 - bh_0^2)}{\sqrt{b^2 - d_0^2}} \left( 4\text{arctg} \left( \frac{d_0}{\sqrt{b^2 - d_0^2}} \right) + 2\pi \right) \right) \right) \quad (12)$$

## 2.2 Expansão da equação do deslocamento para $n$ aberturas

Com base no estudo do deslocamento transversal de uma placa com uma abertura centralizada, é proposto um modelo genérico para determinação do deslocamento transversal de uma placa com  $n$  aberturas. Sabendo-se que a alma celular possui diversas aberturas igualmente espaçadas da distância  $s$ , e que a primeira e a última abertura ficam distantes de  $s_e$  das extremidades, Fig. 10, o modelo genérico foi gerado agrupando-se  $n$  placas centrais de largura  $s$  a duas placas de extremidade de largura igual à soma de  $s_e$  com  $0,5d_0$  e  $0,5s$ .

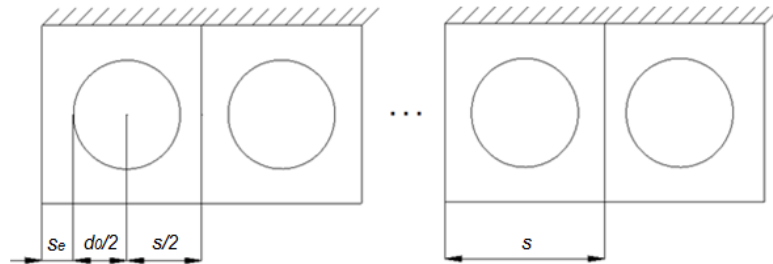


Figura 10. Modelo expandido para determinar o deslocamento transversal de uma placa com  $n$  aberturas

A alma do perfil I submetida à força  $F$  na sua extremidade inferior apresenta um deslocamento lateral igualitário ao longo do comprimento da viga, uma vez que está conectada a mesa inferior que é rígida. Este trabalho propõe obter o deslocamento lateral da alma celular com  $n$  furos,  $\delta_{2,c}$ , Eq. (13), por meio da média ponderada dos deslocamentos das placas isoladas (centrais e de extremidades) em relação ao comprimento de cada placa:

$$\delta_{2,c} = \frac{2(s_e + 0,5d_0 + 0,5s) \delta_{2,ext} + (n-2) s \delta_{2,cen}}{L} \quad (13)$$

onde  $\delta_{2,ext}$  é o deslocamento da placa de extremidade,  $\delta_{2,cen}$  é o deslocamento da placa central,  $n$  é o número de aberturas e  $L$  é o comprimento da viga.

Os deslocamentos  $\delta_{2,cen}$  e  $\delta_{2,ext}$  são calculados por meio da Eq. (11), onde a largura  $b$  é tomada igual a  $s$  para as placas centrais e igual a  $s_e + 0,5d_0 + 0,5s$  para as placas de extremidades. A força  $F$  aplicada nas placas deve ser distribuída de forma proporcional ao comprimento de cada placa isolada.

Desta forma, a equação da rigidez rotacional da alma celular com  $n$  aberturas é:

$$k_{2,c} = \frac{F h_0^2}{2(s_e + 0,5d_0 + 0,5s)\delta_{2,ext} + (n - 2) s \delta_{2,cen}} \quad (14)$$

### 2.3 Modelo Numérico

Para aferir a formulação proposta, foram definidos modelos numéricos para simular o comportamento da alma do perfil celular em regime elástico por meio do método dos elementos finitos. Como na Eq 13, estudou-se o deslocamento lateral da placa da alma e consequentemente da sua rigidez. Posteriormente à obtenção dos resultados, fez-se a comparação com a equação. O tipo de elemento, as condições de contorno, e os demais parâmetros dos modelos numéricos foram selecionados tomando como base as características do modelo analítico, como mostra a Fig. 11, para que fosse possível a comparação entre os resultados analíticos e numéricos.

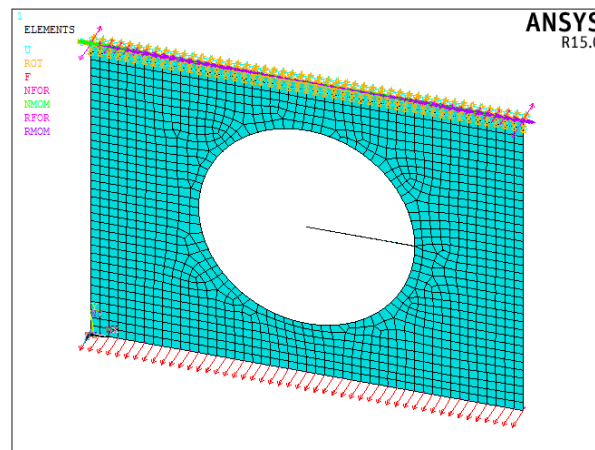


Figura 11. Modelo numérico

A modelagem numérica foi realizada utilizando-se o software de análise de elementos finitos ANSYS 15.0. O elemento SHELL181 representou a alma do perfil celular de aço. O coeficiente de Poisson foi tomado igual a 0,3 e o módulo de elasticidade do aço 20000 kN/cm<sup>2</sup>.

Para as condições de contorno, os deslocamentos e rotações nas direções globais X, Y e Z foram impedidos na extremidade superior da alma celular. Na extremidade inferior, o deslocamento dos nós na direção Z foi acoplado, tendo dessa forma um deslocamento igualitário ao longo do comprimento do modelo, uma vez que nessa posição existirá a mesa inferior rígida nos casos reais. O carregamento foi distribuído nos nós que compõem a linha da extremidade inferior da placa.

Para o estudo da malha dos elementos finitos, partiu-se do princípio que a malha aplicada seria livre devido à simplicidade do tipo de análise. Para determinar o tamanho ideal de malha foi utilizado um modelo específico de um perfil laminado W200x26.6 adaptado para um perfil celular com uma abertura. Esse modelo por sua vez tem 0,3228 m de altura, 0,4306 m de comprimento e com abertura de diâmetro de 0,2153 m. As malhas foram geradas com elementos de 0,01 a 0,1 m de lado (variando-se o tamanho dos elementos em 5 mm). A Fig. 12 relaciona o desvio relativo dos resultados do deslocamento com o tamanho do elemento analisado de cada modelo analisado.

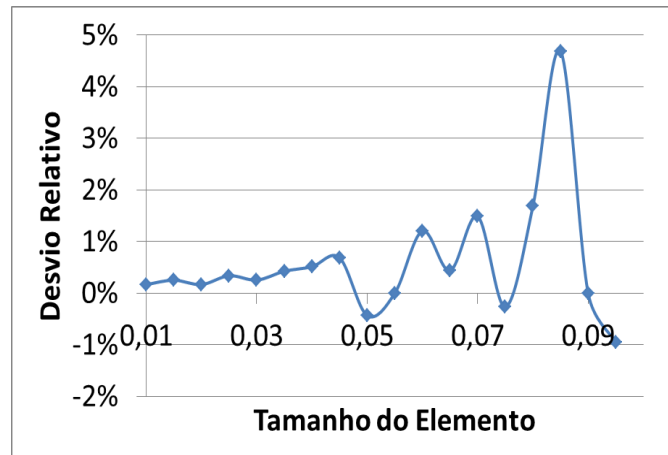


Figura 12. Desvio relativo

A malha utilizada foi de 0,01 m de lado. Essa malha apresentou resultados com precisão adequada e, apesar de mais discretizada que aquela que apresenta resultados com boa convergência de solução, não apresentou elevado tempo de processamento computacional.

No desenvolvimento algébrico da equação para determinar a rigidez rotacional da alma celular, considerou-se apenas análise linear geométrica e de material. Desta forma, para que as análises pudessem ser comparadas, a análise pelo método dos elementos finitos também foi feita linear. Uma vez que a metodologia normativa é feita em caráter linear elástico para o desenvolvimento da fórmula, é válido que se utilize uma análise linear.

### 3 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

Foram realizadas avaliações e comparações da equação de rigidez da alma celular, Eq. 14 com os valores obtidos de modelos numéricos desenvolvidos com a modelagem descrita no item 2.3. Essa análise abrangeu quinze modelos com características geométricas obtidas a partir de um modelo padrão pré-definido. O perfil celular do modelo padrão teve os parâmetros construtivos tais como: a altura expandida do perfil ( $d$ ), o diâmetro da abertura circular na alma do perfil ( $d_0$ ), o espaçamento entre aberturas ( $s$ ), a distância entre a extremidade do perfil e o início da abertura circular ( $s_e$ ) selecionados de acordo com a Tabela 1.

Tabela 1. Modelo padrão para análise numérica

	$d$	$d_0$	$s$	$s_e$
Modelo padrão	$1,6*d_g$	$0,65*d$	$1,3*d_0$	$0,5*d_0$

onde:  $d_g$  é a altura do perfil laminado de origem do perfil celular.

Três diferentes perfis laminados foram selecionados para a geração dos perfis celulares consideradas nos modelos de análise. A escolha dos perfis laminados de abas paralelas foi feita de forma a abranger todo intervalo de altura do catálogo de perfis da fabricante Gerdau Açominas. Os casos apresentam diferentes quantidades de aberturas ao longo da alma. Na Tabela 2, são apresentadas as características dos modelos analisados.

Tabela 2. Características dos modelos para análise

Modelos	$n$	$d$ (m)	$d_0$ (m)	$s$ (m)	$s_e$ (m)	$L$ (m)
200x26,6	1	0,331	0,215	0,279	0,107	0,431
	5	0,331	0,215	0,279	0,107	1,550
	10	0,331	0,215	0,279	0,107	2,949
	15	0,331	0,215	0,279	0,107	4,349
	20	0,331	0,215	0,279	0,107	5,748
410x60	1	0,651	0,423	0,550	0,212	0,847
	5	0,651	0,423	0,550	0,212	3,048
	10	0,651	0,423	0,550	0,212	5,799
	15	0,651	0,423	0,550	0,212	8,550
	20	0,651	0,423	0,550	0,212	11,302
610x125	1	0,979	0,636	0,827	0,318	1,273
	5	0,979	0,636	0,827	0,318	4,583
	10	0,979	0,636	0,827	0,318	8,720
	15	0,979	0,636	0,827	0,318	12,857
	20	0,979	0,636	0,827	0,318	16,994

De posse dos modelos a serem analisados, criou-se uma simbologia para identificação dos modelos de alma celular, a saber:  $C_{perfil\_d/d_g\_d_0/d\_s/d_0\_s_e/d_0\_n}$ , onde  $C_{perfil}$  indica viga celular com a designação do perfil original e as variáveis  $d$ ,  $d_g$ ,  $d_0$ ,  $s$ ,  $s_e$  e  $n$  são as propriedades geométricas. C200x26,6\_1,6\_0,65\_1,3\_0,5\_1, por exemplo, significa uma viga celular com perfil original W200x26,6, razão entre a altura final e a altura do perfil original,  $d/d_g$ , igual a 1,6, razão entre o diâmetro da abertura e a altura final,  $d_0/d$ , igual a 0,65, razão entre a distância entre aberturas e o diâmetro da abertura,  $s/d_0$ , igual a 1,3, razão entre a distância da extremidade ao início da abertura e o diâmetro da abertura,  $s_e/d_0$ , igual a 0,5 e por último o número de aberturas.

A Tabela 3 apresenta o deslocamento lateral analítico obtido por meio das Eq (11) e Eq (13) para os casos de uma abertura e  $n$  aberturas respectivamente, o deslocamento lateral pelo modelo numérico, a rigidez rotacional da alma do perfil celular obtida da Eq (12) e Eq (14), a rigidez rotacional numérica e o desvio relativo entre as rigidezes.

Tabela 3. Comparação dos resultados

Modelos	$\delta_{2,c_A}$ (m)	$\delta_{2,c_N}$ (m)	$k_{2,c_A}$ (kN/rad)	$k_{2,c_N}$ (kN/rad)	Desvio (%)
C200x26.6_1.60_0.65_1.3_0.5_1	0,111	0,119	21,869	20,352	6,937
C200x26.6_1.60_0.65_1.3_0.5_5	0,041	0,044	16,585	15,419	7,033
C200x26.6_1.60_0.65_1.3_0.5_10	0,023	0,024	15,665	14,539	7,187
C200x26.6_1.60_0.65_1.3_0.5_15	0,016	0,017	15,361	14,178	7,702
C200x26.6_1.60_0.65_1.3_0.5_20	0,012	0,013	15,210	14,053	7,609
C410x60.0_1.60_0.65_1.3_0.5_1	0,186	0,199	25,930	24,143	6,892
C410x60.0_1.60_0.65_1.3_0.5_5	0,068	0,073	19,682	18,294	7,051
C410x60.0_1.60_0.65_1.3_0.5_10	0,038	0,041	18,594	17,226	7,357
C410x60.0_1.60_0.65_1.3_0.5_15	0,026	0,028	18,234	16,843	7,630
C410x60.0_1.60_0.65_1.3_0.5_20	0,020	0,022	18,055	16,618	7,959
C610x125.0_1.60_0.65_1.3_0.5_1	0,114	0,122	63,668	59,243	6,950
C610x125.0_1.60_0.65_1.3_0.5_5	0,042	0,045	48,323	44,852	7,184
C610x125.0_1.60_0.65_1.3_0.5_10	0,023	0,025	45,651	42,241	7,469
C610x125.0_1.60_0.65_1.3_0.5_15	0,016	0,017	44,768	41,400	7,524
C610x125.0_1.60_0.65_1.3_0.5_20	0,012	0,013	44,329	40,741	8,093

O desvio de aproximadamente 8% da equação analítica em relação aos resultados numéricos pode ser atribuído às simplificações adotadas no cálculo analítico do deslocamento da alma, onde a teoria de elementos lineares foi utilizada, e a deformação por esforço cortante foi ignorada. O programa tende a concentrar a força aplicada no modelo nos locais com maior rigidez (locais com alma cheia) enquanto a equação distribui a força aplicada na placa celular de forma proporcional ao comprimento da placa analisada. Além disso, a análise numérica considerou a teoria de placas e cascas e os deslocamentos são calculados incluindo todas as solicitações impostas.

A Fig 13 apresenta o gráfico da linha de ajuste perfeito compreendendo os resultados analítico e numérico de rigidez rotacional da alma celular dos quinze modelos analisados. Pode-se notar que os valores calculados pela equação analítica têm uma boa concordância com os resultados numéricos, não apresentando grande dispersão em relação à linha de ajuste. Todos os pontos ficaram muito próximos da linha de ajuste perfeito, porém levemente acima desta. Assim, a equação analítica apresentou sempre valores maiores do que os obtidos nos modelos numéricos, indicando a necessidade de um ajuste da equação por meio de um

coeficiente de redução. Recomenda-se então, o uso da equação analítica desenvolvida nesse trabalho para o cálculo da rigidez rotacional de vigas mistas com perfil celular, utilizando um coeficiente de redução de 10%.

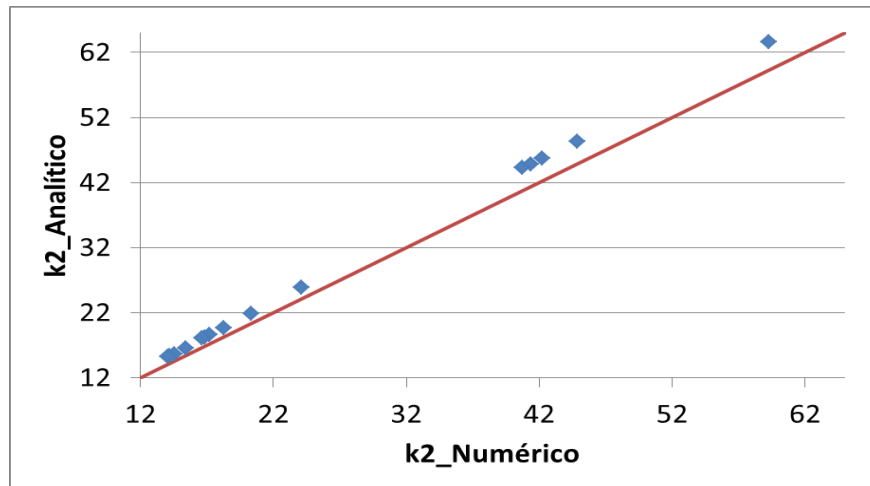


Figura 13. Gráfico da linha de ajuste perfeito

## 4 CONCLUSÃO

Nesse artigo, foi desenvolvido e apresentado um procedimento para a determinação da rigidez rotacional de vigas mistas com perfil celular, tendo como base o comportamento do mecanismo “U” invertido, com vistas à verificação do estado limite último de flambagem lateral com distorção (FLD) e posteriormente ao momento crítico elástico do sistema. Para se chegar a esse procedimento, inicialmente, uma formulação analítica foi desenvolvida para se obter a rigidez rotacional da alma do perfil celular, tomada como base o Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV), método que permite determinar os deslocamentos de quaisquer pontos de um corpo sólido. Para fim de validação da equação proposta, foi desenvolvida uma modelagem numérica pelos Métodos dos Elementos Finitos para análise linear da alma do perfil celular em regime elástico, tomando como altura a distância entre os centros das mesas superior e inferior. Para o modelo numérico de validação, criou-se um modelo padrão arbitrando os parâmetros construtivos de perfis celulares ( $d, d_0, s, s_e$  e  $n$ ) dentro das exigências de construção.

A equação proposta apresentou resultados consistentes com os resultados da análise numérica via método dos elementos finitos desenvolvida no ANSYS 15.0 para fins de comparação. O desvio de aproximadamente 8% da equação analítica em relação aos resultados numéricos pode ser atribuído às simplificações adotadas no cálculo analítico do deslocamento da alma. É recomendado um coeficiente de ajuste de 10% para a adequação à favor da segurança da equação e por consequência uma maior precisão da mesma.

O potencial das vigas celulares de aço associado à construção mista promove um efeito na economia de material ainda mais promissor, pois as vigas mistas de aço e concreto formam o sistema de piso mais eficiente da atualidade. Utilizando uma viga mista com perfis celulares se consegue vencer vãos ainda maiores que os da viga mista convencional. Entretanto, se fazem necessárias pesquisas à respeito de estados limites últimos de instabilidade nas regiões de momento negativo em vigas mistas contínuas e semicontínuas com perfis de aço celular.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e à Fundação de Amparo à Pesquisa do Espírito Santo (FAPES) pelo apoio para o desenvolvimento desta pesquisa.

## REFERÊNCIAS

- Abreu, L. M. P.; Fakury, R. H.; Castro e Silva, A. L. R. (2010). Determinação do momento fletor resistente à flambagem lateral com torção de vigas de aço celulares. *Mecânica Computacional*, v. XXIX, p. 7255-7271.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas (2008). Projeto de estrutura de aço e de estrutura mista de aço e concreto de edifícios. ABNT 8800. Rio de Janeiro.
- Ansys. (2013). Finite Element Program User's Manuals, versão 15.0, Ansys, Inc., Crononsburg, Estados Unidos.
- Bake, S. (2010). Behaviour of cellular beams and composite floor at ambient and elevated temperature. The University of Manchester, United Kingdom.
- Badke- Neto, A. (2015). Estudo de Metodologias para o Dimensionamento de Vigas de Aço e Vigas Mistas de Aço e Concreto com Perfis Celulares. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Espírito Santo. Vitória, ES.
- Calenzani, A.F.G. (2008). Proposição de procedimento para a determinação da rigidez rotacional de vigas mistas contínuas e semicontínuas com perfis de alma senoidal. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG.
- Johnson, R.P. (2004) Composite Structures of Steel and Concrete: beams, slabs, columns and frames for buildings. 3. ed. Warwick, U.K: Blackwell.
- Lawson, R. M.; Hicks, S. J. (2011). Design of composite beams with large web openings: in accordance with Eurocodes and the UK National Annexes. *Steel Construction Institute*.
- Lawson, R. M.; Saverirajan, A.H.A. (2011). Simplified elasto-plastic analysis of composite beams and cellular beams to Eurocode 4. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 67, p. 1426-1434.
- Müller, M.; Oppe, M. (2008). Conceptual design and design examples for multi-storey buildings. Disponível em: <[http://eurocodes.jrc.ec.europa.eu/doc/WS2008/EN1993\\_6\\_Mueller.pdf](http://eurocodes.jrc.ec.europa.eu/doc/WS2008/EN1993_6_Mueller.pdf)>. Acesso em: abril de 2016.
- Queiroz, G.; Pimenta, R. J.; Da Mata, L. A. C. (2001). Elementos das estruturas mistas aço – concreto. O Lutador, Belo Horizonte, M.G.
- Roik, K.; Hanswille, G. e Kina, J. (1990) Solution for the lateral torsional buckling problem of composite beams. *Stahlbau*, n-59, 327 – 332 (em alemão).
- Ward, J.K. (1990). Design of composite and non-composite cellular beams. SCI – The Steel Construction Institute.