



AVALIAÇÃO DOS EFEITOS DE 2ª ORDEM EM PÓRTICOS DE AÇO UTILIZANDO PROCESSOS APROXIMADO E RIGOROSO

Ana Luiza da Fonseca Cruz Schwartz

João Victor Fragoso Dias

Mateus Zimmer Dietrich

Adenilcia Fernanda Grobério Calenzani

analuiza.fcruzs@gmail.com

joaovfdias@gmail.com

mateuszimmerdietrich@gmail.com

afcalenzani@gmail.com

Universidade Federal do Espírito Santo (UFES)

Av. Fernando Ferrari – 514, 29075-910, Espírito Santo, Vitória, Brasil

Resumo. *Com o processo de industrialização da construção civil brasileira, a utilização de estruturas de aço nesse setor tem aumentado. Seu uso se tornou frequente em edifícios de múltiplos andares, onde suas estruturas aporticadas requerem uma análise estrutural adequada. A análise estrutural pode ser realizada em primeira ordem ou em segunda ordem, sendo que esta última é mais apropriada para a verificação da estabilidade. Nesse trabalho, a análise de estruturas aporticadas de aço foi efetuada em 1ª ordem pelo método dos deslocamentos e em 2ª ordem pelos processos simplificado das funções de estabilidade e rigoroso de análise não-linear. Um programa computacional, denominado STRUCTURALFRAME2D, foi desenvolvido em linguagem de programação MATLAB (2010), que realiza a análise de 1ª ordem e de 2ª ordem pelo processo simplificado. Para a análise rigorosa foi utilizado o programa ANSYS. Três pórticos distintos foram modelados em ambos os programas, STRUCTURALFRAME2D e ANSYS (2013). As estruturas tiveram o grau de deslocabilidade classificado de acordo com a NBR 8800:2008. Os resultados dos três métodos de análise: análise de 1ª ordem, análise de 2ª ordem por funções de estabilidade e a análise de 2ª ordem pelo método rigoroso foram confrontados e conclusões a respeito da adequação dos métodos foram obtidas.*

Palavras chaves: *Estruturas Aporticadas de Aço, Análise de Segunda Ordem, Funções de Estabilidade, Processo Rigoroso.*

1 INTRODUÇÃO

No projeto de uma edificação, uma das etapas mais importantes é a análise estrutural, pois pouco importa rigor na determinação da capacidade resistente de seus elementos constituintes se os esforços de cálculo não são avaliados de maneira apropriada.

A análise estrutural pode ser realizada em primeira ordem ou em segunda ordem sendo que esta última é mais apropriada para a verificação da estabilidade. A análise em primeira ordem pressupõe, para o cálculo de esforços e deslocamentos, o equilíbrio da estrutura em sua posição inicial indeformada. Ao contrário, a análise em segunda ordem estabelece o equilíbrio da estrutura na posição deformada, gerando esforços adicionais devido à ação das forças aplicadas sobre os deslocamentos. Além disso, na análise estrutural é possível adotar um modelo elástico linear ou plástico; no primeiro caso admite-se que as tensões nos elementos da estrutura são inferiores à resistência ao escoamento do material, no segundo caso admite-se plastificação em algumas seções da estrutura e redistribuição de esforços; o comportamento da estrutura será dependente do comportamento reológico do material, (De Souza, 2009).

Essa classificação teórica das análises permite fazer a distinção entre os conceitos de linearidade e não-linearidade geométrica. A linearidade geométrica refere-se à proporcionalidade entre os esforços aplicados e os deslocamentos, angulares ou lineares, provocados na estrutura. Logo, uma análise é geometricamente linear quando feita em teoria de 1ª ordem e geometricamente não-linear quando feita em teoria de 2ª ordem, (Da Silva, 2004).

O fato de se considerar ou não a plastificação das barras na análise permite fazer a distinção entre os conceitos de linearidade e não-linearidade física. A linearidade física refere-se à proporcionalidade entre as tensões e as deformações, existentes nos materiais que obedecem à lei de Hooke. Quando o material não obedece a esta lei, ou seja, quando não existe essa proporcionalidade entre as tensões e deformações, ocorre a não linearidade física, (Da Silva, 2004). A Fig. 1 mostra as soluções para diferentes tipos de análise estrutural em comparação com a solução real da estrutura do pórtico.

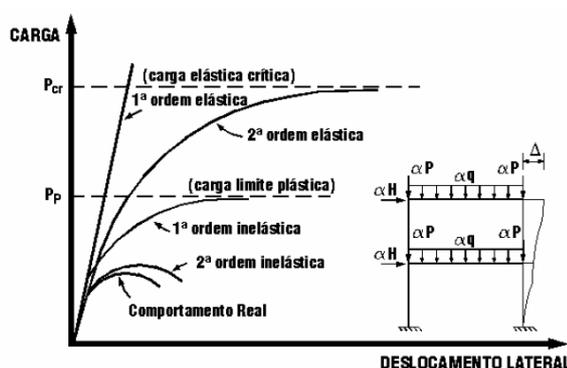


Figura 1. Gráfico da carga versus deslocamento lateral de um pórtico. Fonte: Da Silva (2004)

Como pode se observar na Fig. 1 existem diferenças significativas na resposta estrutural, porém isso não é válido para todas as tipologias estruturais. Existem casos, por exemplo, onde uma análise elástica linear pode ser suficientemente representativa. A ABNT NBR 8800:2008, a exemplo de algumas normas estrangeiras, exige que, na determinação dos esforços em estruturas de edifícios, seja feita uma análise de 2ª ordem elástica.

Nas estruturas aporticadas reais vários fatores podem estar presentes e influenciar de maneira significativa a estabilidade. Os principais fatores são:

- Imperfeições geométricas iniciais;
- Imperfeições iniciais de material (tensões residuais);
- Rigidez das ligações;
- Deformações por cortante;
- Efeitos de 2ª ordem locais e globais.

Os efeitos geométricos ou imperfeições geométricas iniciais são decorrentes do desaprumo da estrutura e da falta de alinhamento dos elementos que a constituem. As imperfeições globais podem ser inseridas diretamente na análise modelando a geometria da estrutura com uma inclinação correspondente ao desaprumo. Esse não é um procedimento prático para o dia-a-dia de projeto. Pode-se ainda aplicar deslocamentos nodais ou forças horizontais fictícias que correspondam às imperfeições geométricas globais. As forças horizontais fictícias também denominadas forças nocionais são aplicadas ao nível de cada pavimento e calculadas como uma fração das ações gravitacionais no pavimento considerado.

Nas estruturas de aço, as imperfeições de material são decorrentes das tensões residuais presentes nos perfis e que são oriundas dos processos de fabricação. Essas tensões residuais alteram o diagrama tensão x deformação do material reduzindo o trecho de comportamento elástico linear. Para representar esse fenômeno de forma rigorosa seria necessária uma análise física não linear que é feita de forma interativa impondo que as tensões nos elementos estruturais obedecem ao diagrama tensão x deformação pré-estabelecido. De forma simplificada as tensões residuais podem ser consideradas com reduções na rigidez axial e a flexão dos elementos, (de Souza, 2008).

Para caracterizar a trajetória de equilíbrio não-linear de um pórtico é necessário considerar os efeitos de 2ª ordem ou “efeitos P-delta”. Estes efeitos são devidos aos deslocamentos do pórtico e geram esforços adicionais, os quais, por sua vez, alteram os valores dos próprios deslocamentos. Os efeitos P-Delta nos pórticos podem ser globais P- Δ e locais P- δ . Efeito P- Δ está relacionado com os deslocamentos relativos entre os pavimentos, e também chamados de “efeitos de segunda ordem globais”. Estes efeitos de 2ª ordem são provocados pelas cargas verticais aplicadas sobre os deslocamentos horizontais, são mais significativos em pórticos não-contraventados.

O efeito P- δ está relacionado com os deslocamentos das configurações deformadas de cada barra comprimida do pórtico em relação à posição da corda respectiva (curvaturas) e também designados de “efeitos de 2ª ordem locais”. Estes efeitos são provocados pelos esforços de compressão, existem tanto em pórticos contraventados como não-contraventados e originam diagramas de momentos fletores adicionais (secundários) não lineares.

Reis & Dinar (2001) classificam os processos de análise de 2ª ordem em rigorosos (ou exatos), aproximados e de 1ª ordem modificado (simplificado). Nos processos rigorosos é feita, de fato, uma análise não-linear da estrutura com o equilíbrio estabelecido na posição deformada, podendo ainda ser incluídas as imperfeições geométricas, tensões residuais e a rigidez das ligações, introduzindo modificações adequadas na matriz de rigidez da estrutura e resolvendo o problema de forma incremental-iterativa. Esses processos ganharam força com o desenvolvimento do método dos elementos finitos. A solução não linear é obtida por um processo de análise incremental-iterativo com o carregamento total dividido em passos de carga; o método de solução mais popular é o método de Newton Raphson.

Nos processos aproximados o equilíbrio é estabelecido na posição deformada, no entanto, os efeitos não lineares ou de 2ª ordem locais e globais, são introduzidos de forma indireta como, por exemplo, com a aplicação de forças adicionais fictícias ou redução da rigidez dos elementos. De forma geral, substitui-se um problema não linear por vários problemas lineares mais simples. Chen & Lui (1991) apud Schimizzze (2001), Galambos (1988) e Al Mashary & Chen (1990) descrevem alguns métodos analíticos aproximados para análise de 2ª ordem como o Método dos dois Ciclos Iterativos, Método da Carga Lateral Fictícia, Método do deslocamento Fictício, Método da Carga de Gravidade Iterativa, Método da Rigidez Negativa, Funções de Estabilidade e o Método do Pilar Equivalente.

No presente trabalho, a análise de estruturas apertadas de aço foi efetuada em 1ª e 2ª ordem. A análise de 1ª ordem utilizou o método dos deslocamentos e a análise de 2ª ordem foi feita pelo processo simplificado das funções de estabilidade e pelo processo rigoroso de análise não-linear com auxílio do software de elementos finitos ANSYS (2013). Para o processo simplificado foi desenvolvido um programa computacional em linguagem de programação MATLAB denominado STRUCTURALFRAME2D.

2 MÉTODO DAS FUNÇÕES DE ESTABILIDADE

A figura 2 apresenta uma barra submetida a uma força horizontal de compressão P e aos momentos M_A e M_B nas extremidades. Os deslocamentos de rotação θ_A e θ_B são associados respectivamente aos momentos M_A e M_B e ρ é a rotação de corpo rígido.

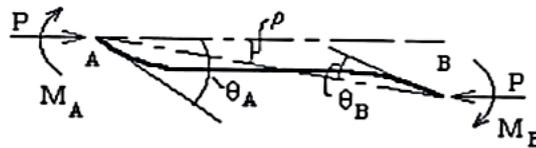


Figura 2. Barra de pórtico com carregamentos e rotação

A equação diferencial da linha elástica da barra flexo-comprimida de rigidez EI mostrada na Fig. 2 é dada por:

$$\frac{d^2v}{dz^2} + \frac{M(z)}{EI} = 0 \quad (1)$$

A partir dessa equação é possível relacionar os momentos M_A e M_B com as rotações θ_A e θ_B nas extremidades da barra, de modo a se obter a Eq. (2) e a Eq. (3).

$$M_A = \frac{EI}{L} [C\theta_A + S\theta_B - \rho(C + S)] \quad (2)$$

$$M_B = \frac{EI}{L} [S\theta_A + C\theta_B - \rho(C + S)] \quad (3)$$

Onde C e S são denominadas funções de estabilidade que permitem considerar os efeitos locais de 2ª ordem e seus valores podem ser calculados a partir dos três primeiros termos da expansão da série de Taylor, conforme Eq. (4) e Eq. (5).

$$C = \frac{L}{EI} \left[\left(\frac{4EI}{L} \right) - \left(\frac{2PL}{15} \right) - \left(\frac{44P^2L^3}{25000EI} \right) \right] \quad (4)$$

$$S = \frac{L}{EI} \left[\left(\frac{2EI}{L} \right) - \left(\frac{PL}{30} \right) - \left(\frac{26P^2L^3}{25000EI} \right) \right] \quad (5)$$

Onde P é a força axial na barra com sinal positivo se de compressão e negativo se de tração. Considerando as funções de estabilidade, a matriz de rigidez de uma barra de pórtico é dada por:

$$\begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2EI}{L^3}(C+S) - \frac{P}{L} & \frac{EI}{L^2}(C+S) & 0 & -\frac{2EI}{L^3}(C+S) + \frac{P}{L} & \frac{EI}{L^2}(C+S) \\ 0 & \frac{EI}{L^2}(C+S) & \frac{EI}{L}C & 0 & -\frac{EI}{L^2}(C+S) & \frac{EI}{L}S \\ \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2EI}{L^3}(C+S) + \frac{P}{L} & -\frac{EI}{L^2}(C+S) & 0 & \frac{2EI}{L^3}(C+S) - \frac{P}{L} & -\frac{EI}{L^2}(C+S) \\ 0 & \frac{EI}{L^2}(C+S) & \frac{EI}{L}S & 0 & -\frac{EI}{L^2}(C+S) & \frac{EI}{L}C \end{bmatrix}$$

As funções de estabilidade C e S na matriz acima levam em conta o efeito P - δ . O termo em que a força axial aparece explícita, deve-se apenas ao efeito P - Δ .

Para implementação do método simplificado das funções de estabilidade é necessário considerar inicialmente P igual a 0 e C e S iguais a 4 e 2, respectivamente, o que faz com que a matriz de rigidez da barra seja idêntica a de primeira ordem. Então, obtém-se a matriz de rigidez global da estrutura a partir da matriz local das barras. Realizando as operações usuais do método de rigidez calculam-se as forças axiais P em cada barra. Após a obtenção destas forças, as funções de estabilidade podem ser recalculadas gerando uma nova matriz de rigidez, e conseqüentemente novos esforços axiais. Esse processo é iterativo, com a matriz de rigidez e os esforços tendo os seus valores corrigidos até que valores das forças axiais praticamente não alterem.

3 SOBRE O PROGRAMA COMPUTACIONAL DESENVOLVIDO

O programa computacional, denominado STRUCTURALFRAME2D, realiza análises de primeira e segunda ordem em pórticos planos de aço, sendo a última realizada pelo método simplificado das funções de estabilidade. A partir dele é possível obter os esforços internos nas barras, as reações nos apoios e os deslocamentos nos nós de estruturas aporticadas. A implementação computacional foi efetuada no software MATLAB (2010) e os dados de entrada, geometria, cargas, materiais e seções transversais utilizadas nas barras da estrutura, são obtidos de um arquivo de saída (extensão *.pos*) gerado pelo programa FTOOL (2012). Portanto, para execução do programa STRUCTURALFRAME2D é necessário que a estrutura seja modelada inicialmente no FTOOL (2012).

3.1 Rotina de análise estrutural para pórticos planos de aço

A rotina para análise de pórticos planos de aço foi realizada de acordo com o método dos deslocamentos. O processo de criação das funções de cálculo é o mesmo para as análises de primeira e de segunda ordem, sendo que para esta última foi necessário modificar a matriz de

rigidez local das barras considerando as funções de estabilidade C e S , Eq. (4) e Eq. (5), respectivamente. Um processo iterativo foi realizado até convergência dos esforços internos.

O fluxograma da Fig. 3 ilustra de forma simplificada a rotina para análise de pórticos planos, exemplificando as principais variáveis criadas na forma de matrizes e vetores.

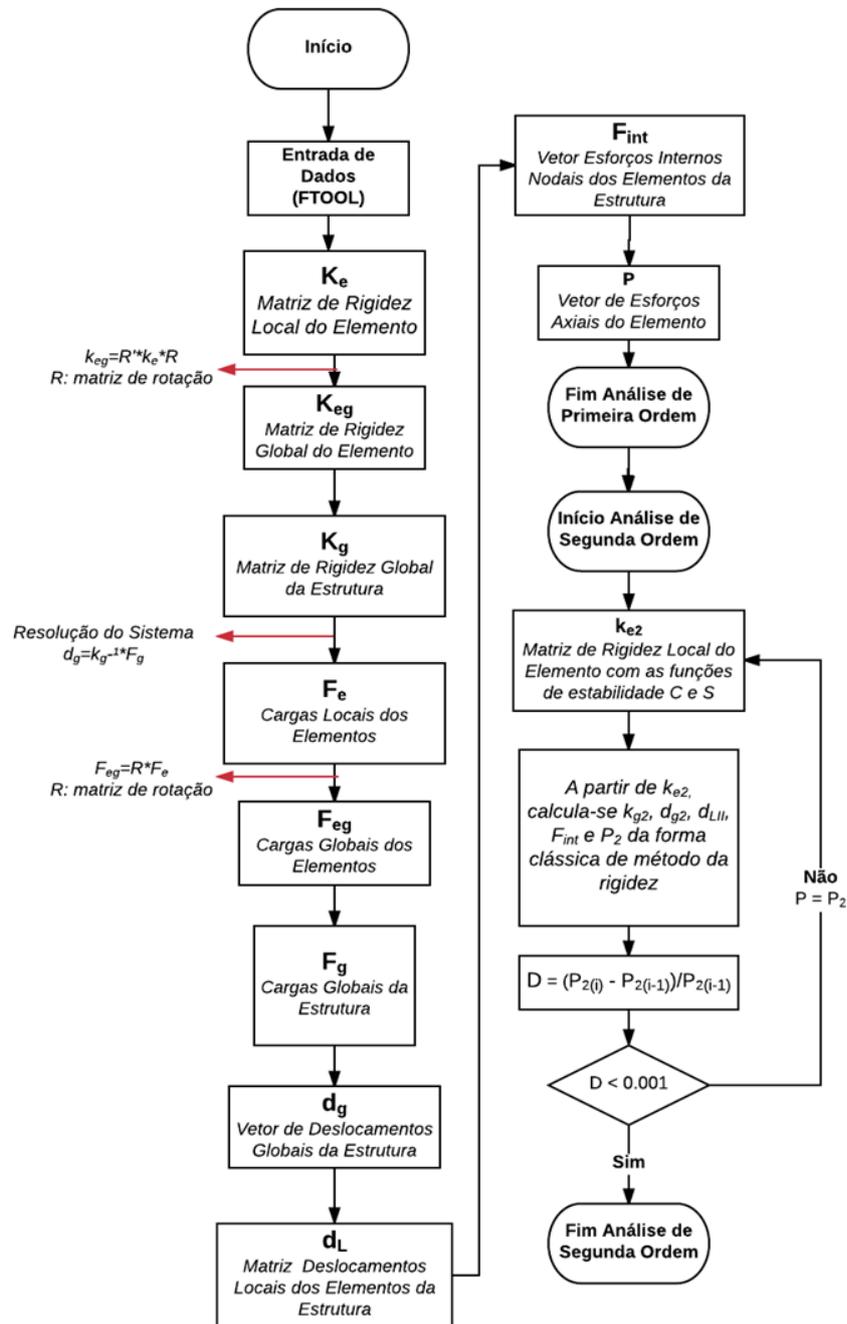


Figura 3. Fluxograma da rotina do Programa Computacional

3.2 Interface Gráfica

Na janela de inicialização do programa é possível visualizar a barra do menu principal com as abas: Arquivo, Calcular, Programas e Ajuda e a barra de plotagem que contém os

botões: Grid, N^onós, N^obarras, Cargas, Deformada e Reações de Apoio, conforme ilustrado na Fig. 4.

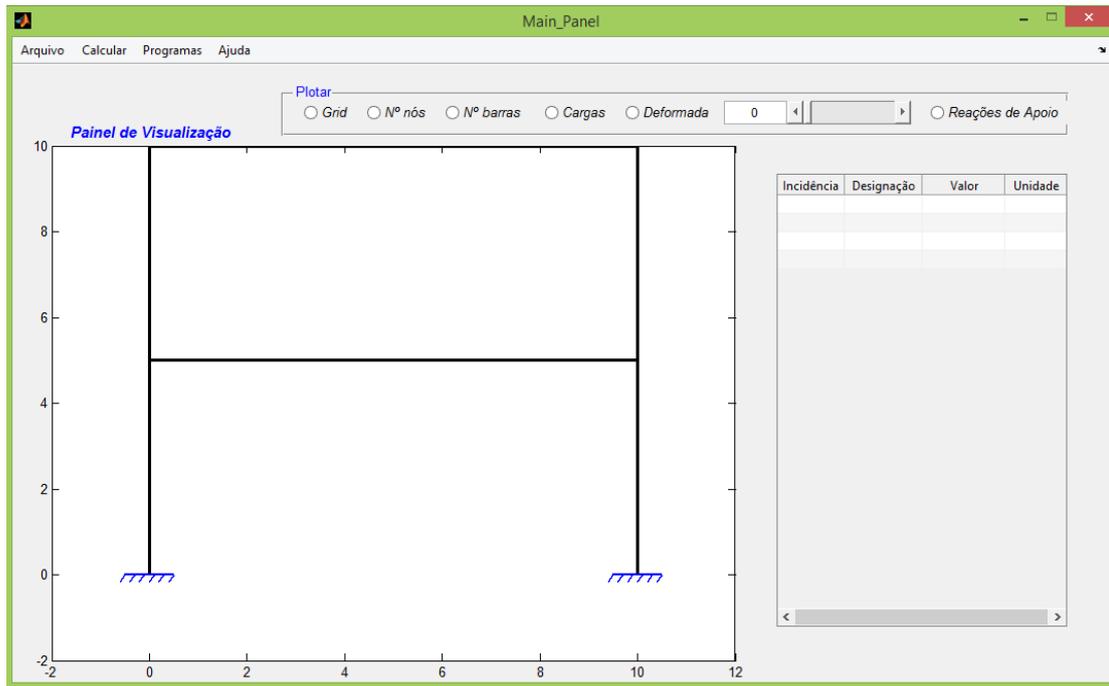


Figura 4. Janela de Inicialização do programa desenvolvido

Para a utilização do programa é necessário que a estrutura seja criada no FTOOL (2012), de forma a se obter um arquivo '.pos'. A partir disso, para dar início à execução do programa é preciso selecionar a aba 'Arquivo', em seguida 'Entrada de Dados' e fazer a seleção do arquivo '.pos', com isso a geometria da estrutura será plotada no Painel de Visualização. Após inserir o pórtico é possível incluir linhas de uma malha ortogonal na tela ao selecionar o botão 'Grid' e visualizar o n^o dos nós e das barras com a seleção dos botões 'N^onós' e 'N^obarras', respectivamente, ver Fig. 5. Os carregamentos impostos à estrutura podem ser visualizados ao selecionar o botão 'Cargas'.

As análises de primeira e de segunda ordem são realizadas ao clicar na aba 'Calcular', onde são calculados os esforços das barras, os deslocamentos nodais e as reações de apoio. Os resultados obtidos podem ser conferidos nos botões 'Deformada' e 'Reações de Apoio'. Para melhor visualização da deformada da estrutura sua escala pode ser alterada ao clicar na barra de rolagem, amplificando ou reduzindo o seu valor.

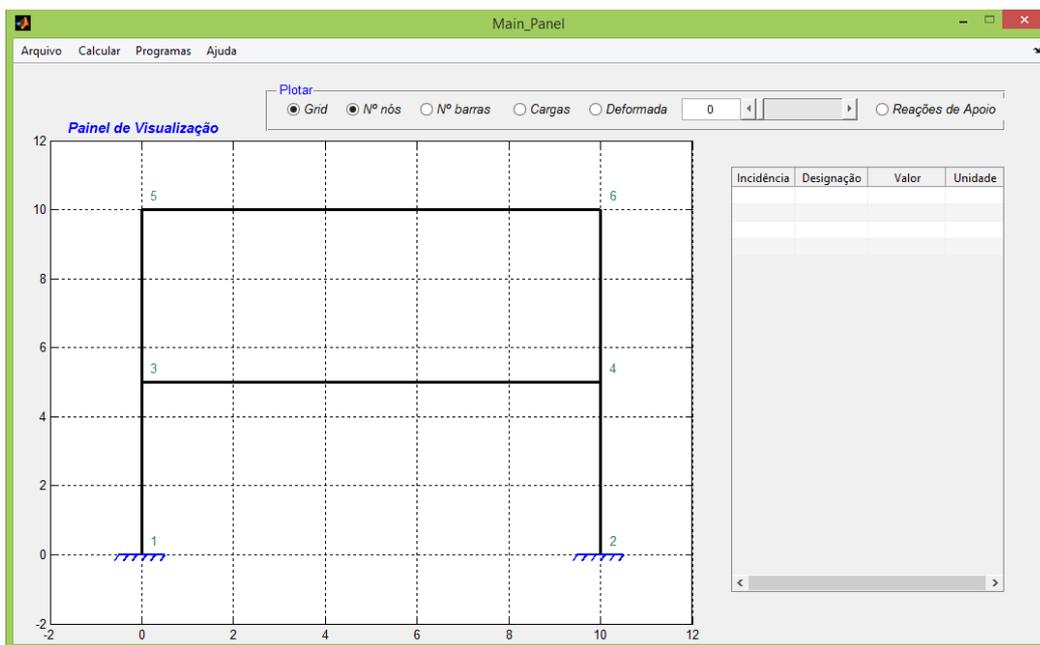


Figura 5. Programa com seleção dos botões 'Grid' e 'Nº nós'

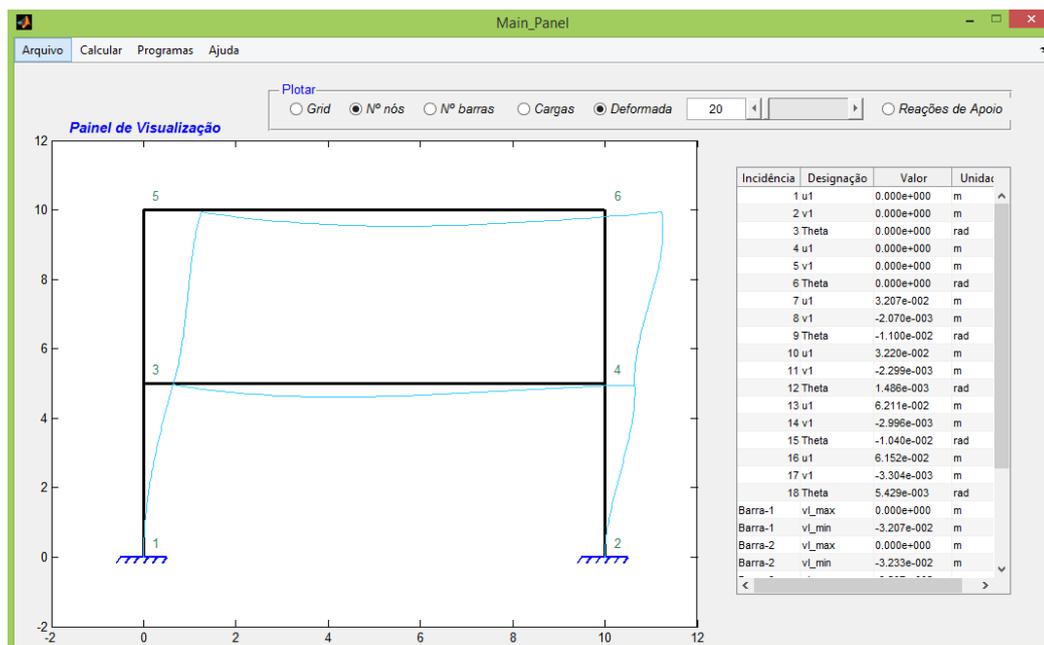


Figura 6. Plotagem da deformada da estrutura

4 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Foram utilizados três modelos de pórticos com a finalidade de aferir o programa desenvolvido e realizar as análises comparativas entre os métodos simplificado e rigoroso. O subitem 4.1 descreve os pórticos estudados e o subitem 4.2 apresenta como foi feita a aferição do programa STRUCTURALFRAME2D. No subitem 4.3, são descritas as premissas utilizadas na implementação dos pórticos pelo método rigoroso.

4.1 Exemplos

Neste item serão mostradas as características dos modelos estudados: perfis de pilares e vigas, carregamentos, dimensões de vãos e pés-direitos, quantidade de pavimentos e numeração dos elementos da estrutura.

Todos os vínculos internos entre barras dos pórticos 1 a 3 são rígidos. O carregamento vertical é uniformemente distribuído nas vigas e as forças horizontais são aplicadas nos nós dos pilares à esquerda da estrutura. Além das forças horizontais e das cargas uniformemente distribuídas, os pórticos 1 e 3 possuem cargas verticais concentradas em cada andar, no topo dos pilares, ver Fig. 7 e Fig. 9.

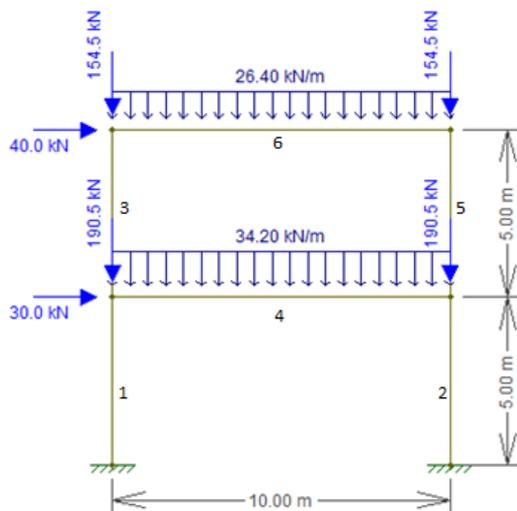


Figura 7. Pórtico 1

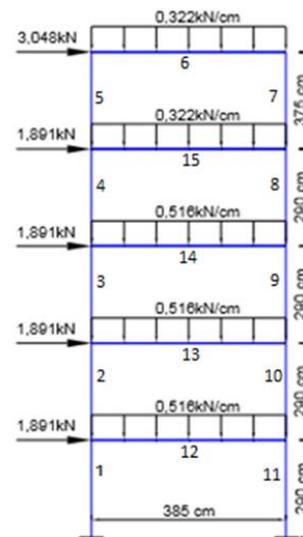


Figura 8. Pórtico 2

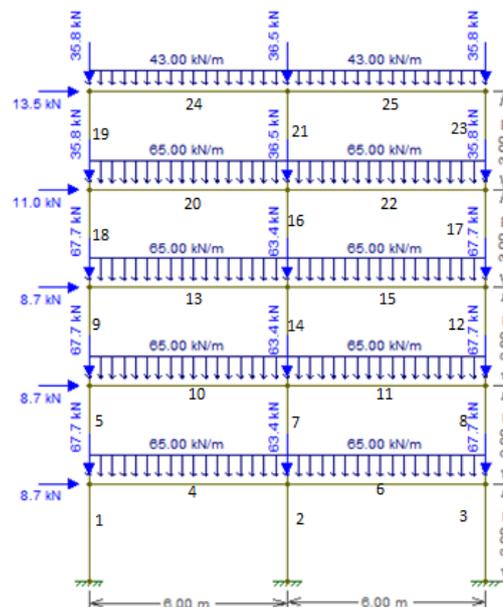


Figura 9. Pórtico 3

O pórtico 1 é composto por dois pavimentos de 5m de pé-direito (Fig. 7), o pórtico 2 tem cinco pavimentos com pé-direito de 2,9m até o quarto pavimento e 3,75m de pé-direito no último andar (Fig. 8). O pórtico 3 é constituído por cinco pavimentos, todos com 3m de pé-direito, conforme Fig. 9.

A Tabela 1 mostra os perfis laminados selecionados para as barras dos pórticos. Barras de mesmo perfil foram agrupadas em uma mesma linha.

Tabela 1. Perfis das barras dos modelos de pórtico

Pórtico	Barras	Seção
1	1,2,3,5	W250x73
	4,6	W410x67
2	1,2,4,5,7,8,10,11	W310x97
	13,14	W310x97
	3,6,9,12,15	W310x21
3	1,2,3,5,7,8,9,14,12	W360x122
	16,17,18,19,21,23	W310x97
	4,6,10,11,13,15,20,22,24,25	W530x66

4.2 Aferição do programa computacional STRUCTURALFRAME2D

A aferição da análise de primeira ordem foi feita por meio da comparação dos deslocamentos horizontais de cada pavimento obtidos pelos programas STRUCTURALFRAME2D e FTOOL (2012). A Tabela 2 mostra os resultados dos deslocamentos horizontais apenas para os pórticos 1 e 2, pois os desvios foram iguais a zero, assim como no pórtico 3, o que mostra que a ferramenta desenvolvida é tão precisa quanto o FTOOL (2012) no que tange a análise estrutural de primeira ordem de pórticos planos.

Tabela 2. Aferição da análise de 1ª ordem

Pórtico	Pavimento	Ftool(mm)	SF2D(mm)	Desvio
1	1º	26,15	26,15	0%
	2º	50,45	50,45	0%
2	1º	1,08	1,08	0%
	2º	3,11	3,11	0%
	3º	5,26	5,26	0%
	4º	7,06	7,06	0%
	5º	8,54	8,54	0%

Para aferição da análise de segunda ordem, utilizou-se o pilar W250x73 da Fig. 10 por questões de simplicidade, já que uma única barra é suficiente para a validação dos resultados. Foram confrontados os resultados de deslocamento nodal obtidos pelo STRUCTURALFRAME2D com os obtidos por resolução manual para duas iterações no método das funções de estabilidade, Tabela 3.

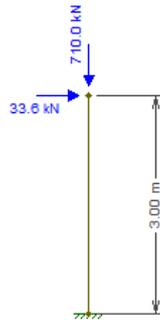


Figura 10. Pilar W250x73

Tabela 3. Aferição da análise de 2ª ordem

NÓS	1ª Iteração			2ª Iteração		
	SF2D	Manual	Desvio	SF2D	Manual	Desvio
1	0	0	0,0%	0	0	0,0%
	0	0	0,0%	0	0	0,0%
	0	0	0,0%	0	0	0,0%
2	0,0026	0,0027	3,8%	0,0027	0,0027	0,7%
	-0,0005	-0,0005	1,1%	-0,0005	-0,0005	2,2%
	-0,0010	-0,0010	3,9%	-0,0010	-0,0010	4,8%

4.3 Análise pelo método rigoroso

A análise pelo método rigoroso foi conduzida por meio do software comercial ANSYS Mechanical APDL v15. Para essa análise, foi utilizado o elemento BEAM188 da biblioteca de elementos do programa, aplicável à modelagem numérica de barras de pórticos. O elemento BEAM188 possui dois nós, cada um com sete graus de liberdade, a saber: deslocamentos e rotações nas três direções e grau de empenamento da seção. Deformações causadas pelos esforços de cisalhamento são consideradas na formulação dos elementos. Para definição da malha, as barras do modelo geométrico foram subdivididas em 50 elementos cada.

Foi realizada então a análise elástica não-linear com a teoria de grandes deslocamentos, levando-se em consideração apenas as não-linearidades geométricas. A solução foi obtida a partir do método de Newton-Raphson completo, utilizando-se os critérios de força e de momento com os valores de tolerância padrões estabelecidos pelo programa (0,5%).

Nos modelos numéricos não foram introduzidas imperfeições geométricas iniciais, uma vez que estes já apresentam forças horizontais que induziriam o início da flambagem das barras.

A título de exemplificação, a Fig. 11 mostra a deformada e os diagramas de esforços do Pórtico 1 obtidos pelo ANSYS (2013).

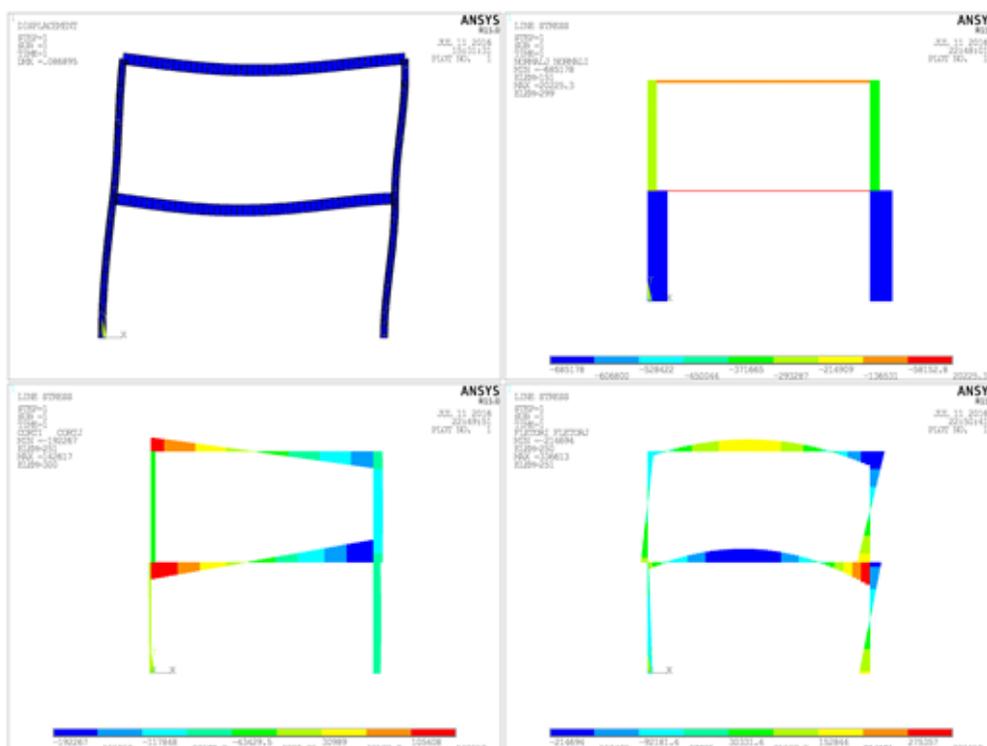


Figura 11. Deformada e diagramas dos esforços internos - Pórtico 1

5 ANÁLISE DE RESULTADOS

Os modelos de pórtico foram classificados quanto ao grau de deslocabilidade de acordo com a norma ABNT NBR 8800:2008. Os deslocamentos laterais dos andares foram obtidos em análise de primeira ordem pelo programa STRUCTURALFRAME2D e em análise de segunda ordem pelo ANSYS (2013). Sendo u_1 e u_2 os deslocamentos horizontais relativos à base de cada pavimento devido às análises de 1ª e 2ª ordem, respectivamente, e u_2/u_1 a razão entre eles, a classificação foi feita de acordo com a Tabela 4

Tabela 4. Classificação quanto ao grau de deslocabilidade dos pórticos

Pórtico	Pavimento	u_1 (mm)	u_2 (mm)	u_2/u_1	Classificação
1	1º	26,15	30,731	1,175	Média
	2º	50,45	58,398	1,158	Média
2	1º	1,084	1,2339	1,138	Média
	2º	3,111	3,535	1,136	Média
	3º	5,256	5,9519	1,132	Média
	4º	7,063	7,9844	1,130	Média
	5º	8,54	9,6627	1,131	Média
3	1º	1,228	1,4154	1,153	Média
	2º	2,845	3,227	1,134	Média
	3º	4,384	4,9429	1,127	Média
	4º	5,621	6,3479	1,129	Média
	5º	6,617	7,4322	1,123	Média

Como a relação u_2/u_1 em todos os casos foi maior que 1,1 e menor que 1,4 os pórticos foram classificados como de média deslocabilidade. As imperfeições de material foram

consideradas em todas as estruturas, tomando o módulo de elasticidade igual a 160MPa e as análises no ANSYS (2013) foram refeitas.

Os modelos dos pórticos foram calculados pelos programas ANSYS (2013) e STRUCTURALFRAME2D em 2ª ordem. Os valores finais dos esforços internos das barras estão dispostos nas Tabelas 5 a 7. A segunda coluna das tabelas indica os nós que compõem a barra, de acordo com a orientação em que ela foi criada, do primeiro ao segundo número de nó mencionado. Na terceira coluna são indicados os esforços internos, sendo N esforço axial, V esforço cortante dados em kN e M o momento fletor dado em kN.m. A quarta coluna contém os resultados do programa STRUCTURALFRAME2D e a quinta os resultados do ANSYS (2013). Na última coluna, o desvio relativo entre os resultados dos dois métodos é dado pela razão: $SF2D/ANSYS$.

Tabela 5. Esforços nas barras do Pórtico 1

Pórtico 1						Pórtico 1					
Barras	Nós	Esforço	SF2D	ANSYS	Desvio	Barras	Nós	Esforço	SF2D	ANSYS	Desvio
1	1	N	-600,32	-614,00	0,98	4	4	N	19,78	17,79	1,11
		V	18,68	8,29	2,25			V	-202,90	-189,92	1,07
		M	-104,56	-61,55	1,70			M	394,41	325,81	1,21
	2	N	-600,32	-613,91	0,98		5	N	19,79	17,89	1,11
		V	18,68	8,29	2,25			V	139,11	145,24	0,96
		M	16,92	20,93	0,81			M	75,45	106,91	0,71
2	2	N	-694,39	-682,00	1,02	5	5	N	-300,89	-298,16	1,01
		V	71,82	61,71	1,16			V	84,78	79,49	1,07
		M	-197,17	-144,98	1,36			M	-200,16	-180,34	1,11
	3	N	-694,39	-682,00	1,02		6	N	-300,89	-298,14	1,01
		V	71,82	61,71	1,16			V	84,78	79,49	1,07
		M	194,24	157,40	1,23			M	235,65	209,15	1,13
3	3	N	-271,47	-274,75	0,99	6	6	N	-80,58	-79,39	1,01
		V	-36,74	-39,49	0,93			V	116,43	117,70	0,99
		M	92,37	98,95	0,93			M	-80,16	-84,75	0,95
	4	N	-271,47	-274,76	0,99		7	N	-80,60	-79,46	1,01
		V	-36,74	-39,49	0,93			V	-147,54	-141,02	1,05
		M	-80,16	-94,55	0,85			M	-235,65	-199,02	1,18

Tabela 6. Esforços nas barras do Pórtico 2

Pórtico 2						Pórtico 2					
Barras	Nós	Esforço	SF2D	ANSYS	Desvio	Barras	Nós	Esforço	SF2D	ANSYS	Desvio
1	1	N	-402,49	-405,53	0,99	8	8	N	-233,69	-232,32	1,01
		V	-8,56	-12,25	0,70			V	26,23	21,69	1,21
		M	-5,70	-6,35	0,90			M	-35,74	-27,29	1,31
	2	N	-402,49	-405,51	0,99		9	N	-233,69	-232,31	1,01
		V	-8,56	-12,25	0,70			V	26,23	21,70	1,21
		M	-29,91	-41,16	0,73			M	41,03	34,35	1,19
2	2	N	-441,41	-438,39	1,01	9	9	N	-7,04	-8,30	0,85
		V	20,00	22,86	0,87			V	94,86	93,58	1,01
		M	-34,03	-29,10	1,17			M	-53,69	-47,75	1,12
	3	N	-441,41	-438,39	1,01		10	N	-7,05	-8,23	0,86
		V	20,00	22,86	0,87			V	-103,80	-101,12	1,03
		M	24,63	35,86	0,69			M	-70,90	-61,96	1,14
3	3	N	7,69	1,16	6,61	10	10	N	-118,01	-118,65	0,99
		V	95,29	94,04	1,01			V	-13,59	-8,38	1,62
		M	-54,42	-50,73	1,07			M	27,16	27,81	0,98
	4	N	7,68	1,16	6,60		11	N	-118,01	-118,65	0,99
		V	-103,38	-100,64	1,03			V	-13,59	-8,38	1,62
		M	-69,99	-63,18	1,11			M	-11,96	-4,03	2,97
4	4	N	-307,23	-309,48	0,99	11	11	N	-129,91	-129,22	1,01
		V	-17,92	-15,30	1,17			V	18,95	13,32	1,42
		M	24,51	12,40	1,98			M	-29,87	-30,49	0,98
	5	N	-307,23	-309,47	0,99		12	N	-129,91	-129,21	1,01
		V	-17,92	-15,30	1,17			V	18,95	13,33	1,42
		M	-26,51	-31,09	0,85			M	25,42	7,33	3,47
5	5	N	-338,00	-335,76	1,01	12	2	N	2,59	13,63	0,19
		V	27,88	24,02	1,16			V	58,51	57,72	1,01
		M	-45,36	-29,83	1,52			M	-32,79	-29,63	1,11
	6	N	-338,00	-335,74	1,01		11	N	2,85	13,79	0,21
		V	27,88	24,03	1,16			V	-65,46	-63,79	1,03
		M	36,46	38,44	0,95			M	-46,17	-41,09	1,12
6	6	N	-1,46	-2,32	0,63	13	3	N	-59,50	-59,71	1,00
		V	94,34	93,26	1,01			V	-18,45	-23,74	0,78
		M	-53,01	-47,73	1,11			M	20,83	34,95	0,60
	7	N	-1,47	-2,30	0,64		10	N	-59,50	-59,71	1,00
		V	-104,31	-101,43	1,03			V	-18,45	-23,74	0,78
		M	-72,20	-63,15	1,14			M	-32,55	-32,47	1,00
7	7	N	-212,88	-214,23	0,99	14	4	N	-64,45	-64,20	1,00
		V	-18,52	-14,86	1,25			V	21,66	26,79	0,81
		M	26,50	19,36	1,37			M	-20,75	-35,06	0,59
	8	N	-212,88	-214,21	0,99		9	N	-64,45	-64,20	1,00
		V	-18,52	-14,87	1,25			V	21,66	26,79	0,81
		M	-26,53	-22,87	1,16			M	42,17	41,03	1,03
15	5	N	-21,58	-26,55	0,81	15	5	N	-21,58	-26,55	0,81
		V	59,48	58,51	1,02			V	59,48	58,51	1,02
		M	-32,55	-30,91	1,05			M	-32,55	-30,91	1,05
	8	N	-21,59	-26,52	0,81		8	N	-21,59	-26,52	0,81
		V	-64,48	-63,00	1,02			V	-64,48	-63,00	1,02
		M	-42,17	-39,38	1,07			M	-42,17	-39,38	1,07

Tabela 7. Esforços nas barras do Pórtico 3

Pórtico 3					Pórtico 3					Pórtico 3							
Barras	Nós	Esforço	SF2D	ANSYS	Desvio	Barras	Nós	Esforço	SF2D	ANSYS	Desvio	Barras	Nós	Esforço	SF2D	ANSYS	Desvio
1	1º	N	-1133,50	-1129,00	1,00	9	1º	N	-635,00	-630,98	1,01	17	1º	N	-396,20	-392,53	1,01
		V	-21,30	-19,46	1,09			V	-57,00	-54,96	1,04			V	62,10	58,96	1,05
		M	1,00	5,62	0,18			M	82,50	78,41	1,05			M	-88,00	-81,25	1,08
	2º	N	-1133,50	-1129,00	1,00		2º	N	-635,00	-630,99	1,01		2º	N	-396,20	-392,56	1,01
		V	-21,30	-17,53	1,22			V	-57,00	-54,86	1,04			V	62,10	58,76	1,06
		M	-61,20	-60,79	1,01			M	-87,10	-84,32	1,03			M	98,90	93,20	1,06
2	1º	N	-2108,10	-2123,60	0,99	10	1º	N	-2,50	-1,81	1,38	18	1º	N	-381,50	-378,47	1,01
		V	21,90	19,83	1,10			V	-206,30	-202,86	1,02			V	-47,80	-45,05	1,06
		M	-44,20	-39,69	1,11			M	220,70	207,97	1,06			M	72,70	64,66	1,12
	2º	N	-2108,10	-2123,60	0,99		2º	N	-2,20	-1,59	1,38		2º	N	-381,50	-378,48	1,01
		V	21,90	20,84	1,05			V	183,70	179,34	1,02			V	-47,80	-44,99	1,06
		M	25,00	21,74	1,15			M	153,10	138,81	1,10			M	-70,10	-68,74	1,02
3	1º	N	-1206,80	-1196,00	1,01	11	1º	N	0,80	1,59	0,50	19	1º	N	-157,80	-156,57	1,01
		V	54,60	50,49	1,08			V	185,30	183,97	1,01			V	-60,30	-56,20	1,07
		M	-77,90	-66,02	1,18			M	-160,00	-154,89	1,03			M	88,20	81,14	1,09
	2º	N	-1206,80	-1196,00	1,01		2º	N	1,00	1,46	0,69		2º	N	-157,80	-156,58	1,01
		V	54,60	49,93	1,09			V	-204,70	-198,23	1,03			V	-60,30	-56,18	1,07
		M	88,00	83,85	1,05			M	-218,20	-196,80	1,11			M	-92,60	-84,59	1,09
4	1º	N	20,40	21,28	0,96	12	1º	N	-666,10	-660,16	1,01	20	1º	N	1,00	0,07	13,85
		V	179,50	175,46	1,02			V	75,60	72,81	1,04			V	-202,20	-199,99	1,01
		M	-138,60	-125,95	1,10			M	-107,20	-100,76	1,06			M	203,80	194,23	1,05
	2º	N	20,30	20,99	0,97		2º	N	-666,10	-660,19	1,01		2º	N	1,40	0,23	6,01
		V	-210,50	-206,68	1,02			V	75,60	72,57	1,04			V	187,80	182,21	1,03
		M	-231,80	-217,64	1,07			M	120,80	114,74	1,05			M	160,90	141,97	1,13
5	1º	N	-886,40	-881,93	1,01	13	1º	N	-18,20	-18,57	0,98	21	1º	N	-304,00	-306,77	0,99
		V	-50,10	-47,67	1,05			V	185,80	180,94	1,03			V	7,00	6,74	1,04
		M	77,30	73,79	1,05			M	-157,20	-141,09	1,11			M	-9,00	-8,32	1,08
	2º	N	-886,40	-881,92	1,01		2º	N	-18,50	-18,75	0,99		2º	N	-304,00	-306,78	0,99
		V	-50,10	-47,80	1,05			V	-204,20	-201,31	1,01			V	7,00	6,70	1,04
		M	-70,60	-68,13	1,04			M	-212,30	-201,04	1,06			M	12,30	11,57	1,06
6	1º	N	20,40	21,45	0,95	14	1º	N	-1189,80	-1199,90	0,99	22	1º	N	5,80	4,48	1,29
		V	189,40	187,77	1,01			V	18,00	16,81	1,07			V	-198,20	-191,97	1,03
		M	-171,20	-165,02	1,04			M	-30,50	-22,98	1,33			M	193,60	172,63	1,12
	2º	N	20,60	21,39	0,96		2º	N	-1189,80	-1199,90	0,99		2º	N	5,40	4,50	1,20
		V	-200,60	-194,38	1,03			V	18,00	16,68	1,08			V	191,80	190,20	1,01
		M	-204,60	-184,46	1,11			M	25,90	27,00	0,96			M	174,50	167,48	1,04
7	1º	N	-1644,80	-1657,90	0,99	15	1º	N	-13,20	-13,48	0,98	23	1º	N	-162,20	-160,90	1,01
		V	22,10	20,29	1,09			V	187,70	186,15	1,01			V	67,30	63,15	1,07
		M	-35,50	-30,81	1,15			M	-165,10	-158,91	1,04			M	-94,60	-87,32	1,08
	2º	N	-1644,80	-1657,90	0,99		2º	N	-12,90	-13,57	0,95		2º	N	-162,20	-160,93	1,01
		V	22,10	20,32	1,09			V	-202,30	-196,08	1,03			V	67,30	63,07	1,07
		M	34,80	30,15	1,15			M	-208,80	-188,13	1,11			M	107,20	98,85	1,08
8	1º	N	-938,50	-929,99	1,01	16	1º	N	-734,50	-741,28	0,99	24	1º	N	-73,80	-69,68	1,06
		V	75,20	71,34	1,05			V	11,90	11,34	1,05			V	122,00	118,26	1,03
		M	-116,60	-108,72	1,07			M	-16,80	-15,21	1,10			M	-92,60	-79,18	1,17
	2º	N	-938,50	-929,98	1,01		2º	N	-734,50	-741,28	0,99		2º	N	-74,10	-69,77	1,06
		V	75,20	71,46	1,05			V	11,90	11,24	1,06			V	-135,90	-134,78	1,01
		M	111,00	103,68	1,07			M	20,30	18,49	1,10			M	-134,00	-127,94	1,05
9	1º	N	-938,50	-929,99	1,01	17	1º	N	-67,30	-63,09	1,07	25	1º	N	-67,30	-63,09	1,07
		V	75,20	71,34	1,05			V	131,40	130,41	1,01			V	131,40	130,41	1,01
		M	-121,70	-116,43	1,05			M	-121,70	-116,43	1,05			M	-121,70	-116,43	1,05
	2º	N	-938,50	-929,98	1,01		2º	N	-67,00	-63,05	1,06		2º	N	-67,00	-63,05	1,06
		V	75,20	71,46	1,05			V	-126,50	-122,60	1,03			V	-126,50	-122,60	1,03
		M	111,00	103,68	1,07			M	-107,20	-93,38	1,15			M	-107,20	-93,38	1,15

Uma vez que as análises implementadas utilizam métodos de resolução distintos, no qual o método rigoroso aplica a teoria dos grandes deslocamentos (ANSYS (2013)) e o método simplificado se restringe à teoria de pequenos deslocamentos, (STRUCTURALFRAME2D), considerando os efeitos de segunda ordem, os resultados não seriam coincidentes ao comparar as duas metodologias. Para comparar os métodos, foi calculado então, o percentual dos desvios (razão $SF2D/ANSYS$) que está compreendido no intervalo de 0,8 a 1,2, ou seja, quando os esforços obtidos pelo $SF2D$ diferem em menos de 20% para menos ou para mais

dos esforços obtidos pelo ANSYS, sendo essa diferença considerada razoável. Também são apresentados o percentual de desvios abaixo de 0,8 e acima de 1,2, ver Fig. 12.

Em 80% dos esforços calculados para o pórtico 1, o desvio entre os valores obtidos pelos programas está compreendido entre 0,8 a 1,2, 17% dos esforços obtidos pelo STRUCTURALFRAME2D foram 1,2 vezes maiores que os esforços obtidos pelo ANSYS e em apenas 3%, os esforços obtidos pelo STRUCTURALFRAME2D foram menores que 0,8 vezes os esforços obtidos pelo ANSYS, ver Fig. 12(a).

Já para o pórtico 2, Fig. 12(b), em 69% dos esforços calculados, o desvio entre os valores obtidos pelos programas está compreendido entre 0,8 a 1,2, 18% dos esforços do STRUCTURALFRAME2D foram maiores que 1,2 vezes os esforços do ANSYS e em 13%, os esforços do STRUCTURALFRAME2D foram menores que 0,8 vezes os esforços do ANSYS. O pórtico 3 apresentou uma maior concordância entre os resultados obtidos pelos programas, Fig. 12 (c), sendo que em 93% dos esforços calculados, o desvio entre os valores obtidos pelos programas está compreendido entre 0,8 a 1,2, apenas em 5%, os esforços do STRUCTURALFRAME2D foram maiores que 1,2 vezes os esforços do ANSYS e apenas em 2%, os esforços do STRUCTURALFRAME2D foram menores que 0,8 vezes os esforços do ANSYS.

Vale ressaltar, que os resultados dos programas apresentaram em alguns casos, desvios superiores a 2,0 ou inferiores a 0,5, entretanto são em número reduzido (12 esforços dos 276 esforços calculados) e os valores desses esforços são relativamente pequenos, não sendo nunca superior a 26 kN. Pode-se concluir então que as duas análises implementadas, rigorosa e simplificada, apresentaram poucos desvios e de baixo valor, portanto o método das funções de estabilidade constitui-se de uma ferramenta apropriada para consideração dos efeitos de segunda ordem de forma simplificada.

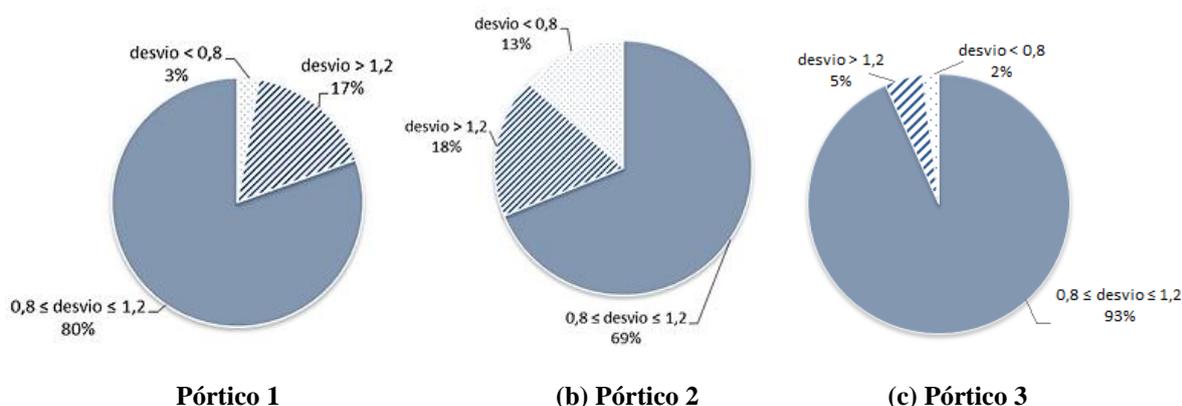


Figura 12. Desvios entre a análise rigorosa e a simplificada

Os modelos dos pórticos foram calculados pelo programa STRUCTURALFRAME2D em 1ª ordem. As Tabelas 8 a 10 fazem um comparativo entre os resultados da análise de primeira ordem e os resultados das análises de segunda ordem, simplificada e rigorosa. A segunda coluna das tabelas indica os nós que compõem a barra, de acordo com a orientação em que ela foi criada, do primeiro ao segundo número de nó mencionado. Na terceira coluna são indicados os esforços internos, sendo N esforço axial, V esforço cortante dados em kN e M momento fletor dado em kN.m. A quarta coluna contém os resultados do STRUCTURALFRAME2D em análise de primeira ordem, a quinta contém os resultados do

STRUCTURALFRAME2D em análise de 2ª ordem e a sexta coluna contém os resultados do ANSYS (2013). Nas duas últimas colunas, os desvios relativos entre os resultados são apresentados pelas razões: $r_{2^a/1^a}$ (SF2D) e $r_{2^a/1^a}$ (ANSYS).

Pela Tabela 8 para o pórtico 1, nota-se uma diferença considerável entre as análises de 1ª e 2ª ordem pelo programa STRUCTURALFRAME2D, estando a razão entre os esforços de 2ª ordem pelos os de 1ª ordem, $r_{2^a/1^a}$ (SF2D), dentro do intervalo de 0,61 a 2,37, e tendo um valor médio de 1,1. Já para o programa ANSYS(2013), os efeitos de 2ª ordem foram menores, razão $r_{2^a/1^a}$ (ANSYS) entre 0,44 a 1,42 e média das razões igual a 0,94.

Tabela 8. Comparação entre os esforços de primeira e segunda ordem do Pórtico 1

Pórtico 1								Pórtico 1							
Bar.	Nós	Esf.	1ªOrd.	SF2D	ANSYS	$r_{2^a/1^a}$ SF2D	$r_{2^a/1^a}$ ANSYS	Bar.	Nós	Esf.	1ªOrd.	SF2D	ANSYS	$r_{2^a/1^a}$ SF2D	$r_{2^a/1^a}$ ANSYS
1	1	N	-613,93	-600,32	-614,00	0,98	1,02	4	4	N	18,48	19,78	17,79	1,07	0,90
		V	7,90	18,68	8,29	2,37	0,44			V	-193,44	-202,90	-189,92	1,05	0,94
		M	-59,37	-104,56	-61,55	1,76	0,59			M	347,87	394,41	325,81	1,13	0,83
	2	N	-613,93	-600,32	-613,91	0,98	1,02		N	18,48	19,79	17,89	1,07	0,90	
		V	7,90	18,68	8,29	2,37	0,44		V	148,56	139,11	145,24	0,94	1,04	
		M	19,89	16,92	20,93	0,85	1,24		M	123,52	75,45	106,91	0,61	1,42	
2	2	N	-682,07	-694,39	-682,00	1,02	0,98	5	5	N	-298,14	-300,89	-298,16	1,01	0,99
		V	62,10	71,82	61,71	1,16	0,86			V	80,59	84,78	79,49	1,05	0,94
		M	-149,91	-197,17	-144,98	1,32	0,74			M	-187,26	-200,16	-180,34	1,07	0,90
	3	N	-682,07	-694,39	-682,00	1,02	0,98		N	-298,14	-300,89	-298,14	1,01	0,99	
		V	62,10	71,82	61,71	1,16	0,86		V	80,59	84,78	79,49	1,05	0,94	
		M	160,61	194,24	157,40	1,21	0,81		M	215,67	235,65	209,15	1,09	0,89	
3	3	N	-274,86	-271,47	-274,75	0,99	1,01	6	6	N	-80,59	-80,58	-79,39	1,00	0,99
		V	-40,59	-36,74	-39,49	0,91	1,07			V	120,36	116,43	117,70	0,97	1,01
		M	103,62	92,37	98,95	0,89	1,07			M	-99,31	-80,16	-84,75	0,81	1,06
	4	N	-274,86	-271,47	-274,76	0,99	1,01		N	-80,59	-80,60	-79,46	1,00	0,99	
		V	-40,59	-36,74	-39,49	0,91	1,07		V	-143,64	-147,54	-141,02	1,03	0,96	
		M	-99,31	-80,16	-94,55	0,81	1,18		M	-215,67	-235,65	-199,02	1,09	0,84	

Pela Tabela 9 do pórtico 2, as análises de 1ª e 2ª ordem pelo programa STRUCTURALFRAME2D diferem, estando as razões entre os esforços de 2ª ordem pelos os de 1ª ordem, $r_{2^a/1^a}$ (SF2D), dentro do intervalo de 0,91 a 1,77, e tendo um valor médio de 1,01. No programa ANSYS(2013), os efeitos de 2ª ordem foram maiores, razão $r_{2^a/1^a}$ (ANSYS) entre 0,15 a 4,87 e média das razões igual a 1,07.

Pela Tabela 10 do pórtico 3, as razões $r_{2^a/1^a}$ (SF2D) entre os esforços de 2ª ordem pelos os de 1ª ordem estão no intervalo de 0,19 a 1,27, e possuem um valor médio de 0,97. No programa ANSYS(2013), os efeitos de 2ª ordem foram menores, razão $r_{2^a/1^a}$ (ANSYS) entre 0,07 a 1,45 e média de 0,92.

Tabela 9. Comparação entre os esforços de primeira e segunda ordem do Pórtico 2

Pórtico 2								Pórtico 2							
Bar.	Nós	Esf.	1ºOrd.	SF2D	ANSYS	$r_{2/1}^*$ SF2D	$r_{2/1}^*$ ANSYS	Bar.	Nós	Esf.	1ºOrd.	SF2D	ANSYS	$r_{2/1}^*$ SF2D	$r_{2/1}^*$ ANSYS
1	1	N	-405,24	-402,49	-405,53	0,99	1,00	8	8	N	-232,38	-233,69	-232,32	1,01	1,00
		V	-8,97	-8,56	-12,25	0,95	1,37			V	25,80	26,23	21,69	1,02	0,84
		M	-3,21	-5,70	-6,35	1,77	1,98			M	-35,13	-35,74	-27,29	1,02	0,78
	2	N	-405,24	-402,49	-405,51	0,99	1,00		9	N	-232,38	-233,69	-232,31	1,01	1,00
		V	-8,97	-8,56	-12,25	0,95	1,37			V	25,80	26,23	21,70	1,02	0,84
		M	-29,22	-29,91	-41,16	1,02	1,41			M	39,68	41,03	34,35	1,03	0,87
2	2	N	-438,68	-441,41	-438,39	1,01	1,00	9	9	N	-7,05	-7,04	-8,30	1,00	1,18
		V	19,58	20,00	22,86	1,02	1,17			V	95,50	94,86	93,58	0,99	0,98
		M	-31,44	-34,03	-29,10	1,08	0,93			M	-54,93	-53,69	-47,75	0,98	0,87
	3	N	-438,68	-441,41	-438,39	1,01	1,00		10	N	-7,05	-7,05	-8,23	1,00	1,17
		V	19,58	20,00	22,86	1,02	1,17			V	-103,16	-103,80	-101,12	1,01	0,98
		M	25,34	24,63	35,86	0,97	1,42			M	-69,66	-70,90	-61,96	1,02	0,89
3	3	N	7,68	7,69	1,16	1,00	0,15	10	10	N	-118,71	-118,01	-118,65	0,99	1,00
		V	95,89	95,29	94,04	0,99	0,98			V	-13,81	-13,59	-8,38	0,98	0,61
		M	-55,59	-54,42	-50,73	0,98	0,91			M	27,05	27,16	27,81	1,00	1,03
	4	N	7,68	7,68	1,16	1,00	0,15		11	N	-118,71	-118,01	-118,65	0,99	1,00
		V	-102,77	-103,38	-100,64	1,01	0,98			V	-13,81	-13,59	-8,38	0,98	0,61
		M	-68,82	-69,99	-63,18	1,02	0,92			M	-12,99	-11,96	-4,03	0,92	0,31
4	4	N	-309,35	-307,23	-309,48	0,99	1,00	11	11	N	-129,23	-129,91	-129,22	1,01	1,00
		V	-18,54	-17,92	-15,30	0,97	0,83			V	18,75	18,95	13,32	1,01	0,71
		M	26,37	24,51	12,40	0,93	0,47			M	-29,98	-29,87	-30,49	1,00	1,02
	5	N	-309,35	-307,23	-309,47	0,99	1,00		12	N	-129,23	-129,91	-129,21	1,01	1,00
		V	-18,54	-17,92	-15,30	0,97	0,83			V	18,75	18,95	13,33	1,01	0,71
		M	-27,39	-26,51	-31,09	0,97	1,13			M	24,38	25,42	7,33	1,04	0,30
5	5	N	-335,91	-338,00	-335,76	1,01	1,00	12	2	N	2,83	2,59	13,63	0,91	4,82
		V	27,26	27,88	24,02	1,02	0,88			V	58,94	58,51	57,72	0,99	0,98
		M	-43,48	-45,36	-29,83	1,04	0,69			M	-33,62	-32,79	-29,63	0,98	0,88
	6	N	-335,91	-338,00	-335,74	1,01	1,00		11	N	2,83	2,85	13,79	1,01	4,87
		V	27,26	27,88	24,03	1,02	0,88			V	-65,03	-65,46	-63,79	1,01	0,98
		M	35,57	36,46	38,44	1,03	1,08			M	-45,33	-46,17	-41,09	1,02	0,91
6	6	N	-1,46	-1,46	-2,32	1,00	1,59	13	3	N	-59,77	-59,50	-59,71	1,00	1,00
		V	95,13	94,34	93,26	0,99	0,98			V	-18,53	-18,45	-23,74	1,00	1,28
		M	-54,52	-53,01	-47,73	0,97	0,88			M	20,64	20,83	34,95	1,01	1,69
	7	N	-1,46	-1,47	-2,30	1,01	1,57		10	N	-59,77	-59,50	-59,71	1,00	1,00
		V	-103,53	-104,31	-101,43	1,01	0,98			V	-18,53	-18,45	-23,74	1,00	1,28
		M	-70,70	-72,20	-63,15	1,02	0,89			M	-33,10	-32,55	-32,47	0,98	0,98
7	7	N	-214,22	-212,88	-214,23	0,99	1,00	14	4	N	-64,20	-64,45	-64,20	1,00	1,00
		V	-18,97	-18,52	-14,86	0,98	0,78			V	21,58	21,66	26,79	1,00	1,24
		M	27,12	26,50	19,36	0,98	0,71			M	-20,95	-20,75	-35,06	0,99	1,67
	8	N	-214,22	-212,88	-214,21	0,99	1,00		9	N	-64,20	-64,45	-64,20	1,00	1,00
		V	-18,97	-18,52	-14,87	0,98	0,78			V	21,58	21,66	26,79	1,00	1,24
		M	-27,88	-26,53	-22,87	0,95	0,82			M	41,63	42,17	41,03	1,01	0,99
15	5	N	-21,58	-21,58	-26,55	1,00	1,23	8	N	-21,58	-21,59	-26,52	1,00	1,23	
		V	59,77	59,48	58,51	1,00	0,98		V	-64,20	-64,48	-63,00	1,00	0,98	
		M	-33,10	-32,55	-30,91	0,98	0,93		M	-41,63	-42,17	-39,38	1,01	0,95	

Tabela 10. Comparação entre os esforços de primeira e segunda ordem do Pórtico 3

Pórtico 3							Pórtico 3							Pórtico 3									
Bar.	Nós	Esf.	1ºOrd.	SF2D	ANSYS	$\frac{F_{211}}{SF2D}$	$\frac{F_{211}}{ANSYS}$	Bar.	Nós	Esf.	1ºOrd.	SF2D	ANSYS	$\frac{F_{211}}{SF2D}$	$\frac{F_{211}}{ANSYS}$	Bar.	Nós	Esf.	1ºOrd.	SF2D	ANSYS	$\frac{F_{211}}{SF2D}$	$\frac{F_{211}}{ANSYS}$
1	1º	N	-1138,4	-1133,50	-1129,00	1,00	0,99	9	1º	N	-636,7	-635,00	-630,98	1,00	0,99	17	1º	N	-395,8	-396,20	-392,53	1,00	0,99
		V	-22,8	-21,30	-19,46	0,93	0,85			V	-57,8	-57,00	-54,96	0,99	0,95			V	61,7	62,10	58,96	1,01	0,96
		M	5,4	1,00	5,62	0,19	1,04			M	83,9	82,50	78,41	0,98	0,93			M	-87,4	-88,00	-81,25	1,01	0,93
	2º	N	-1138,4	-1133,50	-1129,00	1,00	0,99		2º	N	-636,7	-635,00	-630,99	1,00	0,99		2º	N	-395,8	-396,20	-392,56	1,00	0,99
		V	-22,8	-21,30	-17,53	0,93	0,77			V	-57,8	-57,00	-54,86	0,99	0,95			V	61,7	62,10	58,76	1,01	0,95
		M	-62,8	-61,20	-60,79	0,97	0,97			M	-89,6	-87,10	-84,32	0,97	0,94			M	97,6	98,90	93,20	1,01	0,95
2	1º	N	-2107,7	-2108,10	-2123,60	1,00	1,01	10	1º	N	-2,4	-2,50	-1,81	1,04	0,75	18	1º	N	-382,1	-381,50	-378,47	1,00	0,99
		V	20,2	21,90	19,83	1,08	0,98			V	-204,7	-206,30	-202,86	1,01	0,99			V	-48,3	-47,80	-45,05	0,99	0,93
		M	-38,7	-44,20	-39,69	1,14	1,03			M	216,3	220,70	207,97	1,02	0,96			M	74,2	72,70	64,66	0,98	0,87
	2º	N	-2107,7	-2108,10	-2123,60	1,00	1,01		2º	N	-2,4	-2,20	-1,59	0,92	0,66		2º	N	-382,1	-381,50	-378,48	1,00	0,99
		V	20,2	21,90	20,84	1,08	1,03			V	185,3	183,70	179,34	0,99	0,97			V	-48,3	-47,80	-44,99	0,99	0,93
		M	21,9	25,00	21,74	1,14	0,99			M	157,9	153,10	138,81	0,97	0,88			M	-70,8	-70,10	-68,74	0,99	0,97
3	1º	N	-1202,5	-1206,80	-1196,00	1,00	0,99	11	1º	N	1,1	0,80	1,59	0,73	1,45	19	1º	N	-158	-157,80	-156,57	1,00	0,99
		V	53,2	54,60	50,49	1,03	0,95			V	186,8	185,30	183,97	0,99	0,98			V	-60,4	-60,30	-56,20	1,00	0,93
		M	-72,9	-77,90	-66,02	1,07	0,91			M	-164,3	-160,00	-154,89	0,97	0,94			M	88,1	88,20	81,14	1,00	0,92
	2º	N	-1202,5	-1206,80	-1196,00	1,00	0,99		2º	N	1,1	1,00	1,46	0,91	1,32		2º	N	-158	-157,80	-156,58	1,00	0,99
		V	53,2	54,60	49,93	1,03	0,94			V	-203,2	-204,70	-198,23	1,01	0,98			V	-60,4	-60,30	-56,18	1,00	0,93
		M	86,7	88,00	83,85	1,01	0,97			M	-213,5	-218,20	-196,80	1,02	0,92			M	-93	-92,60	-84,59	1,00	0,91
4	1º	N	20,1	20,40	21,28	1,01	1,06	12	1º	N	-664,9	-666,10	-660,16	1,00	0,99	20	1º	N	1,1	1,00	0,07	0,01	0,07
		V	181	179,50	175,46	0,99	0,97			V	74,7	75,60	72,81	1,01	0,97			V	-201,7	-202,20	-199,99	1,00	0,99
		M	-143,4	-138,60	-125,95	0,97	0,88			M	-105,8	-107,20	-100,76	1,01	0,95			M	202,5	203,80	194,23	1,01	0,96
	2º	N	20,1	20,30	20,99	1,01	1,04		2º	N	-664,9	-666,10	-660,19	1,00	0,99		2º	N	1,1	1,40	0,23	1,27	0,21
		V	-209	-210,50	-206,68	1,01	0,99			V	74,7	75,60	72,57	1,01	0,97			V	188,3	187,80	182,21	1,00	0,97
		M	-227,3	-231,80	-217,64	1,02	0,96			M	118,4	120,80	114,74	1,02	0,97			M	162,3	160,90	141,97	0,99	0,87
5	1º	N	-889,6	-886,40	-881,93	1,00	0,99	13	1º	N	-18,2	-18,20	-18,57	1,00	1,02	21	1º	N	-303,8	-304,00	-306,77	1,00	1,01
		V	-51,5	-50,10	-47,67	0,97	0,93			V	186,8	185,80	180,94	0,99	0,97			V	6,7	7,00	6,74	1,04	1,01
		M	80,6	77,30	73,79	0,96	0,92			M	-160,4	-157,20	-141,09	0,98	0,88			M	-8,6	-9,00	-8,32	1,05	0,97
	2º	N	-889,6	-886,40	-881,92	1,00	0,99		2º	N	-18,2	-18,50	-18,75	1,02	1,03		2º	N	-303,8	-304,00	-306,78	1,00	1,01
		V	-51,5	-50,10	-47,80	0,97	0,93			V	-203,2	-204,20	-201,31	1,00	0,99			V	6,7	7,00	6,70	1,04	1,00
		M	-74	-70,60	-68,13	0,95	0,92			M	-209,4	-212,30	-201,04	1,01	0,96			M	11,6	12,30	11,57	1,06	1,00
6	1º	N	20,5	20,40	21,45	1,00	1,05	14	1º	N	-1189,5	-1189,80	-1199,90	1,00	1,01	22	1º	N	5,5	5,80	4,48	1,05	0,82
		V	19,09	189,40	18,78	9,92	0,98			V	16,3	18,00	16,68	1,10	1,02			V	-197,8	-198,20	-191,97	1,00	0,97
		M	-175,5	-171,20	-165,02	0,98	0,94			M	-26,3	-30,50	-22,98	1,16	0,87			M	192,2	193,60	172,63	1,01	0,90
	2º	N	20,5	20,60	21,39	1,00	1,04		2º	N	-1189,5	-1189,80	-1199,90	1,00	1,01		2º	N	5,5	5,40	4,50	0,98	0,82
		V	-19,91	-200,60	-19,44	10,08	0,98			V	16,3	18,00	16,68	1,10	1,02			V	192,2	191,80	190,20	1,00	0,99
		M	-200	-204,60	-184,46	1,02	0,92			M	22,6	25,90	27,00	1,15	1,19			M	175,7	174,50	167,48	0,99	0,95
7	1º	N	-1644,4	-1644,80	-1657,90	1,00	1,01	15	1º	N	-13,1	-13,20	-13,48	1,01	1,03	23	1º	N	-162,3	-162,20	-160,90	1,00	0,99
		V	19,8	22,10	20,29	1,12	1,02			V	188,7	187,70	186,15	0,99	0,99			V	67,2	67,30	63,15	1,00	0,94
		M	-29,9	-35,50	-30,81	1,19	1,03			M	-167,9	-165,10	-158,91	0,98	0,95			M	-94,7	-94,60	-87,32	1,00	0,92
	2º	N	-1644,4	-1644,80	-1657,90	1,00	1,01		2º	N	-13,1	-12,90	-13,57	0,98	1,04		2º	N	-162,3	-162,20	-160,93	1,00	0,99
		V	19,8	22,10	20,32	1,12	1,03			V	-201,3	-202,30	-196,08	1,00	0,97			V	67,2	67,30	63,07	1,00	0,94
		M	29,3	34,80	30,15	1,19	1,03			M	-205,8	-208,80	-188,13	1,01	0,91			M	106,8	107,20	98,85	1,00	0,93
8	1º	N	-935,7	-938,50	-929,99	1,00	0,99	16	1º	N	-734,2	-734,50	-741,28	1,00	1,01	24	1º	N	-73,9	-73,80	-69,68	1,00	0,94
		V	73,7	75,20	71,34	1,02	0,97			V	11,2	11,90	11,34	1,06	1,01			V	122,2	122,00	118,26	1,00	0,97
		M	-113,3	-116,60	-108,72	1,03	0,96			M	-15,3	-16,80	-15,21	1,10	0,99			M	-93	-92,60	-79,18	1,00	0,85
	2º	N	-935,7	-938,50	-929,98	1,00	0,99		2º	N	-734,2	-734,50	-741,28	1,00	1,01		2º	N	-73,9	-74,10	-69,77	1,00	0,94
		V	73,7	75,20	71,46	1,02	0,97			V	11,2	11,90	11,24	1,06	1,00			V	-135,8	-135,90	-134,78	1,00	0,99
		M	107,7	111,00	103,68	1,03	0,96			M	18,2	20,30	18,49	1,12	1,02			M	-133,6	-134,00	-127,94	1,00	0,96
25	1º	N	-67,2	-67,30	-63,09	1,00	0,94	25	1º	N	-67,2	-67,30	-63,09	1,00	0,94	25	1º	N	-67,2	-67,00	-63,05	1,00	0,94
		V	131,5	131,40	130,41	1,00	0,99			V	131,5	131,40	130,41	1,00	0,99			V	-122	-121,70	-116,43	1,00	0,95
		M	-122	-121,70	-116,43	1,00	0,95			M	-122	-121,70	-116,43	1,00	0,95			M	-67,2	-67,00	-63,05	1,00	0,94
	2º	N	-67,2	-67,00	-63,05	1,00	0,94		2º	N	-67,2	-67,00	-63,05	1,00	0,94		2º	N	-67,2	-67,00	-63,05	1,00	0,94
		V	-126,5	-126,50	-122,60	1,00	0,97			V	-126,5	-126,50	-122,60	1,00	0,97			V	-126,5	-126,50	-122,60	1,00	0,97
		M	-106,8	-107,20	-93,38	1,00	0,87			M	-106,8	-107,20	-93,38	1,00	0,87			M	-106,8	-107,20	-93,38	1,00	0,87

6 CONCLUSÕES

Neste trabalho, um programa computacional, denominado STRUCTURALFRAME2D, foi desenvolvido em linguagem de programação MATLAB (2010) para análise estrutural de pórticos planos. O programa realiza análises de 1ª e de 2ª ordem, sendo esta última pelo processo simplificado das funções de estabilidade. Foram implementados três modelos de pórticos com a finalidade de aferir o programa desenvolvido e realizar as análises comparativas entre os métodos simplificado das funções de estabilidade e o rigoroso. Para a análise rigorosa foi utilizado o programa ANSYS(2013).

Foi feita uma comparação entre os resultados das duas análises implementadas, rigorosa e simplificada de 2ª ordem, e os desvios apresentados entre os dois métodos foram relativamente pequenos, a partir disso, é possível concluir que a utilização do método das funções de estabilidade como ferramenta para consideração dos efeitos de segunda ordem é apropriada.

Para as estruturas analisadas neste trabalho, pórticos planos com mais de um pavimento, constatou-se uma diferença considerável entre os esforços obtidos pela teoria de 1ª e 2ª ordem, por conta disso, a realização de análise estrutural em teoria de 2ª ordem é recomendada em conformidade com as prescrições da ABNT NBR 8800:2008.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Universidade Federal do Espírito Santo, ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e à Fundação de Amparo à Pesquisa do Espírito Santo (FAPES) pelo apoio para o desenvolvimento desta pesquisa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Al-Mashary, F., & Chen, W. F., 1990. Elastic second-order analysis for frame design. *Journal of Constructional Steel Research*. n.15, pp. 303-322
- ANSYS, *Finite element program user's manuals*, Versão 15.0, ANSYS, Inc., Cranston, Estados Unidos, 2013.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT. NBR 8800. *Design of steel and composite structures for buildings*, 2008. Rio de Janeiro.
- Chen, W. F., & Lui, E. M., 1991. *Stability Design of Steel Frames*. CRC Press.
- Da Silva, R.G.L., 2004. *Avaliação dos efeitos de 2ª ordem em edifícios de aço utilizando métodos aproximados e análise rigorosa*. Tese de mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais/Belo Horizonte.
- De Souza, A.S.C., 2009. *Análise da estabilidade de edifícios de andares múltiplos em aço*. Universidade Federal de São Carlos.
- Galambos, T.V., 1998. *Guide to stability design criteria for metal structures*. John Wiley & Sons.
- MathWorks., 2010. *MATLAB: The Language of Technical Computing*. Versão R2010b, Estados Unidos.
- Martha, L.F., 2012. *Ftool: Two – Dimensional Frame Analysis Tool*. Versão Educacional 3.01, PUC-Rio.
- Reis, A., & Camotim, D., 2001. *Estabilidade estrutural*. Editora McGraw-Hill.
- Schimizze, A.M., 2001 *Comparison of P-delta analysis of plane frames using commercial structural analysis programs and current AISC design specifications*. Virginia Polytechnic Institute and State University. Blacksburg.