



XXXVII IBERIAN LATIN AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING BRASÍLIA - DF - BRAZIL

### ANÁLISE DINÂMICA DE PÓRTICOS PLANOS DE AÇO COM DIFERENTES TIPOS DE LIGAÇÃO BASE-PILAR

Everton A. P. Batelo Ígor J. M. Lemes Leticia R. B. Rosas Andréa R. D. Silva Ricardo A. M. Silveira everton.batelo@gmail.com igorjml@hotmail.com eng.leticiarosas@gmail.com andreadiassilva@yahoo.com.br

ricardo@em.ufop.br

Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil (Propec/Deciv/EM), Universidade Federal de Ouro Preto, Campus Universitário, Morro do Cruzeiro, 35400-000, Ouro Preto, MG, Brasil

**Resumo:** Os pórticos de aço constituem um dos mais importantes sistemas construtivos empregados atualmente, sendo uma excelente solução para os mais variados tipos de edificações. Nas construções estruturadas em aço, a definição do tipo das conexões vigapilar e base-pilar são de fundamental importância. Deste modo, para se obter uma previsão mais realista do comportamento das estruturas de aço, a flexibilidade dessas conexões entre os membros deve ser considerada nas análises. Assim, este trabalho tem como objetivo avaliar o comportamento de pórticos em aço sob cargas dinâmicas, analisando a influência das ligações semirrígidas viga-pilar e base-pilar na resposta da edificação, e ainda verificar a influencia do amortecimento histerético proporcionando por elas. As análises realizadas tem por base a modelagem do sistema estrutural via elementos finitos, onde o método Newmark e a estratégia iterativa de Newton-Raphson são utilizadas no processo de solução das equações dinâmicas não lineares no domínio do tempo.

**Palavras-chave:** Pórticos de aço, Ligação base-pilar, Análise dinâmica não linear, Ligação semirrígida,

# 1 INTRODUÇÃO

Em geral as estruturas de aço são esbeltas, eficientes e de rápida montagem. Uma análise estrutural cuidadosa dessas estruturas é de fundamental importância, pois resulta em um projeto seguro e uma construção eficiente.

Nas construções estruturadas em aço, a escolha das ligações base-pilar ou viga-pilar é de fundamental importância. É de suma importância então que engenheiros e projetistas tenham uma boa compreensão a cerca do comportamento dessas ligações. Por essa razão, diversos estudos estão sendo desenvolvidos e as novas normas (NBR 8800, 2008; AISC, 2010; Eurocode, 2005) já incluem procedimentos para inclusão da rigidez das ligações em análises computacionais e projetos de estruturas de aço.

As ligações base-pilar são responsáveis por transferir os carregamentos impostos ao sistema estrutural para a fundação da edificação, bem como, no caso de atividade sísmica, transferir as acelerações do solo devido ao terremoto para a superestrutura.

Nas estruturas de aço, as ligações de base-pilar são tradicionalmente rotuladas ou engastadas. A base rotulada ideal assemelha-se a uma rótula perfeita e possui grandes dificuldades de fabricação, por isso é pouco utilizada. A forma mais comum para se aproximar o comportamento de uma base rotulada é através do emprego uma placa soldada à extremidade inferior do pilar e colocação de chumbadores posicionados o mais próximo possível de seu eixo de interesse (Fig. 1a). Esse tipo de base torna menor o custo da fundação, uma vez que ocorre menor transferência de esforços para a fundação.

Normalmente, as bases engastadas propiciam estruturas mais econômicas e fundações mais onerosas que as rotuladas. Esse tipo de base tem a capacidade de resistir, além das forças verticais, aos momentos fletores. Na Figura 1b tem-se a base engastada mais comumente utilizada, que consiste também em uma placa soldada à extremidade inferior do pilar, mas agora com os chumbadores afastados da linha de centro, com objetivo de formar um braço de alavanca.



(a) Rotulada

(b) Engastada

Figura 1. Ligações base-pilar

Embora esse último sistema de ligação base-pilar tenha sido amplamente testado e utilizado em várias edificações, conhecimentos e alterações de detalhes da conexão,

tornando-se semirrígidas, podem afetar o desempenho estrutural, principalmente sob o efeito de ações dinâmicas. Alguns pesquisadores investigaram numericamente o comportamento de estruturas de aço com ligações semirrígidas submetidas às ações dinâmicas: Chan e Ho (1994); Lui e Lopes (1997); Xu e Zhang (2001); Sophianopoulos (2003); Galvão *et al.* (2010); Vimonsatit *et al.* (2012); Nguyen (2010); Nguyen e Kim (2011); Valipour e Bradford (2012); Attarnejad e Pirmoz (2014); e Aristizabal-Ochoa (2015).

As respostas cíclicas de ligações semirrígidas também têm sido investigada experimentalmente. Nessa linha, merecem destaque, os trabalhos de Bernuzzi *et al.* (1996), Calado (2003) e Shi *et al.* (2007), onde foram realizados testes com tipos específicos de ligações e modelos matemáticos foram propostos para representar o comportamento resultante.

Este trabalho considera os efeitos não lineares geométricos e as ligações semirrígidas viga-pilar e base-pilar. O sistema computacional para análise estrutural avançada CS-ASA (Silva, 2009; Batelo, 2014) foi utilizado neste trabalho. Nas Seções 2 e 3 estão descritos o comportamento típico das ligações quando a estrutura está submetida a cargas estáticas e cíclicas, e a técnica adotada para simular este comportamento. Na Seção 4 pode ser encontrada a formulação desenvolvida para o elemento finito empregado na modelagem do sistema estrutural. Na Seção 5 tem-se a metodologia utilizada para obter a resposta transiente não linear do sistema estrutural. Finalmente, na Seção 6, um sistema estrutural é estudado e suas respostas são avaliadas.

# 2 LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS

Na análise de estruturas com ligações semirrígidas, se faz necessário a modelagem do comportamento da conexão. A descrição desse comportamento é comumente realizada através de curvas momento-rotação, que são obtidas por ensaios experimentais ou através de simulação numérica em elementos finitos.

Três curvas momento-rotação de ligações semirrígidas são apresentadas na Fig. 2. Temse ainda na Fig.2 a variação da rotação  $\phi_c$ , que corresponde à rotação entre os elementos interligados, com um momento aplicado. A rigidez da ligação, denotada neste trabalho por  $S_c$ , é uma característica de fundamental importância que é determinada através de ensaios experimentais. Matematicamente, ela representa a inclinação da reta tangente à curva momento-rotação (Fig. 2).

A intensidade de  $S_c$ , pode ser associada a algum parâmetro que relacione a rigidez da ligação com a rigidez do membro a ela interligado. Cunningham (1990) propôs a adoção do fator fixo de rigidez (*fixity factor*),  $\gamma = (1 + 3EI/(S_cL))^{-1}$ , com *L* sendo o comprimento do elemento. Os valores extremos que o fator fixo assume são 0 e 1. Para uma ligação perfeitamente rotulada, a rigidez da ligação é nula e, portanto,  $\gamma = 0$ , já para uma ligação idealmente rígida, o fator fixo  $\gamma$  tem valor 1, uma vez que a rigidez da ligação é extremamente elevada ( $S_c \rightarrow \infty$ ).

A rigidez da conexão pode ser calculada da seguinte forma:

$$S_c = \frac{dM}{d\phi_c} \tag{1}$$

em que, *M* é o momento fletor atuante na conexão e  $\phi_c$  é a deformação rotacional.

A incorporação das curvas momento-rotação, ou seja, a consideração das ligações semirrígidas, na análise estrutural proporciona resultados mais precisos que os obtidos através da análise convencional. Os modelos matemáticos para representação das curvas momento-rotação devem fornecer uma curva suave com a primeira derivada positiva. Para um modelo de conexão linear é necessário apenas um parâmetro para definir a rigidez a rotação. Neste caso, a relação momento-rotação pode ser escrito como:

$$M = S_{cini} \phi_c$$

em que  $S_{cini}$  representa a rigidez inicial, que é determinada pela fase inicial de carregamento. Este modelo é simples, a sua utilização é mais adequada em situações que envolvem pequenos deslocamentos, tais como as análises lineares e análises de vibrações (Chan e Chui, 2000).

(2)



Figura 2. Curvas momento-rotação de ligações semirrígidas (Silva, 2009)

Um dos modelos não lineares é o multilinear, que é constituído, como o próprio nome sugere, por um conjunto de segmentos de reta. Nesse contexto, podem ser citados o modelo bilinear (Sivakumaran, 1988; Youssef-Agha, 1989) e o trilinear (Stelmack et al.1986; Gerstle, 1988). A deficiência desses modelos é a descontinuidade nos pontos de mudança de declividade.

Este trabalho utiliza o modelo multilinear (Fig. 3), que pode ser utilizado para representar uma curva momento-rotação obtida experimentalmente ou, ainda, para contornar as dificuldades de não se ter um modelo específico para um certo tipo de ligação. Considera-se aqui, a possibilidade do usuário fornecer alguns pontos da curva momento-rotação da ligação. São definidos, então, *m* pares ordenados ( $\phi_c$ , *M*), e através de um processo de interpolação linear, obtém-se a rigidez da ligação, para cada seguimento da curva ( $\phi_c$ , *M*). Nesse caso, a rigidez da ligação é calculada como:

$$S_{c} = \frac{\Delta M}{\Delta \phi_{c}} = \frac{M_{(i+1)} - M_{i}}{\phi_{c(i+1)} - \phi_{ci}}$$
(3)

com  $M_i$  e  $M_{(i+1)}$  sendo os limites inferior e superior do intervalo no qual o momento M, que atua na ligação, se encontra. Esse intervalo é estabelecido em função do nível de carregamento aplicado.



Figura 3. Modelo Multilinear (Silva, 2009)

# 3 COMPORTAMENTO CÍCLICO DA LIGAÇÃO SEMIRRÍGIDA

Na Figura 4 é ilustrado o aspecto típico do comportamento histerético da ligação. Algumas fases ao longo da trajetória podem ser esclarecidas de acordo com essa figura. O trecho 0A descreve o comportamento da ligação durante o processo inicial de carregamento da estrutura. Quando ocorre uma inversão no sentido da solicitação, tem-se caracterizado o processo de descarregamento. Sendo assim, a intensidade do momento fletor que atua na ligação diminui. As setas estabelecem o sentido dos caminhos, indicando a variação do momento ao longo da análise. Os caminhos  $AB \ CD$  na figura exibem tal situação. Após o descarregamento completo, no qual se tem M = 0, ocorre novamente o processo de carregamento, comumente referido como carregamento reverso. Os trechos  $BC \ e DE$  exemplificam o processo de carregamento reverso e recarregamento, respectivamente. Observa-se que, após a primeira etapa de descarregamento completo, apenas uma parcela da deformação total,  $\phi_{ca}$ , é recuperada e a ligação permanece com uma deformação residual permanente,  $\phi_{cb}$ . Isso acontece também após os outros ciclos de carga e descarga.

Para se obter as equações que representam a relação momento-rotação nos casos de carregamento, considere o trecho DE na Figura 5a. O momento fletor M em qualquer posição dessa trajetória que se inicia em D, pode ser calculado de uma forma geral, como:

$$M = f\left(\phi_c - \phi_p\right)$$

CILAMCE 2016 Proceedings of the XXXVII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering Suzana Moreira Ávila (Editor), ABMEC, Brasília, DF, Brazil, November 6-9, 2016 na qual a função f é definida de acordo com um modelo matemático que descreve o comportamento não linear momento-rotação da ligação quando submetida a carregamento estático, e  $\phi_c$  é a rotação correspondente a M. Já a rigidez da ligação, definida matematicamente como a inclinação da reta tangente à curva momento-rotação, é dada por:



Figura 4. Comportamento histerético da ligação semirrígida (Silva, 2009)

Pode-se notar que a fase de carregamento é caracterizada pelo acréscimo de momento fletor,  $\Delta M$ , entre os instantes de tempo *t* (anterior) e  $t + \Delta t$  (atual). Além disso, o sinal de  $\Delta M$  é sempre igual ao do momento fletor atuante, *M*. Portanto, a condição de carregamento é verificada se a relação  $M \Delta M > 0$  for satisfeita.



Figura 5. Modelo histerético elástico perfeitamente plástico constitutivo do material (Silva, 2009)

No processo de descarregamento, a curva momento-rotação é linear, com inclinação igual à rigidez inicial da ligação. A Figura 5b exibe as regiões onde ocorre o descarregamento. A linha contínua é usada para tal finalidade. Na obtenção das equações momento-rotação nessa

CILAMCE 2016

fase, considere o trecho *AB* do ciclo histerético representado nessa figura. Como a reta passa pelo ponto  $A(\phi_{ca}, M_a)$  e tem inclinação conhecida,  $S_{cini}$ , sua equação é definida como:

$$M = M_a - S_{cini} \left( \phi_{ca} - \phi_c \right) \tag{6}$$

na qual  $M_a$  estabelece o momento a partir do qual o descarregamento ocorre. Essa grandeza, referida como momento reverso, é encontrada usando a Equação (6), para  $\phi_c = \phi_{ca}$ .

Observa-se que durante o processo de descarregamento,  $M \Delta M < 0$ . Considere novamente a Figura 4. Se a ligação estiver sendo descarregada de *A* a *F* e voltar a ser carregada antes de completar o processo de descarregamento, o comportamento momento-rotação desse elemento deverá seguir a trajetória *FA* até alcançar o último momento reverso encontrado. A partir de então, o processo de carregamento segue a curva original momento-rotação obtida considerando a última rotação permanente,  $\phi_p$ , encontrada.

#### 4 ELEMENTO FINITO COM LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS

O método de aproximação mais comum para a modelagem de uma conexão em programas de análise estrutural utiliza molas posicionadas nas extremidades do elemento finito. A Figura 6 mostra o elemento de viga-coluna plana, com pontos nodais *i* e *j*, que foi utilizado neste trabalho para modelar os sistemas estruturais. As duas molas estão fisicamente fixadas nas extremidades do elemento viga-pilar, respeitando-se as condições de equilíbrio e de compatibilidade. Eles permitem grau de liberdade das ligações para ser incorporada a relação entre a rigidez tangente do elemento de viga-pilar. Apenas deformação de rotação da conexão devido a flexão é considerado.

A presença das molas fictícias introduz rotações relativas nos nós nas extremidades do elemento. Estas rotações modificam as equações que descrevem o comportamento não linear do sistema estrutural.



Figura 6. Elemento de pórtico plano com ligações semirrígidas

Na Figura 7 tem-se a configuração deformada do elemento finito e ainda arepresentação das forças internas e deformações nas molas da ligação.  $S_{ci}$  e  $S_{cj}$  denotam a rigidezes dos elementos de mola. As ligações podem ter comportamentos distintos, isto é, elas podem ser caracterizadas por diferentes curvas momento-rotação (Eq. 5). A rotação relativa da ligação,  $\phi_c$ , é definida como sendo a diferença entre os ângulos de rotação do lado conectado ao nó global do elemento,  $\theta_c$ , e daquele conectado ao elemento de portico plano,  $\theta_b$ . Com essa consideração e usando a Eq. (5), é possivel estabelecer a relação de equilíbrio de momentos para os elementos de ligação das extremidade, isto é:

$$\begin{cases} \Delta M_{ci} \\ \Delta M_{bi} \end{cases} = \begin{bmatrix} S_{ci} & -S_{ci} \\ -S_{ci} & S_{ci} \end{bmatrix} \begin{cases} \Delta \theta_{ci} \\ \Delta \theta_{bi} \end{cases}$$
(7)

$$\begin{cases} \Delta M_{cj} \\ \Delta M_{bj} \end{cases} = \begin{bmatrix} S_{cj} & -S_{cj} \\ -S_{cj} & S_{cj} \end{bmatrix} \begin{cases} \Delta \theta_{cj} \\ \Delta \theta_{bj} \end{cases}$$
(8)

em que  $\Delta M_b$ ,  $\Delta M_c$ ,  $\Delta \theta_b$ ,  $\Delta \theta_c$  são os incrementos de momentos e rotações nodais associados, respectivamente, ao elemento de portico plano (subscrito *b*), à ligação (subscrito *c*), o parâmetro que avalia a rigidez da ligação,  $S_c$ , pode ser obtido através de um dos modelos matemáticos que representam o seu comportamento momento-rotação (Seção 3).

Quando as conexões de mola são adicionados às extremidades do elemento, o efeito introduzido pela flexibilidade da ligação deve ser contabilizado, modificando a matriz de rigidez do elemento. A matriz modificada depende da formulação de elementos finitos adoptada.

Partindo do princípio que as cargas são aplicadas somente nos nós globais do elemento (ver Fig. 6), os momentos internos  $M_{bi}$  e  $M_{bi}$  são iguais a zero, e a seguinte relação de de equilíbrio momento-rotação pode ser conseguida (Silva, 2009):

$$\begin{cases} \Delta M_{ci} \\ \Delta M_{cj} \end{cases} = \left( \begin{bmatrix} S_{ci} & 0 \\ 0 & S_{cj} \end{bmatrix} - \frac{1}{\beta} \begin{bmatrix} S_{ci} & 0 \\ 0 & S_{cj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{cj} + k_{(6,6)} & -k_{(3,6)} \\ -k_{(6,3)} & S_{ci} + k_{(3,3)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{ci} & 0 \\ 0 & S_{cj} \end{bmatrix} \right) \begin{cases} \Delta \theta_{ci} \\ \Delta \theta_{cj} \end{cases}$$
(9)  
com,  $\beta = \left( S_{ci} + k_{(3,3)} \right) \left( S_{cj} + k_{(6,6)} \right) - k_{(6,3)} k_{(3,6)} .$ 

As Figuras 6 e 7 mostram que  $M_i = M_{ci}$  e  $M_j = M_{cj}$ . Como tal, a relação entre as forças de cisalhamento e os momentos fletores, obtida pelo equilíbrio de forças e momentos ( $\Sigma F_y = 0$  e, por exemplo,  $\Sigma M_i = 0$ ), podem ser escritos em uma matriz incremental, como se segue:

$$\begin{cases} \Delta Q_i \\ \Delta M_i \\ \Delta Q_j \\ \Delta M_j \end{cases} = \begin{bmatrix} 1/L & 1/L \\ 1 & 0 \\ -1/L & -1/L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta M_{ci} \\ \Delta M_{cj} \end{bmatrix}$$
(10)

com  $\Delta M_i$  and  $\Delta M_j$  são os momentos nodais incrementais;  $\Delta Q_i$  e  $\Delta Q_j$  são as forças de cisalhamento incrementais; e *L* é o comprimento do elemento na configuração do equilíbrio *t*.



Figura 7. Configuração deformada do elemento pórtico plano com ligações semirrígidas

Observando a Fig. 8, é possível estabelecer a relação:

$$\begin{cases} \Delta \theta_{ci} \\ \Delta \theta_{cj} \end{cases} = \begin{bmatrix} 1/L & 1 & -1/L & 0 \\ 1/L & 0 & -1/L & 1 \end{bmatrix} \begin{cases} \Delta v_i \\ \Delta \theta_i \\ \Delta v_j \\ \Delta \theta_j \end{cases}$$
(11)

onde  $\Delta v_i e \Delta v_j$  são, respectivamente, os deslocamentos verticais incrementais dos nós *i* e *j*.

A matriz de rigidez do elemento semirrígido pode então ser então obtida, em que suas componentes consideram simultaneamente o efeito a flexibilidade da ligação e os efeitos não lineares geométricos. Isso é feito através da substituição (9) em (10), utilizando (11), e executando as operações algébricas matricias necessárias. Os detalhes desse procedimento estão em Silva (2009). Portanto, a matriz de rigidez desse elemento semirrídigo é definida no sistema local de coordenadas da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_{i} \\ \Delta Q_{i} \\ \Delta M_{i} \end{bmatrix} \begin{vmatrix} k_{(1,1)} & k_{(1,2)} & k_{(1,3)} & k_{(1,4)} & k_{(1,5)} & k_{(1,6)} \\ k_{(2,1)} & k^{*}_{(2,2)} & k^{*}_{(2,3)} & k_{(2,4)} & k^{*}_{(2,5)} & k^{*}_{(2,6)} \\ k_{(3,1)} & k^{*}_{(3,2)} & k^{*}_{(3,3)} & k_{(3,4)} & k^{*}_{(3,5)} & k^{*}_{(3,6)} \\ k_{(3,1)} & k^{*}_{(3,2)} & k^{*}_{(3,3)} & k_{(3,4)} & k^{*}_{(3,5)} & k^{*}_{(3,6)} \\ k_{(4,1)} & k_{(4,2)} & k_{(4,3)} & k_{(4,4)} & k_{(4,5)} & k_{(4,6)} \\ k_{(5,1)} & k^{*}_{(5,2)} & k^{*}_{(5,3)} & k_{(5,4)} & k^{*}_{(5,5)} & k^{*}_{(5,6)} \\ k_{(6,1)} & k^{*}_{(6,2)} & k^{*}_{(6,3)} & k_{(6,4)} & k^{*}_{(6,5)} & k^{*}_{(6,6)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_{i} \\ \Delta v_{i} \\ \Delta v_{i} \\ \Delta v_{i} \\ \Delta \theta_{i} \end{bmatrix}$$

$$(11)$$

na qual os termos  $k^*_{(m,n)}$  são funções das rigidezes das ligações,  $S_{ci}$  e  $S_{cj}$ , e dos respectivos termos  $k_{(m,n)}$ , que foram obtidos através de uma formulação de segunda ordem convencional considerando as ligações como perfeitamente rígidas. A transformação do vetor de força interna e a matriz de rigidez para o sistema global de coordenadas é realizada seguindo o procedimento usual.



Figura 8. Deslocamentos nodais do elemento de pórtico plano com ligações semirrígidas (Silva, 2009)

# 5 SOLUÇÃO DO PROBLEMA TRANSIENTE NÃO LINEAR

Através do Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV) pode-se obter a equação de equilíbrio que governa a resposta dinâmica de um sistema estrutural. Considera-se que, além das tensões restauradoras provocadas pela deformação da estrutura e das forças externas, o sistema estrutural também esteja submetido às forças inerciais e dissipativas (amortecimento).

Para determinar a configuração de equilíbrio da estrutura em  $t + \Delta t$ , é utilizado Referencial Lagrangeano Atualizado. Neste caso, a configuração no instante t é usada como referência para a análise. Adotando-se os procedimentos usuais do método dos elementos finitos, tem-se o campo de deformações e os deslocamentos dos elementos em função dos deslocamentos nodais, sendo possível obter, de uma forma discretizada a seguinte equação matricial:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{F}_{ext}, \text{ ou ainda, } \mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{F}_{i} = \lambda(t)\mathbf{F}_{r}$$
(13)

na qual  $\ddot{U}$ ,  $\dot{U}$  e U são, respectivamente, os vetores de acelerações, velocidades e deslocamentos nodais, representa o vetor de cargas externas, é o vetor de forças internas, e é o vetor de forças externas de referência (apenas sua direção é importante) e  $\lambda$  é o parâmetro de carga que estabelece a intensidade desse vetor no instante considerado. Os termos M, C e K são, respectivamente, as matrizes de massa, amortecimento e rigidez do sistema estrutural.

As ações geradas durante um abalo sísmico não são propriamente forças aplicadas diretamente na estrutura e sim forças de inércia resultantes dos movimentos da própria estrutura. Desse modo, a aceleração de base ou aceleração do solo aparece do lado direito da equação que governa a resposta estrutural dinâmica da seguinte maneira:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{F}_{i} = \ddot{\mathbf{U}}_{\varrho}\left(t\right)\mathbf{M}$$
(14)

em que  $\ddot{\mathbf{U}}_{g}(t)$  é a aceleração do solo, dada por um escalar em um determinado instante t.

De um modo geral, as estruturas se comportam de forma não linear antes de atingirem seus limites de resistência. Assim, a busca por uma melhor representação do comportamento estrutural requer que as fontes de não linearidade sejam consideradas. Como neste trabalho são considerados os efeitos não lineares geométricos e de ligações, reescreve-se a Eq. (13) como:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{F}_{i}(\mathbf{U}, \mathbf{P}, \mathbf{S}_{c}) = \lambda(t)\mathbf{F}_{r}$$
(15)

sendo  $\mathbf{F}_i$  o vetor obtido de forma incremental através de formulações que consideram os efeitos de segunda ordem (representados aqui pelas forças internas  $\mathbf{P}$ ) e a semirrígidez das ligações (representada pelo parâmetro  $\mathbf{S}_c$ ).

A solução do problema transiente não linear é alcançada por meio de um procedimento incremental e iterativo que combina o método de integração implícito de Newmark com a técnica iterativa de Newton-Raphson.

# 6 APLICAÇÃO NUMÉRICA

Na Figura 9 tem-se modelo estrutural baseado no projeto arquitetônico de edifícios residenciais populares padrões da Usiminas (Usinas Siderúrgicas de Minas Gerais S/A). A resposta dinâmica desse modelo foi analisado por da Lopes (2008) e Castro (2006) usando o *software* comercial *Ansys* e, dessa forma, maiores detalhes sobre a essa estrutura podem ser encontrados nesses trabalhos. Um estudo inicial desse pórtico foi também realizado em Silva (2009), usando o CS-ASA. As propriedades geométricas desse sistema estrutural são ilustradas na Figura 9.



Figure 9. Pórtico de quatro andares: geometria e carregamentos

As ligações viga-pilar do pórtico tiveram seu comportamento avaliado de maneira teórica e experimental por Carvalho (1997). A curva momento-rotação da ligação obtida nos testes experimentais realizados, é representada na, Figura 10.

Para as o apoio (base-pilar) do sistema, considerou-se nas análises dois tipos de ligações: engastada e semirrígida. As curvas momento-rotação para diferentes espessuras de placa de base apresentadas nas Figuras 10b, 10c e 10d, foram baseadas na análise paramétrica desenvolvida por Kontoleon *et al.* (1999). As ligações base-pilar e na viga-pilar foram consideradas simétricas. Ainda para as ligações base-pilar, utilizaram-se curvas momento-rotação com e sem a atuação de esforços axiais.

Realizou-se então uma a análise de vibração livre do pórtico de quatro andares, onde foi adotado uma rigidez inicial ( $S_{cini} = 10000,00 \text{ kNm/rad}$ ) na representação da ligação base-pilar. A variação da espessura da placa de base, não apresentou influência significativa no valor dessa rigidez inicial. Para representação das ligações viga-pilar a rigidez inicial adotada foi ( $S_{cini} = 11000,00 \text{ kNm/rad}$ ).

Na Tabela 1 têm-se as frequências naturais de vibração da estrutura, para quatro configurações diferentes: todas as ligações rígidas, apenas as ligações base-pilar semirrígidas, apenas as ligações viga-pilar semirrígidas e todas as ligações semirrígidas. Verifica-se a boa correspondência dos resultados encontrados no presente estudo e os resultados apresentado por Lopes (2008). Observa-se ainda modificações nas frequências naturais da estrutura com a introdução das ligações semirrígidas viga-pilar e base-pilar.

	Lopes (2008) – Ansys		Presente Trabalho	
Configurações	1ª Frequência	2ª Frequência	1ª Frequência	2ª Frequência
Todas as ligações rígidas	4,61	16,83	4,22	15,30
Apenas as ligações base-pilar semirrígidas	4,39	16,30	4,02	14,51
Apenas as ligações viga-pilar semirrígidas	3,86	14,45	3,80	13,98
Todas as ligações semirrígidas	3,67	13,97	3,61	13,24





(d) Ligação base-pilar (e = 30 mm)

#### Figura 10. Curvas momento-rotação

Calibrado o modelo numérico, realizou-se na sequencia uma analise transiente da estrutura considerando o carregamento harmônico apresentado na Figura 9, onde a frequência da força de excitação,  $\omega_c$ , é igual à menor frequência natural, ou seja, 3,80 Hz, para estrutura somente com as ligações viga-pilar semirrígida.

A resposta não linear dinâmica do pórtico é ilustrada na Figura 11, o amortecimento considerado é do tipo proporcional de Rayleigh com uma taxa de amortecimento de 1,5%. Vale destacar que as ligações semirrígidas viga-pilar do pórtico tiveram seu comportamento avaliado de duas formas linear, ou seja, rigidez inicial constante; não linear, por meio do modelo multilinear utilizado para representar a curva momento-rotação (Figura 10a).



Figura 11. Deslocamento horizontal (u) no topo da estrutura para ligações semirrígidas viga-pilar

Pode-se observar através da Figura 11, que quando o modelo estrutural é analisado considerando as ligações viga-pilar semirrígidas através do modelo linear ocorre o fenômeno de ressonância. Esse efeito, ocorre por causa da proximidade entre os valores da frequência de excitação e a frequência natural da estrutura. Entretanto o efeito de ressonância não e verificado quando se utiliza o modelo não linear na representação das ligações. Isto acontece porque o amortecimento histerético promovido pelas ligações semirrígidas com comportamento não linear tem a capacidade de dissipar energia a cada ciclo (Figura 12).



Figura 12. Deslocamento horizontal (u) no topo da estrutura para ligações semirrígidas viga-pilar



Figura 13. Deslocamento horizontal (u) no topo da estrutura para ligações semirrígidas viga-pilar



Figura 14. Deslocamento horizontal (u) no topo da estrutura para ligações semirrígidas viga-pilar

Em uma segunda abordagem o pórtico de quatro andares é submetido agora a uma ação sísmica. Nesse caso considerou-se primeiros 10 segundos do acelerograma real El Centro-1940 (Fig. 9). Sob essa nova condição de carregamento, a resposta dinâmica do pórtico considerando diferentes configurações de ligações é apresentada na Figura 13, nesta análise também é considerado o amortecimento do tipo proporcional de Rayleigh com uma taxa de amortecimento de 1,5%. Observa-se que ocorre a predominância da redução das amplitudes do deslocamento durante a maior parte da análise, sendo esse comportamento melhor evidenciado quando a estrutura é modelada considerando as ligações base-pilar semirrígidas.

Com o intuito de evidenciar a influencia das ligações semirrígidas base-pilar, realizou-se uma análise considerando agora as curvas momento-rotação para diferentes espessuras de placa de base. Na Figura 14a tem-se a resposta transiente do pórtico considerando somente as ligações base-pilar semirrígidas, de onde se observa pouca influência ocasionada pela variação da espessura da placa de base. Já na Figura 14b estão os resultados obtidos quando se consideram. Para a curva placa de base mais espessa (30mm) ocorreu uma variação significativa na resposta transiente da estrutura, sendo o comportamento predominante oriundo da flexibilidade das ligações semirrígidas viga-pilar.

#### 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

De um modo geral, os resultados obtidos com o CS-ASA apresentaram boa concordância com os da literatura. Através das análises numéricas realizadas na seção anterior, verificou-se, mais uma vez, a eficiência da metodologia numérica de tratamento das ligações semirrígidas, que juntamente com os métodos de Newmark e Newton-Raphson, se mostrou bastante eficiente na aproximação do comportamento transiente não linear de pórticos de aço sob ações dinâmicas.

Destaca-se aqui o amortecimento histerético promovido pelas ligações semirrígidas com comportamento não linear e sua grande capacidade de dissipar energia a cada ciclo. Ainda foi verificada a ocorrência de predominância da redução das amplitudes de deslocamentos durante a maior parte da análise, quando a estrutura foi modelada considerando as ligações base-pilar semirrígidas.

Nas análises que foram consideradas curvas momento-rotação para diferentes espessuras de placa de base, pode-se verificar pouca influência dessas diferentes espessuras nos resultados. No entanto, quando foram consideradas as ligações viga-pilar e base-pilar semirrígidas, verificou-se que na análise com a curva momento-rotação referente à placa de base mais espessa (30mm), ocorreu uma variação significativa na resposta transiente da estrutura, sendo o comportamento predominante oriundo da flexibilidade das ligações semirrígidas viga-pilar.

#### AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à CAPES, ao CNPq, à Fapemig, à Fundação Gorceix, ao PROPEC/UFOP e à Propp/UFOP o apoio fornecido para o desenvolvimento desta pesquisa.

#### REFERENCIAS

ABNT - NBR 8800, 2008. Brazilian Association of Technical Standards. Project and Execution of Steel Buildings Structures, Rio de Janeiro, Brazil. (in Portuguese)

AISC, 2010.Specification for Structural Steel Buildings, American Institute of Steel Construction, ANSI/AISC 360-05, Chicago, IL.

Aristizabal-Ochoa, J. D., 2015. Stability of imperfect columns with nonlinear connections under eccentric axial loads including shear effects. *International Journal of Mechanical Sciences 90*.

Attarnejad, R., & Pirmoz, A., 2014. Nonlinear analysis of damped semi-rigid frames considering moment-shear interaction of connections. *International Journal of Mechanical Sciences* 81.

Batelo, E.A.P., 2014. Advanced Dynamic Analysis of Steel Structures Under Extreme Loading. Máster Dissertation, Deciv/EM/UFOP, Ouro Preto, MG, Brazil (in Portuguese).

Bernuzzi, C., Zandonini, R., & Zanon, P., 1996. Experimental analysis and modelling of semi-rigid steel joints under cyclic reversal loading. *Journal of Constructional Steel Research* 38(2).

Calado, L., 2003. Non-linear cyclic model of top and seat with web angle for steel beam-tocolumn connections. *Engineering Structures 25*.

Castro, R.A., 2006. *Modelagem Computacional de Ligações Semi-rígidas e sua Influência no Comportamento Dinâmico de Pórticos de Aço*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil/FEN/UERJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

Carvalho, L. C. V. de., 1997. Avaliação de Ligações Semi-Rígidas Aparafusadas em Estruturas de Aço. Dissertação de Mestrado. 208 páginas Departamento de Engenharia Civil – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Chan, S.L., e Chui, P.P.T., 2000. Non-linear Static and Cyclic Analysis of Steel Frames with Semi-Rigid Connections. Elsevier, Oxford.

Chan, S.L., e Ho, G.W.M., 1994. Nonlinear vibration analysis of steel frames with semirigid connections. *Journal of Structural Engineering* 120(4).

A.K. Chopra, 1995. Dynamics of Structures, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.

Cunningham, R., 1990. Some aspects of semi-rigid connections in structural steelwork. *The Structural Engineer* 68(5).

Eurocode 3, 2005. Design of Steel Structures. Part 1.8: Design of Joints. European Committee for Standardization (CEN) Brussels, Belgium.

Galvão, A.S., Silva, A.R.D., Silveira, R.A.M., & Gonçalves, P.B., 2010. Nonlinear dynamic and instability of slender frames with semi-rigid connection. *International Journal of Mechanical Sciences 52*.

Gerstle, K.H., 1988. Effect of connections on frames. *Journal of Constructional Steel Research*, vol. 10, pp. 241-267.

Kontoleon, M. J., Mistakidis, E. S., Baniotopoulos, C. C., Panagiotopoulos, P. D., 1999. Parametric analysis of the structural response of steel base plate connections, *Computers and Structures*, vol. 71, p. 87-103.

CILAMCE 2016

Lopes F. R. C., 2008. *Influência do Comportamento Semi-Rígido de Placas de Base e de Ligações Viga-Coluna na Resposta Dinâmica de Pórticos de Aço*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil/FEN/UERJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

Lui, E.M., e Lopes, A., 1997. Dynamic analysis and response of semirigid frames. *Engineering Structures*, 19(8).

Nguyen, P-C., 2010. Nonlinear Analysis of Planar Semi-Rigid Steel Frames subjected to Earthquakes using PlasticZone Method. Master Dissertation, Hồ Chí Minh, Vietnam, (in Vietnamese.

Nguyen, P-C., & Kim, S-E., 2011. Nonlinear elastic dynamic of space steel frames with semirigid connections. *International Journal Constructional Steel Research* 84.

Sivakumaran, K.S., 1988. Seismic response of multi-storey steel buildings with flexible connections. *Engineering Structures*, vol. 10, pp. 239-248.

Silva, A.R.D., 2009. *Computational System for Static and Dynamic Advanced Analysis of Steel Frames*, Ph.D. thesis, PROPEC/Deciv/UFOP, Ouro Preto/MG, Brazil, (in Portuguese).

Shi, G., Shi Y., & Wang Y., 2007. Behavior of end-plate moment connection under earthquake loading. Engineering Structures, 29.

Sophianopoulos, D.S., 2003. The effect of joint flexibility on the free elastic vibration characteristics of steel plane frames. *Journal of Constructional Steel Research 59*.

Stelmack, T.W., Marley, M.J., e Gerstle, K.H., 1986. Analysis and tests of flexibly connected steel frames. *Journal of Structural Engineering*, vol. 112(7), pp. 1573-1588.

Valipour, H.R., e Bradford, M., 2012. An efficient compound-element for potential progressive collapse analysis of steel frames with semi-rigid connections. *Finite Elements in Analysis and Design*, 60.

Vimonsatit, V., Tangaramvong, & S. F., Tin-Loi, 2012. Second order elastoplastic analysis of semirigid steel frames under cyclic loading. *Engineering Structures* 65.

Xu, Y.L., e Zhang, W.S., 2001. Modal analysis and seismic response of steel frames with connection dampers. *Engineering Structures 23*.

Youssef-Agha, W., e Aktan, H.M., 1989. Seismic response of low-rise steel frames, *Journal of the Structural Division*, vol. 115(3), pp. 594-607.