



XXXVII IBERIAN LATIN AMERICAN CONGRESS  
ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING  
BRASÍLIA - DF - BRAZIL

## COMPARAÇÃO DA RESPOSTA ACÚSTICA E FLUIDO- ESTRUTURAL DE UM PISTÃO SUBAQUÁTICO UTILIZANDO MÉTODOS ANALÍTICOS E O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

**João Ricardo Lima de Oliveira**

**Armando Sá Ribeiro Junior**

joaoricardo2910@hotmail.com

asrj@ufba.br

Departamento de Estruturas – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas

Universidade Federal da Bahia, Politécnica

Rua Prof. Aristίδes Novais, 2 - Federação, 40210-630, Salvador - BA, Brasil

**Resumo.** *No segmento da indústria de petróleo e gás, quando falamos em prospecção de petróleo, análises acústicas de baixa frequência de fontes como sonares e sondas, tem ganhado bastante visibilidade recentemente. Este fenômeno ainda carece de estudos mais aprofundados para determinar os métodos de cálculo mais pertinentes e que representem melhor as respostas acústicas. É neste cenário que uma comparação entre diferentes métodos de cálculo da resposta da onda se faz necessária.*

*Este trabalho tem como foco comparar a resposta acústica de um pistão subaquático de quatro formas independentes. Dois modelos analíticos são formados, um resolvendo a problemática para um modelo de fluido, de acordo com as equações de Navier-Stokes, enquanto o outro usa a formulação ondulatória, a partir da equação de Helmholtz. Além destes, dois modelos correspondentes são montados, a partir do método de elementos finitos. Um destes se usa de formulação de interação fluido-estrutura (Fluid-Structure Interaction – FSI), enquanto o outro faz uma análise acústica, a partir da equação de Helmholtz. Uma comparação entre os modelos é feita, variando parâmetros como distância e frequência.*

**Palavras-Chave:** *Análise acústica, Análise FSI, Equações de Navier-Stokes, Equação de Helmholtz, Método dos elementos finitos*

## 1 INTRODUÇÃO

No campo da prospecção de petróleo, um problema acústico pouco estudado anteriormente é aquele que envolve fonte acústica de baixa frequência. Esta fonte é usada atualmente por evitar as frequências usadas pela vida marinha, diminuindo bastante o impacto da prospecção de petróleo nos animais ali existentes. Tais fontes possuem um comportamento limítrofe, podendo gerar um fenômeno acústico, ou um fenômeno de interação fluido-estrutura, uma vez apresentarem baixas velocidades e grandes amplitudes. É neste contexto que se faz necessário realizar um estudo comparativo entre os métodos de cálculo da resposta acústica de uma fonte acústica, como o pistão subaquático, e analisar a sensibilidade dos modelos em relação a frequência.

Neste artigo será feita uma comparação entre diferentes modelos de cálculo para a resposta acústica de um pistão subaquático. Entre os métodos de cálculos temos dois métodos analíticos e dois métodos numéricos. O problema foi analisado de forma analítica, usando as equações de Navier-Stokes e a equação de Helmholtz. Para a resolução do problema de forma numérica, o método dos elementos finitos foi utilizado. Primeiramente é utilizada uma abordagem de interação fluido-estrutura e posteriormente é feita uma abordagem ondulatória, no módulo acústico

## 2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

A fonte acústica estudada será um pistão duplo, cilíndrico, com dois metros de altura, submerso em água, como pode ser visto na Figura 1 abaixo. Esta fonte acústica trabalha ao mover seus dois pistões, de forma síncrona, de forma a gerar uma onda acústica senoidal. O pistão acústico tem como objetivo ser utilizado na prospecção de petróleo e mapeamento da geografia marinha, através da captação e estudo das ondas refletidas. Por isso, é preciso ter um modelo matemático que descreva bem o comportamento da resposta acústica do mesmo.

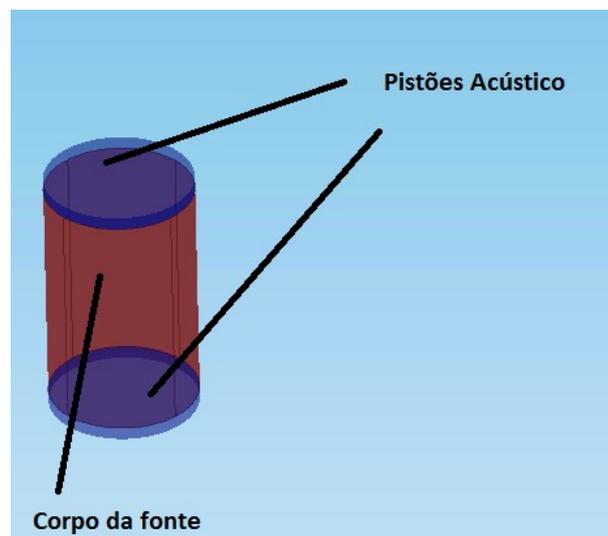


Figura 1 - Modelo do pistão subaquático

Cada pistão tem área de  $1\text{m}^2$  e terá  $\pm 10\text{cm}$  de amplitude de movimento para a frequência inicial de  $2.5\text{Hz}$ .

## 2.1 Abordagem usando as Equações de Navier-Stokes

Quando é feito um estudo do pistão acústico se movendo a baixas frequências e grandes amplitudes, este problema pode ser visto claramente como um problema fluido, e então as equações de Navier-Stokes devem ser as mais indicadas para modelar o sistema. Para este caso, é interessante estudar as equações de Navier-Stokes em coordenadas esféricas, uma vez que é esperado que as ondas acústicas formadas assumam tal formato, quando suficientemente longe da superfície do pistão.

Partindo então da equação da continuidade (PRITCHARD; LEYLEGIAN, 2011), para fluidos incompressíveis tem-se que:

$$\nabla \cdot (\rho v) = 0, \quad (1)$$

onde  $\rho$  é a densidade e  $v$  é a velocidade do fluido. Simplificando essa equação para coordenadas esféricas, e considerando que não haverá fluxo de fluido nas direções polar e azimutal,  $\Theta$  e  $\phi$  (só haverá fluxo na direção radial), obtém-se

$$r^2 \cdot v_r = \alpha, \quad (2)$$

onde  $\alpha$  é uma constante que indica então que existe uma relação entre a distância  $r$  e a velocidade  $v$ , tal que o quadrado da distância multiplicado pela velocidade terá como resultado uma constante, independente da distância escolhida. Está relação é de grande importância, uma vez que com ela é possível definir o campo de velocidades a partir de uma condição inicial.

Partindo também da segunda equação de Navier-Stokes, da conservação do momento,

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + (v \cdot \nabla) v \right) = \rho f - \nabla p, \quad (3)$$

é possível simplifica-la com as mesmas considerações anteriores, e desconsiderando efeito da gravidade e viscosidade e aplicando a equação (2), chega-se a

$$p = -\rho \cdot \left( \frac{-\alpha \cdot \omega}{r} + \frac{3\alpha^2}{4r^4} \right), \quad (4)$$

que possibilita o cálculo do campo de pressões a partir de uma condição inicial para definir a constante  $\alpha$ .

## 2.2 Abordagem usando a Equação de Helmholtz

A equação de Helmholtz é bastante usada na resolução de problemas físicos que envolvem equações diferenciais parciais no espaço tempo, e tem como grande vantagem apresentar os resultados no domínio da frequência, mantendo uma independência em função do tempo.

Segundo (KUTTRUFF, 2007), pode-se chegar ao caso prático da resposta acústica de um pistão através da equação da onda produzida por uma fonte pontual e então, ao considerar essa como sendo a emissão de um elemento de área  $dS$ , é possível integrar ao longo da área do pistão para obter a equação a seguir:

$$p(r, t) = \rho \cdot v \cdot c \cdot \left( e^{j(\omega t - kr)} - e^{j(\omega t - k\sqrt{r^2 + a^2})} \right). \quad (5)$$

Outro ponto importante a ser abordado na equação de Helmholtz, é que existe um campo próximo. A frequência relativamente altas forma-se um campo de pressões que se difere do usual, devido a interferência da onda gerada por diferentes elementos  $dS$  do pistão (KINSLER et al., 2010). Em certos pontos esta interferência chega a ser completamente destrutiva, eliminando a pressão acústica daquele ponto, como pode ser visto na Figura 2 a seguir:

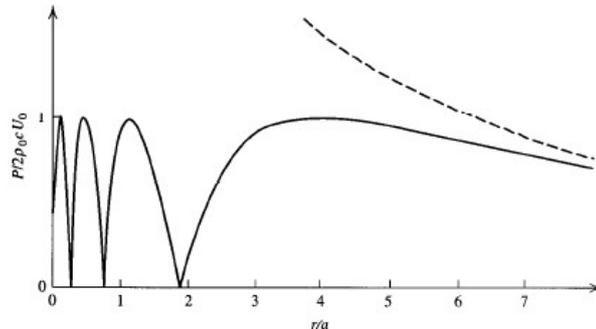


Figura 2 - Comportamento da onda no campo próximo

O campo próximo só deverá aparecer quando a relação da distância pelo raio do pistão satisfizer a equação:

$$\frac{r}{a} = \frac{a}{2 \cdot \lambda} - \frac{\lambda}{2 \cdot a} . \quad (6)$$

Para o raio do pistão de interesse, o efeito do campo próximo só deverá ser observado a partir de 3kHz.

### 2.3 Abordagem usando MEF FSI

Nesta seção será montado um modelo numérico utilizando o método dos elementos finitos (MEF) de interação fluido-estrutura (Fluid-Structure Interaction – FSI) que representará a oscilação do pistão e a conseqüente resposta acústica.

Após a definição do domínio estudado, do pistão acústico e da esfera de influência, com um oitavo de simetria, como pode ser visto na Figura 3, define-se o material do domínio (água) e do pistão (aço).

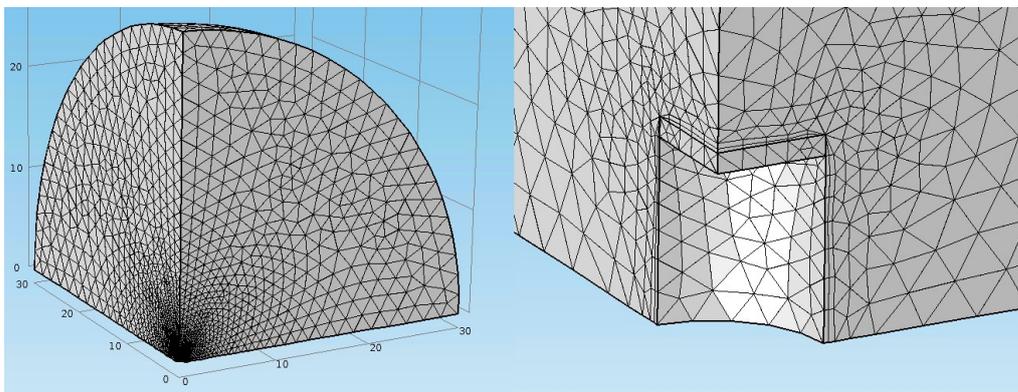


Figura 3 - Modelo MEF FSI

A malha é gerada por elementos tetraédricos em sua maioria, possuindo formato prismático apenas na região de interface com o pistão, de forma a conseguir acomodar melhor

as grandes deformações. Os elementos são do tipo P1+P1, lineares para velocidade e pressão, de forma a diminuir o custo computacional de forma geral (COMSOL, 2012). Estes elementos tem uma tendência a causar instabilidades numéricas, portanto são usados dois algoritmos de estabilização, do tipo Streamline Diffusion e Crosswind Diffusion.

É aplicada condição de fronteira aberta na superfície externa do domínio, para permitir livre passagem e impedir a reflexão da onda. Também são definidas condições de parede na casca cilíndrica e de simetria nos três planos. No pistão é definido um deslocamento imposto de formato senoidal.

## 2.4 Abordagem usando MEF Acústico

Para realizar a análise do problema de acordo com a abordagem acústica através do MEF foram montados dois modelos que serão apresentados a seguir: um modelo 3D e um modelo 2D axissimétrico. Isso ocorre devido a uma limitação do modelo, onde se faz necessário de 3 a 5 elementos quadráticos por comprimento de onda para obter uma boa representação do problema estudado. Para modelos com grandes frequências, e conseqüentemente, pequenos comprimentos de onda, fica inviável atingir esse requisito por limitações computacionais. Então, para frequência elevadas, foi usado o modelo 2D axissimétrico, que possui um custo computacional menor e precisão numérica bastante semelhante.

A malha é formada por elementos quadráticos, tetraédricos na análise em 3D e triangulares na análise 2D axissimétrica, como pode ser visto na Figura 4.

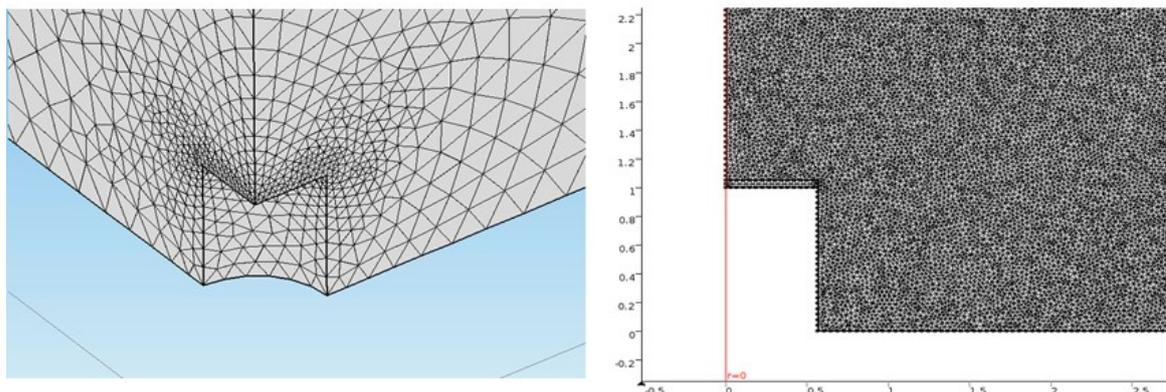


Figura 4 - Modelo MEF Acústico

Para ambas análises, foi necessário considerar condições de contorno para modelar o problema. Condição de amplitude é aplicada no pistão, condição de simetria (e axissimetria, para análise 2D) nos planos. Também é aplicada uma condição de radiação de Bayliss-Turkel, de forma a impedir que a onda se reflita no final do domínio e isto atrapalhe os resultados.

## 2.5 Análise de sensibilidade com a frequência

Todos os modelos apresentados acima passaram por uma análise de sensibilidade com relação à frequência. Neste estudo, varia-se a frequência de oscilação da fonte, e conseqüentemente, da onda. De forma a melhorar a análise de resultados, e diminuir outras fontes de erro, a amplitude será variada de forma proporcional ao inverso do quadrado da frequência. Isto permitirá que o campo de pressão resultante seja na mesma ordem de

grandeza para as diversas amplitudes. As frequências e amplitudes estudadas nessa análise de sensibilidade podem ser vistas na Tabela 1 abaixo.

**Tabela 1 – Valores de amplitude para cada frequência**

Frequência (Hz)	Amplitude (mm)
2.5	100
10	6.25
100	0.0625
1000	0.000625
3000	6.94E-05
10000	6.25E-06

### 3 RESULTADOS

Os resultados apresentados são divididos em resultados em função da distância e resultados em função da frequência

#### 3.1 Resultados em função da distância

Os resultados em função da distância são calculados à uma frequência fixada de 2,5 Hz e uma amplitude de 100mm, e podem ser vistos nas Tabelas 2 e 3 abaixo.

**Tabela 2 – Valores de pressão x distância**

Amplitude de pressão (Pa)	MEF FSI	MEF Aco	Analítico FSI	Analítico Aco
1m	2916.9	2853.8	2750.6	2582.7
5m	570.6	681.7	554.8	553.1
10m	238.5	361.4	277.4	277.2
15m	119.9	246.8	184.9	184.9
20m	58.6	187.5	138.7	138.7
25m	21.0	151.3	111.0	110.9

**Tabela 3 – Valores de SPL x Distância**

SPL (dB)	MEF FSI	MEF Aco	Analítico FSI	Analítico Aco
1m	186.2	186.1	185.8	185.2
5m	172.1	173.7	171.9	171.8
10m	164.5	168.1	165.9	165.8
15m	158.5	164.8	162.3	162.3

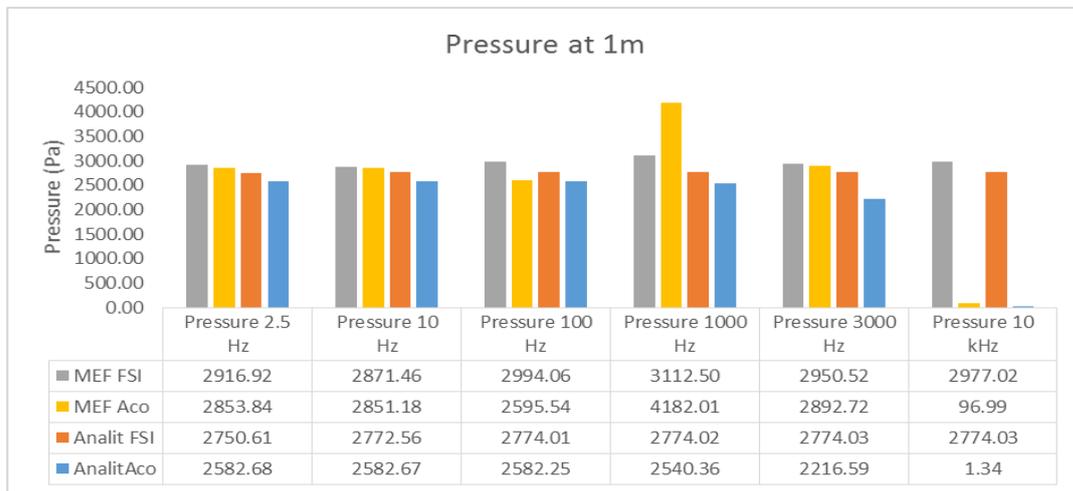
20m	152.3	162.5	159.8	159.8
25m	143.3	160.6	157.9	157.9

As discrepâncias a 1m foram pequenas entre os modelos estudados. Isto indica uma grande representatividade entre os modelos, em pequenas distâncias. A distâncias maiores que 10m, a discrepância aumenta, principalmente no modelo MEF FSI. Uma das possíveis causas para este fenômeno são as perdas devido à viscosidade e turbulência da água, que é desprezada nos modelos analíticos.

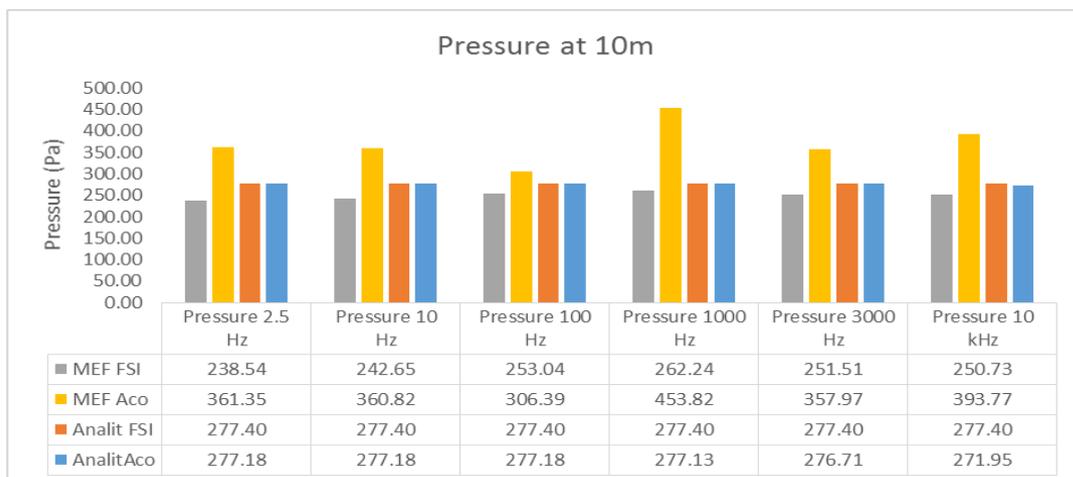
### 3.2 Resultados em função da frequência

Para a análise de sensibilidade a frequência, foram escolhidas frequências entre 2.5 Hz e 10 kHz. Os resultados podem ser vistos nas Tabelas 4 e 5 abaixo.

**Tabela 4 – Valores de Pressão para cada frequência a 1m**



**Tabela 5 – Valores de Pressão para cada frequência a 10m**



É importante notar que para frequências de 2,5 Hz, 10 Hz e 100 Hz foi usado o modelo MEF acústico 3D, e para frequências superiores, foi usado o modelo 2D axissimétrico.

É possível notar também que houve uma boa compatibilidade de resultados entre os métodos de cálculo ao longo da frequência, com uma discrepância no modelo MEF Acústico a altas frequências. É possível perceber também uma grande discrepância no caso de 1m de distância, a 10kHz. Isto se deve pela presença de um campo próximo, não representado pelos modelos em fluidos.

## 4 CONCLUSÃO

O presente trabalho teve como objetivo a comparação entre as respostas acústicas de diferentes métodos de cálculo para um pistão acústico subaquático. A partir desse objetivo, dois modelos analíticos e dois modelos numéricos, através do método dos elementos finitos, foram utilizados.

A baixas frequências e pequenas distâncias, os modelos apresentaram grande compatibilidade de resultados, com discrepâncias pequenas. Com o aumento da distância de observação, inicialmente percebe-se um aumento da discrepância do modelo MEF FSI, em comparação aos demais métodos.

A altas frequências e grandes distâncias, é possível perceber que o modelo MEF Acústico começa a apresentar pressões maiores que os outros modelos. Este efeito pode ser resultante da condição de contorno de Bayliss-Turkel aplicado no limite do domínio.

Também pode ser notado que o modelo analítico por Navier-Stokes e o modelo por MEF FSI não representaram de forma efetiva o efeito do campo próximo. Este foi igualmente bem representado pelo modelo analítico por Helmholtz e pelo modelo por MEF Acústico.

## REFERÊNCIAS

COMSOL. The Structural Mechanics Module User's Guide. 2012.

KINSLER, L. et al. **Fundamentals of Acoustics** **Fundamentals of Acoustics**, 2010.

KUTTRUFF, H. **Acoustics: An introduction**. [s.l: s.n.].

PRITCHARD, P. J.; LEYLEGIAN, J. C. **Introduction to Fluid Mechanics**. [s.l: s.n.].