



CONFIABILIDADE DE PILARES CURTOS DIMENSIONADOS SEGUNDO A NBR 6118:2014 – APRESENTAÇÃO DE UM PROGRAMA COMPUTACIONAL

Raphael Nonato Cabana Vieira

Sofia Maria Carrato Diniz

raphaelncv@gmail.com

diniz_s@yahoo.com

Universidade Federal de Minas Gerais

Av. Antônio Carlos, 6627, Belo Horizonte, MG 31270-901

Resumo. *Os estudos de confiabilidade estrutural via simulação de Monte Carlo exigem um alto número de repetições (simulações) do cálculo da função de desempenho. No caso de pilares de concreto armado submetidos à flexão normal composta o processo de cálculo envolve diversos processos iterativos em cada simulação. Para análise que possuem uma probabilidade de falha na ordem de 10^{-3} o número de 100.000 simulações é suficiente. Como é objetivo estudar a influência de diversos parâmetros na confiabilidade o número de vezes que o mesmo processo de cálculo é repetido facilmente é superior a dezenas de milhões. A otimização do processo de determinação das probabilidades de falha e de índices de confiabilidade implícitos em normas de projeto é necessária e a criação de programas computacionais é imprescindível. O objetivo deste estudo é demonstrar a criação de um programa para análise da confiabilidade de pilares curtos em concreto armado dimensionados segundo a NBR 6118:2014. A análise da confiabilidade desta norma se justifica pela alteração no seu escopo, que até a NBR 6118:2007 possuía recomendações para o projeto de estruturas de concreto com resistência característica à compressão (f_{ck}) entre 30 MPa e 50 MPa (concretos de resistência normal). Na versão NBR 6118:2014 foram incluídos os concreto com f_{ck} entre 55 MPa e 90 MPa (concretos de alta resistência) que possuem comportamento estrutural diferente.*

Palavras-chave: *Confiabilidade Estrutural, Pilares Curtos, Concreto de Alta Resistência, Normas Técnicas, Programação.*

1 INTRODUÇÃO

Estudos realizados em diversos países demonstram a viabilidade econômica do uso do concreto de alta resistência (CAR) em pilares de pavimentos inferiores de construções altas, pontes e estruturas especiais. A NBR 6118:2007 que tinha sua aplicação limitada a concretos com resistência característica até 50 MPa incorporou ao seu escopo na versão NBR 6118:2014 concretos com resistência característica entre 55 e 90 MPa, alinhando-se a normas internacionais.

A NBR 6118:2014 possui simplificações afim de facilitar o procedimento/execução de projetos em estruturas em concreto. No projeto de pilares curtos são significativas as simplificações na resistência aonde são utilizados diagramas tensão \times deformação simplificados para o aço e para o concreto além de coeficientes de minoração nos materiais. Para as solicitações são utilizados coeficientes de majoração das ações. O método onde se utilizam coeficientes de minoração e de majoração (fatores parciais) é conhecido como “Método dos Estados Limites”.

Em estudos de confiabilidade o “Método dos Estados Limites” pode ser classificado como um “método de nível I”. Estes métodos podem ser chamados de semi-probabilísticos, uma vez que para a calibração dos fatores parciais são realizados estudos de confiabilidade estrutural determinando índices de confiabilidade ou probabilidades de falha aceitáveis. Neste trabalho o estudo da confiabilidade de pilares será realizada utilizando o “método de nível III”; para tal as funções de densidade de probabilidade das variáveis básicas serão requeridas. Detalhes sobre níveis dos métodos de confiabilidade podem ser encontrados em Diniz (2008).

Nas estruturas em concreto armado um grande número de parâmetros envolvidos no projeto são incertos. Em especial, neste estudo serão consideradas as seguintes variáveis básicas: dimensões da seção transversal; resistência à compressão do concreto; tensão de escoamento, tensão de ruptura, módulo de elasticidade e limites de deformação do aço, ações permanentes (peso próprio) e variáveis (sobrecarga).

Para a determinação da probabilidade de falha neste trabalho será empregada a “Simulação de Monte Carlo” que é uma técnica matemática utilizada para simular um evento envolvendo um alto número de repetições. Em cada simulação um determinado conjunto de valores das variáveis aleatórias geradas em conformidade com as correspondentes distribuições de probabilidade é utilizado. O problema que antes envolvia variáveis aleatórias poderá ser resolvido de forma determinística. Neste trabalho para a determinação de cada probabilidade de falha foram realizadas 100.000 simulações. Como é objetivo estudar a influência de diversos parâmetros na confiabilidade o mesmo processo de cálculo é repetido dezenas de milhões de vezes.

Assim a criação de um programa de computacional é altamente justificável em estudos de confiabilidade estrutural que envolvem a “Simulação de Monte Carlo”.

No capítulo 2 deste trabalho será apresentada uma breve revisão bibliográfica com a caracterização dos concretos de alta resistência (CAR) e dos concretos de resistência normal (CRN). Serão apresentadas as principais recomendações da NBR 6118:2014 para o projeto de pilares curtos sujeitos à flexão normal composta. A seguir será exposto o problema básico da confiabilidade e algumas observações sobre a simulação de Monte Carlo.

No capítulo 3 serão apresentadas a função de desempenho e as estatísticas das variáveis básicas utilizadas neste estudo de confiabilidade. Já no capítulo 4 será apresentada a estruturação do programa criado e no capítulo 5 alguns resultados obtidos.

Nos capítulos 6, 7 e 8 são apresentadas as conclusões, agradecimentos e referências, respectivamente.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Diferenciação de Concretos de Resistência Normal (CRN) e concretos de Alta Resistência (CAR)

Os CAR são produzidos utilizando cimentos, agregados miúdos e graúdos comuns, porém com um maior cuidado na seleção e dosagem/produção. Como os CAR necessitam de uma menor relação água/cimento é necessária a adição de aditivos para atingir a trabalhabilidade necessária. Como a produção dos concretos de resistência normal (CRN) e do CAR não é diferente concreteiras facilmente conseguem incorporar este material.

A maior diferença entre o CRN e o CAR está nas propriedades físicas e mecânicas dos materiais. A resistência à compressão é uma das propriedades mais importantes do concreto. A resistência está ligada a estrutura interna deste material. Através de ensaios de compressão de corpos de prova são obtidos dados que posteriormente são tratados numericamente obtendo diagramas tensão-deformação, como os mostrados na figura 1.

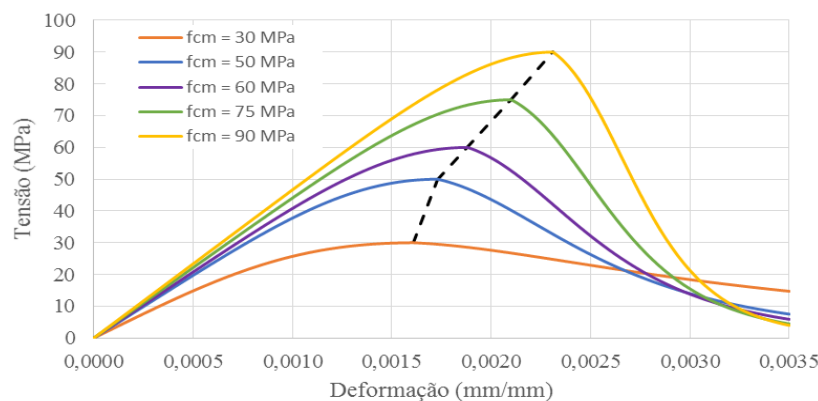


Figura 1– Curvas tensão-deformação para diferentes resistências. Thorenfeldt et al. (1987)

Na obtenção de diagramas tensão-deformação para CAR, pode-se citar os estudos feitos por Thorenfeldt et al. (1987), de Ibrahim e McGregor (1997) e Ozbakkaloglu e Saatcioglu (2004). Neste estudo o concreto será considerado como material não confinado.

A diferença na estrutura interna do concreto é a responsável pela alteração na forma das curvas tensão-deformação. Antes mesmo da aplicação de cargas nos corpos de prova já existem microfissuras na zona de interface entre a pasta e o agregado graúdo. No CAR o grau de fissuração é menor e o concreto tem uma ruptura frágil, sem plastificação.

No CRN, quando o carregamento se aproxima de 25% da resistência final, as fissuras da zona de transição aumentam de comprimento (isto significa que o gráfico tensão-deformação começa a se curvar). Próximo de 70% da resistência final iniciam-se as fissuras na matriz, que se interligam com as da interface, formando um padrão de fissuração contínua. Ocorre uma propagação rápida da fissuração e a curva aumenta sua curvatura a uma razão crescente, até chegar à ruptura que corresponde ao pico da curva. O trecho após o pico é obtido reduzindo a força em uma prensa com deformação controlada (Aitcin, 2000).

No CAR a interface pasta agregado graúdo tem uma menor concentração de fissuras e o estágio da propagação rápida de fissuras começa aproximadamente com 85% ou mais da

resistência final. A ruptura pode ocorrer no agregado graúdo ou na matriz. Os agregados não atuam como barreira para a fissuração, sendo rápida a ruptura. Devido a menor quantidade de fissuras os trechos ascendentes e descendentes das curvas são mais inclinados a medida que o concreto apresenta maior resistência à compressão (Aitcin, 2000).

Ainda das curvas, se observa um aumento na deformação última para concretos com maiores resistências.

2.2 Recomendações da NBR 6118:2014 no projeto de pilares de concreto

A NBR 6118:2014 utiliza o “Método dos Estados Limites” no projeto de estruturas em concreto. São utilizados coeficientes de majoração de ações e minoração da resistência dos materiais como medidas de segurança estrutural, de tal forma que:

$$S_d \leq R_d \quad (1)$$

onde S_d é a ação solicitante de cálculo (projeto) e R_d é a resistência de cálculo (projeto).

2.2.1 Diagrama tensão x deformação do concreto

Afim de simplificar o procedimento de cálculo a NBR 6118:2014 permite a utilização de diagramas tensão x deformação simplificados para o concreto. Para análises no estado limite ultimo são sugeridos o diagrama tensão-deformação idealizado (DTDI) e o bloco de tensões equivalentes (BTE), com parâmetros definidos conforme indicado na figura 2.

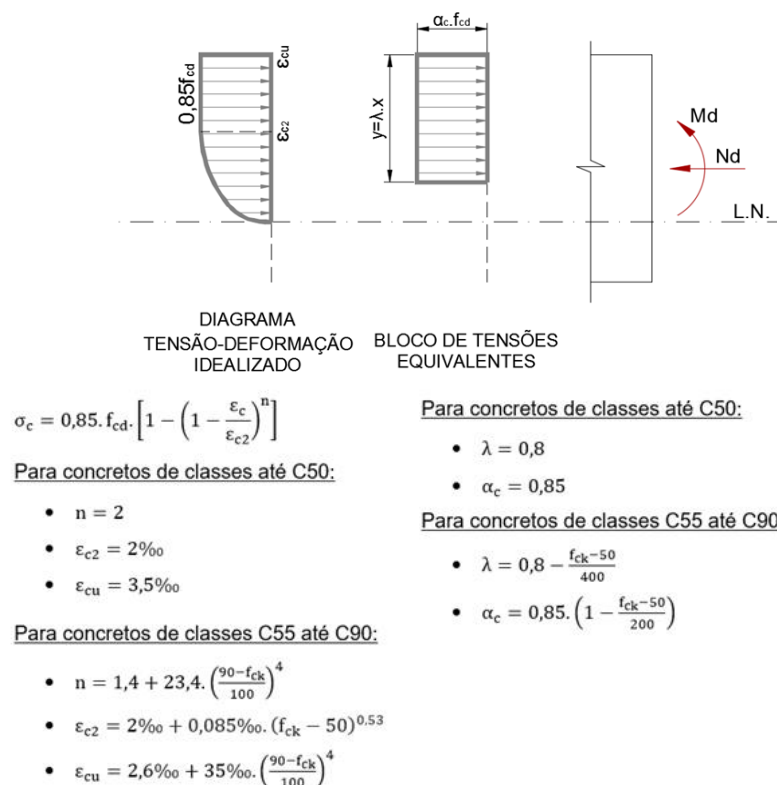


Figura 2– Diagramas tensão-deformação idealizado e bloco de tensões equivalentes sugeridos pela NBR 6118:2014

A resistência de projeto à compressão do concreto é obtida pela equação:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (2)$$

onde f_{ck} é a resistência característica do concreto à compressão medida aos 28 dias e γ_c é o coeficiente de ponderação da resistência do concreto com valor de 1,4 em combinações normais e 1,2 em combinações especiais, de construção ou excepcionais.

2.2.2 Diagrama tensão x deformação do aço

A figura 3 apresenta o diagrama tensão-deformação do aço proposto pela NBR 6118:2014 e o proposto por Park e Paulay (1975).

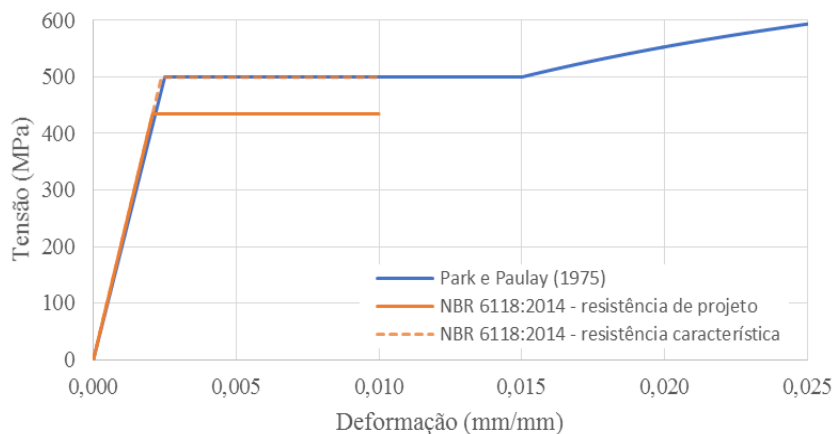


Figura 3– Diagramas tensão-deformação do aço CA-50

A resistência de projeto do aço é obtida pela equação:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (3)$$

onde f_{yk} é a resistência característica do aço e γ_s é o coeficiente de ponderação da resistência do aço com valor de 1,15 em combinações normais, especiais ou de construção e 1,0 em combinações especiais.

2.2.3 Domínios de deformação

Conforme o item 17.2 da NBR 6118:2014, na análise dos esforços resistentes de uma seção de pilar, devem ser consideradas as seguintes hipóteses básicas:

- 1 - as seções transversais se mantêm planas após a deformação, os vários casos possíveis são ilustrados na figura 4 (como consequência a deformação em um ponto é proporcional a sua distância a linha neutra);
- 2 - a deformação das barras passivas aderentes em tração ou compressão deve ser a mesma do concreto em seu entorno (perfeita aderência aço-concreto);
- 3 - as tensões de tração no concreto, normais à seção transversal, devem ser desprezadas no estado limite último (ELU);

4 - Para o encurtamento de ruptura do concreto nas seções parcialmente comprimidas considera-se o valor convencional de ϵ_{cu} (domínios 3, 4 e 4a). Nas seções inteiramente comprimidas (domínio 5) admite-se que o encurtamento da borda mais comprimida, na ocasião da ruptura, varie de ϵ_{cu} a ϵ_{c2} , mantendo-se inalterado e igual a ϵ_{c2} a deformação a uma distância, a partir da borda mais comprimida;

5 - Para o alongamento máximo de ruptura do aço considera-se o valor convencional de 10 ‰ (domínios 1 e 2) a fim de prevenir deformação plástica excessiva;

6 - A distribuição das tensões do concreto na seção se faz de acordo com o item 2.2.1 deste artigo;

7 A tensão nas armaduras deve ser obtida a partir das suas deformações usando os diagramas tensão x deformação, com seus valores de cálculo.

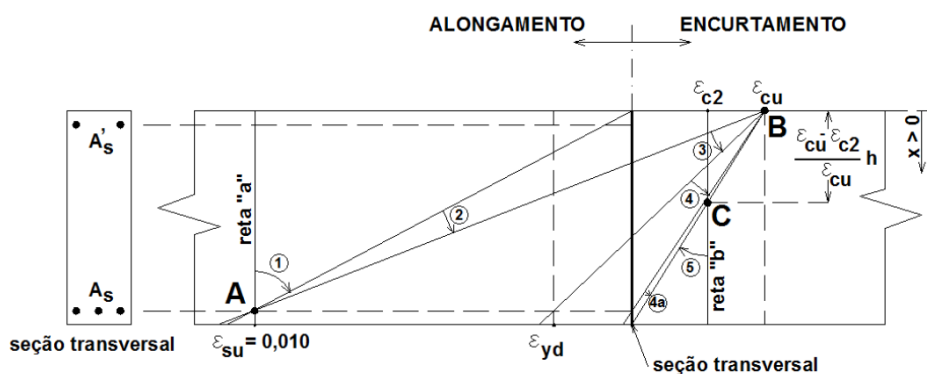


Figura 4– Domínios de deformação (NBR 6118:2014)

2.2.4 Valores de cálculo das ações

A norma NBR 6118:2014 traz em seu item 11 os conceitos necessários à determinação das ações e seus coeficientes de ponderação. As ações são classificadas em permanente, variáveis e excepcionais.

Ações permanentes são aquelas que ocorrem com valores constantes ou de pequena variação em torno de sua média, durante praticamente toda a vida da construção. A variabilidade das ações permanentes é medida num conjunto de construções análogas;

Ações variáveis são aquelas que ocorrem com valores que apresentam variações significativas em torno de sua média, durante a vida da construção;

Ações excepcionais são aquelas decorrentes de causas tais como explosões, choques de veículos, incêndios, enchentes ou sismos excepcionais.

A equação a seguir representa a combinação última normal das ações atuantes na peça ou seção analisada envolvendo uma ação permanente (ou de forma agrupada) e uma ação variável (ou de forma agrupada):

$$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_q F_{qk} \quad (4)$$

onde F_d é o valor de cálculo das ações; F_{gk} é o valor característico das ações permanentes; F_{qk} é o valor característico da ação variável; γ_g é o coeficiente de ponderação das ações permanentes; γ_q é o coeficiente de ponderação das ações variáveis.

A tabela 1 apresenta os coeficientes de ponderação para as ações permanentes, quando as mesmas são consideradas de forma agrupada, ou seja, como se fossem uma só ação permanente. Ainda são apresentados os coeficientes de ponderação para as ações variáveis consideradas conjuntamente, como se fossem apenas uma ação variável.

Tabela 1 – Coeficientes γ_f (NBR 6118:2014)

Combinações de ações	Permanentes (g)		Variáveis (q)	
	D	F	G	T
Normais	1,4 ^a	1,0	1,4	1,2
Especiais ou de construção	1,3	1,0	1,2	1,0
Excepcionais	1,2	1,0	1,0	0,0

onde: D é desfavorável, F é favorável, G representa as cargas variáveis em geral e T é a temperatura.

^a: para as cargas permanentes de pequena variabilidade, como o peso próprio das estruturas, especialmente as pré-moldadas, esse coeficiente pode ser reduzido para 1,3.

2.3 Confiabilidade estrutural

2.3.1 Problema básico da confiabilidade

O problema básico da confiabilidade estrutural se encontra na verificação que a força resistente R seja maior do que a força solicitante S ao longo da vida útil da estrutura. Devido às incertezas na determinação das resistências e das solicitações, a confiabilidade só pode ser tratada em termos probabilísticos, ou seja, $P(R > S)$ (Diniz, 2008).

Procedimento comumente utilizado nas normas de projeto de estruturas o Método dos Estados Limites ou o LRFD (Load and Resistance Factor Design) introduzem fatores de majoração das solicitações e minoração das resistências (método semi-probabilístico). Nas normas atuais, a calibração de tais fatores deve ser feita através dos métodos probabilísticos incorporados na Confiabilidade Estrutural. Estudo da calibração destes fatores através da Confiabilidade Estrutural é encontrado em Szerszen e Nowak (2003).

Para R e S variáveis aleatórias contínuas e estatisticamente independentes, com distribuições de probabilidade conhecidas, a probabilidade de falha P_f é dada pela expressão (Ang e Tang, 1990):

$$P_f = P(R < S) = \int_0^{\infty} F_R(s) f_S(s) ds. \quad (5)$$

onde $F_R(\cdot)$ é a função acumulada da variável R e $f_S(\cdot)$ é a função densidade de probabilidade da variável S. Como mostra a figura 5 a probabilidade de falha está associada à região de sobreposição das curvas $f_R(r)$ e $f_S(s)$. Observa-se que a região de sobreposição depende das posições relativas de $f_R(r)$ e $f_S(s)$, ou seja, mantidas as posições das médias e aumentando a dispersão ou mantidas as dispersões e aproximando as médias, P_f aumenta.

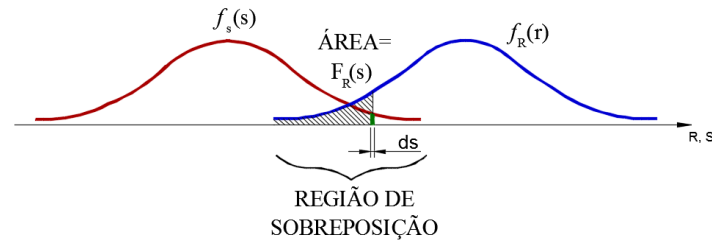


Figura 5 – Função densidade de probabilidade $f_R(r)$ e $f_S(s)$ e interpretação da Equação 1.

A variável M , onde $M = R - S$, é conhecida como “margem de segurança”. Dado que R e S são variáveis aleatórias, M também é uma variável aleatória com função densidade de probabilidade $f_M(m)$. A falha ocorrerá se M for negativo ($M < 0$). Para R e S estatisticamente independentes e seguindo distribuições normais, M também terá distribuição normal com média μ_M e desvio padrão σ_M dados por:

$$\mu_M = \mu_R - \mu_S \quad (6)$$

$$\sigma_M = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (7)$$

onde μ_R e σ_R , μ_S e σ_S são média e desvio padrão das variáveis R e S , respectivamente. Nesse caso a probabilidade de falha, P_f , pode ser obtida de forma exata por:

$$P_f = \Phi(-\beta) = 1 - \Phi(\beta) \quad (8)$$

Na Eq. (8), Φ é a função distribuição acumulada da variável normal padrão, e β :

$$\beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (9)$$

Esta probabilidade de falha é dada pela área hachurada da figura 6 onde observa-se que o índice de confiabilidade β pode ser interpretado como a distância em termos do número de desvios padrão entre a média μ_M e a condição limite dada por $M = 0$.

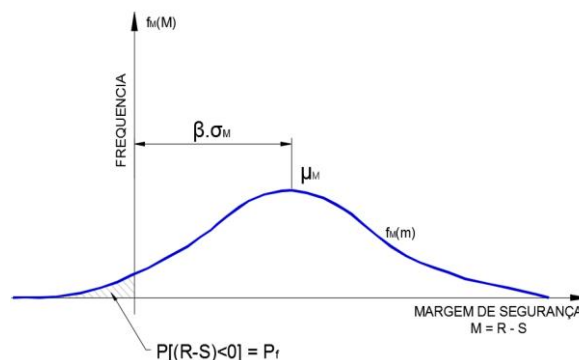


Figura 6 – Função densidade de probabilidade da margem de segurança, probabilidade de falha e índice de confiabilidade (Ang e Tang, 1990)

De uma forma mais geral R e S podem ser funções de várias variáveis aleatórias $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$. A função de desempenho da estrutura pode ser definida como:

$$g(\mathbf{X}) = g(X_1, X_2, \dots, X_n). \quad (10)$$

Entende-se então que: $g(\mathbf{X}) > 0$: região de segurança do sistema; $g(\mathbf{X}) = 0$: estado limite; do sistema; $g(\mathbf{X}) < 0$: região de falha do sistema.

Geometricamente, a equação do estado limite, $g(\mathbf{X}) = 0$, é uma superfície n -dimensional, denominada “superfície de falha”. Em um lado desta superfície está a região de segurança, $g(\mathbf{X}) > 0$, enquanto do outro lado, a região de falha, $g(\mathbf{X}) < 0$. Uma medida da confiabilidade pode ser dada pela distância mínima da superfície $g(\mathbf{X}) = 0$ até a origem das variáveis reduzidas. O ponto na superfície de falha com distância mínima até a origem é conhecido como ponto mais provável de falha (Ang e Tang, 1990).

2.3.2 Simulação de Monte Carlo

A Simulação de Monte Carlo (SMC) envolve a repetição de um processo de simulação, usando em cada simulação um conjunto particular de valores das variáveis aleatórias geradas em conformidade com as correspondentes distribuições de probabilidade. Ao repetir o processo, uma amostra de realizações, cada uma correspondendo a um conjunto diferente de valores das variáveis aleatórias, é obtida. Uma amostra da SMC é semelhante a uma amostra de observações experimentais. A SMC é de especial interesse em problemas que não possuem soluções analíticas fechadas, tal como na análise de confiabilidade de pilares em concreto armado via diagramas de interação N, M . Dois itens são necessários para a SMC: (i) uma relação determinística para descrever a resposta da estrutura, e (ii) as distribuições de probabilidades de todas as variáveis envolvidas no cálculo da resposta (Diniz, 2008). Uma tarefa fundamental na SMC é a geração de valores apropriados das variáveis aleatórias (isto é, números aleatórios).

O uso da SMC na avaliação do desempenho estrutural pode ser feito com os seguintes objetivos:

- obter as estatísticas (média, desvio padrão e tipo de distribuição) da resposta da estrutura em análise. Neste caso, primeiro uma amostra da resposta é obtida, em seguida, uma distribuição de probabilidade é ajustada aos dados da amostra e os parâmetros da distribuição são estimados;

- calcular a probabilidade de desempenho insatisfatório da estrutura para um dado estado limite. Neste caso, uma função de desempenho é estabelecida e uma amostra dos possíveis resultados é simulada. O número de desempenhos insatisfatórios é contado, e a probabilidade de falha é obtida pela taxa de desempenhos insatisfatórios.

O programa computacional apresentado a seguir tem como objetivo o cálculo da probabilidade de falha de pilares de concreto armado projetados segundo a ABNT NBR 6118:2014 para o estado limite último.

3 CONFIABILIDADE ESTRUTURAL DE PILARES DE CONCRETO ARMADO

3.1 Função de desempenho: critério de falha

Na grande maioria dos casos o pilar está sujeito a carga axial e momento fletor, assim a falha é em grande parte dependente do caminho seguido na interação dos esforços, ou seja, distintos critérios podem ser utilizados para descrever a falha do pilar, cada um deles com suas vantagens e desvantagens (Diniz e Frangopol, 1997).

Em 1962, Tichý e Vorlicek observaram que o cálculo da segurança de um pilar de concreto armado depende da trajetória até a falha e o correspondente critério de falha adotado. Pela figura 7 observam-se as seguintes trajetórias até a falha: (i) LA – Momento M constante; (ii) LB – distância mínima (P e M não correlacionados); (iii) LC – excentricidade e constante (correlação perfeita entre P e M); e (iv) LD – carga axial P constante. Contudo a maioria dos estudos refere-se à excentricidade e constante (Israel *et al.*, 1987; Mirza e Skrabek, 1991, 1992; Ruiz e Aguillar, 1994; Diniz e Frangopol, 1998). Vale lembrar que, “excentricidade e constante” é o critério usualmente adotado no projeto de pilares de concreto armado.

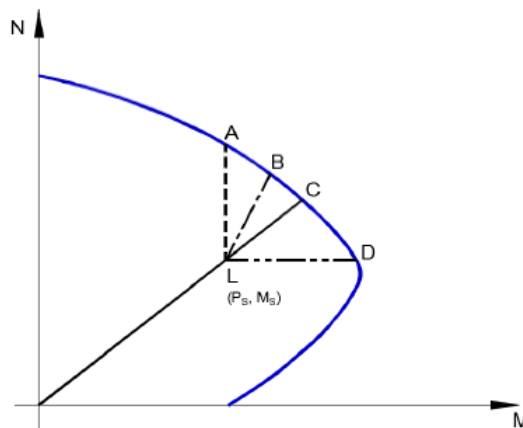


Figura 7 – Diferentes trajetórias até a falha para pilares de concreto armado (Diniz e Frangopol, 1997)

Adotando como critério de falha aquele associado a excentricidade e constante, tem-se a seguinte equação para o estado limite (Diniz e Frangopol, 1997):

$$g(\mathbf{X}) = \left[P_R^2 + \left(\frac{P_R \cdot e}{h} \right)^2 \right]^{1/2} - \left[P_S^2 + \left(\frac{P_S \cdot e}{h} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (11)$$

onde \mathbf{X} é vetor das variáveis básicas, $\mathbf{X} = \{P_R, P_S\}$; P_R é a resistência axial do pilar para uma dada excentricidade e e P_S é a solicitação axial agindo no pilar. h é a altura da seção transversal do pilar.

Este critério de falha é apresentado graficamente na figura 8, onde o diagrama em azul representa o domínio da resistência e o em vermelho a solicitação, e a equação (11) pode ser entendida como a condição em que a margem de segurança se anula para uma dada excentricidade.

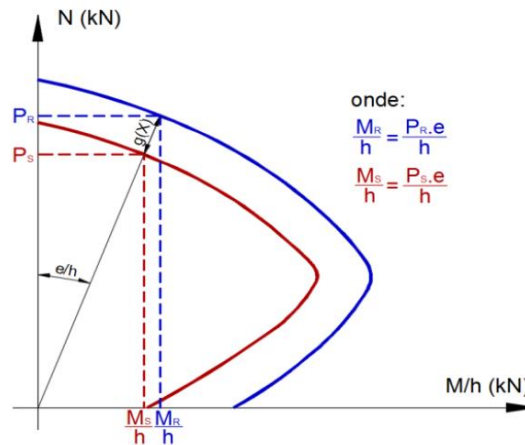


Figura 8 – Representação gráfica da equação 11

3.2 Variáveis básicas associadas à resistência

3.2.1 Variabilidade na resistência à compressão do concreto

Um fato bem conhecido é que a resistência do concreto depende do grau do controle de qualidade em todas as fases de sua produção. Segundo a NBR 6118, os valores característicos f_k das resistências são os que, num lote de material, têm uma determinada probabilidade de serem ultrapassados, no sentido desfavorável para a segurança. Para os efeitos dessa norma, a resistência característica à compressão do concreto f_{ck} é admitida como sendo o valor que tem apenas 5% de probabilidade de não ser atingido pelos elementos de um dado lote de material. A resistência característica do concreto f_{ck} é dada por (NBR 12655:2015):

$$f_{ck} = f_{cm} - 1,65 \cdot S_d \quad (12)$$

onde f_{cm} é a resistência média do concreto à compressão medida nos corpos de prova; S_d é o desvio padrão.

3.2.2 Variabilidade na resistência ao escoamento do aço

De acordo com a NBR 12655:2015, a resistência característica ao escoamento do aço f_{yk} é admitida como sendo o valor que tem 5% de probabilidade de não ser atingido pelos elementos de um dado lote de material, sendo definido pela expressão:

$$f_{yk} = \mu_{aço} \cdot (1 - 1,65 \cdot V_{aço}) \quad (13)$$

onde $V_{aço}$, $\mu_{aço}$ e $S_{aço}$ são, respectivamente, o coeficiente de variação ($V_{aço} = S_{aço} / \mu_{aço}$), a resistência média e o desvio padrão da resistência ao escoamento do aço.

3.2.3 Variabilidade nas dimensões

As imperfeições geométricas nas peças de concreto armado surgem durante diferentes fases da construção. Variações nas dimensões e no formato, por exemplo, dependem

principalmente do tamanho, da forma e da qualidade das fôrmas usadas, além das operações de concretagem e vibração. Por estas razões, imperfeições geométricas variam de país para país, região para região e, até, de estrutura para estrutura, dependendo da qualidade das técnicas de construção, dos equipamentos e do treinamento do pessoal local (Mirza e MacGregor, 1979).

3.2.4 Erro do modelo

Além das incertezas inerentes às variáveis pertinentes ao problema em questão, a análise da confiabilidade deve incluir a incerteza do modelo relacionado à formulação do estado limite relevante. O erro do modelo pode ser assumido como função da excentricidade relativa, ou seja, da razão entre a excentricidade e a altura da seção transversal considerada, “e/h” (Mirza e MacGregor, 1989 & Mirza e Skrabek, 1992). A figura 9 apresenta o coeficiente de variação adotado neste trabalho. Deve-se observar que o coeficiente de variação depende do modo de falha do pilar (esmagamento do concreto ou escoamento do aço), para os pilares sujeitos a flexão normal composta.

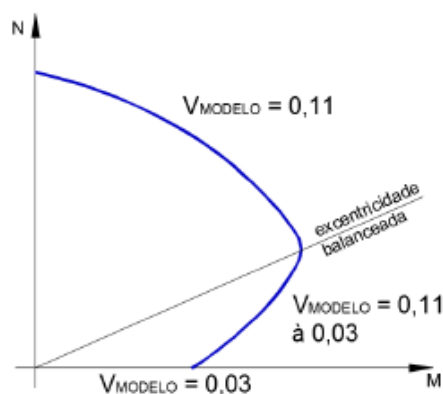


Figura 9 – Coeficiente de variação do erro do modelo como função da excentricidade (Fonte: Diniz e Frangopol, 1997)

3.3 Variáveis básicas associadas à solicitação

A maior parte das combinações de cargas envolvendo cargas gravitacionais é representada pela soma da carga permanente com a carga variável. As combinações de ações gravitacionais governam os projetos em muitas situações práticas e são particularmente importantes (Galambos et al. 1982).

Galambos et al. (1982), baseados no estudo realizado por Ellingwood et al. (1980) propuseram as estatísticas apresentadas na tabela 2, e que são adotadas para as ações consideradas neste estudo.

Tabela 2 – Estatística das ações utilizadas, Galambos et al. (1982)

Tipo de ação	μ/F^a	Coefficiente de variação	Tipo de distribuição
Carga Permanente	1,05	0,10	Normal
Carga Variável	1,00	0,25	Valores Extremos tipo I

^a: quociente da média pela carga característica não majorada

4 PROGRAMA PARA DETERMINAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA E ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DE PILARES VIA SMC

A figura 10 apresenta o fluxograma geral para a determinação da probabilidade de falha e o correspondente índice de confiabilidade de pilares curtos de concreto armado.

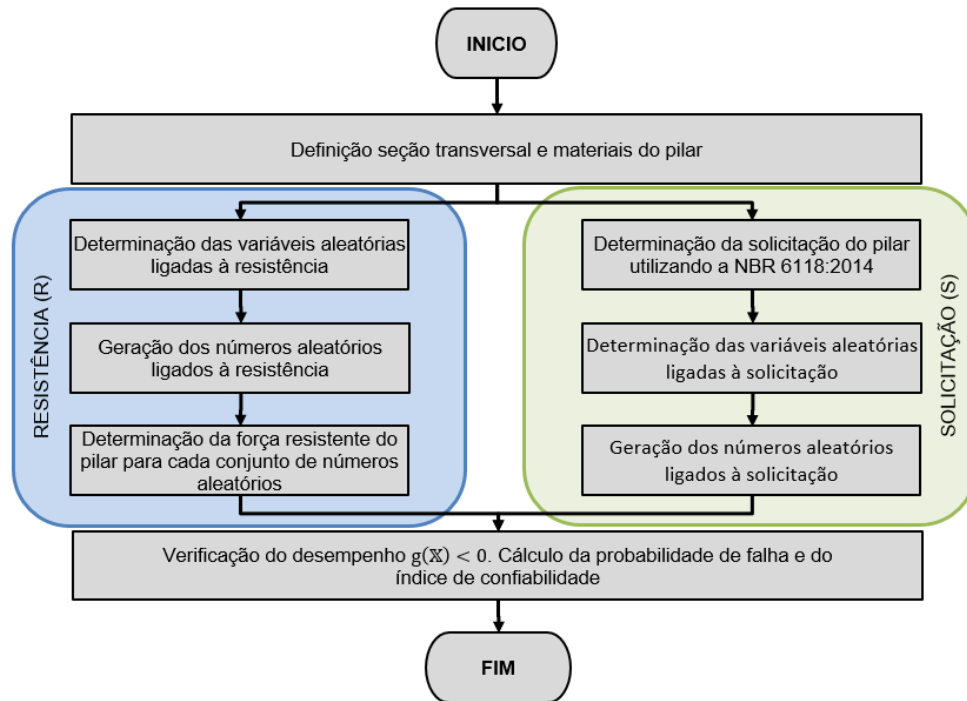


Figura 10– Fluxograma geral para a determinação da probabilidade de falha e índice de confiabilidade de pilares

O programa foi desenvolvido no software Matlab como parte integrante da pesquisa aqui apresentada. Pretende-se neste trabalho analisar diferentes seções transversais (geometrias e armaduras), resistências dos materiais e razões de carregamentos. A seguir será descrito detalhadamente o funcionamento das principais partes do programa.

4.1 Definição dos dados de entrada

Como parte dos dados de entrada do programa devem ser escolhidas a seção transversal (largura, altura, posição e diâmetro das barras longitudinais, cobrimento, etc) e as propriedades mecânicas dos materiais (resistência característica à compressão do concreto, resistência característica do aço, etc) a serem analisadas.

Para a SMC, as estatísticas (média, desvio padrão, coeficiente de variação e distribuição de probabilidades) das variáveis básicas são requeridas. Neste trabalho são utilizadas as estatísticas apresentadas por Gomes *et al.* (1997), Diniz e Frangopol (1997), Mirza e Skrabek (1991), Mirza e MacGregor (1989) e NBR 12655:2015, conforme seção 3.2.

4.2 Geração de números aleatórios associados às resistências e solicitações

Conforme supracitado para a realização de uma SMC é necessária a geração de números aleatórios conforme a distribuição de probabilidades prescrita. Os procedimentos geralmente utilizados para a geração de números aleatórios que seguem distribuições não uniformes envolvem uma transformação matemática de números aleatórios de distribuição uniforme (Banks et al. 1990). Procedimentos para a obtenção de números aleatórios são encontrados em Ang e Tang (1990). Para a geração de números aleatórios com distribuições normais, lognormais e de valores extremos do tipo I (Gumbel) foram utilizadas ferramentas estatísticas do software Matlab.

4.3 Determinação da força resistente

A determinação da força resistente é realizada considerando que os números aleatórios obtidos anteriormente ao serem tomados ainda de forma aleatória geram configurações determinísticas. Para cada conjunto de números aleatórios, através de um procedimento numérico, é obtido um valor de resistência. O procedimento numérico utilizado encontra-se detalhado na figura 11. Foram realizadas as seguintes considerações para a obtenção do equilíbrio estático: (i) seção discretizada em um grande número de faixas horizontais (100 faixas); (ii) distribuição de deformação linear; (iii) resistência à tração do concreto negligenciada; e (iv) tensões no concreto e barras de aço calculadas em cada faixa.

A avaliação do equilíbrio estático é realizada através das equações:

$$P_R = \sum_{j=1}^n R_{c_j} + \sum_{i=1}^n R_{s_i} \quad (14)$$

$$M_R = P_R \cdot e = \frac{P_R \cdot h}{2} + \sum_{j=1}^n R_{c_j} \cdot y_{c_j} + \sum_{i=1}^n R_{s_i} \cdot y_{s_i} \quad (15)$$

onde R_{c_j} é a resistência da faixa do concreto j para uma determinada tensão calculada conforme Thorenfeldt *et al.* (1987) vezes o fator k_2 ; k_2 é um fator que relaciona a resistência do concreto à compressão nos corpos-de-prova e na estrutura; R_{s_i} é a resistência da barra de aço i para uma determinada tensão calculada conforme Park e Paulay (1975); y_{c_j} é a distância da face inferior da seção transversal do pilar até o centro da faixa de concreto j ; y_{s_i} é a distância da face inferior da seção transversal do pilar até o centro da barra de aço i .

A partir da equação (15) foi obtida a equação a seguir:

$$P_R = \frac{\sum_{j=1}^n R_{c_j} \cdot y_{c_j} + \sum_{i=1}^n R_{s_i} \cdot y_{s_i}}{\left(e - \frac{h}{2} \right)} \quad (16)$$

Pode-se avaliar o equilíbrio estático por:

$$\text{Ver}_0 = P_R^{\text{EQ.14}} - P_R^{\text{EQ.16}} = \left[\sum_{j=1}^n R_{c_j} \cdot \left(e - \frac{h}{2} \right) - \sum_{j=1}^n R_{c_j} \cdot y_{c_j} \right] + \left[\sum_{i=1}^n R_{s_i} \cdot \left(e - \frac{h}{2} \right) - \sum_{i=1}^n R_{s_i} \cdot y_{s_i} \right] \quad (17)$$

O equilíbrio estático é atingido quando a equação (17) é igual a 0. Valores negativos indicam que a posição da linha neutra é inferior à posição que corresponde ao equilíbrio estático e valores positivos indicam que a posição da linha neutra é superior à posição que corresponde ao equilíbrio estático.

Logo, pela equação (17) foi definida a posição da linha neutra adotando uma precisão de 10^{-3} cm. Posteriormente foi determinado o valor de P_R pelas equações (14) e (16), admitindo uma diferença percentual máxima de 1,0%.

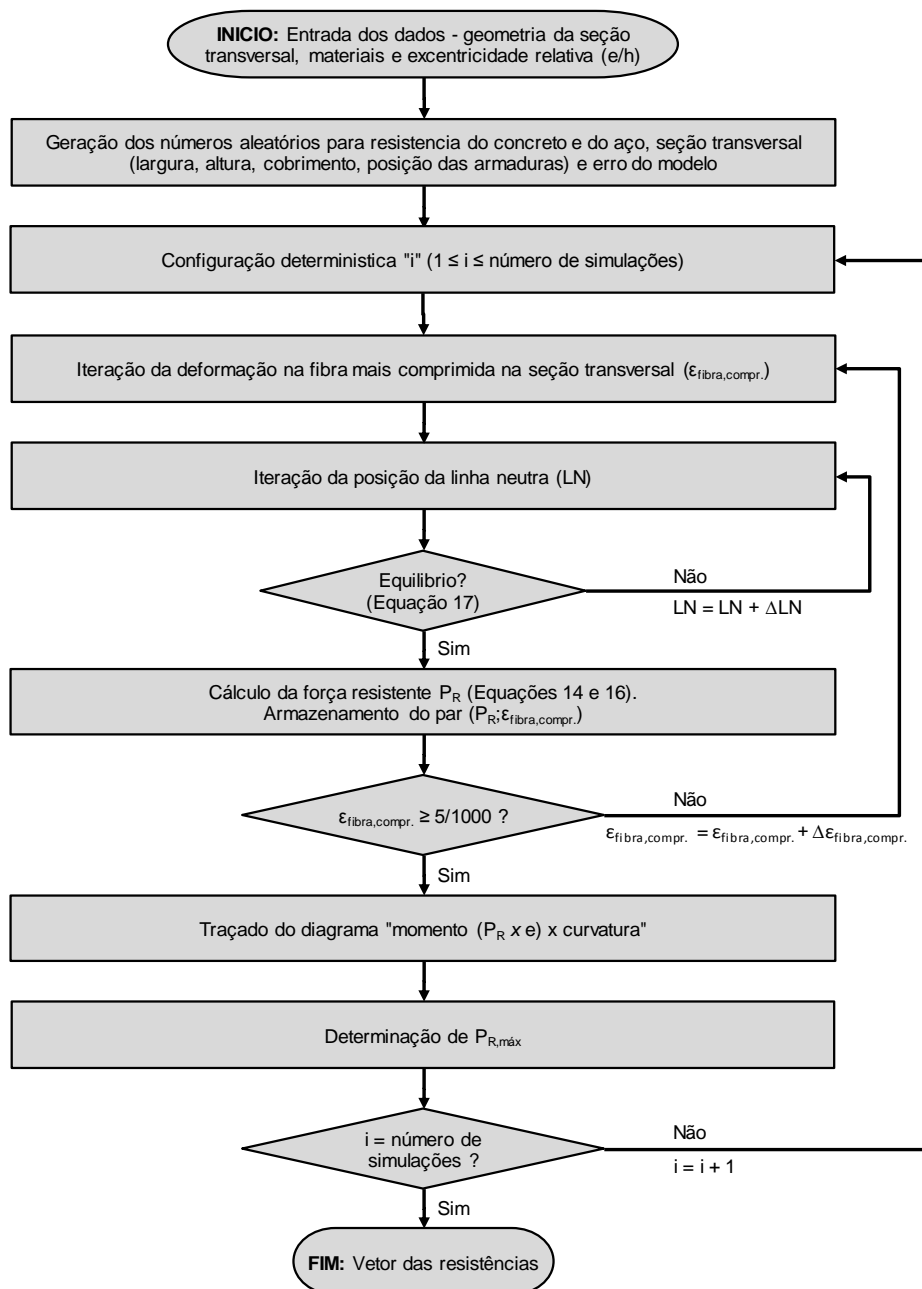


Figura 11– Fluxograma para a determinação da resistência do pilar para a excentricidade e/h

4.4 Determinação da força solicitante

Para a determinação da força solicitante é assumido que a força solicitante de projeto seja idêntica à resistência de projeto do pilar em análise. A resistência de projeto, por sua vez, é calculada conforme os critérios normativos em questão, no caso deste trabalho a ABNT NBR 6118:2014. Dois valores distintos foram obtidos para a resistência de projeto (R_d) (ver seção 2.2): um para o bloco tensão-deformação idealizado (BTDI) e outro para o bloco de tensões equivalente (BTE). O procedimento utilizado é detalhado na figura 12.

Posteriormente, deste valor obtido e para uma determinada razão de carregamento “r” (Carga Permanente / Carga Variável) são gerados os vetores de números aleatórios correspondentes. Este vetor R_d então é considerado como a solicitação P_s na equação (11). As médias para carga permanente e variável são obtidas, respectivamente, por:

$$\mu_{C.Permanente} = \frac{P_s}{\frac{\gamma_g}{(\mu/F)_{C.Permanente}} + \frac{\gamma_q}{(\mu/F)_{C.Variável}} \cdot \frac{1}{r}} = \frac{P_s}{1,33 + \frac{1,4}{r}} \quad (18)$$

$$\mu_{C.Variável} = \frac{\mu_{C.Permanente}}{r} \quad (19)$$

os valores de γ_g e γ_q utilizados estão na tabela 1 e de μ/F na tabela 2.

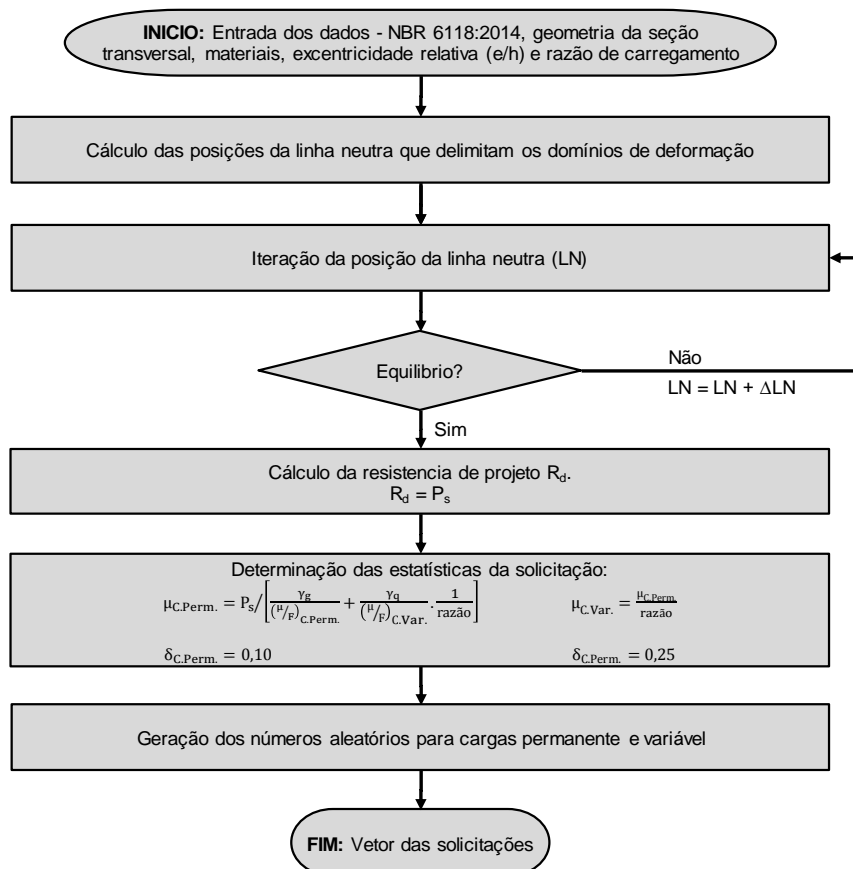


Figura 12– Fluxograma para a determinação da solicitação do pilar para excentricidade e/h

4.5 Determinação da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade

Para cada um dos n pares de valores P_R e P_S obtidos, a função de desempenho é calculada (equação 11). Por este processo obtém-se a distribuição de probabilidade de $g(X)$. A falha ocorre quando a condição limite é violada, isto é $g(X) < 0$. A probabilidade de falha P_f é calculada a partir da probabilidade acumulada para a função $g(X)$ no ponto zero, ou seja, $P[g(X) < 0]$.

Para 100.000 simulações e uma probabilidade de falha estimada de 10^{-3} o percentual de erro é de 20%, ou seja, probabilidade de falha é de $0,001 \pm 0,0002$. É interessante notar que tal margem de erro é plenamente satisfatória para a avaliação de níveis de confiabilidade implícitos em projetos semiprobabilísticos.

O método de confiabilidade usado neste trabalho foi o de nível III, portanto, a probabilidade de falha é empregada como medida da confiabilidade. Contudo, para facilitar (i) a comparação com dados disponíveis na literatura para índices de confiabilidade objetivo utilizados na calibração de norma, e (ii) a apresentação dos resultados, os índices de confiabilidade β também foram calculados. Para isso foi usada a relação $P_f = \Phi(-\beta)$, onde $\Phi(\cdot)$ representa a função de distribuição acumulada da variável Normal padrão.

5 NÍVEIS DE CONFIABILIDADE IMPLÍCITOS NA ABNT NBR 6118:2014

A probabilidade de falha e o correspondente índice de confiabilidade foram obtidos, a partir programa computacional aqui apresentado, para 800 pilares. A seguir são apresentados os resultados obtidos para 30 pilares com a seção transversal apresentada na figura 13 e as seguintes características:

- 5 resistências à compressão do concreto (f_{ck}): 30, 50, 60, 75 e 90 MPa;
- 3 excentricidades relativas (e/h): 0,05; 0,15 e 0,25;
- 1 razão de carregamento ($\mu_{\text{Carga Permanente}} / \mu_{\text{Carga Variável}}$): 2,0;

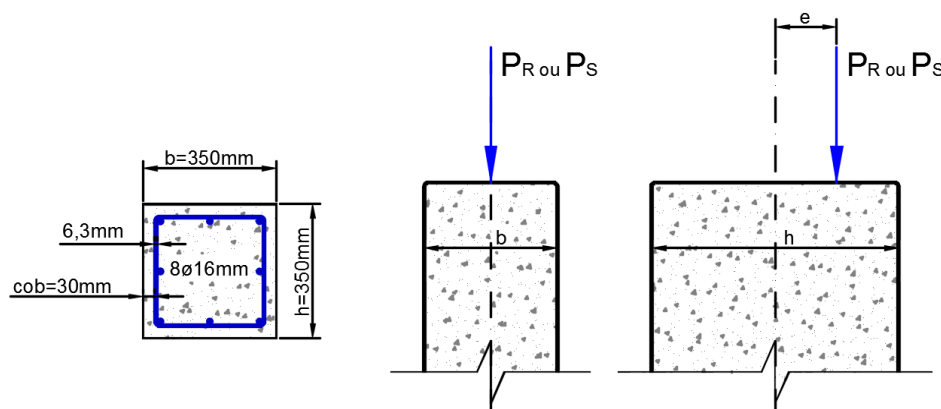


Figura 13– Seção transversal calculada

Dois diagramas tensão \times deformação do concreto são considerados na determinação da força resistente (e conseqüentemente na força solicitante): DTDI e BTE (ver seção 2.2.1). A figura 14 apresenta os diagramas de interação para pilar com concreto de f_{ck} igual a 75 MPa. Observa-se que existem diferenças entre os diagramas, principalmente para excentricidades menores que a balanceada. As diferenças são devidas ao fato do DTDI atribuir um valor fixo de $0,85.f_{cd}$ para tensões últimas, enquanto o BTE atribui um valor de $\alpha_c.f_{cd}$ com α_c menor que

0,85 para CAR (ver figura 2). Logo, as probabilidades de falha (e os correspondentes índices de confiabilidade) obtidas pelos dois métodos serão diferentes.

Ao se analisar os domínios de deformação (figura 4), $e/h = 0,05$ encontra-se no domínio 5 (compressão não uniforme, sem tração) e $e/h = 0,15$ e $0,25$ encontram-se no domínio 4 (flexão normal composta com ruptura à compressão do concreto e aço tracionado sem escoamento). A figura 15 apresenta o índice de confiabilidade obtido para as configurações acima descritas. Observa-se que para $e/h = 0,05$ o índice de confiabilidade aumenta à medida que o f_{ck} aumenta para o DTDI e para o BTE. Observa-se que para o CAR o BTE apresenta índices de confiabilidade maiores que aqueles obtidos pelo DTDI.

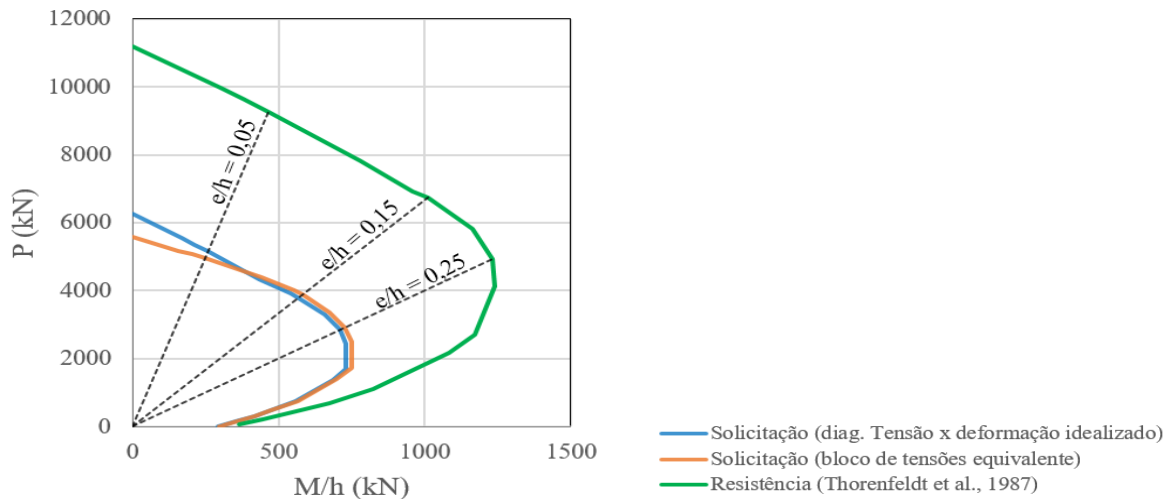


Figura 14– Diagrama de interação da seção transversal calculada ($f_{ck} = 75$ MPa)

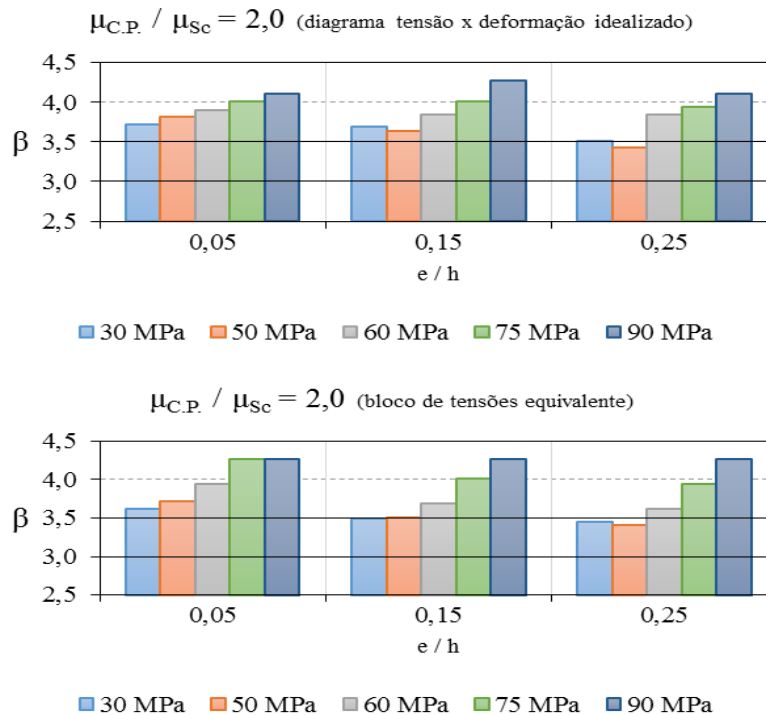


Figura 15– Índices de confiabilidade obtidos

Para $e/h = 0,15$ e $0,25$ observa-se que no CRN o índice de confiabilidade diminui com o aumento da resistência. A mudança na tendência ocorre porque, conforme detalhado na seção 2.2, a ABNT NBR 6118:2014 prescreve distintas formulações para os diagramas tensão \times deformação para CRN e CAR. Para os CAR observa-se que o índice de confiabilidade aumenta à medida que o f_{ck} aumenta.

Uma discussão mais abrangente sobre a influência de diversos fatores (resistência à compressão do concreto, seção transversal, taxa de armadura longitudinal, excentricidade relativa, razão de carregamento e diagrama tensão-deformação utilizado no projeto) nos níveis de confiabilidade implícitos nas recomendações da NBR 6118:2014 são apresentadas na dissertação de mestrado do primeiro autor desenvolvida sob a supervisão da segunda autora, no PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS – PROPEEs, UFMG.

6 SUMÁRIO E CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentado o procedimento para a implementação de um programa computacional a partir do software MATLAB para a análise de confiabilidade de pilares curtos submetidos à flexão normal composta. Foi apresentado o critério de falha selecionado, o qual corresponde à força axial e momento fletor perfeitamente correlacionados (excentricidade constante). A partir do critério de falha foram apresentados fluxogramas e procedimentos adotados na criação deste programa. Foram apresentados os índices de confiabilidade para um pilar curto com diferentes valores de f_{ck} e excentricidades. As informações aqui obtidas são utilizadas na avaliação dos níveis de confiabilidade implícitos no projeto de pilares em CAR, submetidos à flexão normal composta, projetados segundo a NBR 6118:2014, trabalho que está sendo desenvolvido pelo primeiro autor em sua dissertação de mestrado no PROPEEs-UFMG, sob orientação da segunda autora.

7 AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio das agências brasileiras CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico), à FAPEMIG (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais) e à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior).

Os autores ainda agradecem à Caltra Projetos e Consultoria pela liberação do primeiro autor para realização desta pesquisa de mestrado no PROPEEs/UFMG.

8 REFERÊNCIAS

Aïtcin, P. C., 2000. *Concreto de alto desempenho*. Pini.

Ang, A. H. E Tang, W. H., 1990. *Probability Concepts in Engineering Planning and Design – Decision, Risk and Reliability*. Vol. II, John Wiley & Sons. EUA.

Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2014. *Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento* (ABNT NBR 6118:2014).

- Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2007. *Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento* (ABNT NBR 6118:2007).
- Associação Brasileira e Normas Técnicas, 2015. *Concreto – Preparo, Controle e Recebimento*. (ABNT NBR 12655:2015).
- Banks, J., Goldsman, D. E Carson, J.S., 1990. *Computer Simulation, Statistical Methods for Engineers and Scientists*, ed. H.M. Wadsworth, pp. 12.1-12.36.
- Diniz, S. M. C., 2008. *Structural Reliability: Rational Tools for Design Code Development*. ASCE.
- Diniz, S. M. C., Frangopol, D. M., 1997. *Reliability Bases for High-Strength Concrete Columns*. Journal of Structural Engineering, ASCE, 123(10).
- Diniz, S.M.C., Nogueira, H.A.T., 2008. *NBR 6118 and High-Strength Concrete Columns: Designing for Safety beyond 50 MPa*, 8th International Symposium on Utilization of High-Strength and High-Performance Concrete, Tokyo, Japan Concrete Institute.
- Gomes, H. M., Awruch, A. M., Rocha, M. M., 1997. *Análise da Confiabilidade no Projeto de Estruturas de Concreto Armado*. Jornadas Sul-Americanas de Engenharia Estrutural, São Carlos, pp. 99-108.
- Ibrahim, H. H. And MacGregor, J. G., 1997. *Modification of ACI Rectangular Stress Block for High-Strength Concrete*, ACI Structural Journal, Vol. 94.
- Mirza, S. A., MacGregor, J. G., 1989. *Variability of Mechanical Properties of Reinforced Bars*. Journal of Structural Division, ASCE.
- Mirza, S. A., Skrabek, B. W., 1991. *Reliability of Short Composite Beam-Column Strength Interaction*. Journal of Structural Engineering, ASCE, 117(8), 2320-2321.
- Ozbakkaloglu, T. E E Saatcioglu, M., 2004. *Rectangular Stress Block for High-Strength Concrete*, ACI Structural Journal, V.101, No 4.
- Szerszen, M.M., Nowak, A.S., 2003. *Calibration of Design Code for Buildings (ACI 318): Part 2 - Reliability Analysis and Resistance Factors*, ACI Structural Journal, ACI, 100(3).
- Thorenfeldt, E., Tomaszewicz, A., Jensen, J.J., 1987. *Mechanical Properties of High Strength Concrete and Application to Design. Proceedings of the Symposium: Utilization of High-Strength Concrete*, Stavanger, Norway, pp. 149-159.