



XXXVII IBERIAN LATIN AMERICAN CONGRESS
ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING
BRASÍLIA - DF - BRAZIL

CONVECÇÃO NATURAL ENTRE CILINDROS CONCÊNTRICOS NA PRESENÇA DE PARES DE FONTES E SUMIDOUROS DE CALOR

Dáglis Shilton Silva Ferreira

Elie Luis Martínez Padilla

dalglisshilton@yahoo.com.br

epadilla@mecanica.ufu.br

Universidade Federal de Uberlândia

Av. João Naves de Ávila 2121, Bloco 5P, Uberlândia, Minas Gerais, Brasil

***Resumo.** Problemas envolvendo a dinâmica dos fluidos com transferência de calor são cada vez mais presentes nos diversos ramos industriais. Desta forma, compreender e quantificar corretamente os processos de transferência de calor nestes ambientes é de suma importância, pois implica em economia energética e melhor aproveitamento dos recursos naturais. O presente trabalho visa promover uma análise numérica bidimensional sobre o problema de transferência de calor por convecção natural em cilindros concêntricos na presença de pares discretos de fontes e sumidouros de calor, sendo o fluido de trabalho o ar. Quatro configurações foram estudadas utilizando dois pares de fontes (localizadas nos cilindros internos) e sumidouros de calor (localizadas no cilindro externo). O código numérico foi desenvolvido em coordenadas cilíndricas, discretizado utilizando a técnica dos volumes finitos e esquemas temporais e espaciais de segunda ordem, onde o acoplamento pressão-velocidade é feito através do método do passo fracionado. As simulações numéricas foram realizadas compreendendo uma faixa do número de Rayleigh entre 100 e 10000 e Prandtl igual a 0,7. Verificou-se qualitativamente o desenvolvimento da pluma térmica. O número de Nusselt médio foi calculado, obtendo uma boa concordância com as diferentes correlações encontradas na literatura.*

***Palavras-chave:** Transferência de Calor, Convecção Natural, Cilindros Concêntricos*

1 INTRODUÇÃO

Escoamentos envolvendo a transferência de calor por convecção natural entre cilindros aquecidos são encontrados em muitas aplicações industriais, tais como: resfriamento de máquinas rotativas, trocadores de calor, fornos horizontais rotativos, refrigeração de equipamentos eletrônicos, troca de calor em aquecedores solares, resfriamento do núcleo de reatores nucleares, em caldeiras supercríticas e no resfriamento das partes rotativas, como as pás do rotor de turbinas a gás, etc. (Mohammed e Salman, 2006). Ao longo dos anos vários autores estudam a convecção natural em cavidades anulares experimentalmente e numericamente visando sobretudo compreender e quantificar corretamente este fenômeno.

No processo de convecção natural em cavidades, o escoamento inicia-se devido a um gradiente de temperatura entre as superfícies dos cilindros. O cilindro mais quente aquece o fluido ao seu redor, tornando-o mais leve que o restante do fluido, desta forma, a força de empuxo induz a movimentação do fluido, o qual contorna a superfície do cilindro interno até as proximidades do plano vertical, onde continua movimentando-se em sentido ascendente até atingir o cilindro externo onde retorna, por ambos os lados da cavidade, formando assim, um escoamento recirculante com duas células de recirculação conforme verificado por Padilla (2004), ilustrado na Fig. 1, abaixo:

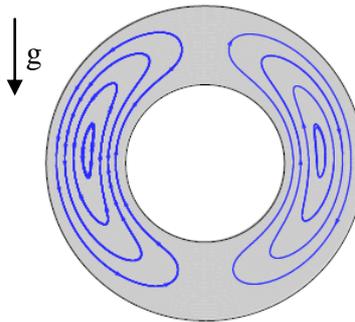


Figure 1. Representação esquemática das células de recirculação devido à convecção natural em cavidades anulares (Fonte: Padilla (2004)).

O presente trabalho visa, analisar numericamente o fluxo gerado por convecção natural em cilindros concêntricos preenchidos com ar, na presença de pares discretos de fontes e sumidouros de calor. Sendo utilizado dois pares de fontes e sumidouros, distribuídos em quatro configurações diferentes.

2 CARACTERIZAÇÃO

O processo de convecção natural é um fenômeno de transporte de calor que ocorre naturalmente, promovido pelas diferenças de densidade do meio e mantido pela força da gravidade. Para o caso da convecção natural entre cilindros concêntricos na presença de pares discretos de fontes e sumidouros de calor, sendo o ar o fluido de trabalho, observa-se uma diferença de densidades entre o ar aquecido próximo a fonte de calor presente no cilindro interno (menos denso) e o ar mais distante em uma temperatura menor (mais denso).

Esta diferença de densidade induz um fluxo de ar quente ascendente, também conhecido como pluma térmica a qual, permite que ocorra o transporte de calor através do movimento do fluido. Desta forma, o processo de convecção é então mantido devido à força da gravidade. (Khanpara, 1990).

O presente trabalho analisou numericamente o fluxo gerado por convecção natural em cilindros concêntricos preenchidos com ar, na presença de pares discretos de fontes e sumidouros de calor aquecidos, através da adequação do código numérico tridimensional CCCil3D (Padilla, 2004) ao problema em questão. Na Figura. 2, a seguir, tem-se a representação esquemática do escoamento estudado, considerando as quatro configurações utilizadas, com relação à disposição dos dois pares de fontes (localizadas no cilindro interno) e sumidouros de calor (localizados no cilindro externo).

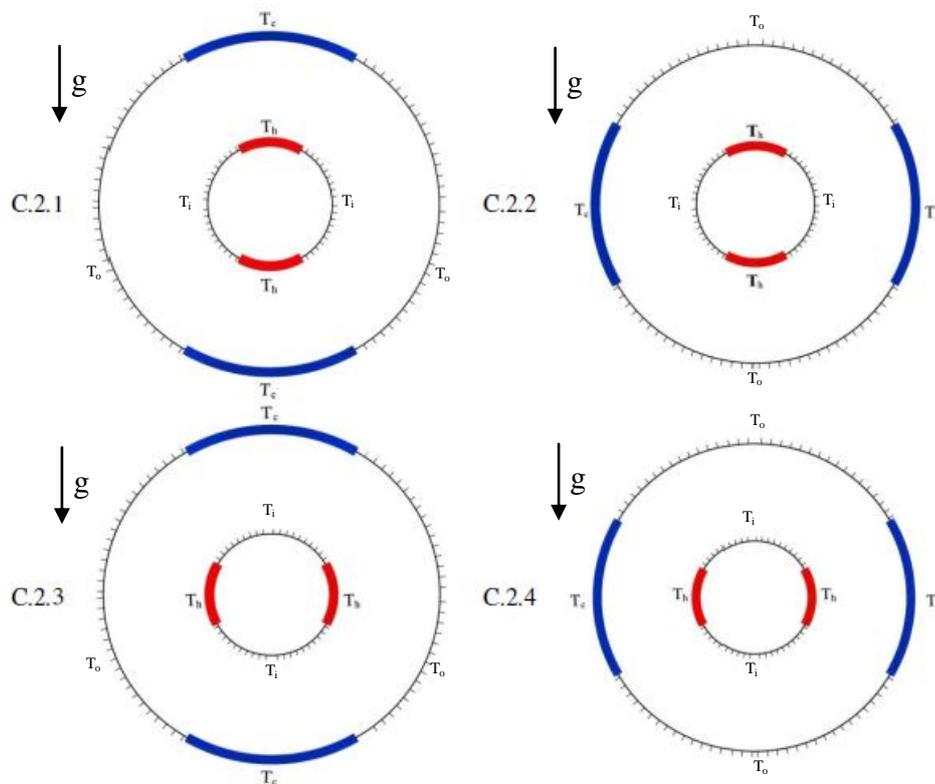


Figure 2. Representação esquemática do problema proposto utilizando dois pares de fontes (parte vermelha) e sumidouros (parte azul). (Fonte: Mastiani, et al. (2016)).

Conforme verificado na Fig. 2, termicamente o problema proposto apresenta três regiões distintas:

- Parte vermelha – Representa as fontes de calor

$$T^* = T_h = 1. \quad (1)$$

- Parte Azul – Representa os sumidouros de calor

$$T^* = T_c = 0. \quad (2)$$

- Parte em Preto – Representa a parte adiabática, presente nos dois cilindros.

Cilindro interno:

$$T^* = T_i = \frac{\partial T^*}{\partial r^*} = 0. \quad (3)$$

Cilindro externo:

$$T^* = T_o = \frac{\partial T^*}{\partial r^*} = 0. \quad (4)$$

De acordo com a Fig. 2, nota-se que, o cilindro interno, na parte vermelha (fonte de calor) tem sua superfície aquecida com temperatura constante T_h (temperatura quente), o cilindro externo, na parte azul (sumidouro de calor) apresenta uma temperatura constante T_c (temperatura fria) inferior a temperatura quente e o meio fluido (ar) encontra-se a uma temperatura ambiente (25 °C), resultando num número de Prandtl (Pr) igual a 0,7074, calculado através da Eq. (5), sendo ν a viscosidade cinemática e ρ densidade do fluido, respectivamente.

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\rho}. \quad (5)$$

O símbolo (*) presente, nas Eq. (1), Eq. (2), Eq. (3) e Eq. (4), representa variáveis adimensionais e os símbolos (i) e (o) representam o cilindro interno e externo, respectivamente.

3 METODOLOGIA

O modelo matemático utilizado para descrever os escoamentos com transferência de calor em cilindros aquecidos, basea-se nos princípios fundamentais que regem os fenômenos de transporte, ou seja: a conservação da massa, a conservação da quantidade de movimento e a conservação da energia. A seguir, têm-se as equações em coordenadas cilíndricas, já considerando a aproximação de Boussinesq:

Equação da Conservação da Massa

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = 0. \quad (6)$$

Equação do Balanço da Quantidade de Movimento

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x_j} - \beta \Delta T g_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu_\varepsilon \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right]. \quad (7)$$

Equação da Conservação da Energia

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial(u_j T)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\alpha_\varepsilon \frac{\partial T}{\partial x_j} \right]. \quad (8)$$

Nas equações de conservação descritas acima, u_i representa a componente i do vetor velocidade, ρ_0 é a densidade tomada à temperatura ambiente e β uma propriedade termodinâmica conhecida como coeficiente de expansão térmica do fluido a pressão constante, definida por:

$$\beta = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (9)$$

Os termos ν_ε e α_ε são a viscosidade efetiva e a difusividade térmica efetiva, respectivamente. A viscosidade efetiva é a soma das viscosidades molecular e a turbulenta, sendo a última calculada através do Modelo Sub-malha Dinâmico desenvolvido por Germano, *et al.* (1991).

De forma análoga a difusividade térmica efetiva também representa a soma das difusividades térmicas molecular e turbulenta, onde utiliza-se o número de Prandtl turbulento ($Pr_t = \nu_t / \alpha_t$) igual a 0,6 (Silveira Neto *et al.*, 1993) para representar a difusividade turbulenta.

O presente trabalho adaptou o código numérico CCCil3D (Padilla, 2004) às novas condições de contorno que permitiram ao mesmo, simular adequadamente o fenômeno da convecção natural entre cilindros aquecidos na presença pares de fontes e sumidouros de calor. O código numérico é tridimensional desenvolvido em coordenadas cilíndricas, discretizado utilizando a técnica dos volumes finitos e esquemas temporais e espaciais de segunda ordem, onde o acoplamento pressão-velocidade é feito através do método do passo fracionado. O escoamento é considerado incompressível com propriedades físicas constantes, exceto para o termo de empuxo, o qual está ligado com a variação de densidade. As variações

de densidade são provocadas principalmente pela expansão térmica do fluido. Fato que é resolvido modelando a densidade no termo de empuxo através da aproximação de Boussinesq.

Conforme realizado por (Padilla, 2004), à malha correspondente para o sistema de cilindros concêntricos, é não uniforme na direção radial, refinada nas proximidades da superfície do cilindro (sendo a variação baseada no arco formado por $\Delta\theta$) e uniforme na direção tangencial. A malha utilizada apresenta 30 divisões na direção radial, 138 na direção tangencial e 2 divisões na direção axial.

Visando comparar os dados obtidos no presente trabalho com os resultados disponíveis na literatura utiliza-se de dois parâmetros adimensionais: o número de Rayleigh (Ra) representado na Eq. (10) e o número de Nusselt médio total (\overline{Nu}) representado pela Eq. (11).

$$Ra = \frac{g\beta(T_i - T_o)L^3}{\nu\alpha} \quad (10)$$

onde β é o coeficiente de expansão volumétrica, ν é a viscosidade molecular e α a difusividade molecular, todos, características do fluido. O termo L representa uma característica da geometria, sendo a diferença entre o raio do cilindro externo e o raio do cilindro interno, T_i e T_o são as temperaturas internas e externas e g representa a gravidade.

O Nusselt médio total \overline{Nu} é calculado por:

$$\overline{Nu} = \frac{\overline{Nu}_i + \overline{Nu}_o}{2} \quad (11)$$

onde \overline{Nu}_i (Nusselt médio interno) e \overline{Nu}_o (Nusselt médio externo) são calculados da seguinte maneira:

$$\overline{Nu}_i = \frac{1}{2\pi\Gamma} \int_0^{2\pi} \int_0^\Gamma Nu_i d\theta dz. \quad (12)$$

$$\overline{Nu}_o = \frac{1}{2\pi\Gamma} \int_0^{2\pi} \int_0^\Gamma Nu_o d\theta dz. \quad (13)$$

sendo Nu_i (Nusselt local interno) e Nu_o (Nusselt local externo) respectivamente:

$$Nu_i = R_i \ln \left[\frac{R_o}{R_i} \right] \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R_i}. \quad (14)$$

$$Nu_o = R_o \ln \left[\frac{R_o}{R_i} \right] \left. \frac{\partial \bar{T}}{\partial r} \right|_r = R_o. \quad (15)$$

R_o e R_i são os raios externo e interno, respectivamente, o termo Γ representa a razão de aspecto, ou seja, a razão entre a diferença ($R_o - R_i$) e o comprimento axial (Z).

3 RESULTADOS

Os resultados foram obtidos considerando somente duas dimensões (r e θ) a terceira dimensão (z) não foi considerada apesar de já estar implementada. As simulações foram realizadas utilizando a malha: 30x138x2 ambas com uma relação de raios ($R_o / R_i = 2,6$) e a razão de aspecto $\Gamma = 1$. Quatro configurações foram estudadas utilizando dois pares de fontes e sumidouros de calor, conforme demonstra a Fig. 2.

Na Figura 3, tem-se o desenvolvimento do campo térmico para uma faixa de Ra de 10^2 a 10^5 , a parte (A) correspondente ao caso C.2.1 (pares fonte-sumidouro na vertical) e parte (B) da figura ao caso C.2.4 (pares fonte-sumidouro na horizontal). Nota-se que em ambos os casos, a camada limite térmica e a pluma do fluido aquecido tornam-se cada vez mais finas conforme o Ra aumenta, este fato retrata a realidade física do problema, pois quanto maior for a temperatura imposta no cilindro, maior será a força de empuxo correspondente e como consequência, maiores serão as velocidades alcançadas. Observa-se também que no caso C.2.4 a partir do $Ra = 10^4$ há uma ligeira assimetria vertical do lado direito quando comparado ao esquerdo da cavidade, caracterizando assim, as primeiras perturbações do escoamento, contudo, no caso C.2.1, em $Ra = 10^3$ essa assimetria já vista, e em $Ra = 10^4$ o escoamento é instável e a pluma térmica começa a se movimentar.

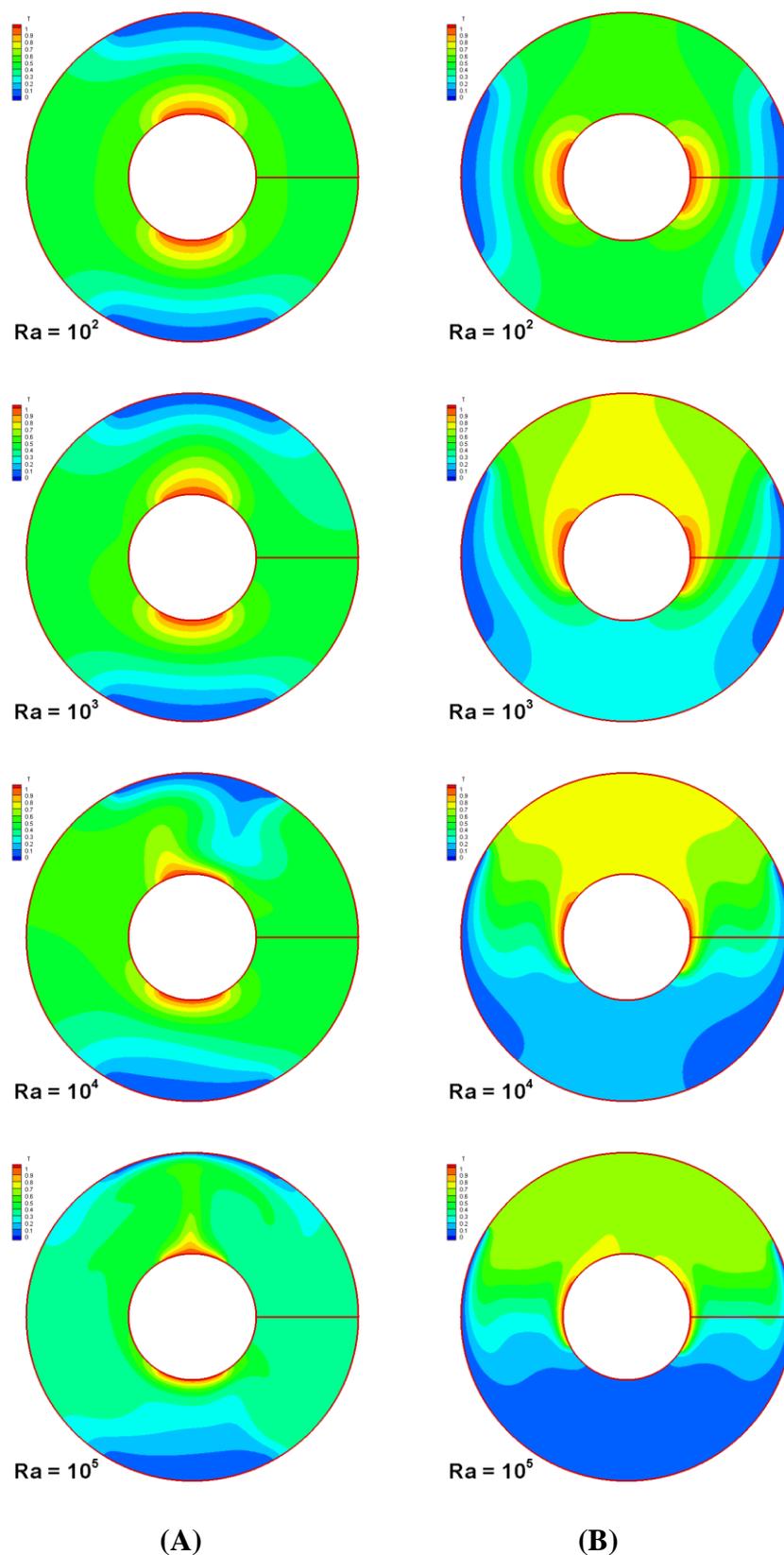


Figure 3. Desenvolvimento do campo térmico para uma faixa de Ra de 10^2 a 10^5 , (A) caso C.2.1 da Fig. 2, e (B) caso C.2.4 da Fig. 2.

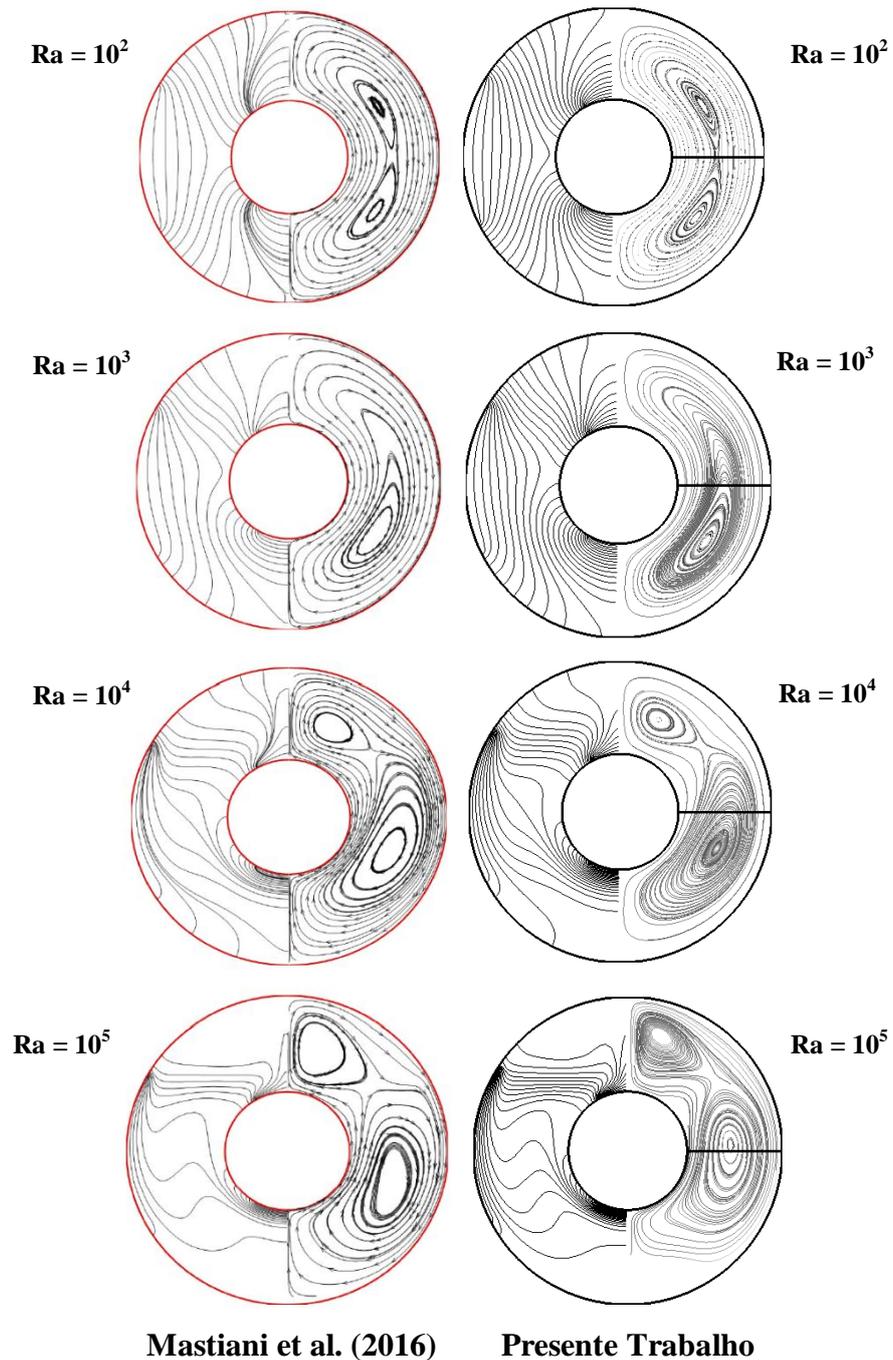


Figure 4. Comparação qualitativa do caso C.2.2 da Fig. 2 – Presente Trabalho (Contorno Preto) e Mastiani, et al. (2016) (Contorno Vermelho) sendo o lado esquerdo de ambas as figuras as isothermas e o lado direito as linhas de corrente.

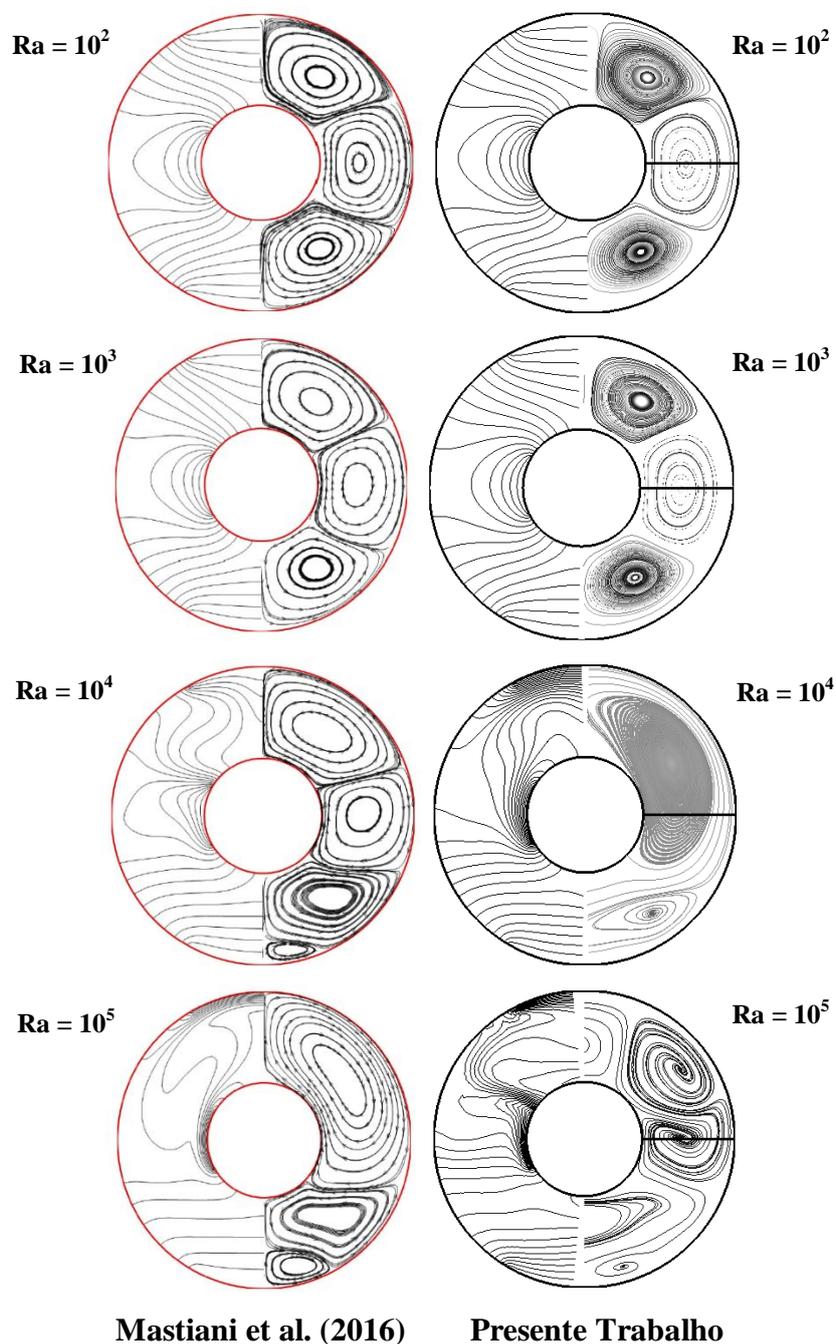


Figure 5. Comparação qualitativa do caso C.2.3 da Fig. 3 – Presente Trabalho (Contorno Preto) e Mastiani, et al. (2016) (Contorno Vermelho) sendo o lado esquerdo de ambas as figuras as isothermas e o lado direito as linhas de corrente.

A comparação qualitativa dos resultados com a literatura é ilustrada através das Fig. 4 e Fig. 5. A Figura 4 apresenta as isotermas e linhas de corrente do escoamento relativas ao caso C.2.2 da Fig. 2, ou seja, fontes na vertical e sumidouros na horizontal. Nesta configuração, os dados apresentam uma excelente concordância com os resultados obtidos por Mastiani, et al. (2016), em todos os Ra apresentados, tanto as isotermas quanto as linhas de corrente comportam-se praticamente de maneira idêntica aos da literatura, verifica-se também que, até o Ra de 10^5 o escoamento ainda apresenta a forma laminar. Na Figura 5, localizam-se as isotermas e linhas de corrente do escoamento referentes ao caso C.2.3 da Fig. 2, ou seja, fontes na horizontal e sumidouros dispostos na horizontal. Neste caso, para Ra abaixo de 10^4 , o escoamento ainda encontra-se laminar e os dados apresentam-se semelhante à literatura, contudo nota-se que para Ra maiores há uma discrepância nos resultados, acredita-se que este fato se deve principalmente ao comportamento oscilatório da pluma térmica observado nas simulações para Ra maiores que o mencionado, ou seja, a partir de 10^4 o escoamento torna-se instável, desta forma, verifica-se uma ausência de um padrão definido para as isotermas bem como um comportamento aleatório das recirculações.

Para representar quantitativamente a influência da troca térmica relativa à convecção natural nos casos estudados, calculou-se o Nu local interno e externo, para as quatro configurações para Ra = 10^3 e Ra = 10^5 . Na Figura 6, verifica-se que os casos C.2.1 e C.2.4 apresentam os maiores Nu internos perto dos ângulos 120° e 210° respectivamente. Já o comportamento do Nu externo é apresentado na Figura 7, nota-se que os casos C.2.4 e C.2.2 apresentam os maiores valores de Nu externo, relativos aos ângulos de 150° e 30° .

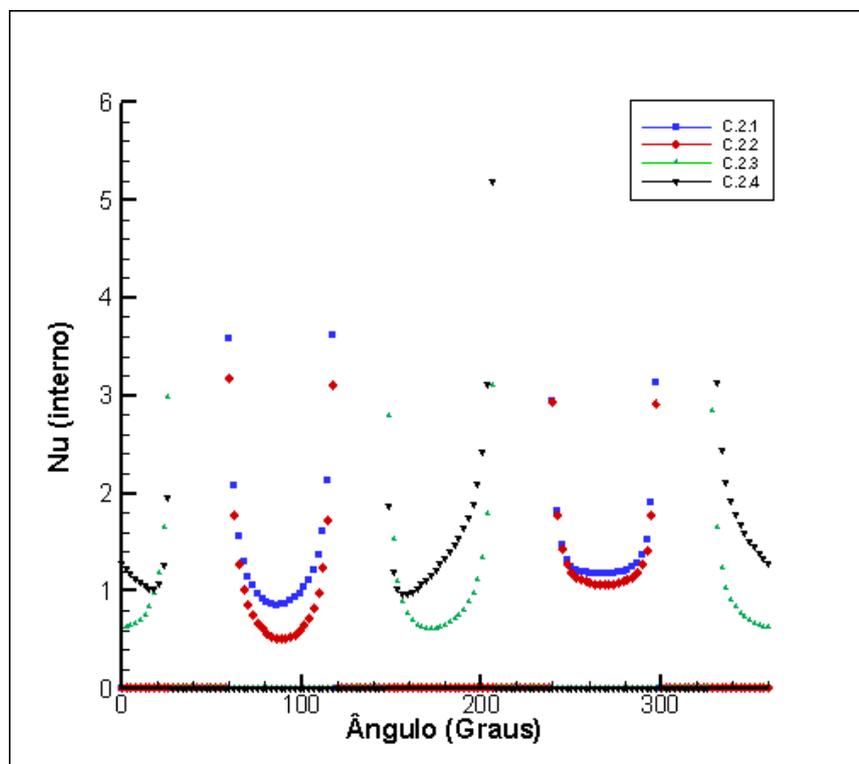


Figure 6. Variação do Nu local Interno ($Ra = 10^3$) para os diferentes arranjos de pares fonte-sumidouro.

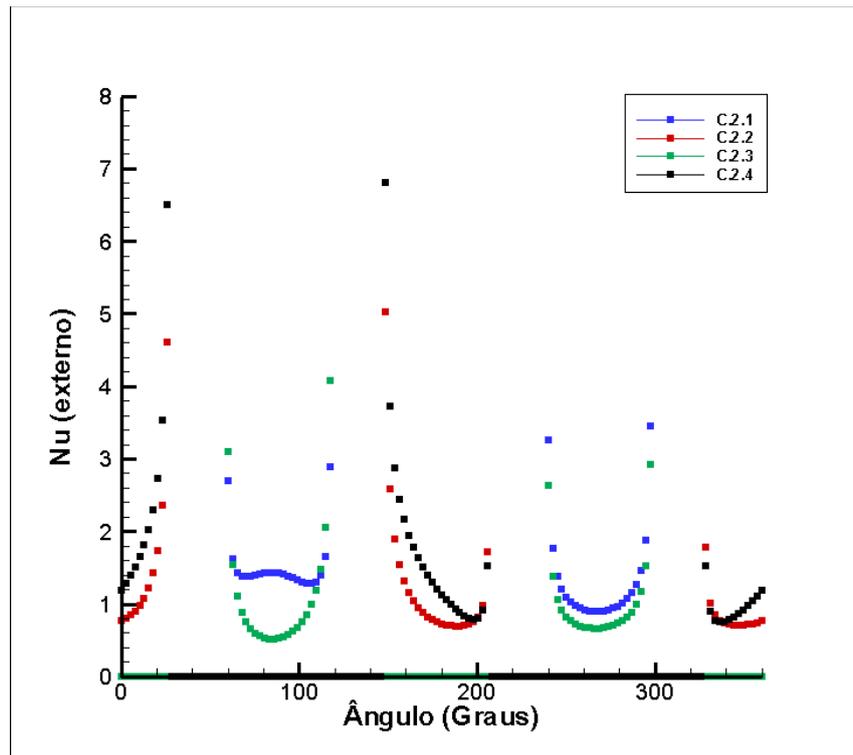


Figure 7. Variação do Nu local Externo ($Ra = 10^3$) para os diferentes arranjos de pares fonte-sumidouro.

Conforme se incrementa o Ra há um aumento na troca de calor e a velocidade de escoamento do fluido. Para confrontar com as Fig. 6 e Fig. 7 (baixo Ra), todos os casos foram refeitos com o $Ra = 10^5$. Na Figura 8, verifica-se que os casos C.2.4 e C.2.1 continuam apresentando os maiores Nu internos, contudo numa magnitude muito superior, caracterizando assim um ganho significativo na troca térmica, proporcionado pelo aumento no Ra . A Figura 9 retrata o comportamento do Nu externo, observa-se que os casos C.2.4 e C.2.3 apresentam os maiores valores de Nu externo, relativos aos ângulos de 150° e 120° , respectivamente.

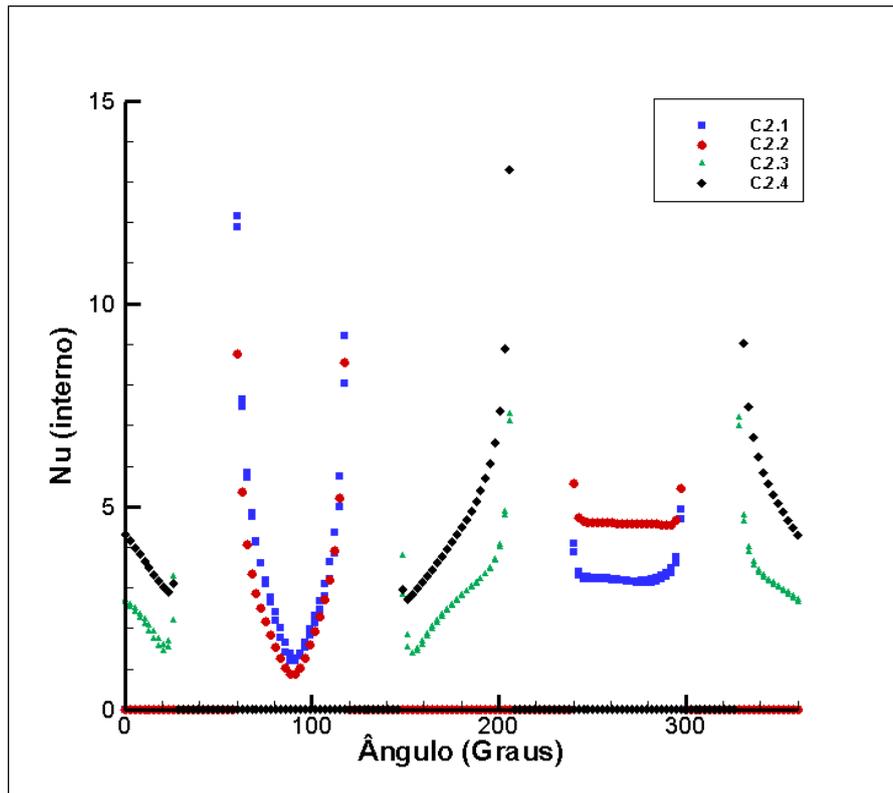


Figure 8. Variação do Nu local Interno ($Ra = 10^5$) para os diferentes arranjos de pares fonte-sumidouro.

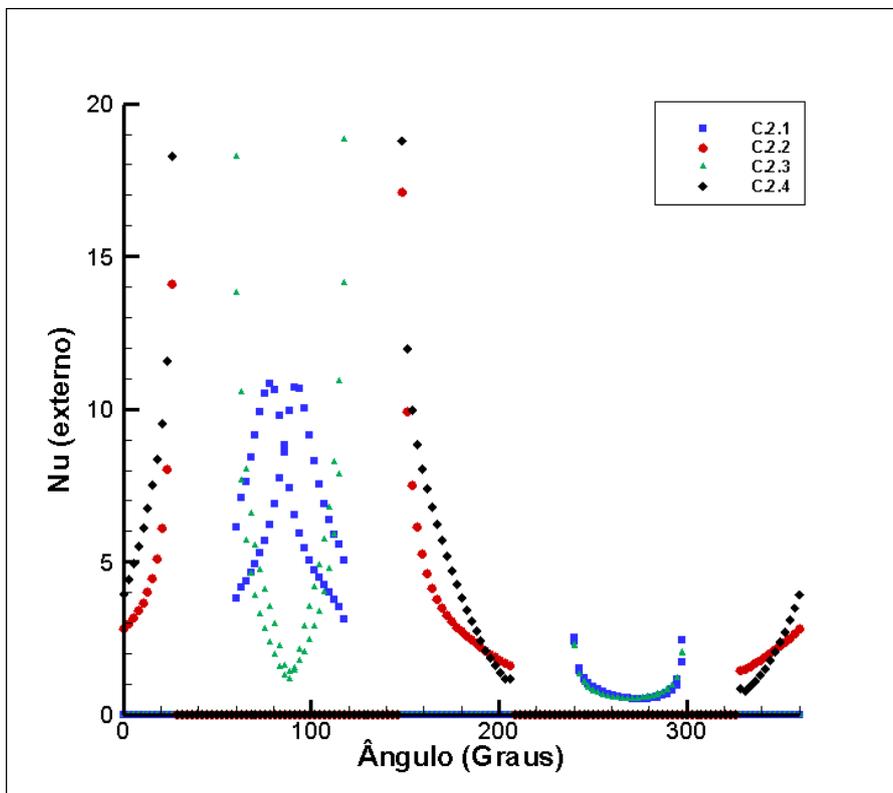


Figure 9. Variação do Nu local Externo ($Ra = 10^5$) para os diferentes arranjos de pares fonte-sumidouro.

Na Tabela 1, tem-se o Nu médio global de todos os casos estudados compreendendo uma faixa de Ra entre 10^2 e 10^5 , bem como as referências da literatura. Nota-se que os Casos C.2.1 e C.2.3 para Ra acima de 10^4 , apresentam os maiores erros relativos quando comparados com a referência. Nessa faixa em ambos os casos têm-se escoamentos instáveis, necessitando-se assim, de um melhor refino de malha e o uso de modelos de turbulência sub-malha adequados.

Tabela 1. Nusselt Médio Global

Caso	Ra	Nusselt Presente Trabalho	Nusselt Mastiani, et al. (2016)	Erro Relativo (%)
C.2.1	100	2,7162	2,4488	10,9
	1000	2,7980	2,5958	7,8
	10000	3,9470	4,2336	-6,8
	100000	7,6287	6,5643	16,2
C.2.2	100	2,0161	1,8399	9,6
	1000	2,3317	2,2178	5,1
	10000	4,3908	4,1071	6,9
	100000	7,6933	6,9423	10,8
C.2.3	100	1,9776	1,8399	7,5
	1000	2,0519	1,9449	5,5
	10000	3,9079	2,9102	34,3
	100000	5,4062	7,1732	-24,6
C.2.4	100	2,7029	2,4698	9,4
	1000	3,2726	3,0577	7,0
	10000	5,9807	5,5564	7,6
	100000	10,2647	9,126	12,5

4 CONCLUSÃO

Neste trabalho evidenciou-se o comportamento qualitativo e quantitativo correspondente ao processo de transferência de calor por convecção natural em cilindros concêntricos na presença de pares discretos de fontes e sumidouros de calor, sendo o fluido de trabalho o ar, através de um código numérico tridimensional desenvolvido em coordenadas cilíndricas, discretizado utilizando a técnica dos volumes finitos. Todos os resultados foram obtidos em duas dimensões: radial e tangencial, sendo quatro configurações de arranjos de pares fonte-sumidouro de calor estudadas. Os dados encontrados apresentaram uma boa concordância com a literatura, sobretudo para uma faixa de Ra abaixo de 10^4 , contudo, para Ra maiores os resultados demonstraram uma ligeira discrepância, evidenciando assim a necessidade de refinamento da malha. Obteve-se também o Nu local interno e externo para $Ra = 10^3$ e $Ra = 10^5$, evidenciando-se que a posição dos pares fonte-sumidouro influenciam fortemente na transferência de calor, sendo que o caso C.2.4 (fontes e sumidouros localizados na horizontal) apresentou o maior Nu interno e Nu externo, quando comparado aos demais casos.

AGRADECIMENTOS

À FAPEMIG, PROEX, CAPES e CNPq pelo auxílio financeiro.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Germano, M., Piomelli, U., Moin, P., Cabot, W. H., 1991. A Dynamic Subgrid-Scale Eddy Viscosity Model. *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, Vol. 3, No. 7, pp. 1760-1765
- Khanpara, J.C., 1990. Natural Convection Heat Transfer From a Horizontal Cylinder Survey of Measurements, Analysis, and Experience – Part I, *Journal of Thermal Insulation, Technomic Publishing Co., Inc.*, vol. 13
- Mastiani, M. et al., 2016. Natural Convection in a Horizontal Annulus With a Different Number and Arrangements of Discrete Heat Source-Sink Pairs. *Heat Transfer Research*, Vol. 47, pp. 403-421.
- Mohammed, H.A, & Salman, Y.K., 2006. Experimental Investigation of Mixed Convection Heat Transfer for Thermally Developing Flow in a Horizontal Circular, *Numerical Heat Transfer*, Selangor/Malaysia.
- Padilla, E.L.M., 2004. Simulação de Grandes Escalas da Transição à Turbulência em Sistemas Rotativos com Transferência de Calor, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Brasil.
- Silveira-Neto, A. et al, 1993. A Numerical Investigation of the Coherent Structures of Turbulence Behind a Backward-Facing Step. *Int. Journal of Fluids Mechanics*, Vol. 256, pp. 1-25.