



APLICAÇÃO DE UM DESCRITOR INVARIANTE DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR CONJUGADA POR CONVECÇÃO FORÇADA-CONDUÇÃO NO RESFRIAMENTO DE AQUECEDORES 3D PROTUBERANTES EM CANAIS

Renan Gustavo de Castro Hott

Thiago Antonini Alves

hott.renan@hotmail.com

thiagooalves@utfpr.edu.br

Departamento Acadêmico de Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR/Câmpus Ponta Grossa

Av. Monteiro Lobato, s/nº, km 04, CEP 84.016-210, Ponta Grossa/PR, Brasil

Resumo. Neste trabalho foi realizado um estudo numérico da aplicação de um descritor invariante da transferência de calor conjugada por convecção forçada-condução no resfriamento de três aquecedores 3D protuberantes montados em um substrato condutivo em um canal retangular horizontal com escoamento laminar. As temperaturas médias dos aquecedores foram relacionadas, independente da potência dissipada em cada um, através de uma matriz G^+ com coeficientes de influência conjugados g^+ . O aumento da temperatura de cada aquecedor no canal foi quantificado de tal forma que as contribuições devido ao auto-aquecimento e à esteira térmica fossem claramente identificadas. Para uma dada geometria, campo de escoamento, propriedades termofísicas do fluido e dos sólidos, estes coeficientes são adimensionais e invariantes com a taxa de dissipação de calor na configuração dos aquecedores. Os resultados foram obtidos numericamente por meio do software ANSYS/FluentTM 15.0, para números de Reynolds na faixa de 500 a 2.000 e altura dos aquecedores protuberantes entre 10% e 35% em relação à altura total do canal. Alguns exemplos foram apresentados demonstrando os benefícios da aplicação dos coeficientes de influência conjugados na predição de temperaturas do processo de resfriamento conjugado de aquecedores discretos em canais.

Palavras-chave: Descritor invariante, Coeficientes de influência conjugados, Convecção forçada, Condução, Predição de temperaturas.

1 INTRODUÇÃO

Sir Issac Newton (1622-1727), propôs em 1701 (Newton, 1701 *apud* Grigull, 1984), uma equação constitutiva para quantificar a taxa da transferência de calor por convecção. A Lei de Resfriamento de *Newton* é expressa por

$$h_{ref} = \frac{q_{conv}}{A(T_s - T_{ref})}, \quad (1)$$

sendo que, q_{conv} é a taxa de transferência de calor por convecção [W], A é a área de troca de calor [m²], T_s e T_{ref} são, respectivamente, a temperatura superficial [K] e a temperatura de referência do fluido [K]. A escolha da temperatura de referência caracteriza o coeficiente de transferência de calor por convecção correspondente (h_{ref}).

Considerando condições de contorno térmicas uniformes, a temperatura de referência T_{ref} pode ser apropriadamente escolhida. Nos casos de escoamento externo, a temperatura de referência T_∞ é a temperatura de corrente livre do escoamento e o coeficiente convectivo correspondente é h_∞ . No escoamento interno, não há corrente livre, por isso utilizam-se outros parâmetros, como por exemplo, a temperatura média de mistura, T_m , fornecendo h_m . Outra referência é a temperatura de entrada T_0 , fornecendo h_0 .

Existem, entretanto, situações práticas com condições de contorno térmicas não-uniformes na superfície de transferência de calor. Nesses casos, as temperaturas de referência padrão, tais como T_m ou T_0 nos escoamentos internos, podem fornecer um coeficiente convectivo extremamente sensível a variações da temperatura da superfície do canal. Uma descontinuidade na distribuição da temperatura da superfície pode levar a uma descontinuidade do coeficiente local de transferência de calor (Kays *et al.*, 2005).

No caso de substratos contendo aquecedores discretos montados em sua superfície, a taxa de calor dissipada em cada aquecedor pode variar arbitrariamente, causando distribuições distintas de temperatura no substrato e nas superfícies dos aquecedores. Como citado anteriormente, considerando as definições tradicionais, o coeficiente convectivo, mantido o escoamento fluido, apresentará uma distribuição distinta para cada condição de aquecimento discreto no substrato. Neste caso, a utilidade do coeficiente convectivo seria limitada, pois ele seria apropriado para uma única condição de contorno térmica (Antonini Alves, 2010).

Antonini Alves (2010) propôs uma extensão da função de *Green* discreta inversa (Hacker & Eaton, 1995) para englobar os problemas conjugados de convecção forçada-condução de aquecedores discretos montados em um substrato condutivo através do uso de coeficientes de influência conjugados g^+ , agrupados em uma matriz conjugada \mathbf{G}^+ . De acordo com Antonini Alves *et al.* (2015), pelo princípio de superposição, baseado na linearidade da equação da energia, o aumento da temperatura média de um aquecedor discreto n em uma configuração 3D, pode ser expresso pela soma dos efeitos de todos os N aquecedores discretos montados no substrato condutivo.

$$\Delta \bar{T}_n = (\bar{T}_h - T_0)_n = \frac{1}{\dot{m}c_p} \sum_{i=1}^N g_{ni}^+ q_i, \quad (2)$$

sendo que, o coeficiente de influência conjugado g_{ni}^+ relaciona o aumento da temperatura média do aquecedor discreto n resultante de uma dissipação de calor por unidade de comprimento no aquecedor discreto i .

De acordo com Antonini Alves & Altemani (2012), para problemas particulares de convecção forçada estes coeficientes de influência podem ser associados ao coeficiente adiabático de transferência de calor e à função superposição discreta (Anderson & Moffat, 1992a,b), ou à função de *Green* discreta inversa (Hacker & Eaton, 1995).

Na forma matricial, a Eq. (2), pode ser escrita como

$$\Delta \bar{T} = \frac{1}{\dot{m} c_p} \mathbf{G}^+ \mathbf{q}, \quad (3)$$

ou na forma expandida,

$$\begin{bmatrix} \Delta \bar{T}_1 \\ \Delta \bar{T}_2 \\ \vdots \\ \Delta \bar{T}_N \end{bmatrix} = \frac{1}{\dot{m} c_p} \begin{bmatrix} g_{11}^+ & g_{12}^+ & \cdots & g_{1N}^+ \\ g_{21}^+ & g_{22}^+ & \cdots & g_{2N}^+ \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{N1}^+ & g_{N2}^+ & \cdots & g_{NN}^+ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_N \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Os termos diagonais g_{nn}^+ estão associados aos efeitos de auto-aquecimento, ou seja, a resposta da temperatura de um aquecedor n à potência dissipada por ele mesmo. Os termos g_{ni}^+ fora da diagonal principal representam o efeito de esteira térmica, ou seja, o efeito da potência dissipada nos demais aquecedores na temperatura de um aquecedor n da configuração. Enquanto os termos que estão acima da diagonal principal representam a influência da esteira térmica de um aquecedor com relação aos que estão à montante dele. E os termos abaixo da diagonal principal demonstram o coeficiente de influência com relação a aquecedores à jusante do mesmo.

A matriz conjugada \mathbf{G}^+ , proposta em Antonini Alves (2010), contendo os coeficientes de influência conjugados g^+ , é um descritor invariante do processo de transferência de calor conjugada por convecção forçada-condução. Desta forma, uma vez definida a matriz quadrada \mathbf{G}^+ de ordem N , o aumento da temperatura média de um aquecedor discreto, resultante de uma distribuição arbitrária da taxa de dissipação de calor em todos os aquecedores discretos, pode ser predito pela Eq. (2).

2 METODOLOGIA

Neste trabalho foram considerados problemas associados ao controle térmico de aquecedores 3D protuberantes montados em uma placa de circuito impresso – Nível 2 de empacotamento eletrônico. O espaço disponível para os aquecedores pode ser limitado e o resfriamento deve ocorrer por convecção forçada com baixas velocidades devido a limitações operacionais e redução de ruídos.

A configuração básica é constituída por um canal retangular horizontal com três aquecedores 3D protuberantes montados em um substrato condutivo, que se encontra na parede inferior do canal, como mostrado na Fig. 1. Neste caso, os aquecedores protuberantes, com uma condutividade térmica k_h , são paralelepípedos com altura variante H_h , comprimento L_h e largura W_h e estão espaçados entre si por uma distância L_s . A borda à montante do primeiro aquecedor está posicionada em L_u da entrada do canal, a borda à jusante do terceiro aquecedor está a L_d da saída do canal e as bordas laterais dos aquecedores encontram-se a

uma distância W_s das paredes laterais do canal. O canal retangular possui comprimento L , altura H e largura W . O substrato possui a mesma largura e mesmo comprimento que o canal, porém sua espessura é t e ele apresenta uma condutividade térmica k_s .

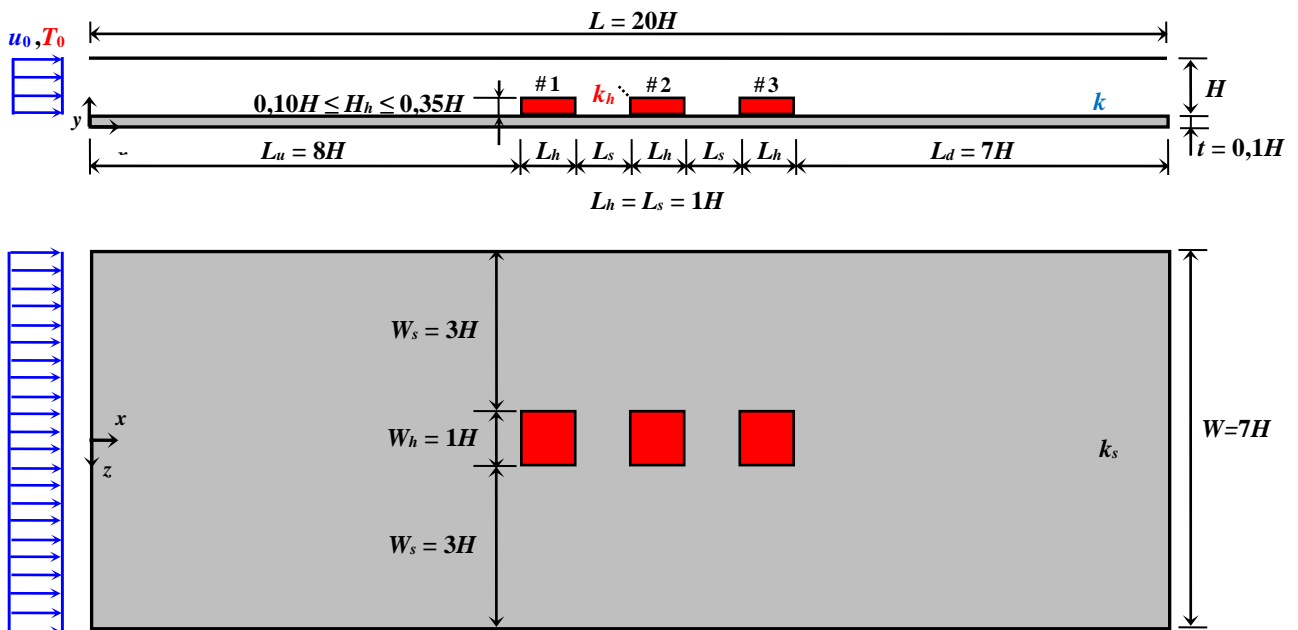


Figura 1. Geometria do problema estudado.

2.1 Formulação matemática

A formulação matemática do problema foi efetuada para um domínio único, englobando as regiões sólidas (aquecedores 3D protuberantes e substrato) e o escoamento fluido no canal. As equações de conservação foram formuladas para o domínio de comprimento L , largura W , e altura $(H + t)$, como mostrado Fig. 2.

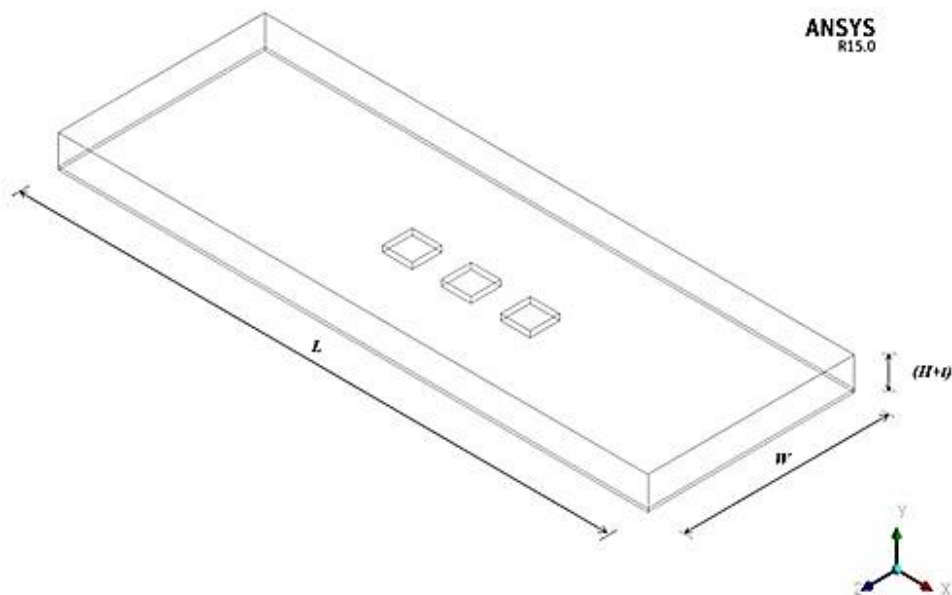


Figura 2. Domínio da formulação matemática do problema estudado.

As equações governantes englobam os princípios de conservação de massa, de *momentum* e de energia no domínio considerado, sob condições de regime permanente, propriedades constantes e dissipação viscosa desprezível. Os eventuais efeitos de convecção natural, de radiação térmica e de oscilação do escoamento não foram considerados nesta formulação, um procedimento adotado em problemas similares, por exemplo, Antonini Alves & Altemani (2012), Zeng & Vafai (2009) e Davalath & Bayazitoglu (1987).

- Conservação da Massa (Equação da Continuidade)

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0. \quad (5)$$

- Conservação do *Momentum* (Equação de *Navier-Stokes*)

$$\rho(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u}. \quad (6)$$

- Conservação da Energia (Equação do Calor)

$$\rho c_p (\mathbf{u} \cdot \nabla)T = k \nabla^2 T + \delta S. \quad (7)$$

Na equação da energia, $\delta = 1$ na região dos aquecedores 3D protuberantes e $\delta = 0$ nas regiões do substrato e do fluido.

As condições de contorno do escoamento são velocidade uniforme (u_0) na entrada do canal e velocidade nula nas interfaces sólido-fluido, condição de não-deslizamento. Na saída do canal, o escoamento é tratado com uma difusão desprezível na direção x para as três componentes de velocidade. As condições de contorno térmicas consideradas foram temperatura uniforme (T_0) na entrada do canal e na sua saída a difusão térmica na direção x é desprezada. As superfícies superior e inferior do domínio são consideradas adiabáticas. Nas interfaces aquecedor 3D protuberante – substrato foram admitidos contato térmico perfeito.

2.2 Solução numérica

As equações governantes com suas condições de contorno foram resolvidas numericamente utilizando o Método dos Volumes de Controle (Patankar, 1980) através do *software ANSYS/Fluent*TM 15.0. O algoritmo *SIMPLE* (*Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations*) foi utilizado para tratar do acoplamento pressão-velocidade. A discretização dos termos difusivo-convectivos foi realizada por meio do esquema *Upwind* de 2ª Ordem. As condições de contorno foram impostas nas fronteiras do domínio analisado (Fig. 2). Devido às não-linearidades na equação do *momentum*, as componentes de velocidade e a correção da pressão foram sub-relaxadas para prevenir instabilidade e divergência. O critério de parada do processo iterativo de resolução foi estabelecido para mudanças absolutas das variáveis primitivas menores do que quatro algarismos significativos entre duas iterações consecutivas, enquanto a conservação global de massa no domínio foi satisfeita em todas as iterações. As resoluções numéricas foram executadas em um microcomputador com processador *Intel*TM *Core*TM *i7* 3,6GHz e com 16GB de memória RAM. O tempo de processamento computacional de uma solução típica foi de aproximadamente 40 (quarenta) minutos.

A verificação dos procedimentos numéricos adotados foi realizada através da comparação dos resultados numéricos dos parâmetros fluidodinâmicos com os apresentados em ANSYS (2011). Após um estudo de refinamento de grade computacional para cada geometria, Tabela 1, os resultados numéricos foram obtidos com uma grade 3D não-uniforme. Estas grades obtidas foram mais concentrada nas regiões próximas às interfaces sólido-fluido devido aos maiores gradientes das variáveis primitivas nestas regiões. Por exemplo, considerando $H_h=0,20 H$, a grade computacional 3D não-uniforme no domínio de solução contém 1.170.000 volumes de controle e apresenta a estrutura mostrada nas Figs. 3 e 4.

Tabela 1. Resultado do estudo de refinamento de grade computacional.

H_h/H	Volumes de Controle
0,10	745.212
0,15	730.012
0,20	1.170.000
0,25	909.352
0,30	845.983
0,35	987.123

ANSYS
R15.0

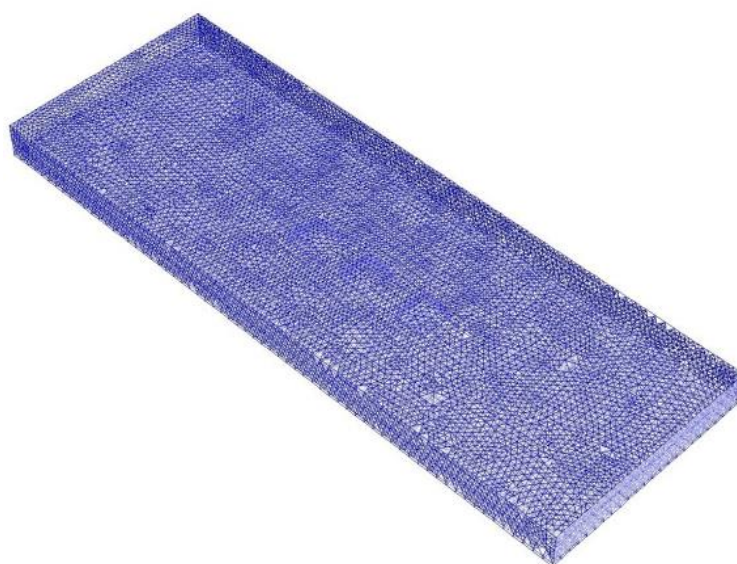


Figura 3. Grade computacional 3D não-uniforme considerando $H_h = 0,20H$ – perspectiva 3D.

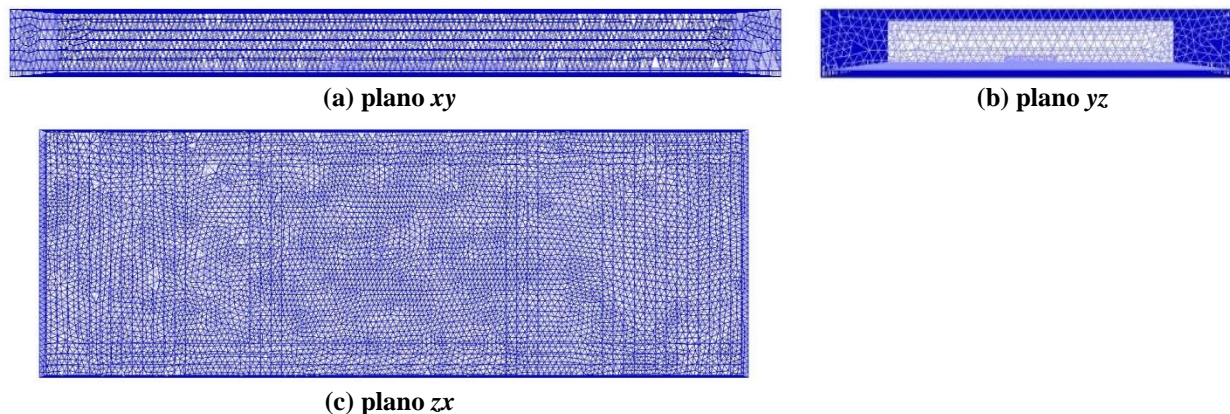


Figura 4. Grade computacional 3D não-uniforme considerando $H_h = 0,20H$ – vistas laterais.

2.3 Parâmetros Termofluidodinâmicos de Interesse

As distribuições de velocidade, de pressão e de temperatura no domínio considerado são provenientes da resolução das equações governantes. Os resultados obtidos para as variáveis primitivas (u , v , w , p e T) foram utilizados para a definição das grandezas derivadas ou secundárias (parâmetros termofluidodinâmicos de interesse).

Em todos os casos analisados, o número de *Reynolds* no canal foi baseado em seu diâmetro hidráulico e expresso pela Eq. (8),

$$Re = \frac{\rho u_0 D_h}{\mu} = \frac{u_0 2HW}{\nu(H+W)}, \quad (8)$$

sendo que, ρ é a massa específica [kg/m^3] do fluido, μ é a viscosidade dinâmica [$\text{Pa}\cdot\text{s}$] do fluido e ν é a viscosidade cinemática [m^2/s^2] do fluido.

O balanço de energia em cada um dos aquecedores 3D protuberantes é expresso pela equação

$$q = q_f + q_s, \quad (9)$$

sendo que, q é a taxa total de transferência de calor [W], q_f a taxa de transferência de calor por convecção forçada [W] proveniente do contato direto do fluido com a superfície do aquecedor e q_s a taxa de transferência de calor por condução [W] através das interfaces entre o aquecedor e o substrato condutivo.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para a obtenção dos resultados foram utilizados valores típicos de geometria e propriedades encontrados nas aplicações de resfriamento de componentes eletrônicos montados em uma placa de circuito (Bar-Cohen *et al.*, 2003). As configurações geométricas ilustradas na Fig. 1 foram baseadas considerando uma altura do canal retangular horizontal de $H = 0,01\text{m}$ e altura dos aquecedores 3D protuberantes, H_h , variando entre $0,10H$ e $0,35H$. O fluido de resfriamento considerado foi o ar, os aquecedores 3D protuberantes e o substrato condutivo foram considerados como sendo de alumínio puro. As propriedades do fluido e dos sólidos foram consideradas constantes, obtidas à temperatura de 300K (Bergman *et al.*, 2014). A taxa de dissipação de calor em cada aquecedor foi de 1W . Os efeitos do número de *Reynolds* foram investigados para $Re = 500, 750, 1.000, 1.250, 1.500, 1.750$ e 2.000 , correspondendo a velocidades médias do ar compreendidas entre $0,46\text{ m/s}$ e $1,82\text{ m/s}$ no canal. De acordo com Morris & Garimella (1996), nesta faixa de investigação de Re o regime do escoamento no canal é sempre laminar.

A Equação (2) que descreve o aumento da temperatura média de um aquecedor n em uma configuração 3D, é expressa para uma coluna de três aquecedores 3D protuberantes, Fig. 1, por

$$\Delta\bar{T}_n = (\bar{T}_h - T_0)_n = \frac{1}{\dot{m}c_p} \sum_{i=1}^3 g_m^+ q_i, \quad (10)$$

ou na forma expandida,

$$\begin{bmatrix} \overline{\Delta T}_1 \\ \overline{\Delta T}_2 \\ \overline{\Delta T}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{\dot{m}c_p} \begin{bmatrix} g_{11}^+ & g_{12}^+ & g_{13}^+ \\ g_{21}^+ & g_{22}^+ & g_{23}^+ \\ g_{31}^+ & g_{32}^+ & g_{33}^+ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

A maneira mais simples de obtenção dos coeficientes de influência conjugados g^+ da matriz quadrada \mathbf{G}^+ foi através de simulações com um único aquecedor ativo por vez. Devido à linearidade da equação da energia, o princípio de superposição foi então aplicado nos casos estudados com mais de um aquecedor ativo, e a temperatura média de cada aquecedor foi calculada através da Eq. (10). Com o intuito de demonstrar os benefícios da aplicação dos coeficientes de influência conjugados g^+ na predição de temperatura, simulações adicionais foram executadas com os três aquecedores ativos no canal, visando a comparação dos resultados numéricos das temperaturas médias dos aquecedores 3D protuberantes com aquelas previstas pela Eq. (10).

3.1 Escoamento laminar

Na Figura 5, as linhas de corrente sobre os aquecedores 3D protuberantes, em uma vista em perspectiva 3D, são apresentadas para número de *Reynolds* igual a 1.000 e $H_h = 0,20H$. As principais características do escoamento laminar consistem de vórtice(s) ferradura(s) que inicia(m) sua formação à montante do primeiro aquecedor e se desenvolvem ao redor das superfícies laterais dos aquecedores; da formação de uma pequena recirculação à montante do primeiro aquecedor; de recirculações nos espaçamentos entre dois aquecedores protuberantes adjacentes e de uma região de recirculação à jusante do terceiro aquecedor devido ao recolamento da camada-limite fluidodinâmica do escoamento.

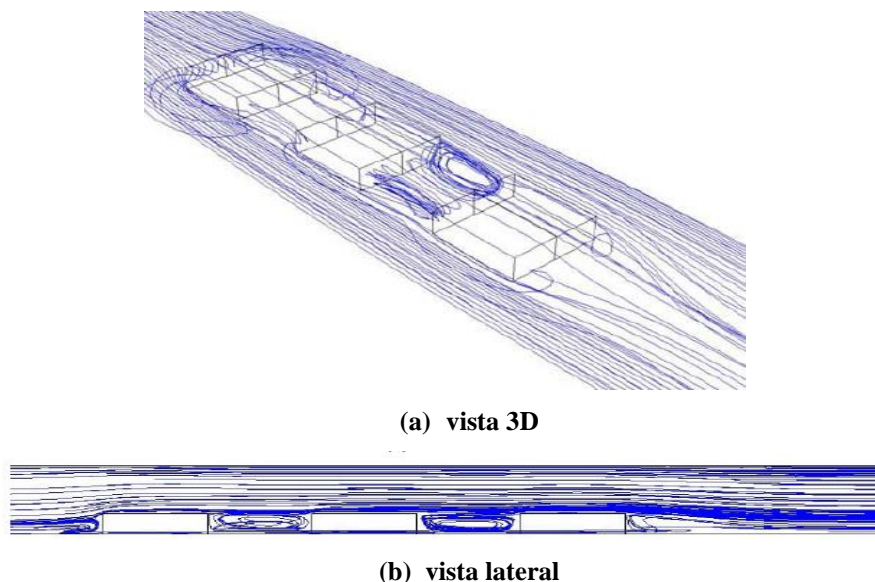


Figura 5. Linhas de corrente sobre aquecedores 3D protuberantes para $Re = 1.000$ e $H_h = 0,20H$.

Nas Figuras 6 e 7 são apresentados os perfis de velocidade do escoamento laminar de ar considerando $Re = 1.000$ para $H_h = 0,10H$, $0,20H$ e $0,30H$, nos planos xy e xz , respectivamente, com o intuito de analisar as magnitudes da velocidade e o sentido das recirculações nas diferentes regiões do escoamento. O mesmo comportamento fluidodinâmico é observado quando comparado com a Fig. 5.

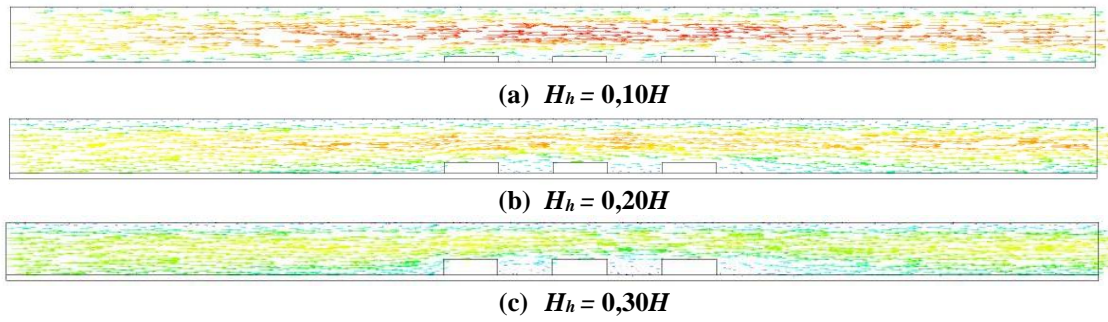


Figura 6. Perfil de velocidade sobre aquecedores 3D protuberantes para $Re = 1.000$ (plano xy).

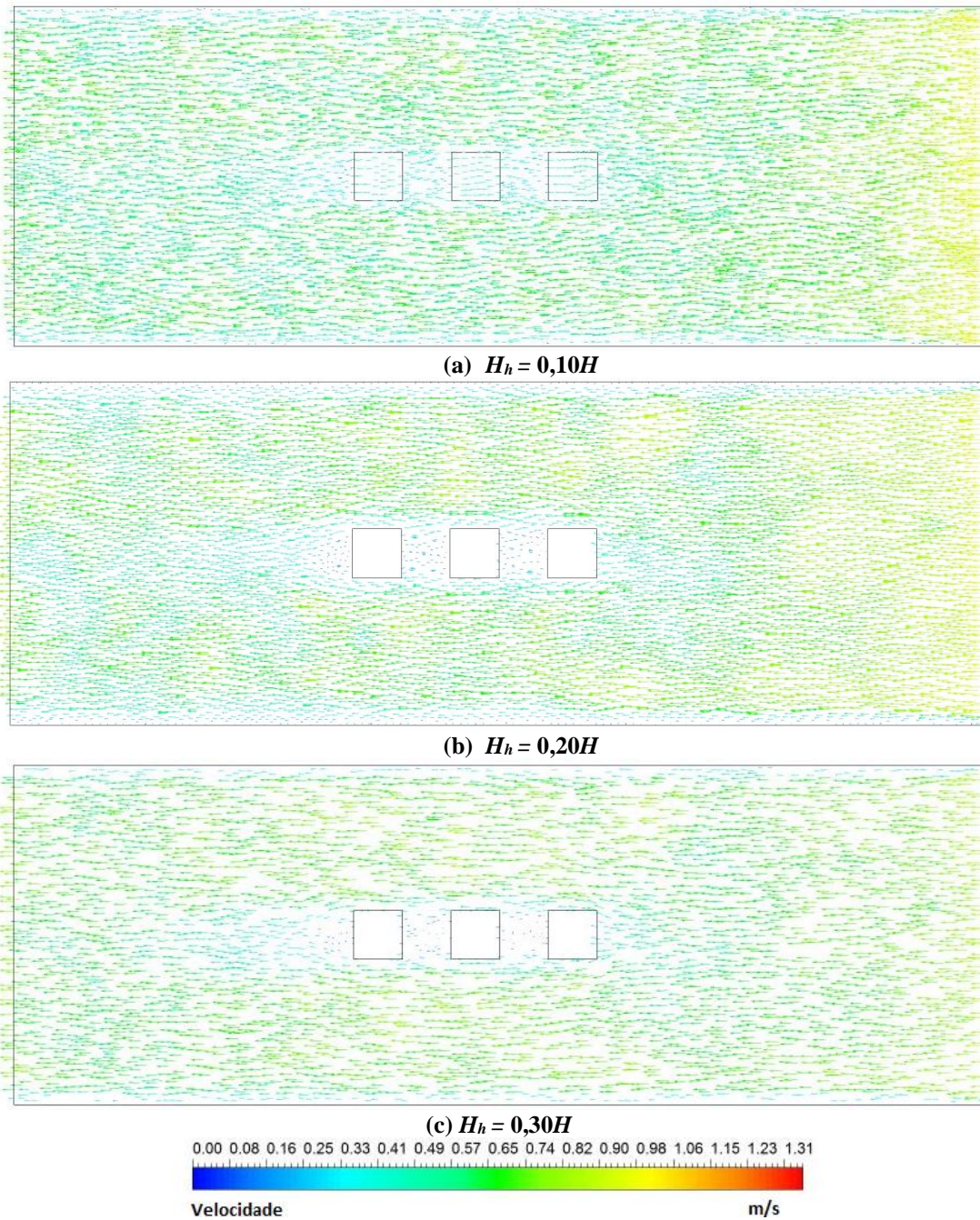


Figura 7. Perfil de velocidade sobre aquecedores 3D protuberantes para $Re = 1.000$ (plano xz).

Nas Figuras 8 e 9 são apresentadas as distribuições de pressão do escoamento laminar de ar com $Re = 1.000$ para $H_h = 0,10H$, $0,20H$ e $0,30H$, nos planos xy e xz , respectivamente.

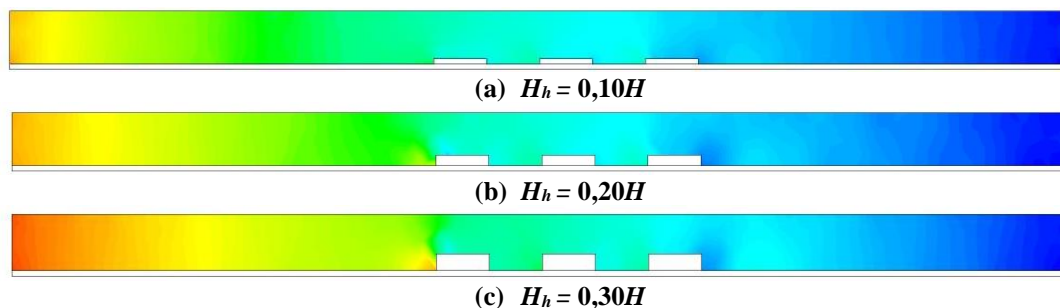


Figura 8. Distribuição de pressão sobre aquecedores 3D protuberantes para $Re = 1.000$ (plano xy).

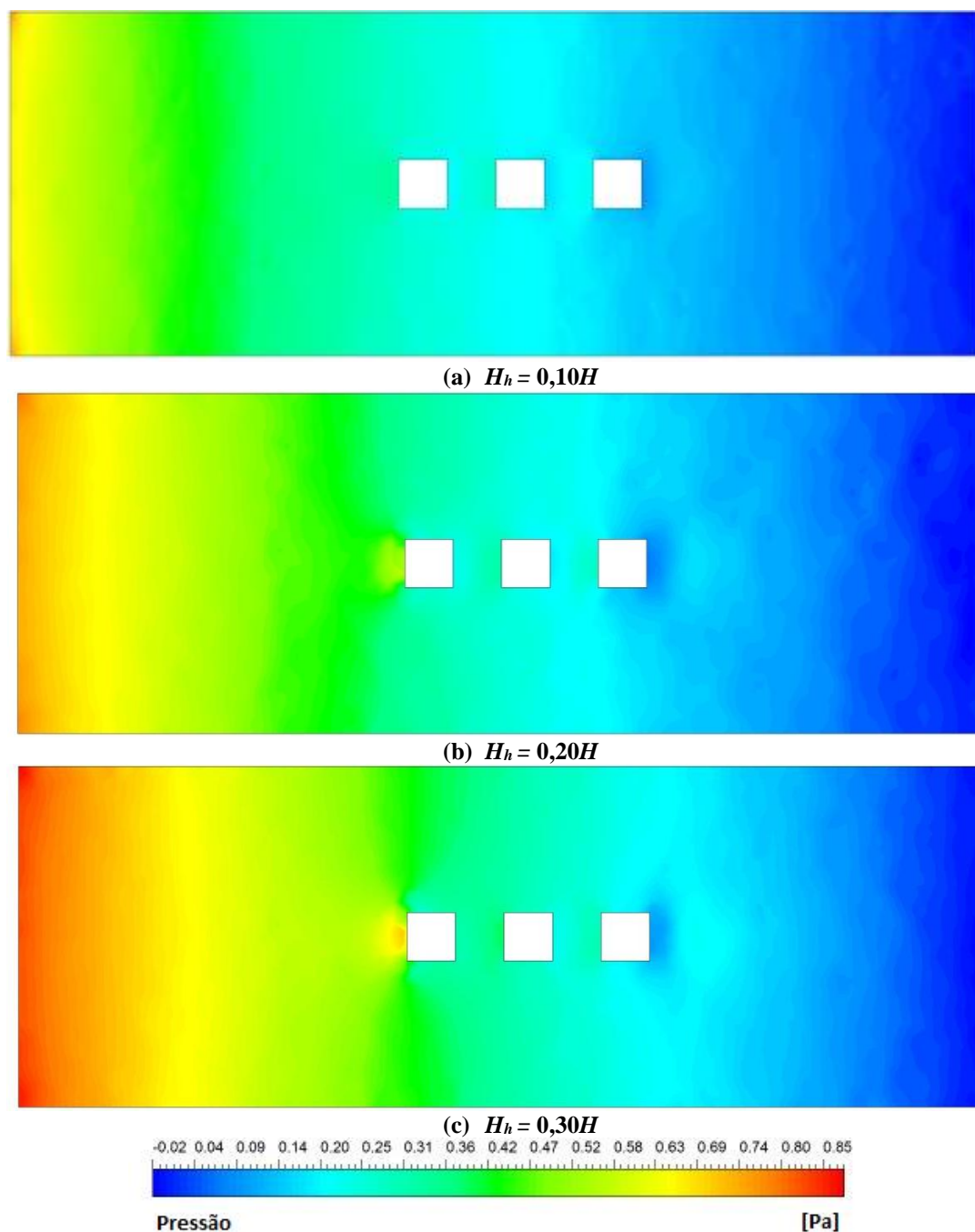


Figura 9. Distribuição de pressão sobre aquecedores 3D protuberantes para $Re = 1.000$ (plano xz).

Como esperado, a pressão na entrada do canal é superior à da saída. As maiores pressões estão localizadas próximas à superfície frontal do primeiro aquecedor 3D protuberante devido ao ponto de estagnação. Além disso, quanto maior o número de *Reynolds*, maiores serão os gradientes de pressão próximos à estagnação e a queda de pressão total no canal retangular horizontal. Os principais resultados obtidos os parâmetros fluidodinâmicos de interesse, velocidade média, vazão mássica e queda de pressão total no canal, são apresentados nas Tabelas 2 e 3. A Figura 10 mostra a queda de pressão total no canal em função do número de *Reynolds*. A queda de pressão aumenta com o aumento de *Re*.

Tabela 1. Parâmetros fluidodinâmicos de interesse.

<i>Re</i>	u_0 [m/s]	\dot{m} [kg/s]
500	0,46	0,000117
750	0,68	0,000585
1.000	0,91	0,000781
1.250	1,14	0,000976
1.500	1,37	0,001171
1.750	1,59	0,001366
2.000	1,82	0,001562

Tabela 2. Queda de pressão [Pa] no canal em função do número de *Reynolds* e da altura dos aquecedores.

<i>Re</i>	H_h/H					
	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35
500	0,30038	0,30289	0,30737	0,30950	0,31204	0,32105
750	0,49322	0,49766	0,50544	0,50941	0,51415	0,52999
1.000	0,70334	0,70991	0,72107	0,72732	0,73549	0,75914
1.250	0,92672	0,93608	0,95026	0,95992	0,97165	1,00440
1.500	1,16045	1,17348	1,19054	1,20407	1,22076	1,26357
1.750	1,40352	1,42053	1,44057	1,45918	1,48078	1,53535
2.000	1,65413	1,67623	1,69873	1,72281	1,75085	1,80043

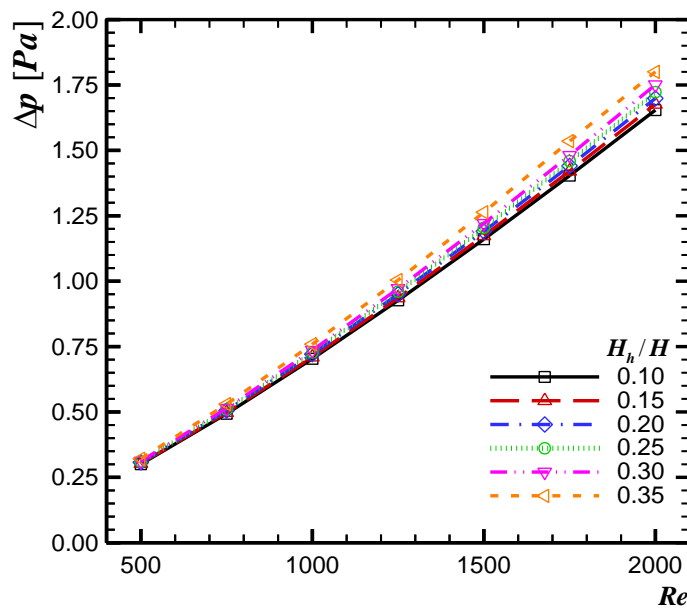


Figura 10. Comportamento da queda de pressão total no canal em função de *Re* e da altura H_h .

3.2 Resfriamento Conjugado por Convecção Forçada-Condução

Na transferência de calor conjugada por convecção forçada-condução, a taxa volumétrica de dissipação de calor q gerada em cada aquecedor é subdividida em duas parcelas. Uma parte diretamente da superfície do aquecedor 3D protuberante para o escoamento fluido por convecção forçada, denominada q_f . A outra parcela é transferida por condução para o substrato condutivo, através da interface aquecedor-substrato, sendo denominada q_s . Pela conservação de energia, a soma das frações (q_f/q) e (q_s/q) deve ser sempre unitária.

Nas simulações efetuadas com um único aquecedor 3D protuberante ativo de cada vez, foram encontrados os resultados para a fração (q_s/q) em função de $Reynolds$ e de H_h , que são apresentados na Tabelas 4, 5 e 6. A fração (q_s/q) diminui com o aumento de Re e de H_h devido a uma maior transferência de calor por convecção forçada.

Tabela 3. Fração ($q_{s,1}/q$) considerando substrato condutivo.

Re	H_h/H					
	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35
500	0,9428	0,9362	0,9306	0,9222	0,9157	0,9093
750	0,9385	0,9319	0,9263	0,9180	0,9116	0,9052
1.000	0,9352	0,9287	0,9231	0,9148	0,9084	0,9021
1.250	0,9300	0,9235	0,9179	0,9097	0,9033	0,8970
1.500	0,9230	0,9166	0,9111	0,9029	0,8966	0,8903
1.750	0,9192	0,9128	0,9073	0,8992	0,8929	0,8866
2.000	0,9139	0,9075	0,9020	0,8939	0,8876	0,8814

Tabela 4. Fração ($q_{s,2}/q$) considerando substrato condutivo.

Re	H_h/H					
	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35
500	0,9513	0,9570	0,9619	0,9669	0,9716	0,9765
750	0,9486	0,9543	0,9592	0,9641	0,9689	0,9737
1.000	0,9433	0,9490	0,9538	0,9588	0,9635	0,9683
1.250	0,9382	0,9438	0,9486	0,9536	0,9583	0,9630
1.500	0,9314	0,9370	0,9418	0,9467	0,9513	0,9561
1.750	0,9278	0,9334	0,9381	0,9430	0,9476	0,9523
2.000	0,9224	0,9279	0,9327	0,9375	0,9421	0,9468

Tabela 5. Fração ($q_{s,3}/q$) considerando substrato condutivo.

Re	H_h/H					
	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35
500	0,9492	0,9540	0,9590	0,9639	0,9686	0,9735
750	0,9465	0,9513	0,9563	0,9611	0,9659	0,9707
1.000	0,9402	0,9450	0,9499	0,9548	0,9595	0,9643
1.250	0,9335	0,9383	0,9432	0,9480	0,9526	0,9574
1.500	0,9274	0,9322	0,9370	0,9418	0,9464	0,9511
1.750	0,9228	0,9275	0,9323	0,9371	0,9417	0,9464
2.000	0,9195	0,9241	0,9289	0,9337	0,9383	0,9429

Os resultados dos coeficientes de influência conjugados g_{mn}^+ , associados ao auto-aquecimento, g_{11}^+ , g_{22}^+ e g_{33}^+ , em função de Re e de H_h são mostrados nas Tabelas 7, 8 e 9, respectivamente, considerando o substrato condutivo. Estes coeficientes dependem de *Reynolds*, da posição e da altura do aquecedor 3D protuberante no canal. O aumento com Re ocorre principalmente devido ao aumento da vazão mássica no canal. Os coeficientes g_{mn}^+ diminuem com o aumento de (H_h/H) .

Tabela 6. Coeficiente de influência conjugado g_{11}^+ .

Re	H_h/H					
	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35
500	1,1759	1,1438	1,1302	1,1230	1,1110	1,1078
750	4,8521	4,8195	4,8108	4,7969	4,7086	4,5271
1.000	5,6319	5,6134	5,5988	5,5832	5,5166	5,3986
1.250	6,4960	6,4938	6,4252	6,2263	6,2011	6,0863
1.500	7,4003	7,3492	7,1930	7,0305	6,9037	6,5635
1.750	8,2537	8,1869	7,9062	7,8174	7,5866	7,3202
2.000	9,0197	8,6935	8,5627	8,3378	8,2603	7,9286

Tabela 7. Coeficiente de influência conjugado g_{22}^+ .

Re	H_h/H					
	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35
500	1,1637	1,1372	1,1169	1,1125	1,1097	1,0043
750	4,8063	4,8057	4,7805	4,7363	4,7056	4,5230
1.000	5,6299	5,6190	5,6056	5,6046	5,5404	5,3931
1.250	6,4999	6,4829	6,4055	6,2201	6,1929	6,0029
1.500	7,3765	7,3523	7,3348	7,0213	6,8938	6,4111
1.750	8,2082	8,1864	8,1691	7,8065	7,5740	7,1417
2.000	9,0115	8,9955	8,5857	8,4430	8,2446	7,7309

Tabela 8. Coeficiente de influência conjugado g_{33}^+ .

Re	H_h/H					
	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35
500	1,1815	1,1536	1,1382	1,1363	1,1287	1,1184
750	4,9034	4,8979	4,8661	4,8271	4,7991	4,6102
1.000	5,7527	5,7472	5,7351	5,7319	5,6785	5,5092
1.250	6,6571	6,6396	6,5766	6,4478	6,3639	6,0509
1.500	7,5846	7,5384	7,5203	7,1921	7,1080	6,3786
1.750	8,4526	8,4004	8,3834	8,0039	7,8213	7,0948
2.000	9,2528	9,2367	8,8079	8,7225	8,5245	7,6524

Em todas as simulações efetuadas para o resfriamento conjugado por convecção forçada-condução, apesar da condução axial no meio fluido ter se tornado desprezível, foi observada uma influência térmica na região à montante de cada aquecedor ativo. Isto ocorreu devido à condução no substrato na região à montante do aquecedor ativo e também devido às recirculações presentes no escoamento. Este fato é ilustrado para os aquecedores com altura $(H_h/H) = 0,20$, através dos mapas de isotérmicas considerando $Re = 1.000$, nas Figs. 11 e 12.

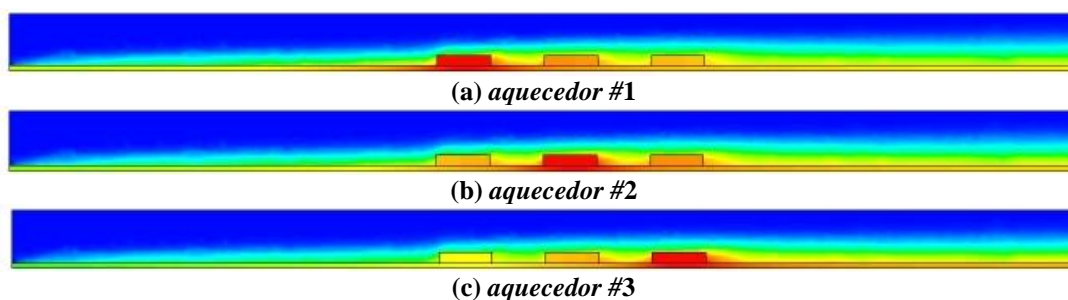


Figura 11. Mapas de isotérmicas para um único aquecedor ativo – $Re = 1.000$ e $(H_h/H) = 0,20$ (plano xy).

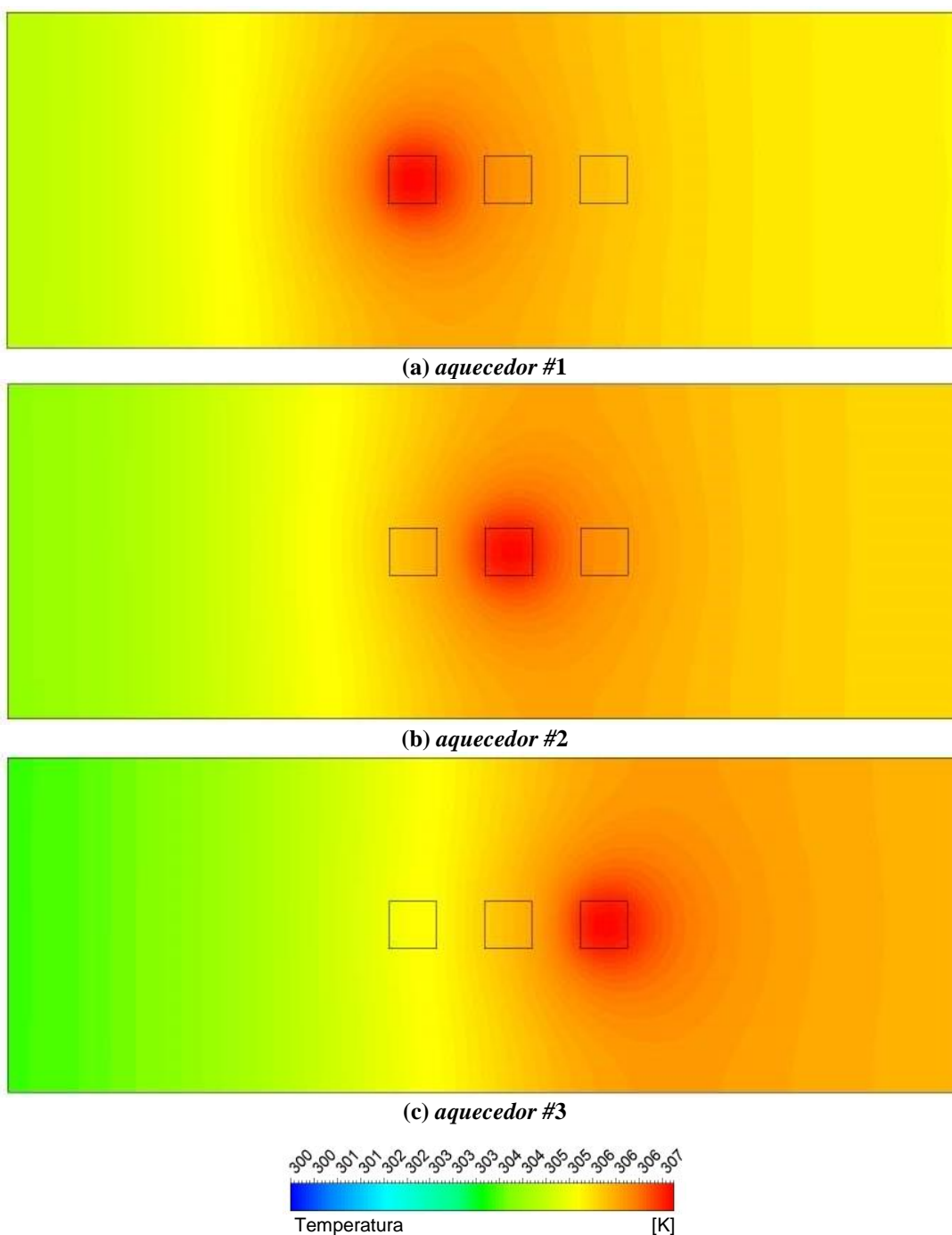


Figura 12. Mapas de isotérmicas para um único aquecedor ativo – $Re = 1.000$ e $(H_h/H) = 0,20$ (plano xz).

Os resultados para os coeficientes de influência conjugados g_{ni}^+ da diagonal superior g_{12}^+ , g_{13}^+ e g_{23}^+ , em função do número de Re e de H_h , são mostrados nas Tabelas 10, 11 e 12, respectivamente. Estes coeficientes dependem de *Reynolds*, da posição e da altura dos aquecedores 3D protuberantes no canal. Os valores dos coeficientes de influência conjugados g_{12}^+ e g_{23}^+ são maiores do que o coeficiente g_{13}^+ porque eles representam a influência térmica de um aquecedor 3D protuberante mais próximo do aquecedor a montante.

Tabela 9. Coeficiente de influência conjugado g_{12}^+ .

Re	H_h/H					
	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35
500	0,9517	0,9526	0,9785	0,9975	0,9658	0,9521
750	3,8558	3,9301	3,9902	4,0275	3,9879	3,9282
1.000	4,4798	4,5307	4,5888	4,6068	4,5622	4,5149
1.250	4,8182	5,0950	5,1941	5,2263	5,1345	4,8624
1.500	5,0617	5,7306	5,8290	5,8381	5,8025	5,3118
1.750	5,5752	6,3128	6,4244	6,4340	6,3955	5,7429
2.000	5,9565	6,4032	6,9813	7,0217	6,8894	6,1652

Tabela 10. Coeficiente de influência conjugado g_{13}^+ .

Re	H_h/H					
	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35
500	0,8585	0,8605	0,8826	0,8999	0,8889	0,8789
750	3,4781	3,4811	3,5234	3,5858	3,5408	3,5268
1.000	3,9208	3,9375	4,0177	4,0289	4,0273	4,0043
1.250	4,1124	4,2376	4,5021	4,5394	4,5291	4,4991
1.500	4,2242	4,4816	5,0181	5,0344	5,0304	4,9874
1.750	4,6258	4,7904	5,4926	5,5183	5,5090	5,4680
2.000	4,8880	5,0914	5,9279	5,9813	5,9596	5,9256

Tabela 11. Coeficiente de influência conjugado g_{23}^+ .

Re	H_h/H					
	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35
500	0,9549	0,9613	0,9700	0,9980	0,9791	0,9556
750	3,8743	3,9494	3,9965	4,0487	3,9965	3,9368
1.000	4,5061	4,5498	4,5856	4,6355	4,6196	4,5409
1.250	4,7724	5,1275	5,1665	5,2666	5,2226	4,9833
1.500	4,9389	5,7683	5,8358	5,8818	5,8617	5,3617
1.750	5,4511	6,3555	6,4335	6,4830	6,4603	5,7996
2.000	5,8122	6,4443	6,9354	7,0752	7,0220	6,2282

Os resultados para os coeficientes de influência conjugados g_{ni}^+ da diagonal inferior g_{21}^+ , g_{31}^+ e g_{32}^+ são apresentados em função de Re e de H_h nas Tabelas 13, 14 e 15, respectivamente. Estes coeficientes aumentam com *Reynolds* porque a vazão mássica aumenta no canal.

Tabela 12. Coeficiente de influência conjugado g_{21}^+ .

<i>Re</i>	<i>H_h/H</i>					
	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35
500	1,0491	1,0236	1,0204	1,0031	0,9831	0,9361
750	4,2142	4,2042	4,1953	4,1564	4,1045	4,0031
1.000	4,8190	4,7938	4,7682	4,7617	4,6929	4,6866
1.250	5,4592	5,4294	5,3363	5,3289	5,1122	4,9816
1.500	6,0956	6,0640	6,0597	5,9542	5,5874	5,1695
1.750	6,7127	6,6784	6,6730	6,5530	6,0409	5,6929
2.000	7,3190	7,2788	7,1454	6,6937	6,4825	6,0533

Tabela 13. Coeficiente de influência conjugado g_{31}^+ .

<i>Re</i>	<i>H_h/H</i>					
	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35
500	0,9961	0,9911	0,9756	0,9700	0,9515	0,9293
750	3,9470	3,9328	3,9274	3,8963	3,8270	3,7709
1.000	4,4444	4,4238	4,4017	4,3999	4,3788	4,3293
1.250	4,9909	4,9658	4,9381	4,8761	4,6498	4,4059
1.500	5,5275	5,5140	5,4971	5,4706	5,0260	4,3943
1.750	6,0435	6,0266	6,0098	5,9827	5,3791	4,7611
2.000	6,5474	6,5137	6,4871	5,9484	5,7186	4,9635

Tabela 14. Coeficiente de influência conjugado g_{32}^+ .

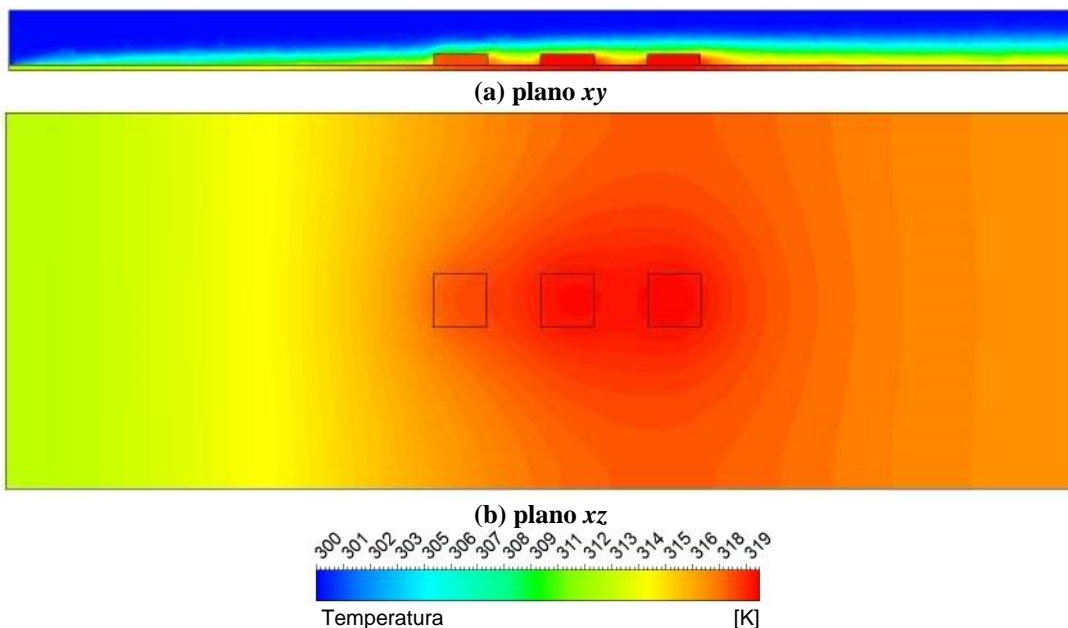
<i>Re</i>	<i>H_h/H</i>					
	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35
500	1,0443	1,0224	0,9971	0,9963	0,9941	0,8889
750	4,2232	4,2015	4,1825	4,1315	4,1294	4,0284
1.000	4,8549	4,8361	4,8011	4,7889	4,7255	4,7220
1.250	5,5110	5,4684	5,3767	5,3718	5,1638	4,9219
1.500	6,1552	6,1253	6,1068	6,0001	5,6482	5,0271
1.750	6,7794	6,7348	6,7259	6,6060	6,1099	5,4948
2.000	7,3923	7,3345	7,2039	6,7582	6,5593	5,8124

Os testes numéricos apresentados na sequência tiveram a finalidade de verificação do princípio de superposição na aplicação de um descritor invariante no processo de transferência de calor conjugado por convecção forçada-condução. Com estes testes, as temperaturas médias dos aquecedores 3D protuberantes obtidas das simulações numéricas utilizando o *software ANSYS/FluentTM 15.0* considerando os três aquecedores ativos no canal foram comparadas com as previstas pela Eq. (10).

As simulações envolvendo os três aquecedores ativos consistiram de um teste com a mesma taxa de dissipação volumétrica de calor nos aquecedores (1W em cada aquecedor: Teste 1-1-1). Os resultados obtidos das simulações numéricas para a temperatura média de cada aquecedor são mostrados na Tabela 16. Na Figura 13 são apresentados os mapas de isotérmicas nos planos *xy* e *xz*, considerando *Re* = 1.000 e (*H_h/H*) = 0,20 para o Teste 1-1-1. Em todos os casos analisados, os valores da temperatura média dos aquecedores diminuíram com o aumento do número de *Reynolds* (velocidade do escoamento de ar dentro do canal).

Tabela 16. Temperatura média dos aquecedores protuberantes no Teste 1-1-1.

$H_h/H = 0,10$	Re	T_1 [K]	T_2 [K]	T_3 [K]	$H_h/H = 0,15$	Re	T_1 [K]	T_2 [K]	T_3 [K]
	500	325,47	326,62	327,01		500	324,76	325,90	325,94
	750	321,50	323,60	323,65		750	320,57	321,65	321,66
	1.000	318,63	320,68	320,69		1.000	318,16	319,16	319,20
	1.250	316,76	318,74	318,77		1.250	316,55	317,48	317,54
	1.500	315,43	317,35	317,40		1.500	315,45	316,31	316,41
	1.750	315,44	316,31	316,38		1.750	314,63	315,44	315,56
	2.000	314,68	315,49	315,59		2.000	313,99	314,76	314,89
$H_h/H = 0,20$	Re	T_1 [K]	T_2 [K]	T_3 [K]	$H_h/H = 0,25$	Re	T_1 [K]	T_2 [K]	T_3 [K]
	500	324,65	325,79	325,84		500	324,57	325,68	325,73
	750	320,49	321,57	321,58		750	320,42	321,47	321,48
	1.000	318,10	319,10	319,14		1.000	318,03	319,00	319,03
	1.250	316,49	317,39	317,45		1.250	316,23	317,13	317,17
	1.500	315,39	316,23	316,32		1.500	315,15	315,99	316,05
	1.750	314,58	315,36	315,48		1.750	314,46	315,25	315,33
	2.000	313,95	314,69	314,82		2.000	313,86	314,65	314,73
$H_h/H = 0,30$	Re	T_1 [K]	T_2 [K]	T_3 [K]	$H_h/H = 0,35$	Re	T_1 [K]	T_2 [K]	T_3 [K]
	500	324,29	325,36	325,44		500	324,96	325,26	325,31
	750	320,13	321,17	321,20		750	320,16	321,04	321,06
	1.000	317,77	318,75	318,76		1.000	317,74	318,62	318,60
	1.250	316,19	317,03	317,02		1.250	316,11	316,83	316,98
	1.500	315,10	315,91	315,84		1.500	314,76	315,31	315,58
	1.750	314,29	315,07	314,98		1.750	313,97	314,46	314,77
	2.000	313,66	314,42	314,31		2.000	313,27	313,72	314,05

Figura 13. Mapas de isotérmicas para todos os aquecedores ativos – $Re = 1.000$ e $(H_h/H) = 0,20$.

Os resultados numéricos da temperatura média de cada aquecedor, $T_{h,n}$, apresentados na Tabela 16 foram comparados com as previsões da Eq. (10) através da utilização dos valores dos coeficientes de influência conjugados g^+ apresentados nas Tabelas 7 a 15. Para todos os testes considerados, os resultados preditos apresentaram uma diferença menor do que 0,7% com aqueles mostrados na Tabela 16, comprovando assim, os benefícios da aplicação do descritor invariante na previsão de temperaturas no processo de resfriamento conjugado por convecção forçada-condução de aquecedores 3D protuberantes em canais.

4 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi demonstrado numericamente a aplicação de um descritor invariante na transferência de calor conjugada por convecção forçada-condução de aquecedores 3D discretos montados em um substrato condutivo em um canal retangular horizontal com escoamento laminar. As temperaturas médias dos aquecedores foram relacionadas, independente da potência dissipada em cada um, através de uma matriz G^+ com coeficientes de influência conjugados g^+ . Os resultados foram obtidos numericamente considerando três aquecedores 3D protuberantes utilizando o *software ANSYS/Fluent*TM 15.0. Alguns exemplos foram apresentados demonstrando os benefícios da aplicação destes coeficientes de influência conjugados na previsão de temperaturas do processo de resfriamento conjugado de aquecedores discretos em canais. O procedimento descrito é, contudo, geral e extensões para maior número de aquecedores são simples, embora computacionalmente mais exigente.

AGRADECIMENTOS

Agradecimentos são prestados ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela concessão de bolsa de iniciação científica ao primeiro autor e também pelo financiamento de projeto de pesquisa vinculado ao Edital Chamada Universal – MCTI/CNPq n° 14/2014. Agradecimentos ainda são externados à Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação da UTFPR, à Diretoria-Geral, à Diretoria de Pesquisa e Pós-Graduação, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e ao Departamento Acadêmico de Mecânica da UTFPR/Câmpus Ponta Grossa.

REFERÊNCIAS

- Antonini Alves, T., 2010. *Resfriamento Conjugado de Aquecedores Discretos em Canais*. Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas/Campinas.
- Antonini Alves, T., & Altemani, C. A. C., 2012. An invariant descriptor for heaters temperature prediction in conjugate cooling. *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 58, pp. 92–101.
- Antonini Alves, T., Santos, P. H. D., & Barbur, M. A., 2015. An invariant descriptor for conjugate forced convection-conduction cooling of 3D protruding heaters in channel flow. *Frontiers of Mechanical Engineering*, vol. 10, pp. 263-276.
- Anderson, A. M., & Moffat, R. J., 1992a. The adiabatic heat transfer coefficient and the superposition kernel function: part 1 – data for arrays of flatpaks for different flow conditions. *Journal of Electronic Packaging*, vol. 114, pp.14-21.

Anderson, A. M., & Moffat, R. J., 1992b. The adiabatic heat transfer coefficient and the superposition kernel function: part 2 – modeling flatpack data as a function of channel turbulence. *Journal of Electronic Packaging*, vol. 114, pp. 22-28.

ANSYS/Fluent™. Tutorial, 2011: Solving a Conjugate Heat Transfer Problem using ANSYS/Fluent™. pp. 1-30.

Bar-Cohen, A., Watwe, A. A., & Prasher, R. S., 2003. Heat transfer in electronic equipment. In Bejan, A., & Kraus, A. D., eds, *Heat transfer handbook*, pp.947-1027. John Wiley & Sons. chap.13.

Bergman, T. L., Lavine, A. S., Incropera, F. P., & Dewitt, D. P. *Fundamentals of heat and mass transfer*, New Jersey, USA: John Wiley & Sons., 1080 p., 2014.

Davalath, J., & Bayazitoglu, Y., 1987. Forced convection cooling across rectangular blocks. *Journal of Heat Transfer*, vol. 109, pp. 321–328.

Grigull, U. *Heat Conduction*, New York, USA: Hemisphere Publishing Corporation, 187p., 1987.

Hacker, J. M., & Eaton, J. K., *Heat transfer measurements in a backward-facing step flow with arbitrary wall temperature variations*. Stanford University, Stanford, USA: Thermosciences Division Research Report MD–71, 1995.

Kays, W. M., Crawford, M. E., & Weigand, B. *Convective heat and mass transfer*, New York, USA: McGraw-Hill, 546p, 2005.

Morris, G. K., & Garimella, S. V., 1996. Thermal wake downstream of a three-dimensional obstacle. *Experimental Thermal Fluid Science*, vol.12, pp. 65-74.

Patankar, S. V., 1980. *Numerical heat transfer and fluid flow*. Hemisphere Publishing Corporation.

Zeng, Y., & Vafai, K., 2009. An investigation of convective cooling of an array of channel-mounted obstacles. *Numerical Heat Transfer, Part A*, vol. 55, pp. 967–982.