



METODOLOGIA NUMÉRICA DE CÁLCULO DO FATOR DE FORMA CONSIDERANDO OS EFEITOS DE OBSTRUÇÃO

Fernanda Clemente Araújo

Fábio Alfaia da Cunha

fernandaca26@hotmail.com

fabioalfaia@unb.br

Faculdade UnB Gama, Universidade de Brasília, 7244-240, Gama, Brasília-DF.

Resumo. *Em muitas aplicações de engenharia se faz necessário calcular com exatidão a transferência de calor por radiação entre superfícies. De modo geral a troca de calor por radiação entre corpos depende da orientação entre eles e ainda das suas propriedades de radiação e temperatura. O parâmetro que leva em conta a orientação dos corpos é o fator de forma, que possibilita quantificar a fração de energia que sai de uma superfície e atinge uma segunda superfície. Os estudos que envolvem o cálculo do fator de forma se tornam complicados quando são analisadas geometrias complexas, não sendo viável a obtenção deste parâmetro através de soluções analíticas. Para tanto é necessária a utilização de um método de solução numérico. O presente trabalho apresenta uma metodologia numérica capaz de calcular o fator de forma para geometrias 2D submetidas aos efeitos de obstrução. Os resultados obtidos com a metodologia proposta se mostraram satisfatórios, pois se aproximaram de resultados analíticos e numéricos disponibilizados na literatura.*

Palavras-chaves: *Fator de Forma, Simulação numérica, Transferência de Calor por radiação.*

1 INTRODUÇÃO

Situações envolvendo trocas de calor são encontradas com frequência nos estudos de engenharia. Os estudos sobre os processos de transferência de calor e a necessidade de analisá-los cresceram consideravelmente com o avanço tecnológico.

A transferência de calor pode ocorrer a partir de três modos: condução, convecção e radiação. A radiação térmica é emitida por todo corpo que está acima de zero absoluto e depende da orientação dos corpos e das suas propriedades radioativas (ÇENGEL; GHAJAR, 2012). O parâmetro referente à orientação dos corpos é conhecido como fator de forma. Segundo Incropera (2011), fator de forma nada mais é que, uma quantidade geométrica que representa a fração de radiação que deixa uma superfície e atinge outra superfície diretamente. A ausência do fator de forma ocasiona prejuízos nos cálculos que envolvem projetos com análise de transferência de calor.

Vários trabalhos já foram realizados de forma a quantificar as trocas de calor por radiação e os autores focaram no cálculo do fator de forma. Por exemplo, Bao, Cai e Croiset (2011), estudaram a modelagem matemática do fator de forma de uma célula a combustível de óxido sólido. Eles consideraram, como geometria para estrutura da célula, um paralelepípedo e depois uma configuração cilíndrica tubular. No trabalho de Upadhya *et al.* (1995) é utilizado o cálculo do fator de forma para otimização dos processos de fundição de peças metálicas. O modelo se baseia em uma abordagem da geometria das peças metálicas e os parâmetros que dominam a transferência de calor. Tem-se ainda aplicações para o fator de forma na área de bioenergia. Os processos de gaseificação e pirólise de biomassa podem ser aperfeiçoados se conhecido o fator de forma. Ele pode indicar a fração de radiação que deixa as paredes do recipiente onde ocorre o aumento da temperatura e chega até a biomassa, propiciando sua queima (GOLDEMBERG, 2009). Apesar desses trabalhos calcularem aproximadamente o fator de forma, eles o fazem para geometrias bem simples. O que, em situações reais não ocorre. Tal fato limita a aplicação das pesquisas dos autores.

Nesse contexto, o presente trabalho tem a proposta de apresentar uma metodologia capaz de calcular numericamente o fator de forma entre superfícies genéricas considerando o efeito de obstrução.

2 FATOR DE FORMA

Em aplicações de engenharia, onde a transferência de calor por radiação é um dos mecanismos mais importantes, se faz necessário calcular com exatidão a transferência de radiação entre as superfícies (JOY, 2014). Sabe-se que a troca de calor por radiação entre corpos depende da orientação entre os mesmos e ainda das suas propriedades de radiação e temperatura (ÇENGEL; GHAJAR, 2012). O parâmetro que leva em conta a orientação entre os corpos é o fator de forma.

O Fator de forma F_{12} é definido como a fração de radiação que sai da superfície isotérmica, opaca, e difusa 1 (por emissão ou reflexão) e incide diretamente sobre a superfície 2 (sendo absorvida ou refletida). Ele depende apenas da geometria, sendo desconsideradas a temperatura e as propriedades das superfícies em questão (HOWELL; MENGÜÇ, 2011).

Esta parte do trabalho trata das principais definições para o cálculo e aplicação do fator de forma. É importante ressaltar que todas as definições são elaboradas considerando

superfícies emissoras e refletoras difusas (INCROPERA, 2011). A expressão geral do fator de forma entre duas superfícies difusas de área infinitesimal está presente na Eq. (1), obtida com base nos elementos da Fig. 1.

$$F_{12} = F_{A_1 \rightarrow A_2} = \frac{1}{A_1} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi S^2} dA_1 dA_2 \quad (1)$$

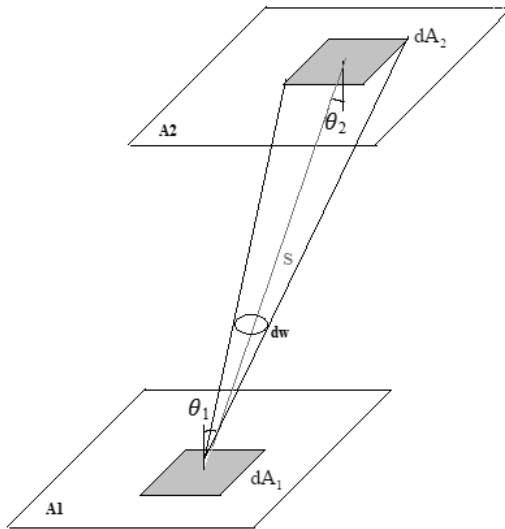


Figura 1: Esquema para cálculo do fator de forma entre superfícies.

A integral do fator de forma também pode ser usada para calcular a diferença líquida de radiação entre seções transversais de sólidos. Ou seja, a Equação (1) pode ser adaptada para se encontrar o fator de forma entre geometrias tridimensionais que podem ser formadas a partir da extrusão de uma seção bidimensional. Em termos de radiação térmica e fator de forma, as geometrias no espaço 2D representam superfícies que possuem a terceira dimensão (Z) muito maior que as outras duas (X e Y). A dimensão Z varia de $-\infty$ a $+\infty$, o que torna mais prático tratar geometrias infinitamente longas como se possuíssem apenas duas dimensões (MARTÍNEZ, 2015).

A adaptação da Eq. (1) para casos de geometrias em duas dimensões foi exposta no trabalho de Martínez (2015), e as manipulações matemáticas podem ser bem entendidas a partir da análise da Fig. 2.

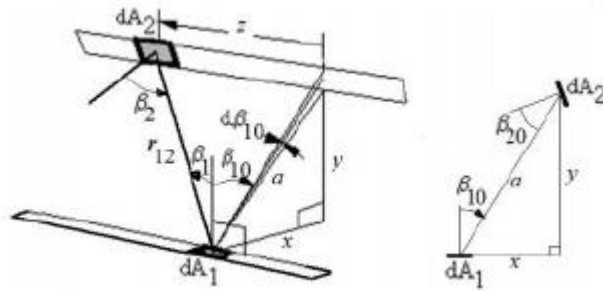


Figura 2: Esquema para cálculo do fator de forma entre superfícies infinitamente longas (MARTÍNEZ, 2015).

Após as devidas manipulações matemáticas e associações com a Eq.(1), obtém-se a Eq. (2), que é a equação para calcular o fato de forma entre geometrias bidimensionais.

$$F_{12} = F_{A1 \rightarrow A2} = \frac{1}{A_1} \int_{A2} \int_{A1} \frac{a^2 \cos \beta_{10} \cos \beta_{20}}{\pi(a^2 + z^2)} dA_1 dA_2 \quad (2)$$

A Equação (2) será a base para este trabalho que é focado no cálculo numérico do fator de forma para superfícies infinitamente longas.

2.1 Aproximação da equação do fator de forma

Em virtude da complexidade das integrais apresentadas nas equações (1) e (2) é necessário recorrer ao cálculo numérico para resolver o problema das integrais e simplificar o processo de obtenção do fator de forma. As ferramentas utilizadas no trabalho foram a malha radioativa e a quadratura de Gauss.

A malha radioativa foi utilizada com o intuito de se obter geometrias mais simples para o cálculo do fator de forma. Gerar uma malha é discretizar a área de uma superfície em elementos menores que correspondem ao diferencial de área da superfície. De acordo com Junior (2001), o tipo de malha mais utilizada em problemas que envolvem o cálculo do fator de forma é a malha triangular. A malha triangular deve ser a mais refinada possível (menores divisões triangulares) para obtenção de melhores resultados.

A quadratura de Gauss transforma a integral dupla do fator de forma em duas somatórias, o que torna mais simples a criação do algoritmo. No caso desse trabalho a função peso da quadratura é unitária, pois o fator de forma será avaliado apenas no ponto central do elemento de área. A Equação (1) pode ser aproximada da seguinte forma:

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \sum_{k=1}^{n1} \sum_{l=1}^{n2} \frac{\cos \theta_k \cos \theta_l}{\pi S^2} \Delta A_k \Delta A_l \quad (3)$$

Onde n1 e n2 representam o número de segmentos do contorno “i” e “j”, respectivamente.

Os cossenos da equação podem se transformar em operações vetoriais. O resultado final de associação do trabalho de Walton (2002) com a Eq. (3) do fator de forma é:

$$F_{ij} = -\frac{1}{\pi A_i} \sum_{k=1}^{n1} \sum_{l=1}^{n2} \frac{(\vec{r} \cdot \vec{n}_k)(\vec{r} \cdot \vec{n}_l)}{(\vec{r} \cdot \vec{r})^2} \Delta A_k \Delta A_l \quad (4)$$

Onde \vec{r} é o vetor que conecta os centros das áreas ΔA_k e ΔA_l . Já \vec{n}_k e \vec{n}_l são vetores normais a ΔA_k e ΔA_l , respectivamente.

Adaptando a Eq. (4) para as superfícies infinitamente longas:

$$F_{ij} = -\frac{1}{\pi A_i} \sum_{k=1}^{n1} \sum_{l=1}^{n2} r_m^2 \frac{\left(\frac{\vec{r} \cdot \vec{n}_k}{r_m}\right) \left(\frac{\vec{r} \cdot \vec{n}_l}{r_m}\right)}{(r_m^2 + z^2)^2} \Delta A_k \Delta A_l \quad (5)$$

Onde $r_m = a = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Tratamento das obstruções

Agora é abordado o problema da obstrução em processos de transferência de calor por radiação. A obstrução ocorre quando fazem parte do processo de troca térmica duas ou mais superfícies. Quando isso acontece, dependendo da posição das superfícies é possível que uma obstrua a outra. Esse fato faz com que a superfície obstruída receba menos energia de radiação do que a obstrutora. A Fig. 3 esquematiza o problema.

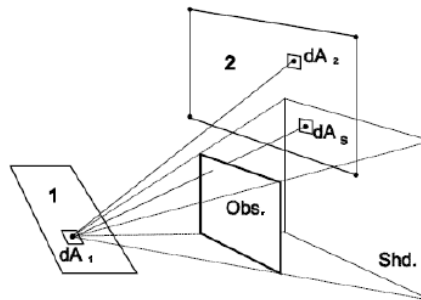


Figura 3: Esquema do processo de obstrução (WALTON, 2002).

Observando a Fig. 3 pode-se perceber que nem toda energia de radiação que deixa dA_1 atinge dA_s . Isso ocorre porque a terceira superfícies (*obs*), está entre dA_1 e dA_s , e a energia de dA_1 intercepta primeiro *obs* antes de dA_s . A radiação só consegue atingir dA_2 , pois este elemento não está bloqueado por *obs* e nem por dA_s . Diante disso percebe-se a necessidade de incluir um parâmetro que contabiliza a obstrução, este parâmetro é o b_{kl} . Para os casos onde existe obstrução, Walton (2002) explica que o fator de obstrução é igual a 0, pois não existirá radiação atingindo a superfície receptora, e consequentemente, não haverá fator de forma. Para casos em que não ocorre obstrução, considera-se b_{kl} igual a 1. A expressão adaptada, na qual se contabiliza apenas os elementos que recebem energia de fato está presente na Eq. (6).

$$F_{ij} = -\frac{1}{\pi A_i} \sum_{k=1}^{n1} \sum_{l=1}^{n2} r_m^2 \frac{\left(\frac{\vec{r} \cdot \vec{n}_k}{r_m}\right) \left(\frac{\vec{r} \cdot \vec{n}_l}{r_m}\right)}{(r_m^2 + z^2)^2} b_{kl} \Delta A_k \Delta A_l \quad (6)$$

3 METODOLOGIA NUMÉRICA DE CÁLCULO DO FATOR DE FORMA

3.1 Geometria e Malha

A Fig. 4 apresenta uma geometria de base para descrição da metodologia de cálculo do fator de forma considerando obstrução.

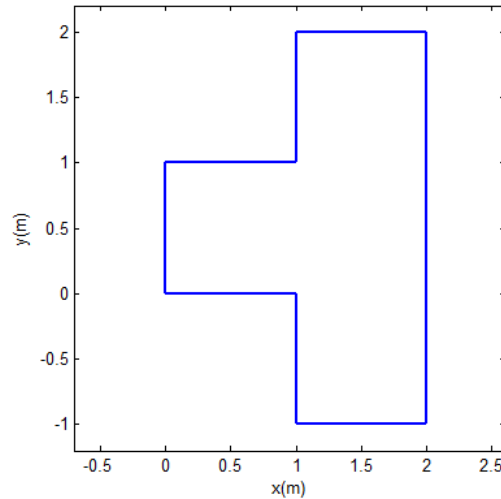


Figura 4: Geometria para descrição da metodologia.

Na Fig. 5(a) é apresentada uma malha de elementos finitos triangulares da geometria do caso, já na Fig. 5(b) é apresentada uma malha com a numeração dos segmentos do contorno. A numeração dos nós de cada elemento é realizada considerando o sentido anti-horário. Como cada segmento do contorno é uma subparte de um elemento, por isso, os nós dos segmentos também seguem a mesma convenção de numeração dos nós dos elementos finitos. Assim, pode-se dizer que o segmento 1 (ver Fig. 5(b)) é definido pelos nós 1 e 3 (ver Fig. 5(a)), nesta ordem, devido a convenção de sentido anti-horário. Esta convenção facilita a definição dos vetores normais aos contornos.

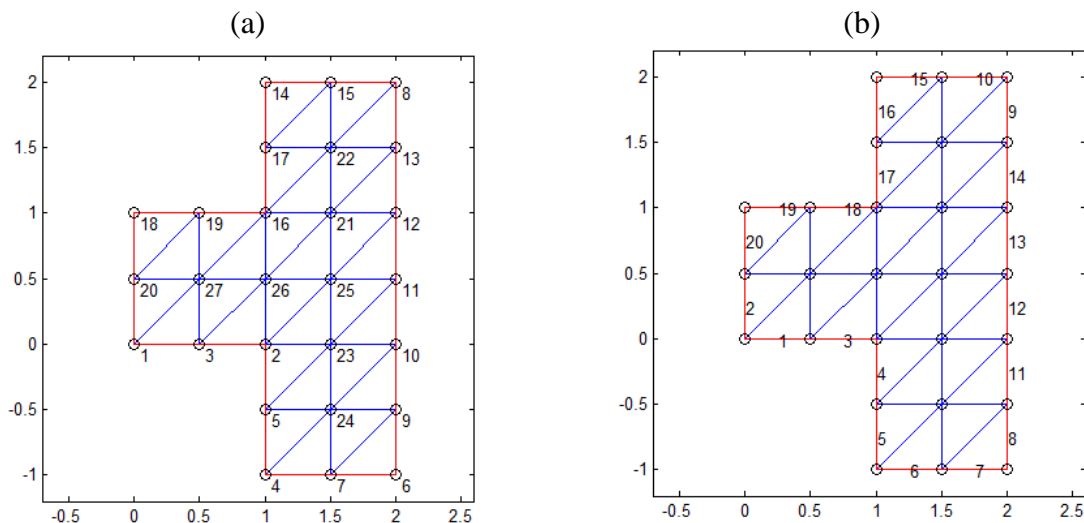


Figura 5: (a) Malha de elementos finitos com numeração dos nós. (b) Malha de elementos finitos com a numeração dos segmentos de contorno.

Somente os segmentos dos elementos finitos posicionados nos contornos da geometria serão utilizados nos cálculos do fator de forma. Apesar de o presente trabalho utilizar elemento finito triangular outras formas de elementos também poderiam ser utilizados.

3.2 Cálculo dos elementos necessários para o cálculo do Fator de Forma

Primeiramente é apresentado o cálculo dos vetores normais e das áreas associadas a todos os segmentos do contorno.

Cada vetor normal associado a um segmento “k”, ou “l”, é definido com base nas coordenadas dos dois nós do segmento de contorno:

$$\vec{n}_k = (y_{2,k} - y_{1,k})\mathbf{i} + (x_{1,k} - x_{2,k})\mathbf{j} \quad (7)$$

Considerando um pequeno elemento de profundidade dz , um elemento de área fica definido como:

$$\Delta A_k = \|\vec{n}_k\| dz \quad (8)$$

Onde a área de um contorno “i”, “ A_i ”, é obtida pela somatória dos ΔA_k .

O vetor \vec{r} que conecta os centros dos segmentos de contorno pode ser definido com base nas coordenadas centrais de cada segmento de contorno:

$$\vec{r} = (x_{o_l} - x_{o_k})\mathbf{i} + (y_{o_l} - y_{o_k})\mathbf{j} \quad (9)$$

Cada \vec{r} liga um segmento emissor “k” a um receptor “l”. O centro de cada segmento “k” é obtido como:

$$x_{o_k} = (x_{1,k} + x_{2,k})/2 \quad (10)$$

$$y_{o_k} = (y_{1,k} + y_{2,k})/2 \quad (11)$$

O centro de cada segmento “l” também pode ser calculado da mesma forma.

Com base no apresentado acima uma rotina computacional na linguagem software Matlab foi escrita para determinação dos fatores de forma.

3.3 Cálculo do fator de Obstrução (b_{kl})

Seleção dos segmentos obstruídos

A obstrução é contabilizada através do parâmetro b_{kl} , o qual deve receber os valores de 1 no caso de não obstrução e 0 no caso de obstrução. Apenas dois passos são necessários para determinação de todos os segmentos obstruídos.

Primeiro passo: Determinação dos elementos obstruídos pelo horizonte.

Como a radiação emitida a partir de um segmento cobre somente um hemisfério, então, a superfície do segmento emissor de radiação deve obstruir outros segmentos. Desta forma, para determinação dos segmentos obstruídos pela própria superfície emissora posiciona-se um sistema de coordenadas no centro de um segmento emissor. O eixo “y” será alinhado com o

vetor normal deste segmento. A Fig. 6 ilustra o posicionamento do sistema coordenado no local referenciado, considerando o segmento 1, Fig. 5(b). Desta forma é possível verificar que todos os segmentos com “ y_0 ” negativo estão obstruídos pelo segmento emissor, pois estão abaixo do horizonte do segmento emissor.

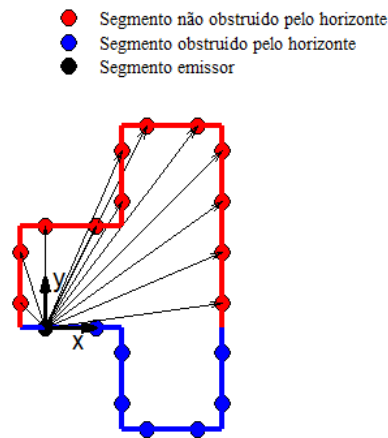


Figura 6: Determinação dos elementos obstruídos pelo horizonte.

Segundo passo: Determinação dos segmentos obstruídos por outros segmentos.

Para determinação deste tipo de obstrução é necessário varrer todo espaço restante, determinando quais segmentos receberam radiação do segmento emissor. Assim, além do segmento emissor é necessário definir segmentos alvos.

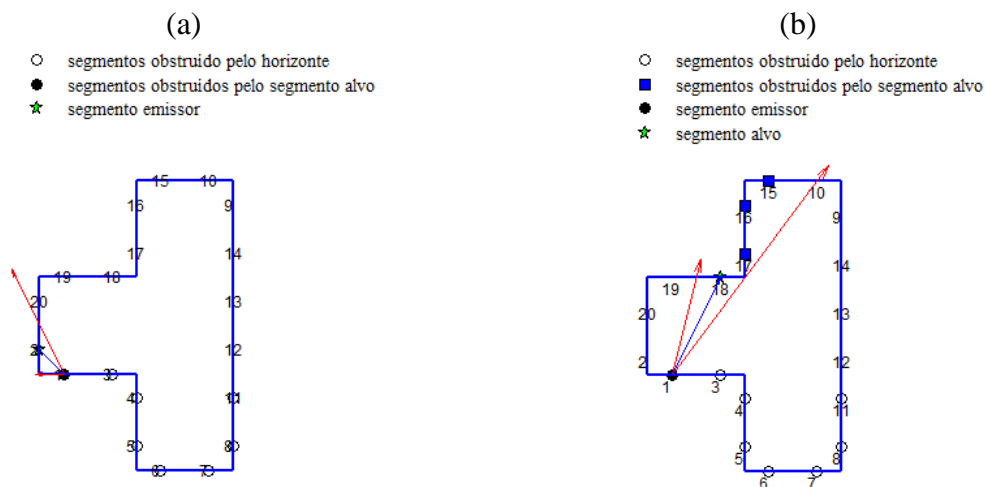


Figura 7: Determinação dos segmentos obstruídos por outros segmentos. (a) segmento 1 é o emissor e o alvo é o segmento 2. (b) segmento 1 é o emissor e o alvo é o segmento 18, que obstrui os segmentos 17, 16 e 15.

Os vetores apresentados na Fig. 6 servem de base para esta parte também. O segmento emissor é o mesmo anteriormente definido. Deste segmento partiram vetores para todos os segmentos disponíveis, que não foram obstruídos pelo horizonte. A verificação inicia pelo vetor de menor magnitude, ou de menor comprimento, que obviamente não deve estar obstruído por nenhum outro segmento, e a verificação progride para os demais segmentos, em ordem crescente de magnitude dos vetores. Cada par de segmentos será avaliado. Para avaliar efetivamente a obstrução criam-se outros dois vetores, os dois partindo do centro do segmento emissor em direção as bordas do segmento alvo, conforme apresentado na Fig. 7. Todos os

segmentos posicionados dentro do cone estabelecido pelos vetores são classificados como obstruídos. Depois que todos os segmentos disponíveis para alvo são verificados o procedimento é terminado.

Especificamente para o caso exemplo, o primeiro par de segmentos avaliados é o par: 1 e 2. O segmento mais próximo do segmento emissor é o segmento 2. Aqui é avaliada a radiação que parte do segmento 1 em direção ao segmento 2, ver Fig. 7(a). Verifica-se que o segmento 2 não obstrui a radiação que parte do segmento 1 para qualquer outro segmento. Da mesma forma outros pares podem ser verificados: segmentos 1 e 3, segmentos 1 e 20, segmentos 1 e 19. A primeira obstrução ocorre quando o par de segmentos 1 e 18 é avaliada, como pode ser notado na Fig. 7(b). Verifica-se que o segmento 18 obstrui os segmentos 17, 16, 15. Os segmentos obstruídos não serão alvos, pela impossibilidade de obstruir outros segmentos.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Avaliação da metodologia de cálculo do fator de forma sem considerar obstrução.

Dois casos são simulados para verificação da metodologia numérica de cálculo do fator de forma sem considerar qualquer obstrução: de placas infinitas paralelas e de placas infinitas perpendiculares. O domínio dos casos consiste de um quadrado de lado unitário. Três malhas foram utilizadas nas simulações. O tamanho médio dos elementos foi de 0,1; 0,04 e 0,02 para a malha grossa, malha média e malha fina, respectivamente. A malha grossa e a malha fina são apresentadas na Fig. 8. O caso de placas infinitas paralelas envolve os lados 1 e 3, já o caso de placas infinitas perpendiculares envolve os lados 1 e 4.

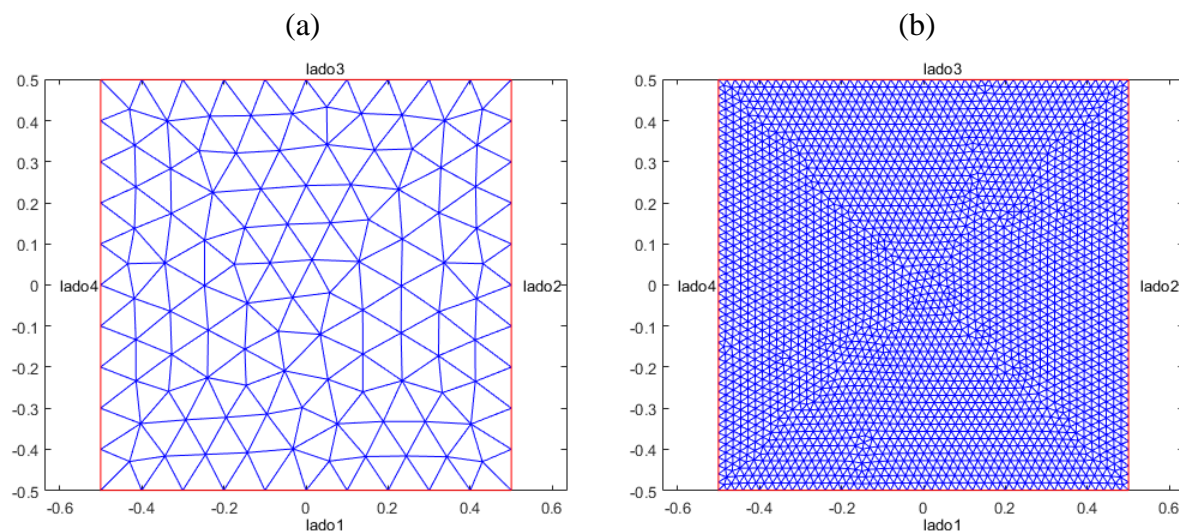


Figura 8: Malha dos casos simulados: (a) malha grossa e (b) malha fina.

Placas paralelas infinitamente longas.

Para comparações de valores, foi utilizada a Eq. (12) disponível em Çengel e Ghajar (2012) referente a placas infinitas paralelas.

$$F_{ij} = \frac{\left[(W_i + W_j)^{0.5} + 4 \right]^2 - \left[(W_i - W_j)^{0.5} + 4 \right]^2}{2W_i} \quad (12)$$

Onde W_i e W_j são as dimensões das duas placas infinitas. Para o presente caso W_i e W_j são unitários, substituindo estes valores na Eq. (12), o valor analítico obtido para o caso de placas paralelas foi de 0,41421. A partir do valor analítico é possível verificar os valores numéricos dos fatores de forma. Os resultados obtidos são mostrados na Tabela 1. Comparando-se as malhas e os valores obtidos para o fator de forma percebe-se que o valor numérico teve uma excelente aproximação do analítico, chegando a se igualar em cinco casas decimais.

Tabela 1: Comparação de acurácia entre malhas - fator de forma entre duas placas infinitas e paralelas.

Número de segmentos no contorno do domínio	Fator de Forma calculado	Erro associado (%)
40	0,41473	0,1255
100	0,41427	0,0144
200	0,41421	0,0000

Placas perpendiculares infinitamente longas.

Para comparações de valores, foi utilizado a Eq. (13) disponível em Çengel e Ghajar (2012) para placas infinitas perpendiculares.

$$F_{ij} = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{W_j}{W_i} - \left[1 + \left(\frac{W_j}{W_i} \right)^2 \right]^{0,5} \right\} \quad (13)$$

Novamente W_i e W_j são as dimensões das duas placas infinitas. Sendo assim W_i e W_j são unitários. Substituindo os valores na Eq. (13), o valor analítico obtido para o caso de placas paralelas foi de 0,2928. Os resultados numéricos obtidos são mostrados na Tabela 2. Os erros associados ao valor teórico foram pequenos, o que se pode concluir que a metodologia proposta foi adequada para este cálculo.

Tabela 2: Comparação de acurácia entre malhas - fator de forma entre duas placas infinitas perpendiculares

Número de segmentos no contorno do domínio	Fator de Forma calculado	Erro associado (%)
40	0,30151	2,3282
100	0,2964	0,5939
200	0,29465	0,6539

4.2 Avaliação do Cálculo do fator de forma considerando obstrução.

Cilindros Concêntricos

A geometria discretizada deste caso é apresentada na Fig. 9. Dois raios são necessários para definir a geometria deste caso. Foram simulados dois casos com raios internos diferentes (0,15 e 0,35). O valor do raio externo foi mantido unitário para os dois casos. Para cada configuração foram utilizadas 3 malhas com refinamentos diferentes.

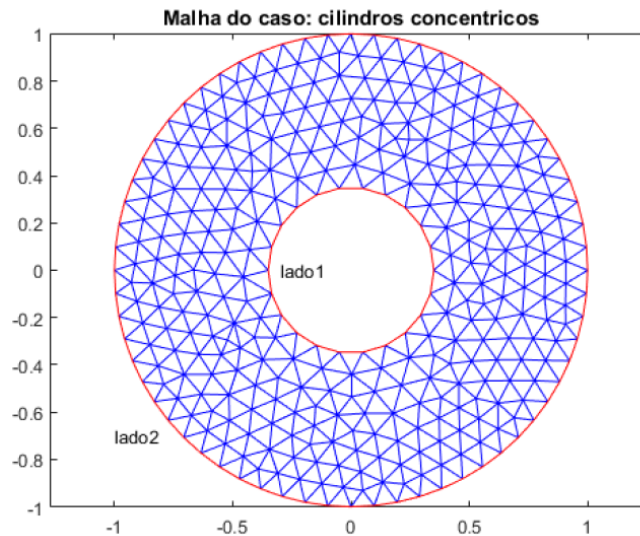


Figura 9. Malha e identificação dos cilindros.

Com o objetivo de verificar os efeitos de obstrução no fator de forma foram escolhidas duas situações: fator de forma entre a superfície 2 e a superfície 1 (F_{21}) e o fator de forma quando a superfície 2 emite radiação para ela mesma (F_{22}).

Para observar a precisão dos valores obtidos com a simulação numérica do fator de forma se faz necessário conhecer o valor analítico do fator de forma para as duas situações que envolvem cilindros concêntricos. Baseado no trabalho apresentado por Martínez (2015) tem-se que:

$$F_{21} = r \quad (14)$$

$$F_{22} = 1 - r \quad (15)$$

Dessa forma, F_{21} e F_{22} representam, respectivamente, o fator de forma do lado 2 emitindo radiação para o lado 1 e o fator de forma quando a superfície intercepta a si própria. E ainda, a variável r representa a razão entre os raios do cilindro interno e externo e tal razão deve ser menor que 1 para serem considerados concêntricos. Na Tabela 3 são apresentados os valores de F_{21} e F_{22} .

Tabela 3: Fator de forma analítico para os casos teste.

Raio	F_{12}	F_{22}
0,15	0,15	0,85
0,35	0,35	0,65

As Tabelas 4, 5, 6, 7 mostram os resultados da simulação numérica, o erro associado a cada medida quando se compara o valor numérico e analítico.

Analisando as Tabelas 4 e 5, percebe-se que para o caso de F_{21} a metodologia apresentada trouxe como resultado uma boa aproximação numérica, com o erro variando entre 2% e 0,02%, o que é satisfatório. Percebe-se que à medida que o raio do cilindro interno aumenta o fator de forma também aumenta. Isso pode ser explicado pelo fato de que o cilindro interno é a superfície receptora, então quanto maior for à área deste cilindro (1) maior será o fator de forma entre essas superfícies.

Tabela 4. Fator de forma numérico para $r = 0,15$.

Número de segmentos no contorno do domínio	F_{12}	Erro associado (%)
74	0,14700	2,0000
182	0,14947	0,3533
362	0,14987	0,0867

Tabela 5. Fator de forma numérico para $r = 0,35$.

Número de segmentos no contorno do domínio	F_{12}	Erro associado (%)
86	0,3475	0,7143
214	0,3496	0,1143
424	0,3499	0,0200

O caso em que a superfície intercepta a si própria F_{22} (Tabelas 6 e 7) seguiu um padrão numérico uniforme, trazendo resultados satisfatórios com boa aproximação do fator analítico, onde o erro varia de 0,02% a 1,43%. Percebe-se que o fator de forma diminui à medida que o raio do cilindro interno aumenta. O aumento do raio do cilindro interno aumenta o número de segmentos obstruídos e conseqüentemente diminui o fator de forma, uma vez que o último é a diferença líquida de radiação que sai da superfície i e atinge a superfície j . E ainda, nesse caso, o cilindro interno é agora o obstáculo para a transferência de calor por radiação, ele causa a obstrução dos segmentos da superfície 2. Logo, quanto maior for esse obstáculo menor será o fator de forma, visto que os segmentos obstruídos não recebem radiação, pois o fator de forma é 0.

Tabela 6. Fator de forma numérico para $r = 0,15$.

Número de segmentos no contorno	F_{22}	Erro associado (%)
74	0,8462	0,4471
182	0,8514	0,1729
362	0,8454	0,5388

Tabela 7. Fator de forma numérico para $r = 0,35$.

Número de segmentos no contorno	F_{22}	Erro associado (%)
86	0,6407	1,4277
214	0,6591	1,4077
424	0,6522	0,3323

5 APLICAÇÃO DA METODOLOGIA PROPOSTA A UM CASO PRÁTICO DE ENGENHARIA

5.1 Apresentação do caso teste de referência.

O caso teste de referência é baseado no artigo de Yang *et al.* (2014) e consiste no cálculo do fator de forma entre varetas de combustível nuclear. As aletas de combustível são responsáveis por envolver as pastilhas de urânio, sendo utilizadas dentro dos reatores nucleares para geração de energia nuclear. Neste cenário, o parâmetro fator de forma é importante para os estudos relacionados à energia nuclear, devido à necessidade de controle das taxas de transferência de calor durante este processo. A situação abordada por Yang *et al.* (2014) é que as aletas cilíndricas de combustível são organizadas de modo que formam um quadrado de dimensão 15 X 15 cilindros. Dentro desse espaço ainda são consideradas duas disposições: cilindros com o mesmo raio de 0,5 mm, distanciados de centro a centro por 13 mm (Fig. 10 (a)) e ainda a situação em que o cilindro central tem o raio de 10 mm e os outros de 5 mm, distanciados centro a centro por 12 mm (Fig. 10 (b)).

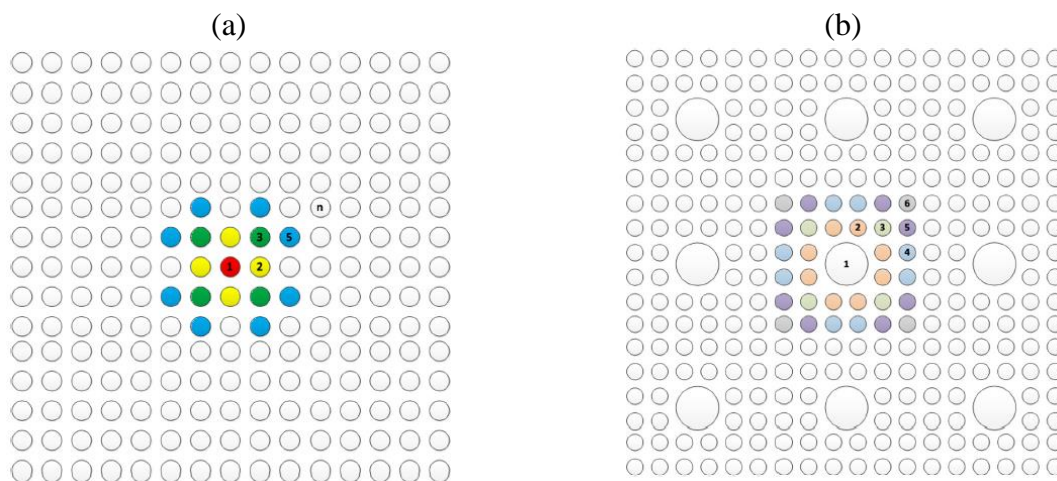


Figura 10: Esquemas utilizados para organização das aletas de urânio: (a) geometria com cilindros de mesmo raio e (b) geometria com cilindros variáveis.

O fator de forma analítico foi encontrado a partir de um conjunto de equações que podem ser encontradas no próprio artigo de Yang *et al.* (2014).

Yang *et al.* (2014) também desenvolveram uma metodologia numérica para o cálculo do fator de forma. A metodologia partiu da Eq. (16), que expressa à troca de calor entre duas superfícies.

$$Q_i = \sum \varepsilon \sigma T_i^4 A_i F_{i1} N_i - \sum \varepsilon \sigma T_i^4 A_i F_{i1} N_i, (i = 2,3,5, n) \quad (16)$$

Onde, ε é a emissividade da superfície, σ é a constante de Stefan-Boltzmann, A_i é a área da aleta emissora, n é a quantidade de aletas que recebe a radiação térmica e T_i é a temperatura da vareta. As outras relações para os demais fatores de forma são obtidos de maneira semelhante.

Considerando a relação de reciprocidade do fator de forma e outras simplificações Yang *et al.* (2014) calcularam numericamente o fator de forma pela seguinte equação:

$$F_{12} = \frac{Q_1}{\varepsilon \sigma A_1 N_2 (T_1^4 - T_2^4)} \quad (17)$$

No artigo Yang *et al.* (2014) o valor Q_1 da Eq. (17) foi determinado pelos métodos *Discrete Transfer Model* (DTRM) e *Discrete Ordinates Model* (DO).

5.2 Solução do caso teste de referência pela metodologia proposta.

A construção da geometria e da malha numérica tanto para o caso de diâmetros da haste constantes como para o variável ocorreu no software Matlab. Foram utilizadas três malhas, com refinamentos crescentes. O tamanho médio dos elementos de 1,5mm, 1,0mm e 0,5mm, para as malhas grossa, média e fina, respectivamente. A malha grossa é apresentada na Fig. 11.

É interessante explicar que foi modelada apenas a área da geometria utilizada por Yang *et al.* (2014) e não o tamanho todo de 15 x 15 de conjunto de hastes para combustível.

No entanto, ainda foram mantidos os espaçamentos entre os centros dos cilindros de 13 mm para a geometria presente na Fig. 11(a) e de 12 mm para os cilindros da Fig. 11(b), ambas as figuras possuem o raio de 5 mm, exceto o cilindro maior da Fig. 11(b) que possui raio de 10 mm.

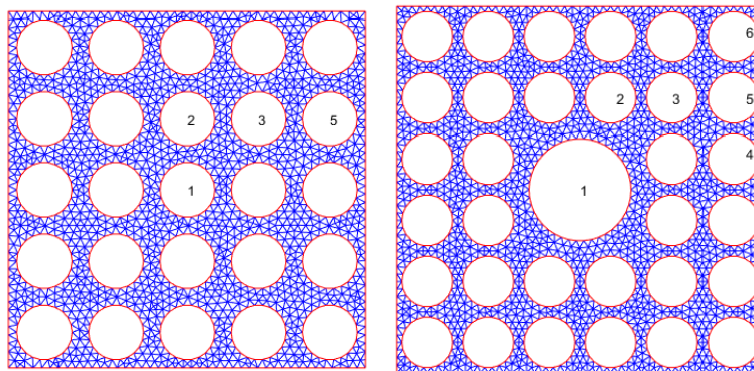


Figura 11: Malhas utilizadas na simulação numérica considerando (a) hastes com diâmetro constante e (b) hastes com tamanho variável.

Com base nos segmentos dos contornos das malhas e seguindo os passos da metodologia proposta no presente trabalho foi possível calcular o fator de forma entre os cilindros.

5.3 Comparação entre os resultados obtidos com os resultados do caso de referência.

Os resultados obtidos por Yang *et al.* (2014) (analítico e numérico) e pelo método do presente trabalho estão dispostos nas Tabelas 10, 11, 12, 13, 14 e 15. Os resultados numéricos de Yang *et al.* (2014) foram obtidos calculando Q_1 com o método DTRM.

No caso da simulação envolvendo cilindros com diâmetro constante os resultados para F_{12} e F_{13} foram próximos dos valores analíticos e numéricos desenvolvidos por Yang *et al.* (2014). O erro do método proposto foi menor que 1%, estando entre 0,016 e 0,762, sendo que quando a malha possui comprimento médio dos segmentos de 0,5 mm o erro para as duas situações é menor que 0,1%. As Tabelas 10, 11, 12 mostram os resultados obtidos.

Tabela 8: Resultados do método proposto aplicado a geometria da Figura 12 (a) utilizando segmentos médios de tamanho 1,5 mm.

F_{ij}	Analítico	Numérico Yang <i>et al.</i> (2014) / Erro(%)	Mét. Proposto / Erro(%)
F_{12}	0,12997	0,1289 / 0,782	0,12898 / 0,762
F_{13}	0,08659	0,0892 / 2,957	0,08686 / 0,315

Tabela 9: Resultados do método proposto aplicado a geometria da Figura 12 (a) utilizando segmentos médios de tamanho 1,0 mm.

F_{ij}	Analítico	Numérico Yang <i>et al.</i> (2014) / Erro(%)	Mét. Proposto / Erro(%)
F_{12}	0,12997	0,1289 / 0,782	0,12953 / 0,338
F_{13}	0,08659	0,0892 / 2,957	0,08666 / 0,031

Tabela 10: Resultados do método proposto aplicado a geometria da Figura 12 (a) utilizando segmentos médios de tamanho 0,5 mm.

F_{ij}	Analítico	Numérico Yang <i>et al.</i> (2014) / Erro(%)	Mét. Proposto / Erro(%)
F_{12}	0,12997	0,1289 / 0,782	0,12985 / 0,092
F_{13}	0,08659	0,0892 / 2,957	0,08676 / 0,016

A Fig. 12 foi construída com base nos \bar{r} associados aos segmentos não obstruídos. Foram considerados somente os vetores que partiam dos segmentos do contorno 1. Podem-se visualizar os segmentos que não recebem radiação e entender o porquê de F_{12} ser maior que F_{13} . Isto ocorre porque F_{13} possui segmentos obstruídos por F_{12} .

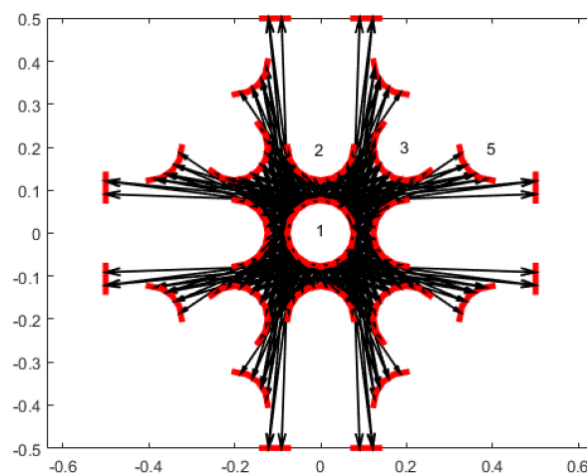


Figura 12: Representação gráfica dos vetores envolvidos no cálculo do fator de forma, considerando todos os segmentos do contorno emitindo radiação simultaneamente – cilindros de diâmetro constante.

As Tabelas 13, 14 e 15 mostram os resultados da simulação que envolve cilindros com diâmetro variável. Observa-se que os valores novamente são próximos dos encontrados por Yang *et al.* (2014). Resultados analíticos não estavam disponíveis para esta configuração.

Verifica-se uma boa concordância entre os resultados novamente, porém, como não existe uma referência analítica, não é possível indicar qual método é mais preciso.

Tabela 11: Resultados do método proposto aplicado a geometria da Figura 12 (b) utilizando segmentos médios de tamanho 1,5 mm.

F_{ij}	Numérico Yang <i>et al.</i> (2014)	Mét. Proposto	Diferença (%)
F_{12}	0,7297	0,7176	1,6541
F_{13}	0,1904	0,1932	1,4811
F_{14}	0,0397	0,00398	0,0731
F_{15}	0,0397	0,0391	1,4030
F_{16}	0,0000	0,0000	0,0000

Tabela 12: Resultados do método proposto aplicado a geometria da Figura 12 (b) utilizando segmentos médios de tamanho 1,0 mm.

F_{ij}	Numérico Yang <i>et al.</i> (2014)	Mét. Proposto	Diferença (%)
F_{12}	0,7297	0,7187	1,4949
F_{13}	0,1904	0,1935	1,6492
F_{14}	0,0397	0,04284	7,9068
F_{15}	0,0397	0,0324	18,5110
F_{16}	0,0000	0,0000	0,0000

Tabela 13: Resultados do método proposto aplicado a geometria da Figura 12 (b) utilizando segmentos médios de tamanho 0,5 mm.

F_{ij}	Numérico Yang <i>et al.</i> (2014)	Mét. Proposto	Diferença (%)
F_{12}	0,7297	0,7201	1,3210
F_{13}	0,1904	0,1942	1,9850
F_{14}	0,0397	0,0396	0,2770
F_{15}	0,0397	0,0339	14,3703
F_{16}	0,0000	0,0000	0,0000

A Fig. 13 foi construída com base nos \vec{r} associados aos segmentos não obstruídos. Foram considerados somente os vetores que partiam dos segmentos do contorno 1.

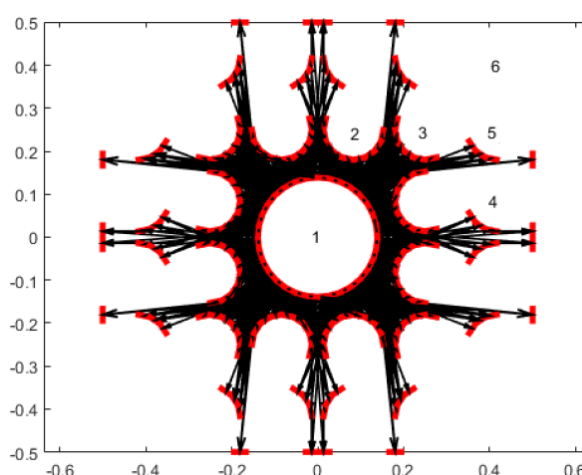


Figura 13: Representação gráfica dos vetores envolvidos no cálculo do fator de forma, considerando todos os segmentos do contorno emitindo radiação simultaneamente – cilindros de diâmetro variável.

Analisando a Fig. 13 percebe-se o porquê da diminuição do valor do fator de forma à medida que os segmentos ficam mais distantes dos segmentos do contorno 1. A redução do fator ocorre pelo fato dos segmentos mais próximos do contorno 1 obstruírem os mais distantes. O valor de F_{16} poderia ser determinado somente com base na Fig. 13, que mostra que o cilindro 6 não recebe nenhum vetor emitido pelo cilindro 1, logo $F_{16}=0$.

Analisando os resultados do artigo de referência com o do método proposto no presente trabalho e as Figuras 12 e 13, percebe-se que a metodologia proposta gera valores precisos, mesmo para a malha mais grossa.

Um ponto que deve ser observado é que o fator de forma calculado numericamente por Yang *et al.* (2014) está dependente da temperatura de superfície das hastes, não sendo, nesse caso de teste, um parâmetro apenas geométrico. Este fato contraria a teoria apresentada por Çengel e Ghajar (2012), Modest (2003) dentre outros autores que afirmam e mostraram matematicamente que o fator de forma é um parâmetro essencialmente geométrico. Talvez este fato de Yang *et al.* (2014) não ter obedecido esse princípio prejudicou os resultados finais obtidos pelos autores, principalmente no segundo caso quando os cilindros possuem o diâmetro variável.

6 CONCLUSÃO

O fator de forma é um parâmetro importante para os estudos que envolvem radiação térmica. Tal parâmetro possibilita quantificar a fração de energia que sai de uma superfície e atinge uma segunda superfície. Os estudos que envolvem o cálculo do fator de forma se tornam complicados quando geometrias complexas são envolvidas no problema, não sendo viável a obtenção deste parâmetro por meio de soluções analíticas. A resolução dessa questão é possível quando se considera o cálculo numérico na equação do fator de forma.

O presente trabalho propôs uma metodologia numérica, programada na plataforma Matlab, com o objetivo de se calcular numericamente o fator de forma considerando os efeitos de obstrução. Para o caso de geometrias simples, onde não se considera os efeitos de obstrução, os estudos foram realizados no ambiente 2D (placas infinitamente longas) sendo tratada a situação em que as placas estão paralelas e perpendiculares entre si. Com os valores numéricos obtidos, foi possível comparar os resultados numéricos com os analíticos. De uma forma geral, analisando-se os resultados, percebe-se que quando se aumentou o número de elementos da malha, o valor numérico do fator de forma se aproximou do valor analítico, reduzindo o erro associado e elevando o tempo computacional. A análise desses resultados permite concluir que a metodologia proposta para o cálculo do fator de forma é adequada e traz valores bastante próximos dos analíticos, porém quanto mais aproximado esse valor é, maior é o tempo computacional para se obtê-lo.

O estudo do fator de forma considerando efeitos de obstrução foi realizado na geometria de dois cilindros concêntricos infinitamente longos no espaço bidimensional. Para este caso, variou-se o valor do raio do cilindro interno, mantendo-se o valor do raio externo fixo. Para tal análise, seguiu-se os mesmos passos das anteriores e uma rotina similar a do fator de forma para o ambiente 2D foi utilizada. Os efeitos de obstrução foram contabilizados através de um fator b_{kl} que zerava a contribuição dos segmentos obstruídos. Analisando-se os resultados, percebeu-se novamente a convergência do fator de forma numérico para o analítico na medida em que a malha era refinada. A análise do tempo computacional mostra que quando se considera os efeitos de obstrução, a obtenção do fator de forma numérico se dá em um tempo mais elevado do que quando se desconsidera tal situação.

O trabalho foi finalizado com a aplicação da metodologia proposta a um caso prático de engenharia apresentado no artigo de Yang *et al.* (2014). Os autores calcularam o fator de forma analítica e numérica entre aletas cilíndricas de combustível nuclear. O método proposto no presente trabalho foi aplicado às situações de transferência de calor por radiação expostas pelos autores. Os resultados obtidos foram satisfatórios, ficando bastante aproximado do valor analítico, mais até do que os resultados do método numérico utilizado pelos próprios autores.

7 REFERÊNCIAS

BAO, C.; CAI, N.; CROISSET, E. An analytical model of view factors for radiation heat transfer in planar and tubular solid oxide fuel cells. *Journal of Power Sources*, v. 196, n. 6, p. 3223–3232, mar. 2011. ISSN 0378-7753.

CAMPOS, R. M. Simulação da transferência de calor em processos de soldagem 3d utilizando o método dos elementos de contorno. 2012.

ÇENGEL, Y. A.; GHAJAR, A. J. *Transferência de Calor e Massa: uma abordagem prática*. [S.l.]: Mc Graw Hill & bookman, 2012.

GOLDEMBERG, J. A. Biomassa e energia. *Quimica Nova*, scielo, v. 32, p. 582 – 587 00 2009. ISSN 0100-4042.

HOWELL, J. R.; MENGÜÇ, M. P. Radiative transfer configuration factor catalog: A listing of relations for common geometries. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, v. 112, n. 5, p. 910 – 912, 2011. ISSN 0022-4073.

INCROPERA, F. P. *Fundamentals of heat and mass transfer*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2011.

JOY, K. Determination of radiative view factor without considering the shadowing effect. *Int J Adv Engg Tech/Vol. V/Issue II/April-June*, v. 91, p. 95, 2014.

JUNIOR, C. R. M. *Geração de malhas para domínios 2, 5 dimensionais usando triangulação de delaunay restrita*. Tese (Doutorado) — UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA, 2001.

KREITH, F.; MANGLIK, R.; BOHN, M. *Principles of heat transfer*. [S.l.]: Cengage learning, 2010.

MARTÍNEZ, I. *Radiative View Factors*. 2015.

MAZUMDER, S.; RAVISHANKAR, M. General procedure for calculation of diffuse view factors between arbitrary planar polygons. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 55, n. 23–24, p. 7330 – 7335, 2012. ISSN 0017-9310.

MODEST, M. F. Chapter 4 - view factors. In: MODEST, M. F. (Ed.). *Radiative Heat Transfer (Second Edition)*. Second edition. Burlington: Academic Press, 2003. p. 131 – 161. ISBN 978-0-12-503163-9.

- QUITES, E. E. C.; LIA, L. R. B. *Introdução a transferência de calor*. Unisanta, 2005.
- REIS, M. V. F. dos. *Simulação Numérica da Transferência de Calor em Problemas Radiativos–Condutores*. Tese (Doutorado) — UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA, 2001.
- UPADHYA, G. K. *et al.* Modelling the investment casting process: a novel approach for view factor calculations and defect prediction. *Applied mathematical modelling*, v. 19, n. 6, p. 354–362, 1995.
- WALTON, G. N. *Calculation of obstructed view factors by adaptive integration*. [S.l.]: Citeseer, 2002.
- YANG, L. *et al.* Calculation of radiation heat transfer view factors among fuel rod bundles based on cfd method. *Annals of Nuclear Energy*, 2014.