



ANÁLISE PELO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS DO DESEMPENHO ACÚSTICO DE SILENCIADORES REATIVOS: MODELAGEM 2D E 3D

Gabriela Cristina Cândido da Silva¹

Maria Alzira de Araújo Nunes²

gabrielacandido.s@gmail.com

maanunes@unb.br

Universidade de Brasília, Faculdade UnB Gama, Eng. de Energia¹/Eng. Automotiva²

Área Especial Projeção A, Setor Leste, 72444-240, Gama-DF, Brasil.

Resumo. *Um dos principais desafios da indústria automotiva é o desenvolvimento de estratégias para adequação de seus produtos a níveis de ruído aceitáveis visando conforto e atendimento à legislação. Destaca-se, portanto, a utilização de silenciadores (ou filtros) acústicos, em especial do tipo reativo por ser eficaz em frequências tonais e de baixo custo. Dentre os parâmetros de avaliação de desempenho acústico de silenciadores define-se a Perda de Transmissão (Transmission Loss-TL). A TL pode ser estimada por métodos analíticos ou computacionais, destacando-se o Método de Elementos Finitos (MEF). Neste contexto, este trabalho apresenta a modelagem em MEF de silenciadores reativos utilizando o software comercial Ansys® para estimativa da TL. Três configurações de silenciadores foram analisadas, cujo objetivo principal é avaliar para cada uma a influência do tipo de malha adotada: bidimensional (2D) e tridimensional (3D), considerando também o modelo 3D fracionado (1/6 do volume completo), na TL estimada. A estimativa da TL foi realizada dentro da faixa de frequência com propagação de ondas planas, para que então a modelagem 2D possa ser comparada à modelagem 3D. Os resultados mostraram que os modelos 2D geraram curvas de TL com formas semelhantes aquelas obtidas com os modelos 3D, porém com magnitude significativamente reduzida. Já os modelos 3D fracionados apresentaram boa concordância com os obtidos com o volume completo, e com tempo de processamento expressivamente reduzido (aproximadamente 98%), sendo portanto a opção mais viável para análise numérica de silenciadores com simetria de geometria.*

Palavras-chave: *Silenciadores acústicos, perda de transmissão, elementos finitos, modelagem 2D, modelagem 3D.*

1 INTRODUÇÃO

O ruído gerado por sistemas mecânicos, domésticos e industriais, é atualmente uma das principais fontes de poluição sonora com impacto significativo na perda de qualidade de vida da população, podendo causar, inclusive, efeitos nocivos à saúde do ser humano.

As fontes de ruído são muito diversas, podendo citar como exemplo os motores de combustão interna presentes em veículos automotores, que surgem como uma questão particularmente desafiadora. O ruído gerado por veículo com motor de combustão interna advém principalmente de vibrações estruturais e do sistema de exaustão de gases, e segundo Munjal (1998), são os principais colaboradores da poluição sonora em ambientes urbanos.

Basicamente, o ruído de tráfego pode ser reduzido isolando acusticamente o receptor da fonte sonora ou promovendo uma diminuição nos níveis sonoros emitidos pelos veículos; esta última opção mostra-se mais atrativa tanto no aspecto econômico quanto estético (Pascal, 2005). Desta forma, os pesquisadores têm direcionado seus esforços aos sistemas de exaustão de motores, visando obter estratégias para eliminar os ruídos ou reduzi-los para níveis aceitáveis, sem afetar o desempenho dos motores.

Uma das soluções adotadas é o uso de silenciadores acústicos reativos, que consistem em conjuntos de elementos tubulares de dimensões transversais variadas, com câmaras com volumes e formas diferentes. Utilizam a geometria para criar mudanças de impedância acústica, de forma que a maior parte da energia acústica é refletida de volta para a fonte (Gerges, 2000). Se caracterizam por não utilizar materiais acústicos.

Estes silenciadores são econômicos e requerem pouca manutenção, sendo eficientes em baixas frequências, especialmente para atenuação de ruído de frequências discretas (tons puros) ou ainda na presença de fluxo de gás quente, com partículas ou de alta velocidade. A Fig. 1(a) apresenta um exemplo de silenciador reativo e a Fig. 1(b) mostra a aplicação de silenciadores (também chamados de *muffler*) em um sistema de exaustão de um automóvel.



Figura 1. (a) Exemplo de silenciador acústico reativo (b) Silenciador aplicados no sistema de exaustão de um automóvel (Fonte: Google Imagens).

O desempenho acústico de silenciadores pode ser avaliado por diferentes parâmetros, no entanto, o mais utilizado é denominado de perda de transmissão (*Transmission Loss – TL*). A TL é definida como a diferença de nível de potência acústica entre o incidente e ondas transmitidas assumindo uma terminação anecóica (Fahy, 2001). Esta é uma propriedade intrínseca do silenciador, sendo independente da amplitude da excitação acústica e das características dos demais elementos existentes no sistema, tais como as impedâncias de radiação e da fonte sonora (Pascal, 2005).

Com o avanço tecnológico ocorreu o surgimento de uma variedade de técnicas computacionais, tornando possível prever o desempenho acústico de silenciadores com maior rapidez e precisão, ainda na fase de projeto por meio da análise numérica, com destaque para o método de elementos finitos (MEF). A precisão dos resultados está relacionada com a discretização adequada do modelo e da correta implementação das condições de contorno.

O objetivo deste trabalho é avaliar a influência da malha em elementos finitos na estimativa numérica da perda de transmissão de silenciadores acústicos. Para isto, foram avaliadas três configurações distintas de silenciadores e para cada um a TL foi estimada adotando a malha bidimensional (2D), malha tridimensional (3D) e ainda malha 3D fracionada, que consistem em 1/6 do volume da geometria simétrica dos silenciadores. Foi utilizado o *software* comercial de elementos finitos Ansys® e os dados foram processados no Malab® para cálculo da TL pelo método da decomposição.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Esta seção introduz conceitos importantes para compreensão da metodologia adotada neste trabalho. É apresentada a formulação em elementos finitos da equação da onda, para solução de problemas de acústica, bem como os tipos de elementos finitos disponíveis no *software* Ansys® para esse tipo de análise. É apresentado o conceito do parâmetro de desempenho da perda de transmissão, e o método da decomposição, utilizado nesse trabalho para cálculo da TL, após obter os valores de pressão sonora pela análise numérica. Por último, apresenta-se brevemente a teoria de propagação de modos acústicos em dutos circulares.

2.1 Método dos elementos finitos aplicado à acústica

O método de elementos finitos consiste em um método numérico aproximado para análise de fenômenos físicos que ocorrem em meios contínuos, e que são descritos através de equações diferenciais parciais, com determinadas condições de contorno, e possivelmente com condições iniciais. Sua aplicação exige que o domínio do problema seja dividido em subdomínios, denominados “elementos finitos”. Cada elemento é definido a partir de determinados pontos, os quais são chamados “nós” do elemento, e o domínio dividido é chamado de “malha”. (Pascal, 2005). A este processo de subdivisão dá-se o nome de discretização, sendo que, a convergência dos resultados e o tempo computacional estão diretamente relacionados com o número de elementos finitos empregados.

O método de Galerkin é um caso particular do método dos resíduos ponderados, utilizando para derivar as equações de elementos finitos diretamente das equações diferenciais que governam o problema. A propagação da onda sonora no interior dos silenciadores é governada pela equação da onda, também chamada de equação de Helmholtz, dada por (Fahy, 2001):

$$\nabla^2 p - k^2 p = 0 \quad (1)$$

onde $k = \omega/c$ é o número de onda, ω é a frequência angular, c é a velocidade de propagação do som e p é a pressão sonora.

Aplicando o método de Galerkin a Eq. (1), obtém-se a equação de elementos finitos, que matricialmente é expressa por:

$$[[K] - k^2[M]]\{p\} = -j\rho\omega\{F\} \quad (2)$$

onde $[K]$ é a matriz de rigidez acústica, $[M]$ é a matriz de inércia acústica e $\{F\}$ o vetor de força aplicado em todos os nós do sistema, e ρ é a densidade do fluido. Neste trabalho, a solução da Eq.(2) foi realizada pela análise harmônica no *software* comercial de elementos finitos Ansys® 16.0, obtendo assim o valor da pressão sonora em cada nó do sistema.

No Ansys® estão disponíveis diversos tipos de elementos finitos, formulados para melhor se adequar melhor a solução de diferentes problemas. Nesse caso, foram utilizados os elementos FLUID29 e FLUID30, que modelam o meio acústico, considerando a variação de pressão associada à onda acústica (Howard e Cazzolato, 2015).

O FLUID29 é um elemento acústico 2D plano, definido por 4 nós. A sua geometria, como mostrado na Fig.2(a), pode ser quadrilateral ou triangular, na qual os dois últimos nós são coincidentes. Neste trabalho, foi utilizado na forma quadrilateral. Cada nó tem um grau de liberdade de pressão, e dois graus de liberdade translacionais opcionais ao longo dos eixos x e y. O FLUID30 é definido por 8 nós. Pode assumir a forma geométrica de hexaédrico, tetraédrico e prisma, conforme ilustra a Fig. 2(b). Neste trabalho foi utilizado em sua forma tetraédrica. Cada nó tem um grau de liberdade de pressão, e três graus de liberdade opcionais de translação ao longo dos eixos x, y e z.

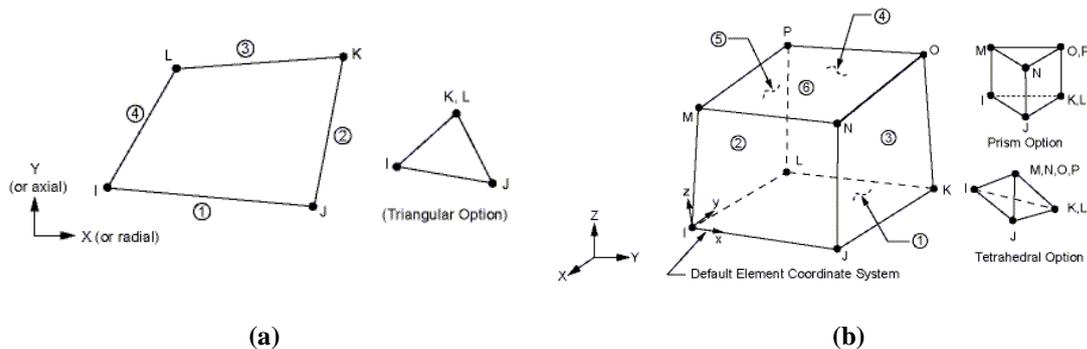


Figura 2. Geometria do elemento finito (a) FLUID29 (b) FLUID30. Fonte (Ansys® Help, 2009).

Em análises acústicas, recomenda-se o uso de seis elementos por comprimento de onda da frequência máxima de análise (Howard e Cazzolato, 2015). As malhas utilizadas neste trabalho foram geradas no próprio *software*, seguindo esta recomendação.

2.2 Perda de transmissão (*Transmission Loss-TL*)

O parâmetro Perda de Transmissão é definido como a diferença entre o nível de potência sonora incidente no silenciador e a o nível de potência sonora transmitida para saída do sistema na presença de uma terminação anecóica, ou seja, sem presença de ondas refletidas no silenciador, como mostrando na Fig. 3.



Figura 3. Perda de Transmissão

onde A_1 e A_2 são a amplitude da onda (Pa) na entrada e saída do silenciador, respectivamente; B_1 é a amplitude de onda (Pa) refletida da entrada do silenciador;

A TL pode ser calculada por:

$$TL = 10 \cdot \log \left| \frac{S_1 A_1^2}{S_2 A_2^2} \right| \quad (3)$$

onde S_1 e S_2 são a área (m^2) do duto de entrada e saída, respectivamente.

Foi adotado o Método da Decomposição (Tao & Seybert, 2003), para cálculo da TL. Por este método os valores de A_1 e A_2 são calculados a partir dos valores da pressão sonora, dados pela solução da Eq. (2), em três pontos do sistema: dois antes (M1 e M2) e um após o silenciador (M3), como mostrado na Fig. 4:

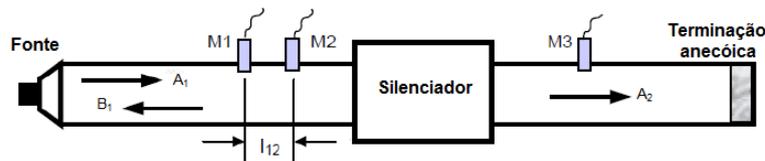


Figura 4. Método da decomposição. Fonte: Tao & Seybert (2003)

$$A_1(f) = \frac{S_{11} + S_{22} - 2C_{12} \cos(kl_{12}) + 2Q_{12} \sin(kl_{12})}{4\sin^2(kl_{12})} \quad (4)$$

$$A_2(f) = S_{33} \quad (5)$$

onde S_{11} , S_{22} e S_{33} são o auto espectro da pressão acústica total nos pontos 1, 2 e 3 respectivamente; Q_{12} e C_{12} são as partes real e imaginária do espectro cruzado entre os pontos 1 e 2 respectivamente; k é o número de onda e l_{12} é a distância entre os pontos 1 e 2.

Substituindo as Eq. (4) e (5) na Eq. (3), obtém-se a perda de transmissão do silenciador acústico. Essa etapa foi realizada no *software* Matlab®.

2.3 Modos acústicos em dutos de seção transversal circular

Os dutos são os elementos básicos e essenciais no projeto de silenciadores. Portanto, a análise da propagação de ondas em seu interior é de grande relevância para prever o comportamento acústico de silenciadores.

Em um duto excitado por uma fonte sonora ocorrerá propagação de ondas planas quando as frequências de excitação forem menores que sua primeira frequência de corte. Acima desta frequência, a qual é inversamente proporcional à seção transversal do duto, começam a se propagar no interior do duto modos de alta ordem.

Em dutos de seção transversal circular, a primeira frequência de corte (frequência circunferencial) é dada por (Fahy, 2001):

$$f_{cc} = \frac{1,84c}{\pi d} \quad (6)$$

onde d é o diâmetro do duto.

Como exemplo, a Fig. 5 (duto circular em corte longitudinal com 1 m de diâmetro e 13m de comprimento) mostra os modos acústicos de propagação da onda para frequência de 177,12 Hz em um duto circular com uma placa no interior. Observa-se a propagação de ondas planas no interior das cavidades formadas pelo conjunto placa-duto. Nas demais regiões, é possível notar que a frequência de análise está acima da primeira frequência de corte do duto, e por isso ocorre a propagação de modos de alta ordem.

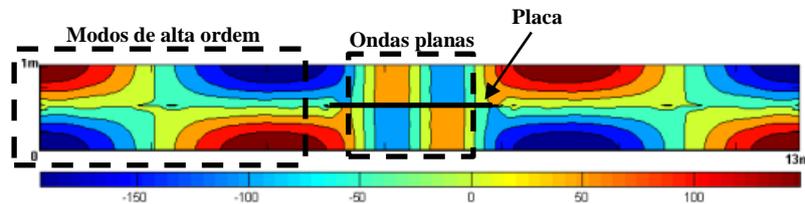


Figura 5. Modos acústicos se propagando em duto circular com uma placa divisora no interior (Fonte: Nunes, 2009).

3 MODELAGEM NUMÉRICA VIA MEF

Foram adotadas três modelos de silenciadores, sendo eles: Modelo I – Câmara de expansão simples; Modelo II – Câmara de expansão com duto de entrada estendido e Modelo III – Câmara de expansão com dois dutos estendidos. As dimensões, em mm, de cada modelo são apresentadas na Fig. 6.

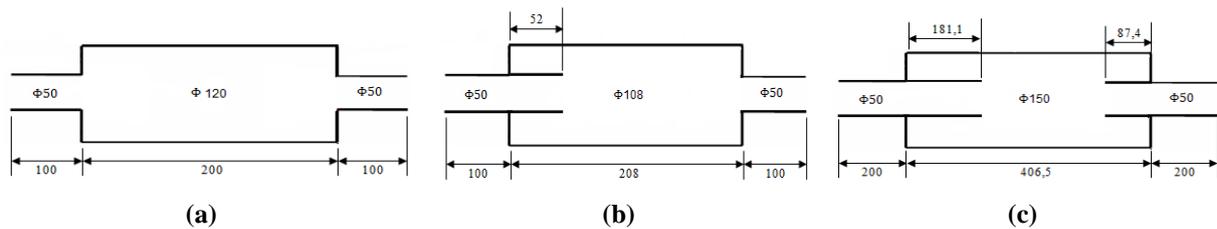


Figura 6. Configurações de silenciadores adotadas (a) Modelo I – Câmara de expansão simples; (b) Modelo II – Câmara de expansão com duto de entrada estendido e (c) Modelo III – Câmara de expansão com dois dutos estendidos.

Com intuito de avaliar a influência da malha na estimativa do desempenho dos silenciadores, para cada modelo foram realizadas a análise bidimensional (2D) e tridimensional (3D) e ainda, devido a simetria axial, a análise tridimensional fracionada (3D fracionada) que consiste em 1/6 do volume total de cada silenciador. As etapas da metodologia para estimativa da perda de transmissão são apresentadas na Tab. 1.

Tabela 1 – Metodologia para estimativa numérica da TL.

Etapa	Descrição
1ª – Definir tipo de elemento	<ul style="list-style-type: none"> Utilizar FLUID29 para análise bidimensional ou FLUID30 para análise tridimensional.
2ª – Construir modelo acústico	<ul style="list-style-type: none"> Fazer a modelagem da área (Fig. 7 (a)) ou do volume (Fig. 7(b)) do interior do silenciador.
3ª – Definir as propriedades do	<ul style="list-style-type: none"> Inserir valores de densidade do ar, pressão de referência e

material	velocidade de propagação do som: 2×10^{-5} N/m ² , 1,21 kg/m ³ e 343 m/s.
4ª – Construir a malha	<ul style="list-style-type: none"> Subdividir o domínio fluído em elementos discretos, seguindo a regra de, pelo menos, seis elementos por comprimento de onda (Howard e Cazzolato, 2015).
5ª – Definir condições de contorno	<ul style="list-style-type: none"> Para simular a excitação acústica na entrada do sistema, insere-se pressão unitária (com o comando PRES) nos nós dos elementos que compõem a seção transversal da extremidade do duto de entrada, como mostra a Fig. 7(c); Para o cálculo da TL, faz-se necessário que o tubo de saída do sistema possua terminação anecóica. Para isto insere-se impedância acústica (com o comando IMPD) com valor igual a um nos nós seção transversal da extremidade do duto de saída, como mostra a Fig. 7 (d)
5ª – Realizar análise harmônica do modelo	<ul style="list-style-type: none"> O <i>software</i> resolve a equação da onda, Eq. (2), pelo método de elementos finitos.
6ª – Obter valor da pressão acústica em três pontos	<ul style="list-style-type: none"> Obter o valor real e imaginário da pressão acústica em três nós: dois antes do silenciador e um após o silenciador. Exportar os valores de pressão em arquivo de formato txt.
7ª - Calcular a TL pelo método da decomposição	<ul style="list-style-type: none"> Essa etapa foi realizada no <i>software</i> Matlab[®]. Manipular os valores de pressão sonora para calcular a TL pelo método da decomposição, aplicando as Eq.(4) e (5) na Eq. (3).

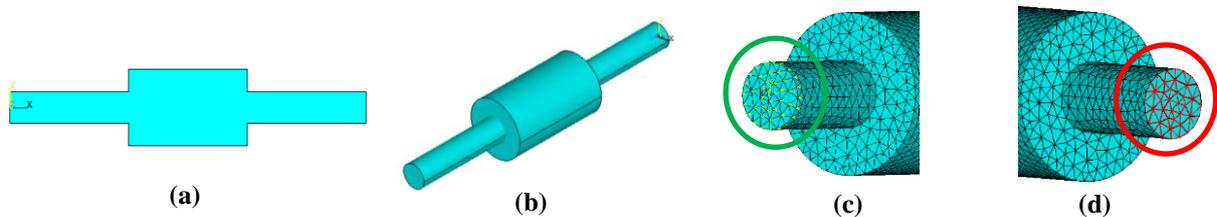


Figura 7. Detalhes da metodologia numérica (a) modelo 2D: área; (b) modelo 3D: volume; (c) Pressão sonora aplicada no duto de entrada (em verde) (d) Terminação anecóica no duto de saída (em vermelho)

4 RESULTADOS

Para permitir a comparação entre os resultados da modelagem 2D e 3D, a faixa de frequência da análise foi restrita pela primeira frequência de corte do sistema, ocorrendo assim a propagação apenas de ondas planas, e não ocorram a propagação de modos de alta ordem com efeitos tridimensionais, que não são considerados pela análise bidimensional. A

menor frequência de corte de cada modelo (calculada a partir do maior diâmetro dos dutos que o compõem) é mostrada na Tab. 2.

Tabela 2 – 1ª frequência de corte dos silenciadores analisados.

Silenciador	1ª Frequência de corte
Modelo I	1647 Hz
Modelo II	1860 Hz
Modelo III	1339 Hz

A Figura 8 mostra, em vista isométrica, as malhas em elementos finitos utilizadas em cada modelagem do modelo I. A Tabela 3 mostra o número de nós e elementos de cada malha e também o tempo gasto em cada simulação. A análise harmônica foi realizada na faixa de frequência de 0 a 2000 Hz, com incrementos de 2 Hz.

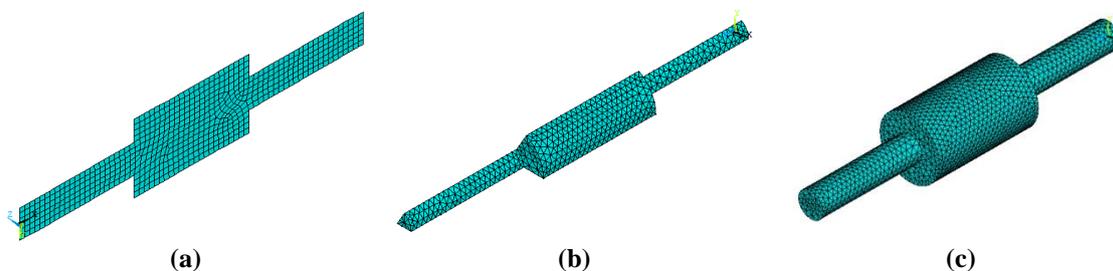


Figura 8. Malha em elementos finitos do modelo I: (a) 2D; (b) 3D fracionada e (c) 3D

Tabela 3 – Propriedades das malhas em elementos finitos do modelo I e tempo de processamento.

Modelagem	Nós	Elementos	Tempo
2D	683	599	19s
3D Fracionada	1510	5598	1min30s
3D	7425	37454	51min08s

A Figura 9 mostra as curvas de TL geradas a partir das simulações no Ansys® para o modelo I.

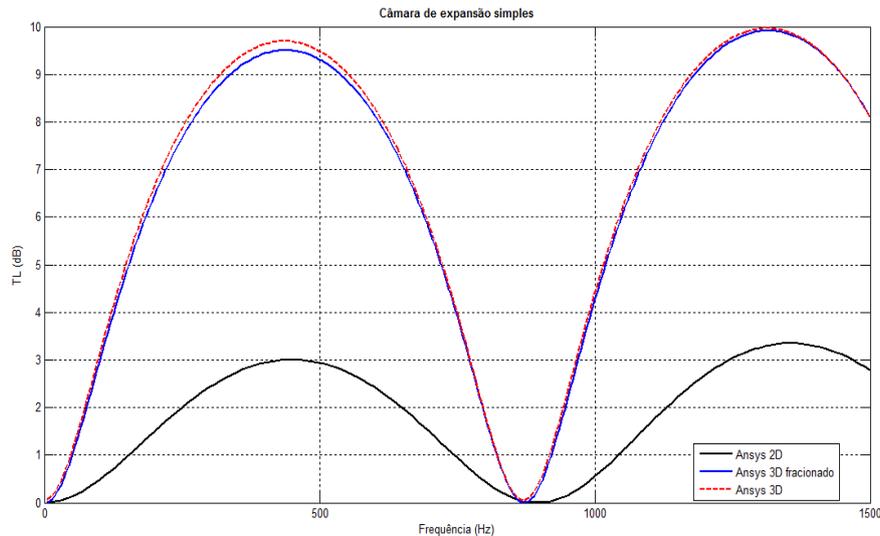


Figura 9. TL do modelo I.

Entre as curvas do modelo 3D completo e 3D fracionado nota-se uma pequena diferença na amplitude do primeiro domo, considerada pouco expressiva, principalmente quando se considera que tempo computacional alcançada ao utilizar o modelo fracionado foi cerca de trinta vezes menor. Já o resultado obtido com a análise 2D apresenta a amplitude muito reduzida em relação as análises 3D, ainda que a curva apresente semelhança na forma e nas frequências de máximo e mínimo.

A Figura 10 mostra as malhas em elementos finitos utilizadas em cada modelagem do modelo II. A Tabela 4 mostra o número de nós e elementos de cada malha e também o tempo gasto em cada simulação. A análise harmônica foi realizada na faixa de frequência de 0 a 1800 Hz, com incrementos de 2 Hz.

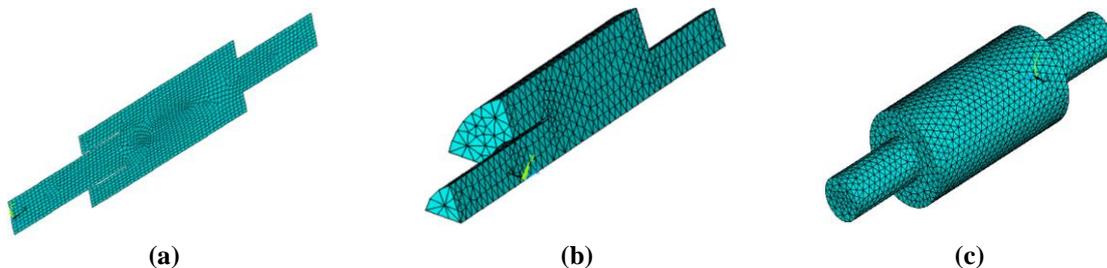


Figura 10. Malha em elementos finitos do modelo II: (a) 2D; (b) 3D fracionada e (c) 3D.

Tabela 4 – Propriedades das malhas em elementos finitos do modelo II e tempo de processamento.

Modelagem	Nós	Elementos	Tempo
2D	1618	1489	02min09s
3D Fracionada	1274	4679	13min26s
3D	6479	32208	01h47min04s

A Figura 11 mostra as curvas de TL geradas a partir das simulações no Ansys®, os resultados são mostrados para faixa de frequência de 0 a 2500 Hz (acima da frequência de corte) apenas para efeito de visualização de resultados.

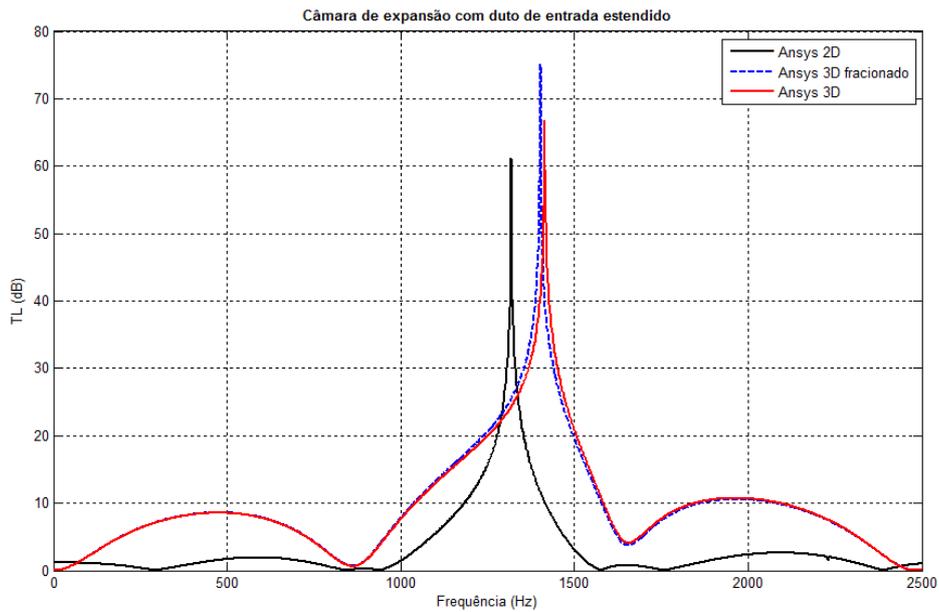


Figura 11. TL do modelo II.

A Tabela 5 registra os valores de frequência e amplitude em que ocorre a máxima atenuação.

Tabela 5 – Frequência e amplitude do pico de máxima atenuação do modelo II.

Modelagem	Frequência	Amplitude
2D	1318 Hz	61,09 dB
3D fracionado	1402 Hz	75,04 dB
3D	1414 Hz	66,71 dB

A TL em câmaras de expansão com extremidade estendida exibe um comportamento resultante da superposição de domos e picos de atenuação sonora. Para frequências inferiores à de corte o número de domos é igual ao apresentado por câmaras de expansão simples, de mesma dimensão. Os picos de atenuação são devidos às áreas que se formam entre a câmara e as extremidades estendidas.

Entre as curvas da modelagem 3D completa e 3D fracionada nota-se boa concordância, com pequena diferença na frequência e na amplitude no pico de máxima atenuação. Porém considera-se o resultado do modelo fracionado satisfatório, visto que ocorreu uma redução de aproximadamente seis vezes no tempo de processamento.

O resultado obtido com a análise 2D, embora exiba o formato típico da câmara de expansão com duto de entrada estendido, apresenta redução expressiva na amplitude dos domos e também na frequência em que ocorre a máxima TL.

A Figura 12 mostra as malhas em elementos finitos utilizadas em cada modelagem do modelo III. A Figura 6 mostra o número de nós e elementos de cada malha e também o tempo gasto em cada simulação. A análise harmônica foi realizada na faixa de frequência de 0 a 1300 Hz, com incrementos de 2 Hz.

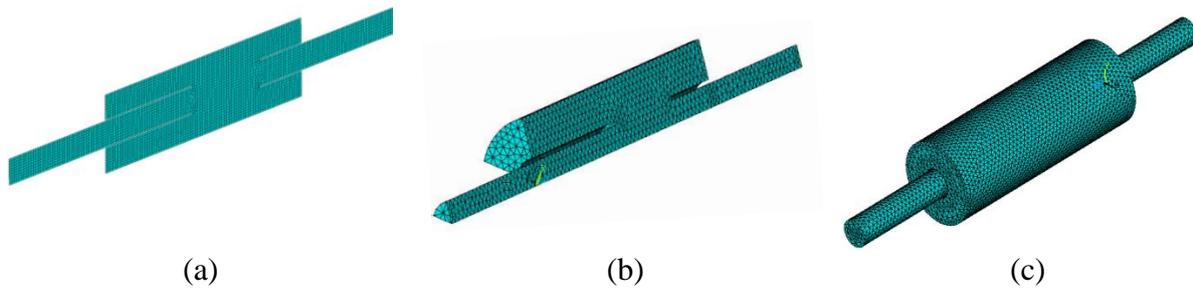


Figura 12. Malha em elementos finitos do modelo III (a) 2D (b) 3D fracionada e (c) 3D

Tabela 6 – Propriedades das malhas em elementos finitos do modelo III e tempo de processamento.

Modelagem	Nós	Elementos	Tempo
2D	3724	1136	09min19s
3D Fracionada	3885	16131	26min03s
3D	19980	102072	03h22min07s

A Figura 13 mostra as curvas de TL geradas a partir das simulações no Ansys® e a Tabela 7 registra os valores de frequência e amplitude em que ocorrem picos de atenuação.

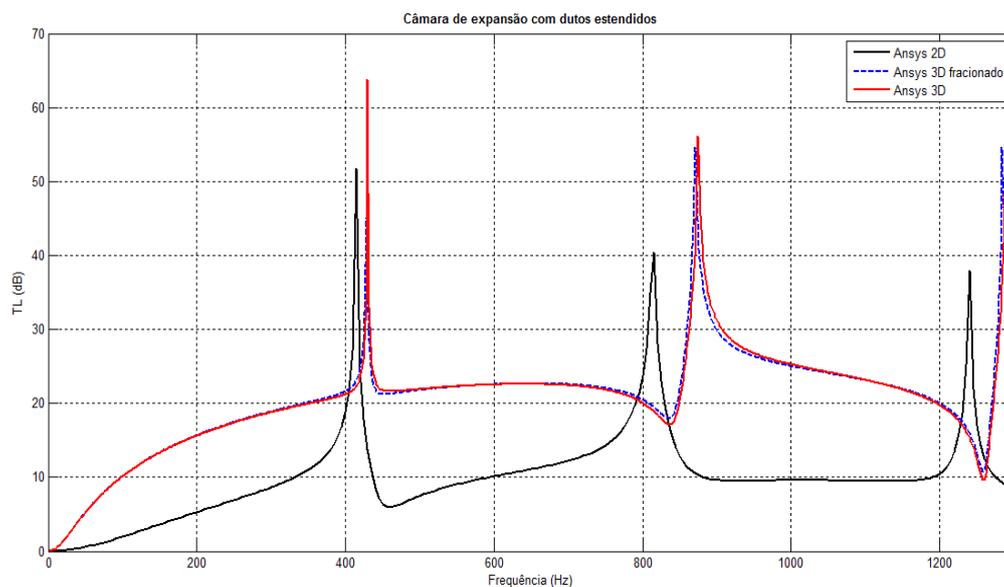


Figura 13. TL do modelo III.

Tabela 7 – Valores de frequência e amplitude dos três picos de atenuação do modelo III.

Modelo	Pico 1		Pico 2		Pico 3	
	Frequência	Amplitude	Frequência	Amplitude	Frequência	Amplitude
2D	415 Hz	51,78 dB	815 Hz	40,39 dB	1240 Hz	37,98 dB
3D fracionado	428 Hz	45,09 dB	870 Hz	54,56 dB	1284 Hz	54,64 dB
3D	430 Hz	63,82 dB	874 Hz	56,17 dB	1288 Hz	55,04 dB

Entre as curvas do modelo 3D completo e 3D fracionado nota-se boa concordância, com pequena diferença na frequência e na amplitude no pico de máxima atenuação. Porém considera-se o resultado do modelo fracionado satisfatório, visto que ocorreu uma redução de aproximadamente sete vezes no tempo de processamento.

O resultado obtido com a análise 2D, embora exiba o formato semelhante ao da câmara de expansão com dutos estendidos, apresenta redução expressiva na amplitude da curva e também nas frequências em que ocorrem picos de atenuação.

5 CONCLUSÃO

Este trabalho utilizou uma metodologia numérica para estimar a perda de transmissão de silenciadores reativos utilizando o método de elementos finitos, utilizando o *software* Ansys®. Três configurações distintas de silenciadores foram analisadas, com objetivo principal de avaliar a influência da malha na TL estimada. Foram realizadas modelagem bidimensional (2D) e tridimensional (3D), e também 3D fracionado (1/6 do volume completo), devido a simetria axial que apresentava pela geometria dos silenciadores. A estimativa da TL é realizada dentro da faixa de frequência com propagação de ondas planas, para que então a modelagem 2D possa ser válida quando comparada à modelagem 3D

Os resultados mostram que os modelos 2D geraram curvas de TL com formas semelhantes aquelas obtidas com os modelos 3D, porém com amplitude significativamente reduzida, e não foram capazes de estimar com precisão as frequências em que ocorrem picos de atenuação. Já os modelos 3D fracionados apresentaram ótima concordância com os obtidos com o volume completo, e com tempo de processamento expressivamente reduzido (aproximadamente 98%), sendo portando a opção mais viável para análise numérica de silenciadores com simetria de geometria.

REFERÊNCIAS

- ANSYS, 2009. *Theory Reference Release 16.0*. Documentation for ANSYS. United States of America
- Fahy, F., 2001. *Foundations of engineering acoustics*. New York: Academic Press.
- Gerges, S.N.Y., 2000. *Ruído: fundamentos e controle*. Florianópolis Editora: NR LVA.
- Howard, C.Q., Cazzolact, B.S., 2015. *Acoustic analyses using MATLAB and ANSYS*. Boca Raton: CRC Press.
- Munjal, M. L., 1998 Analysis and design of mufflers – an overview of research at the indian institute of science. *Journal of Sound and Vibration*, v. 211, n. 3, pp. 425-433.
- Nunes, M.A., 2009. *Utilização de síntese modal de componentes e particionamento axial de dutos para controle dos modos acústicos de alta ordem*. Tese de doutorado. Universidade Federal de Uberlândia.
- Pascal, A.M., 2005. *Análise de sistemas reativos para controle de ruído em dutos pelo método dos elementos finitos* Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais/Belo Horizonte.