



XXXVII IBERIAN LATIN AMERICAN CONGRESS
ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING
BRASÍLIA - DF - BRAZIL

ESTUDO DA APLICAÇÃO DA FFT (FAST FOURIER TRANSFORM) EM ANÁLISE DA CONDIÇÃO DE MÁQUINAS ROTATIVAS

Mauro Lucio Martins

Pedro Américo Almeida Magalhães Júnior

Gilmar Cordeiro da Silva

Viviane Cordeiro Almeida

Norberto Martins

Daniel de Castro Maciel

Thais Roberta Campos

mauromartins1963@gmail.com

paamjr@gmail.com

gilmarcord@gmail.com

viviane@vmcontabil.com

norbertoengmec@gmail.com

Trcampos@pucminas.br

Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

Avenida Dom José Gaspar, 500, bairro Coração Eucarístico, Belo Horizonte, 30.535-901, Minas Gerais, Brasil.

Resumo. *Este trabalho é uma síntese do estudo da transformada de Fourier na forma discreta, o que se constitui em uma das principais aplicações à descrição de qualquer função periódica usando uma representação no domínio do tempo (s) e da frequência (Hertz). O estudo contou com a utilização de analisadores digitais de espectro de sinais modelo CSI 2130, equipados com o acelerômetro modelo 622A01 e o software MHM da CSI, pretendendo calcular as equações em um menor intervalo de tempo possível, permitindo assim, a análise rápida das falhas em equipamentos dinâmicos, a exemplo do equipamento mencionado abaixo. Esta tecnologia foi aplicada em uma bomba de recírculo de Nafta pesada do*

fabricante Flowserve. Por meio dos resultados encontrados foi possível concluir que, ao utilizar-se da base matemática FFT (Fast Fourier Transform) em análise da condição de máquinas rotativas, é possível identificar o estado da maioria dos equipamentos dinâmicos utilizados nas indústrias de diversos seguimentos.

Palavras-chave: *Vibração, Fast Fourier Transform e Software MHM da CSI.*

1 INTRODUÇÃO

A criação da transformada rápida de Fourier foi uma das grandes conquistas da humanidade. Em 1965, J. W. Cooley e J. W. Tukey, publicaram na revista *Mathematics of Computation* um método que requeria em torno de $m \cdot \log_2 m$ multiplicações e adições, desde que fosse escolhido uma quantidade apropriada de termos, o que possibilita a diminuição de número de cálculos de milhões para milhares, por isso recebendo o nome de “Algoritmo da Transformada Rápida de Fourier”. Por meio da utilização da Transformada Rápida de Fourier, tornou-se possível diminuir o tempo de processamento em aplicações que variam desde resolução de equações diferenciais, equações integrais, problemas inversos até incluir problemas de teoria dos números.

2 OBJETIVO

O objetivo deste trabalho é apresentar a aplicação FFT (Fast Fourier Transform) na medição e análise de vibrações, utilizando medidores de vibração, bem como os seus benefícios.

3 EMBASAMENTO TÉCNICO

Segue um resumo teórico sobre os assuntos mais importante de forma a dar embasamento sobre as diversas áreas abordadas no desenvolvimento deste trabalho.

3.1 Transformada De Fourier

A Transformada de Fourier, em essência, uma ferramenta matemática que realiza a transição entre o variável tempo e frequência de sinais. Neste item temos como objetivo principal resumir as principais propriedades da Transformada de Fourier e apresentar técnicas computacionais para sua determinação na forma discreta, chamada DFT (do inglês “Discrete Fourier Transform”), e alguns de seus algoritmos rápidos, chamados coletivamente de FFT (do inglês “Fast Fourier Transform”).

Existe uma vasta literatura que trata das características da transformada de Fourier. Na forma contínua há inúmeras obras, onde se encontram textos resumidos e baseados em aplicações como em Spiegel, M. R. *Fourier Analysis with applications to boundary value problems*. Mc Graw Hill, New York, 1974. Spiegel, M. R. *Fourier Analysis with applications to boundary value problems*. Mc Graw Hill, New York, 1974. É pertinente lembrar que Jean-Baptiste Joseph Fourier descobriu no início do século XIX que qualquer função periódica, por mais complicada que seja, pode ser representada como a soma de várias funções seno e cosseno com amplitudes, fases e períodos escolhidos convenientemente. Existem alguns requisitos para que essa afirmação seja totalmente verdadeira. Portanto, qualquer função $f(x)$

pode, segundo Fourier, ser escrita na forma da soma de uma série de funções seno e cosseno da seguinte forma geral descrita na Eq.(1):

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{L} + b_n \sin \frac{n\pi x}{L} \right) \quad (1)$$

Fourier conseguiu achar uma forma simples e elegante de calcular esses coeficientes a_0 , a_1 , a_2 , ..., b_1 , b_2 ... da seguinte forma. Por exemplo: para se determinar o coeficiente a_3 , multiplicam-se ambos os lados da equação por $\sin(3x)$.

Assim:

$f(x) \cdot \sin(3x) = a_0 \cdot \sin(3x) + a_1 \cdot \sin(x) \sin(3x) + a_2 \cdot \sin(2x) \sin(3x) + a_3 \cdot \sin^2(3x) + \dots$
 $b_1 \cdot \cos(x) \sin(3x) + b_2 \cdot \cos(x) \sin(3x) + \dots$, verifica-se que todas as médias do lado direito da equação são nulas, exceto o termo correspondente a a_3 . Então se descreve a Eq.(2) :

$$f(x) \cdot \sin(3x) = \frac{1}{2} \cdot a_3 \quad (2)$$

Fazendo-se o mesmo para todos os valores de n em $\sin(nx)$ e $\cos(nx)$, verifica-se.

que:

$a_0 = f(x) =$ média de $f(x)$;

$a_n = 2 \cdot f(x) \cdot \sin(nx) = 2$ vezes a média de $f(x) \cdot \sin(nx)$;

$b_n = 2 \cdot f(x) \cdot \cos(nx) = 2$ vezes a média de $f(x) \cdot \cos(nx)$;

Calculando todas essas médias, encontram-se todos os coeficientes da Série de Fourier.

A Transformada de Fourier de um sinal $x(t)$ é definida pela Eq.(3) :

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{-i\omega t} dt \quad (3)$$

onde $x(t)$ é uma função real no tempo e $X(\omega)$ é uma função complexa da frequência. As condições para a existência da Transformada de Fourier são complicadas, porém é suficiente que a função $x(t)$ seja absolutamente integrável. Os sinais encontrados na prática não apresentam esta dificuldade. Entretanto, sinais idealizados, tais como sinais senoidais que atuam indefinidamente no tempo, apresentam dificuldades para sua normalização.

A Transformada de Fourier é a ferramenta essencial para se obter a transformação do sinal do domínio do tempo para o domínio da frequência. Esta representação, denominada espectro de frequência, é a maneira mais usual de representar as características de um sinal captado. Através do espectro de frequência podem-se avaliar as diversas frequências componentes do sinal e a magnitude de cada um destes componentes. Em um ensaio dinâmico, a resposta à excitação captada pelo acelerômetro, que é um sinal analógico, é discretizada em uma série de pontos no tempo pelo hardware utilizado, como por exemplo, a placa coletora de dados. No entanto, a obtenção da função que caracteriza o sinal utilizando

diretamente a Transformada de Fourier, como indicado na Eq.(3) , torna-se, às vezes, muito difícil. Uma solução encontrada para se obter o espectro de frequência, denominada Transformada Discreta de Fourier (DFT), na qual a integral da Eq.(3) é substituída pelo somatório de acordo com a Eq(4):

$$X(m) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n).e^{\frac{i2\pi nm}{N}} \quad m = 0, 1, 2, \dots, N - 1 \quad (4)$$

Onde $x(n)$ é o conjunto de pontos que representa o sinal no tempo e N é o número de pontos amostrados. Evidentemente, que quanto maior o número de pontos amostrados melhor a resolução do espectro de frequências e maior o tempo computacional gasto. Visando-se otimizar a utilização da Transformada Discreta de Fourier, J. W. Cooley (IBM) e J. W. Tukey (Bell Labs) desenvolveram em 1965 um algoritmo para executar a Eq. (4) de forma mais rápida, reduzindo o trabalho computacional, que foi denominado de Transformada Rápida de Fourier. O algoritmo da FFT divide a sequência $x(n)$ em duas sequências menores, uma com os coeficientes de índices par e outra com os coeficientes de índices ímpares. Calculando a DFT para cada uma delas e depois combinando-as de modo a se obter a DFT da sequência completa. Para se resolver a DFT de uma amostra de N pontos são necessárias $2.N^2$ 30 multiplicações reais, enquanto utilizando-se o algoritmo da FFT são necessárias $4.N.(log2N)$ multiplicações reais. Portanto, para uma amostra de 1000 pontos o número de multiplicações para se resolver a DFT é de 2.000.000, enquanto para se resolver utilizando FFT são necessárias 39.863 multiplicações, isto é aproximadamente 50 vezes menor.

Com o advento da Transformada Rápida de Fourier (Fast Fourier Transform - FFT), o trabalho de obtenção de bandas espectrais tornou-se mais eficiente. Sua finalidade consiste em permitir a mudança em um sinal obtido no domínio do tempo para o domínio da frequência. Isso se faz necessário uma vez que, em geral, os gráficos obtidos no domínio do tempo contêm um excesso de informação, já que são influenciados por diferentes amplitudes que se repetem em diferentes períodos de tempo. Ocorre então, a superposição de diferentes amplitudes oriundas de ressonâncias excitadas nos componentes do mancal, tornando o sinal excessivamente complexo. Com a mudança de domínio, é possível filtrar o sinal evitando essa repetição e superposição das amplitudes. A fig. 1 representa a mudança de um sinal obtido no domínio do tempo para o domínio da frequência

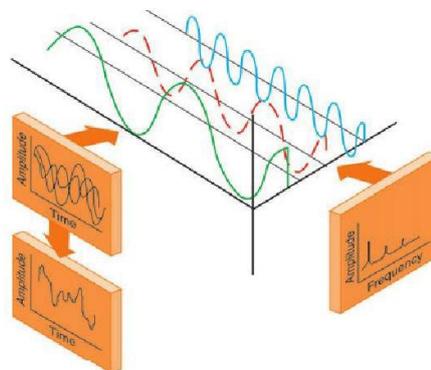


Fig. 1. Acima, mostra um desenho esquemático representativo de tal mudança (HP Agilent,1995 .)

4. DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO

Para desenvolvimento deste trabalho utilizou-se de analisadores digitais de espectro de sinais modelo CSI 2130, equipados com o acelerômetro modelo 622A01 e o software MHM da CSI, pretendendo calcular as equações em um menor intervalo de tempo possível, permitindo assim, a análise rápida das falhas em equipamentos dinâmicos, a exemplo do equipamento mencionado abaixo. Esta tecnologia foi aplicada em uma bomba de recírculo de Nafta pesada do fabricante Flowserve.

4.1 Descrições da bomba analisada

A máquina rotativa analisada neste trabalho e uma bomba de recírculo de Nafta pesada, fabricante Flowserve, funciona a partir de um motor de 60cv a uma rotação de 1775 rpm. O dado de vazão do equipamento não fornecido pelo fornecedor. A fig. 2 mostra o conjunto motor bomba em estudo.



Figura 2. Imagem do conjunto motor bomba objeto do estudo.

4.2 Descrições do equipamento de medição de vibração

O equipamento utilizado para analisar as vibrações, modelo CSI A2130A2 de 2 canais com os acessórios possui as seguintes características:

- 02 Adaptadores modelo A06290V (dois canais, volt)
- 06 Acelerômetros
- 04 Bases magnéticas
- 02 Cabos, turck para BNC (Verm.)
- 02 Cabos, turck para BNC (azul)
- 02 Adaptadores de 2 canais de sensores

- 02 Cabos helicoidais
- 02 Cabos comunicação coletor com micro (USB)
- 02 Cabos comunicação coletor com micro (USB)
- 02 Alças de ombro
- 02 Maletas para transporte
- 01 Fone de ouvido
- 01 Adaptador para fone modelo A649P
- Manual e software em português

A fig.3 mostra o equipamento utilizado para analisar as vibrações.



Figura 3. Analisador de vibração utilizado na medição

4.3 Descrições do software utilizado no trabalho

Software MHM da CSI, que tem como base matemática a transformada de FFT (Fast Fourier Transform), gerando o gráfico abaixo indicando a falha do equipamento, através da análise dos sinais de vibração captados pelo acelerômetro e transformado em sinal elétrico sendo processado no tempo e na frequência com a base matemática da FFT.

4.4 Demonstrações dos pontos de coleta de dados.

Para este trabalho coletamos os dados de vibração utilizando os equipamentos supracitados, e para melhor elucidação segue o descritivo dos pontos.

LOA – Lado oposto ao acoplado

LA- Lado acoplado

H- Ponto horizontal

V- Ponto vertical

A – Axial

Segue a fig. 4, que destaca o desenho esquemático dos pontos de coleta.

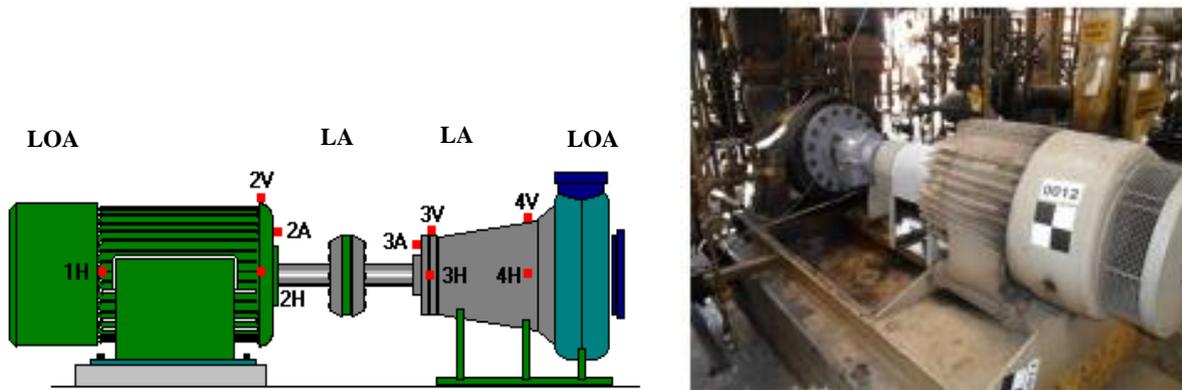


Figura 4. Desenho esquemático dos pontos de coleta

4.5 Dados coletados e espectro

Utilizando-se de analisadores digitais de espectro de sinais modelo CSI 2130, equipados com o acelerômetro modelo 622A01 e o software MHM da CSI, coletaram-se os dados que serão apresentados a seguir com os respectivos espectros de vibração gerados a partir da transformada rápida de Fourier, uma vez que a sua utilização, proporciona a geração dos gráficos em um tempo significativamente menor.

Foram analisados e coletados 4.096 pontos gerando 1024 linhas.

Pontos coletado: (1H,1V,2H,2V,2A,3H,3V,3A,4H,4V)

Para não ficar muito extenso iremos apresentar a tabela reduzida do estudo 1H e os gráficos waveform (forma de onda) e o spectrum, porém estarão disponíveis para consulta na base de construção deste artigo as tabelas e gráficos completos.

4.6 Pontos 01H – Motor Horizontal LOA- Planilha e Gráfico

Waveform Amplitudes

Maquina: (ST0A) BOMBA DE GASOLEO

Meas. Point: 103MP 1B -01H --> MOTOR HORIZ. LOA

Date/Time: 12-abr-16 09:28:37 Amplitude: Velocity in mm/Sec

Time (mS) Amplitude Time (mS) Amplitude Time (mS) Amplitude Time (mS) Amplitude
Amplitude

Abaixo segue os valores coletados no ponto 01H no tempo e na amplitude coletamos 4096 pontos distribuídos em 1024 linhas como citado anteriormente e assim demonstrado na tabela reduzida abaixo gerando o “spectrum e waveform” que será apresentado a seguir na fig 5.

Waveform Amplitudes
 Máquina: (ST0A) BOMBA DE GASOLEO
 Meas. Point: 103MP 1B -01H --> MOTOR HORIZ LOA
 Date/Time: 12-abr-16 09:28:37 Amplitude: Velocity in mm/Sec

Time (mS)	Amplitude							
1	0	8.583	200	7.379	400	8.067	600	5.744
2	0,195	8.504	200,2	7.288	400,2	8.337	600,2	5.807
3	0,391	8.442	200,4	7.219	400,4	8.048	600,4	5.653
4	0,586	8.383	200,6	6.923	400,6	7.960	600,6	5.819
5	0,781	8.610	200,8	7.281	400,8	7.688	600,8	5.662
6	0,977	8.482	201	7.144	401	7.425	601	5.851
7	1.172	8.558	201,2	7.464	401,2	7.717	601,2	5.822
8	1.367	8.407	201,4	7.288	401,4	7.643	601,4	5.644
9	1.563	8.180	201,6	7.068	401,6	8.082	601,6	5.665
1021	199,2	7.838	399,2	8.760	599,2	6.108	799,2	9.677
1022	199,4	7.702	399,4	8.539	599,4	5.900	799,4	9.478
1023	199,6	7.472	399,6	8.408	599,6	5.816	799,6	9.368
1024	199,8	7.648	399,8	8.250	599,8	5.801	799,8	9.228

Figura 5. Tabela dos pontos de vibração coletados 1H

4.6 Pontos 01H – Motor Horizontal LOA- Spectrum e Waveform

Espectro gerado a partir da base matemática FFT faz uma transposição do sinal de domínio temporal para o domínio freqüencial. A representação do sinal obtido é denominada espectro em frequências. Desta forma podemos acompanhar o comportamento de cada ponto na sua correspondente posição identificando o real status do equipamento e predizendo as falhas eliminando os custos com perdas de produção e manutenção não programada.

Spectrum e Waveform obtidos a partir dos dados coletados no ponto 1H estão demonstrados na fig. 6.

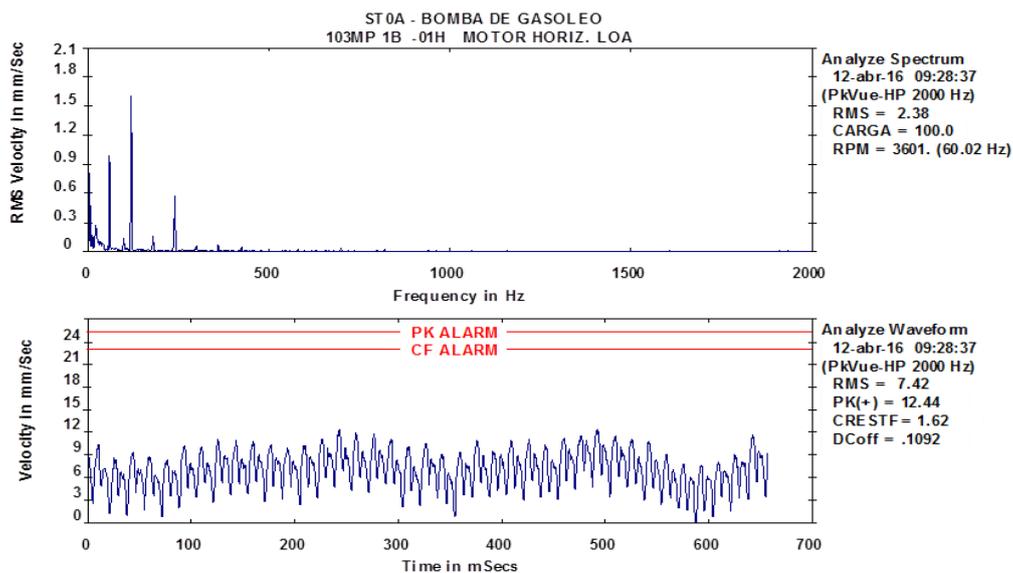


Figura 6. Spectrum e Waveform 1H

4.7 Pontos 01 v – Motor Horizontal LOA- Spectrum e Waveform

Meas. Point: 103MP 1B -01V --> MOTOR. VERTL. LOA

Date/Time: 12-abr-16 09:29:18 Amplitude: Velocity in mm/Sec - Time (mS) Amplitude

Spectrum e Waveform obtidos a partir dos dados coletados no ponto 01 v estão demonstrados na fig. 7.

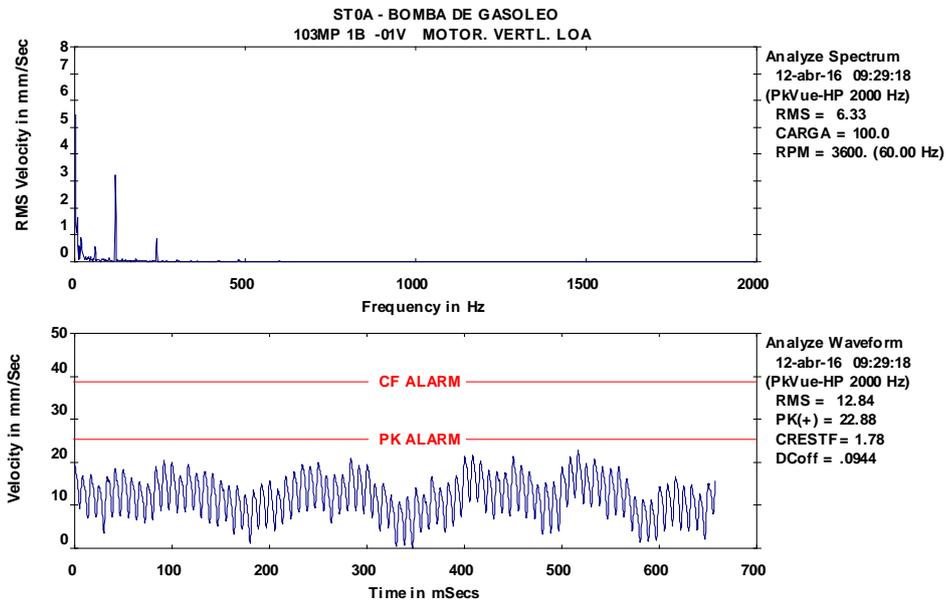


Figura 7. Spectrum e Waveform 1V

4.8 Ponto 02 H – Motor Horizontal LA- Spectrum e Waveform

Meas. Point: 103MP 1B -02H --> MOTOR HORIZ. LA

Date/Time: 12-abr-16 09:29:49 Amplitude: Velocity in mm/Sec

Spectrum e Waveform obtidos a partir dos dados coletados no ponto 02H estão demonstrados na fig 8.

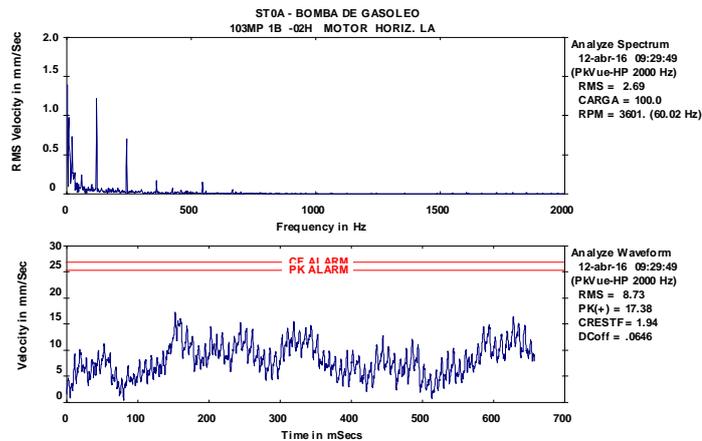


Figura 8. Spectrum e Waveform 02H

4.9 Ponto 02V – Motor Horizontal LA- Spectrum e Waveform

Meas. Point: 103MP 1B -02V --> MOTOR VERTL. LA

Date/Time: 12-abr-16 09:30:08 Amplitude: Velocity in mm/Sec

Spectrum e Waveform obtidos a partir dos dados coletados no ponto 02 V estão demonstrados na fig 9.

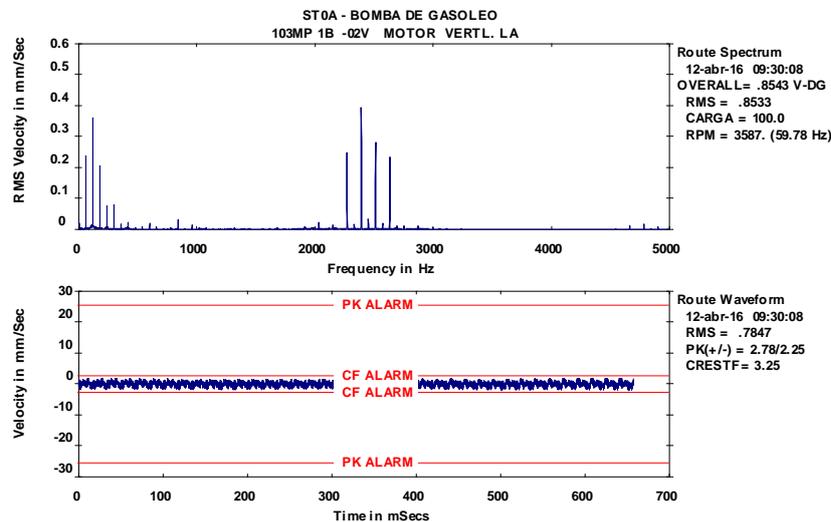


Figura 9. Spectrum e Waveform 02H

4.10 Pontos 02A – Motor Horizontal LA- Spectrum e Waveform

Meas. Point: 103MP 1B -02A --> MOTOR AXIAL. LA

Date/Time: 12-abr-16 09:30:44 Amplitude: Velocity in mm/Sec

Spectrum e Waveform obtidos a partir dos dados coletados no ponto 02 A estão demonstrados na fig. 10.

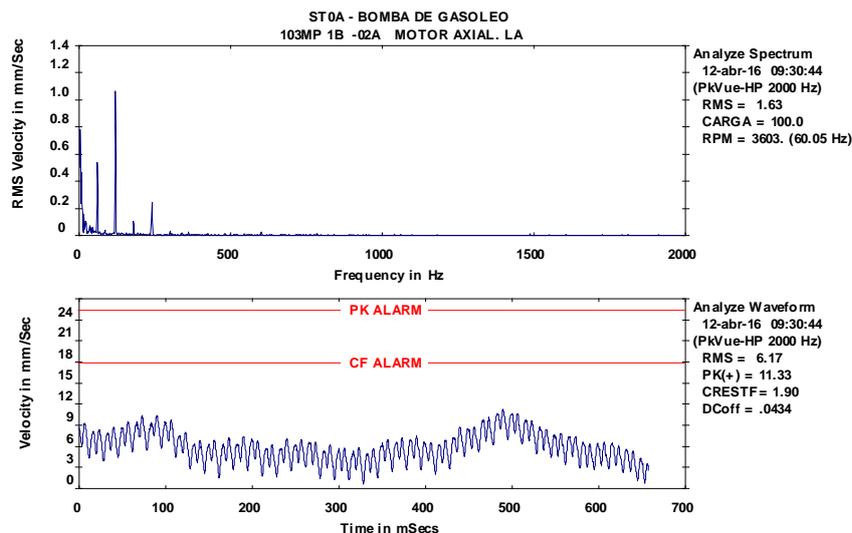


Figura 10, Spectrum e Waveform 02H

4.11 Pontos 03H – Motor Horizontal LA- Spectrum e Wavefom

Meas. Point: 103MP 1B -03H --> BOMBA HORIZ. LA

Date/Time: 12-abr-16 09:31:18 Amplitude: Velocity in mm/Sec

Spectrum e Wavefom obtidos a partir dos dados coletados no ponto 03H estão demonstrados na fig 11.

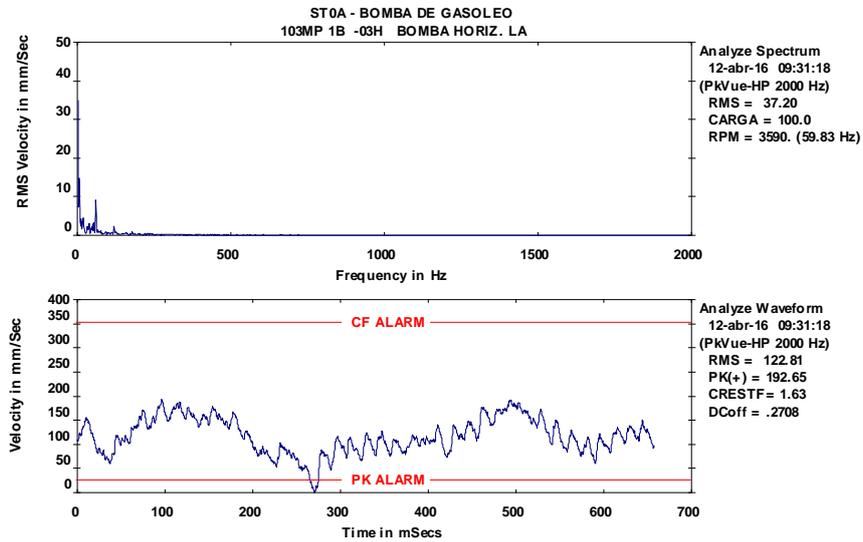


Figura 11, Spectrum e Wavefom 03H

4.12 Pontos 03 V – Motor Horizontal LA- Spectrum e Wavefom

Meas. Point: 103MP 1B -03V --> BOMBA VERTL. LA

Date/Time: 12-abr-16 09:31:42 Amplitude: Velocity in mm/Sec

Spectrum e Wavefom obtidos a partir dos dados coletados no ponto 03 V estão demonstrados na fig 12.

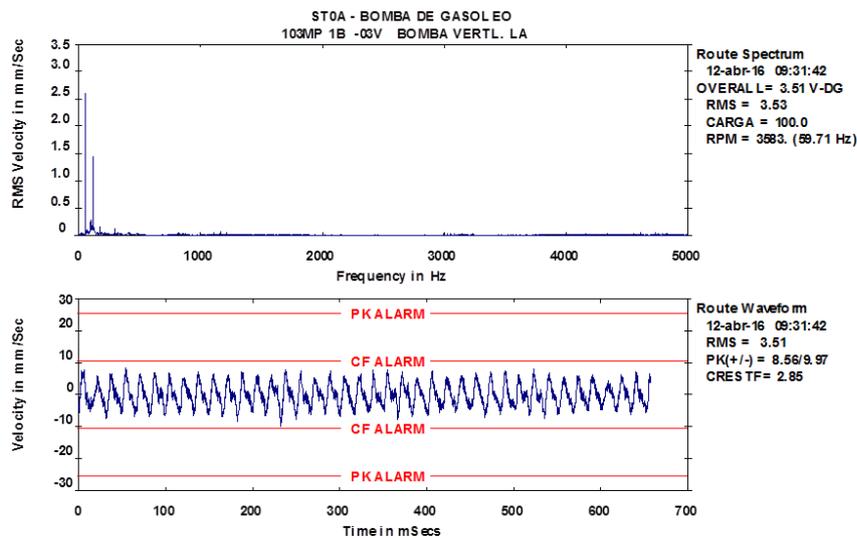


Figura 12, Spectrum e Wavefom 03V

4.13 Pontos 03A – Motor Horizontal LA- Spectrum e Waveform

Meas. Point: 103MP 1B -03A --> BOMBA AXIAL. LA

Date/Time: 12-abr-16 09:32:18 Amplitude: Velocity in mm/Sec

Spectrum e Waveform obtidos a partir dos dados coletados no ponto 02 v estão demonstrados na fig 13.

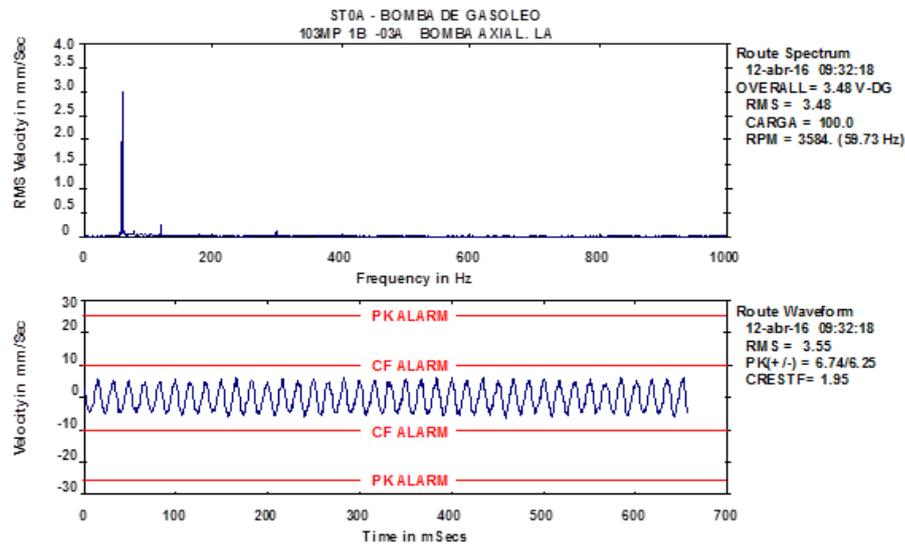


Figura 13. Spectrum e Waveform 03A.

4.14 Pontos 04H – Motor Horizontal LA- Spectrum e Waveform

Meas. Point: 103MP 1B -04H --> BOMBA HORIZ. LOA

Date/Time: 12-abr-16 09:32:43 Amplitude: Velocity in mm/Sec

Spectrum e Waveform obtidos a partir dos dados coletados no ponto 04 H estão demonstrados na fig 14

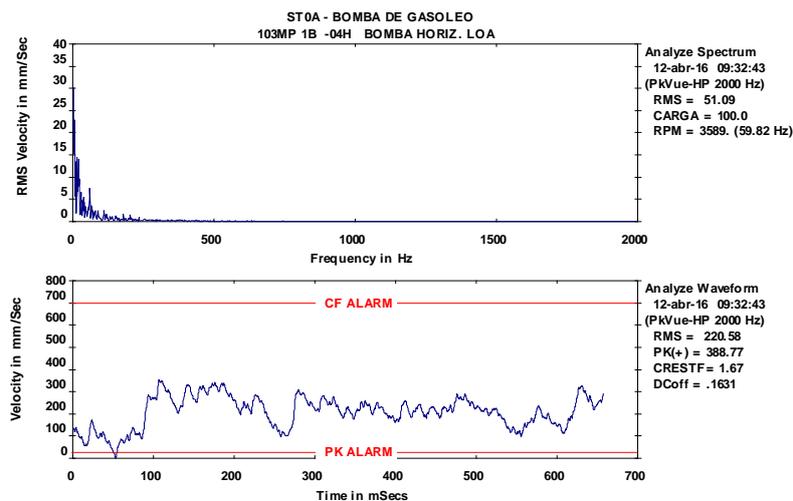


Figura 14. Spectrum e Waveform 04 H

4.15 Ponto 04V – Motor Horizontal LA- Spectrum e Waveform

Meas. Point: 103MP 1B -04V --> BOMBA VERTL. LOA

Date/Time: 12-abr-16 09:33:01 Amplitude: Velocity in mm/Sec

Spectrum e Waveform obtidos a partir dos dados coletados no ponto 04 v estão demonstrados na fig 15

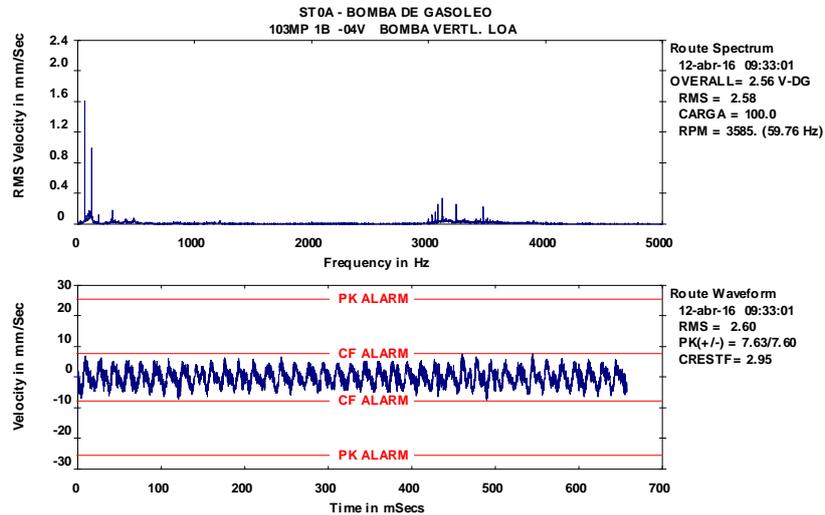


Figura 15. Spectrum e Waveform 04 V

5 SPECTRUM DE ANÁLISE

Conforme indica o gráfico abaixo, no dia 24/03/2016 às (2h:25m) duas horas e vinte e cinco minutos, o rolamento da bomba falhou catastroficamente. Antes, porém que ocorressem danos piores, a máquina foi parada, evitando assim, outras intercorrências envolvendo demais componentes da máquina. Caso a intervenção de parar a máquina não fosse realizada, aumentaria as possibilidades de alteração dos custos do processo tornando-os mais elevados, bem como a probabilidade de ocorrer um incêndio, em função do aquecimento provocado pelo dano do rolamento que falhou.

Demonstramos a falha no gráfico abaixo bem como o componente danificado na fig. 16 abaixo.

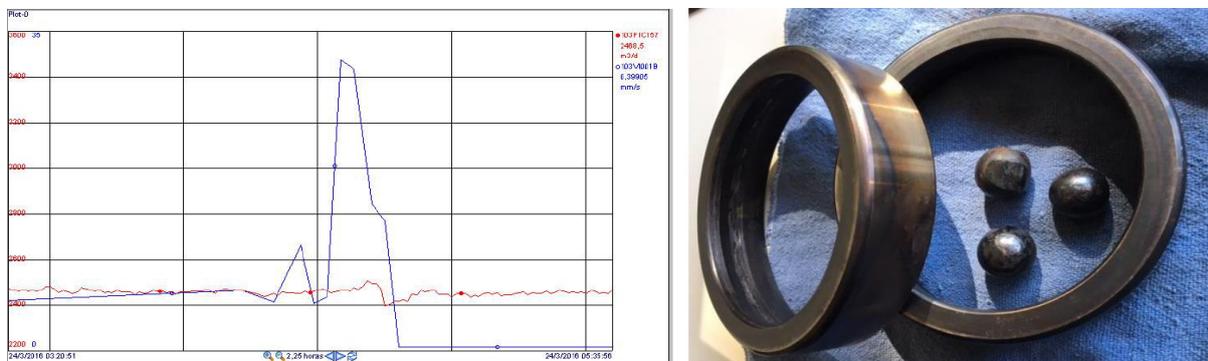


Figura 16, Gráfico gerado pelo aparelho.

6 CONCLUSÃO

A decomposição de um sinal de vibração periódico complexo em suas diferentes componentes senoidais, representadas cada uma delas por sua amplitude A_i e sua frequência F_i é feita por uma transformação tempo – frequência, chamada de Transformada de Fourier. Esta função matemática faz uma transposição do sinal de domínio temporal para o domínio frequencial. A representação do sinal obtido é denominada espectro em frequências.

A Transformada de Fourier é implementada pelos analisadores de espectros modernos e são denominados de FFT (Fast Fourier Transform ou Transformada Rápida de Fourier), sua utilização proporciona analisar um número muito grande de dados em tempo mínimo, bem como a transformação do sinal no tempo em espectro de frequência.

Por meio da análise do espectro é possível conhecer o status do equipamento em tempo real, aumentando a probabilidade de se ter o controle sobre as máquinas rotativas. Deste modo, as falhas podem ser mais facilmente previstas, os custos de manutenção passam ser reduzidos e confiabilidade do equipamento pode ser levada a patamares muito próximos a 100% (cem por cento) e com custos mais viáveis.

AGRADECIMENTO

A Deus por ter me dado esta oportunidade e me sustentado até aqui, ao Professor Pedro Américo Almeida Magalhães Júnior pela amizade, paciência e ensinamentos, a todos os colegas do COMAU, VITEK, MGS E REGAP que ajudaram direta ou indiretamente, a Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, aos Senhores Eduardo Pereira Sarto e Delmer Cesario pelas oportunidades indiretas de desenvolvimento do meu trabalho, ao Cilamce pela oportunidade de apresentar o trabalho.

REFERENCES

- Addison-Wesley Publishing Company, Massachussets, 1993.
- Blahut, R.E. Fast algorithms for digital signal processing. Addison - Wesley Publishing Company, 1985.
- Estelle L. Basor, K. E. M. The fisher-hartwig conjecture and toeplitz eigenvalues. Tech. rep., California Polytechnic State University, 1992.
- Gonzalez, R. C., and Woods, R. E. Digital Image Processing, 2nd ed.
- Iserles, A. Numerical analysis lecture 17. Tech. Rep., Cambridge Numerical Analysis Group, 2004.
- J. W. Cooley e J. W. Tukey, 1965
- Brigham, E. The Fast Fourier Transform. Prentice Hall, New Jersey, 1974
- Singiresu RAO, Vibrações Mecânicas, quarta edição, 2008.
- Spiegel, M. R. Fourier Analysis with applications to boundary value problems. Mc Graw Hill, New York, 1974.

