



UM MÉTODO SIMPLIFICADO PARA ANÁLISE NÃO-LINEAR GEOMÉTRICA NO FTOOL

Maria Flavia D. S. Silva

mfsilva@gbgengenharia.com.br

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, PUC-Rio
Departamento de Engenharia Civil

Rua Marquês de São Vicente 225, Gávea, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 22453-900

Ivan F. M. Menezes

ivan@tecgraf.puc-rio.br

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, PUC-Rio
Departamento de Engenharia Mecânica

Rua Marquês de São Vicente 225, Gávea, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 22453-900

Luiz Fernando Martha

lfm@tecgraf.puc-rio.br

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, PUC-Rio
Departamento de Engenharia Civil

Rua Marquês de São Vicente 225, Gávea, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 22453-900

Resumo. *Este trabalho apresenta um método simplificado utilizado para efetuar análises não lineares geométricas no software Ftool. O método dos Dois Ciclos Iterativos (“Two cycles iterative method, [Chen e Lui, 1991]”) é descrito como uma alternativa aos métodos mais complexos usualmente empregados nesse tipo de análise, com a vantagem de exigir um esforço computacional significativamente menor. Foram feitas análises não-lineares geométricas em pórticos planos contraventados e não-contraventados empregando tanto o método dos Dois Ciclos Iterativos quanto o método tradicional de Newton-Raphson, por meio do qual foi efetuada uma análise não-linear geométrica completa, e comparados os resultados obtidos para deslocamentos e esforços internos nas estruturas. Tais resultados mostram que, para um certo nível de discretização do modelo, o método dos Dois Ciclos*

Iterativos fornece valores bastante próximos aos encontrados com o método de Newton-Raphson, provando ser uma alternativa viável na análise não-linear geométrica de estruturas planas.

Keywords: *Não-linearidade geométrica, Dois Ciclos Iterativos, Ftool.*

1. INTRODUÇÃO

Atualmente, a análise de não linearidade geométrica é uma prática bastante difundida na área de projetos estruturais. Os softwares modernos disponíveis no mercado a tornaram bastante fácil de executar e disponibilizam diversos métodos com diferentes níveis de complexidade, o que acaba oferecendo um amplo leque de opções ao usuário.

O Ftool é uma ferramenta simplificada amplamente utilizada que se destina à análise estrutural de pórticos planos com objetivos educacionais. Como mencionado anteriormente, a crescente utilização da análise não linear geométrica em projetos estruturais fez necessária a introdução dessa ferramenta no Ftool, cuja simplicidade permite a verificação de inúmeras alternativas para a modelagem de estruturas. O objetivo é introduzir uma análise não linear geométrica que seja compatível com a filosofia do Ftool e validar o método simplificado escolhido, o método dos Dois Ciclos Iterativos (*Two cycles iterative method*).

O método dos Dois Ciclos Iterativos apresenta uma implementação bastante simples, sem nenhum parâmetro adicional, com baixo esforço computacional e uma fácil identificação dos limites de validade. Para tal, o critério utilizado será o deslocamento máximo da estrutura, comparando os valores obtidos através de uma análise linear com os valores decorrentes da análise não linear geométrica, sendo uma das conclusões do trabalho.

Na seção 2, serão apresentados um pequeno resumo dos métodos simplificados mais utilizados e a formulação básica do método dos Dois Ciclos Iterativos. Na seção 3 estarão os problemas estudados para a validação do método e os resultados obtidos. Na seção 4, serão expostas as conclusões obtidas a partir do estudo apresentado na seção 3.

2. MÉTODOS SIMPLIFICADOS

Existe uma variedade de métodos simplificados para análise não linear geométrica de estruturas na engenharia civil. A vantagem do emprego desses métodos é a economia de esforço computacional em comparação aos métodos tradicionais. Dentre eles, destacam-se o método do coeficiente γ_z (NBR 6118, 2014), o método B1-B2 e o método P- Δ (Chen et al., 1991).

2.1 Método dos Dois Ciclos Iterativos

O método dos Dois Ciclos Iterativos (Chen et al., 1991), objeto de interesse deste trabalho, utiliza a equação de equilíbrio

$$[K]\{D\} = \{F\} \quad (1)$$

onde $[K]$ é a matriz de rigidez, $\{D\}$ é o vetor de deslocamentos e $\{F\}$ é o vetor de forças externas aplicadas na estrutura a ser analisada.

O procedimento é iniciado com uma análise linear elástica da estrutura, onde a matriz $[K]$ é calculada sem levar em consideração nenhum efeito de segunda ordem. Nessa análise, a matriz de rigidez linear elástica do elemento de barra no seu sistema de eixos locais é:

$$[k] = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} \frac{A}{I} & 0 & 0 & -\frac{A}{I} & 0 & 0 \\ & \frac{12}{L^2} & \frac{6}{L} & 0 & -\frac{12}{L^2} & \frac{6}{L} \\ & & 4 & 0 & -\frac{6}{L} & 2 \\ & sim. & & \frac{A}{I} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{12}{L^2} & -\frac{6}{L} \\ & & & & & 4 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

onde E é o módulo de elasticidade do material, I o momento de inércia da seção transversal, L o comprimento do elemento e A a área da seção transversal.

Em seguida, determinam-se os esforços axiais com base na matriz $[K]$ de primeira ordem (análise linear elástica). Para incluir os efeitos da não linearidade geométrica, as matrizes de rigidez de cada elemento de barra do pórtico devem ser atualizadas com o acréscimo de uma *matriz de rigidez geométrica*, que depende dos esforços internos no elemento. A Eq. (3) apresenta uma expressão simplificada da matriz de rigidez geométrica (McGuire et al., 2000; Chen et al. 1991):

$$[k_g] = \frac{P}{L} \begin{bmatrix} u_1 & v_1 & \theta_{z1} & u_2 & v_2 & \theta_{z2} \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ & \frac{6}{5} & \frac{L}{10} & 0 & -\frac{6}{5} & \frac{L}{10} \\ & & \frac{2L^2}{15} & 0 & -\frac{L}{10} & -\frac{L^2}{30} \\ & Sim. & & 1 & 0 & 0 \\ & & & & \frac{6}{5} & -\frac{L}{10} \\ & & & & & \frac{2L^2}{15} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

onde P é força axial que é positiva para tração e negativa para compressão.

A matriz de rigidez geométrica mostrada na Eq. (3) considera efeitos de segunda ordem, pois é uma aproximação de segunda ordem da formulação não linear geométrica completa para grandes deslocamentos. Nessa formulação, embora considere grandes deslocamentos, as rotações são consideradas pequenas.

No método dos Dois Ciclos Iterativos, ou em qualquer outro método para considerar efeitos de não linearidade geométrica, é possível utilizar formulações mais sofisticadas para a matriz de rigidez geométrica $[k_g]$, inclusive considerando grandes rotações. Para grandes rotações, a matriz de rigidez geométrica tem a influência dos outros esforços internos no elemento de barra, além do esforço axial. Os resultados apresentados na seção 3 foram

obtidos utilizando a formulação apresentada por McGuire et al. (2000), que considera grandes deslocamentos, grandes rotações e efeitos de segunda ordem.

A partir da matriz de rigidez atualizada de cada elemento, é possível montar a matriz de rigidez $[K]$ da estrutura considerando os efeitos de não linearidade geométrica e recalculando os esforços nos elementos estruturais. Quando se considera uma formulação não linear geométrica de segunda ordem, tais esforços são, portanto, esforços de segunda ordem e serão os utilizados no dimensionamento da estrutura em questão. É importante frisar que o carregamento é aplicado de uma só vez sobre a estrutura em ambos os ciclos.

Os passos necessários para realizar uma análise não linear geométrica utilizando o método dos Dois Ciclos Iterativos estão resumidos na Fig. 1.

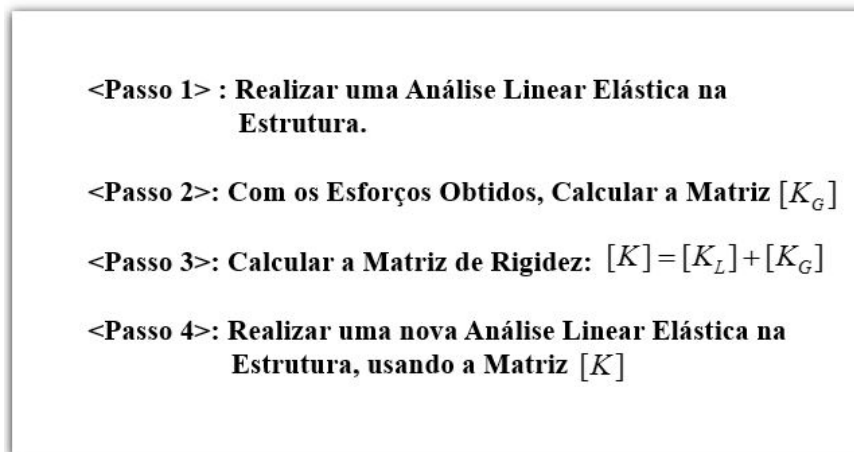


Figura 1. Passos para a realização de uma análise não linear geométrica utilizando o método dos Dois Ciclos Iterativos.

3. EXEMPLOS E RESULTADOS

Para validação do método dos Dois Ciclos Iterativos, serão apresentados dois exemplos de pórticos planos: um pórtico não contraventado de um andar e um vão e um pórtico parcialmente contraventado de dois andares e um vão, idênticos aos estudados no trabalho de Silva (2004). Em cada um dos exemplos, o Método dos Dois Ciclos Iterativos foi testado nos modelos com dois níveis de discretização, com um segmento por barra e dez segmentos por barra. Os resultados foram comparados com o método tradicional de Newton-Raphson, por meio do qual foi realizada uma análise não linear geométrica completa, utilizando uma discretização de dez segmentos por barra.

Conforme mencionado, os resultados apresentados nesta seção, tanto para o método dos Dois Ciclos Iterativos quanto para a análise não linear geométrica completa usando o método de Newton-Raphson, foram obtidos utilizando uma matriz de rigidez geométrica com uma formulação apresentada por McGuire et al. (2000), que considera grandes deslocamentos, grandes rotações e efeitos de segunda ordem, sem considerar deformações por cisalhamento.

3.1 Pórtico não contraventado de um andar e um vão

A Fig. 2 exibe um pórtico não contraventado de um andar e um vão. Tanto as vigas quanto as colunas são constituídas de aço, com módulo de elasticidade igual a 205000 MPa, coeficiente de Poisson ν igual a 0.30, coeficiente de dilatação térmica α igual a $1.2 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ e tensão de escoamento σ igual a 350 MPa. As colunas possuem uma altura igual a 5 metros e as vigas um vão de 10 metros de comprimento. Tanto os pilares quanto as vigas são compostos por perfis soldados, sendo estes CS 400x137 e CVS 500x217, respectivamente. A estrutura foi carregada com duas cargas verticais, aplicadas nos nós superiores e uma carga horizontal, aplicada no nó superior esquerdo, igual a 10% do valor das cargas verticais. O carregamento foi aplicado de maneira incremental, até atingir um valor igual a 3.0 vezes o valor da carga de escoamento para as colunas, igual a 6090 kN, totalizando 18270 kN para as cargas verticais e 1820 kN para a carga horizontal. Foram executados 15 passos de carga, variando de 0.2 a 3.0 vezes a carga de escoamento. Na Fig. 3, a deformada do pórtico, a numeração dos nós e elementos, além da orientação dos últimos é apresentada, para auxiliar na interpretação dos resultados.

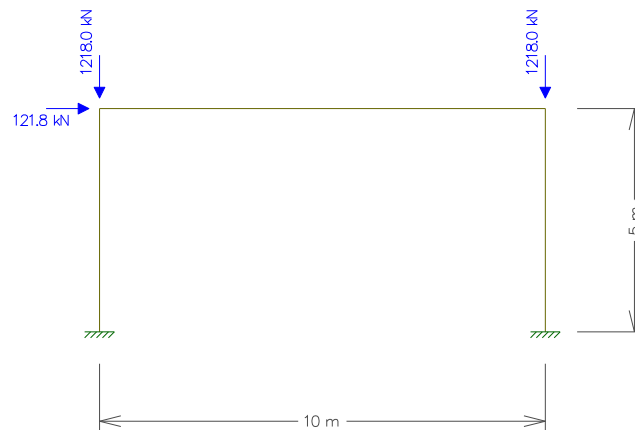


Figura 2. Pórtico não-contraventado, 1º passo de carga.

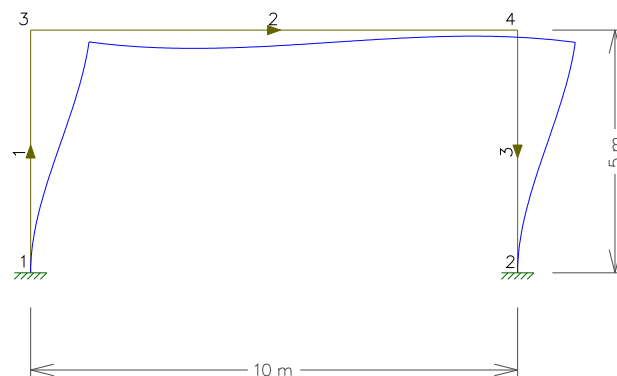


Figura 3. Deformada, numeração dos nós e elementos e sua orientação.

Como complemento, além da comparação com o Método de Newton-Raphson também são exibidos os resultados apresentados por Silva (2004) através de uma análise elástica rigorosa e os obtidos utilizando os softwares comerciais Robot e STAAD. Para esses dois programas comerciais foi adotado o método P-Delta considerando pequenos deslocamentos. No caso do STAAD, também foi realizada uma análise P-Delta considerando grandes deslocamentos.

Os resultados obtidos para deslocamento horizontal, força normal, força cortante e momento fletor na estrutura a cada passo são exibidos nas Tabelas 1 a 8 abaixo. Os resultados para a análise linear da estrutura também são expostos, para efeito de comparação. A carga de referência P_{ref} indicada e utilizada no cálculo do parâmetro de carga é igual a 18270 kN, referente à maior carga vertical aplicada sobre a estrutura. As Tabelas 1 e 2 apresentam os resultados para o deslocamento horizontal do nó 3, enquanto a Fig. 4 exibe as curvas deslocamento horizontal do nó 3 versus o parâmetro de carga para todas as análises citadas.

Tabela 1. Deslocamento horizontal, Dois Ciclos e Newton-Raphson

DESLOCAMENTO HORIZONTAL (m) - NÓ 3				
P/P ref	Linear	Dois Ciclos		Newton-Raphson (10 Segmentos)
		1 Segmento	10 Segmentos	
0.07	0.00830	0.00862	0.00862	0.00858
0.13	0.01659	0.01792	0.01791	0.01783
0.20	0.02489	0.02798	0.02797	0.02784
0.27	0.03319	0.03890	0.03886	0.03872
0.33	0.04148	0.05077	0.05068	0.05056
0.40	0.04978	0.06372	0.06355	0.06353
0.47	0.05808	0.07870	0.07758	0.07777
0.53	0.06637	0.09341	0.09293	0.09351
0.60	0.07467	0.11050	0.10980	0.11100
0.67	0.08297	0.12940	0.12830	0.13050
0.73	0.09126	0.15050	0.14870	0.15240
0.80	0.09956	0.17390	0.17140	0.17730
0.87	0.10790	0.20020	0.19660	0.20570
0.93	0.11620	0.23000	0.22480	0.23840
1.00	0.12440	0.26380	0.25640	0.27660

Tabela 2. Deslocamento horizontal, análise Rigorosa, Robot e STAAD.

DESLOCAMENTO HORIZONTAL (m) - NÓ 3				
P/P ref	Rigorosa	Robot P-Delta	STAAD P-Delta	STAAD G. Desl.
0.03	0.00423	0.00423	0.00423	0.00422
0.07	0.00862	0.00862	0.00862	0.00858
0.10	0.01317	0.01318	0.01318	0.01309
0.13	0.01791	0.01792	0.01793	0.01776
0.17	0.02284	0.02286	0.02287	0.02259
0.19	0.02692	0.02696	0.02697	0.02659
0.20	0.02797	0.02801	0.02801	0.02761
0.23	0.03331	0.03337	0.03338	0.0328
0.27	0.03888	0.03897	0.03898	0.0382
0.30	0.04470	0.04482	0.04483	0.0438
0.33	0.05078	0.05094	0.05095	0.04962
0.50	0.08578	0.08627	0.08628	0.08254
0.67	0.13097	0.13208	0.1321	0.12351
1.00	0.27702	0.28182	0.28188	0.24542

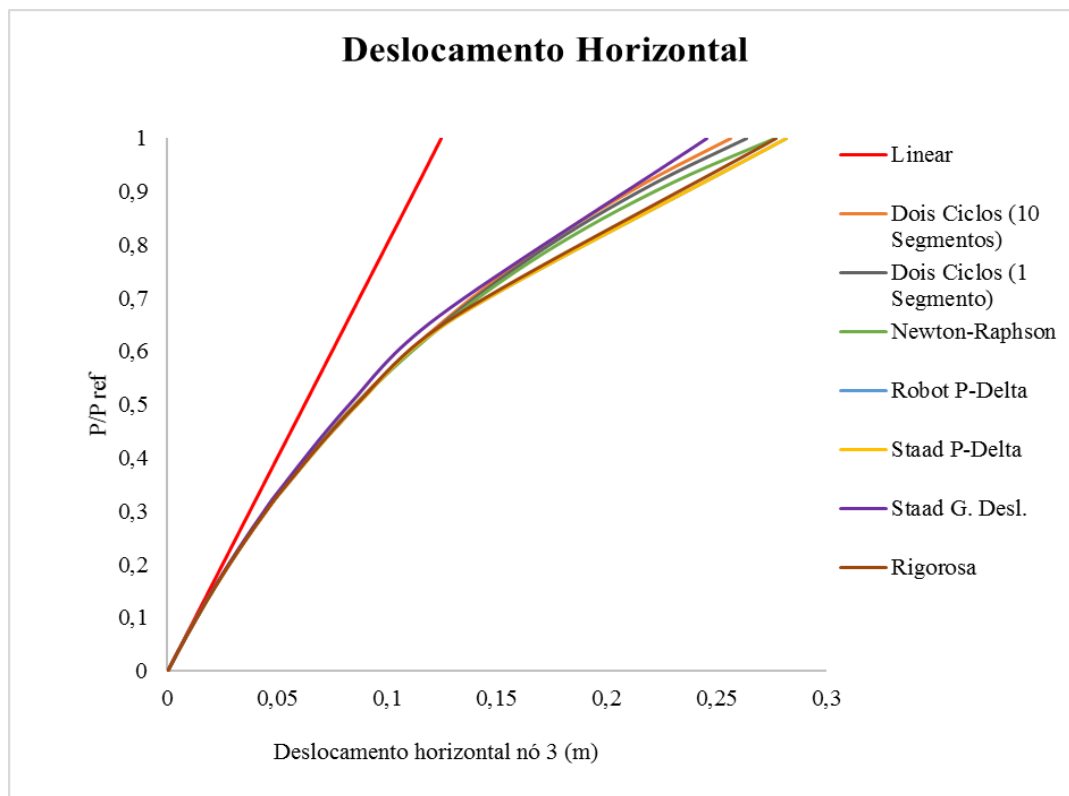


Figura 4. Curva deslocamento horizontal do nó 3 x parâmetro de carga.

Analisando as Tabelas 1 e 2 e a Fig. 4, percebe-se que há um grande aumento do deslocamento horizontal quando os efeitos da não linearidade geométrica são levados em consideração. Observa-se que, para P/P_{ref} igual a 1.0, os valores obtidos para o deslocamento são mais de 100% maiores do que na análise linear.

Todas as análises não lineares apresentadas fornecem resultados parecidos, sendo especialmente próximas para um carregamento de até cerca de 0.5 vezes a carga de referência P_{ref} . Segundo Silva (2004), a carga última de colapso para o pórtico é igual a aproximadamente 3532 kN, ou 0.19 vezes a carga P_{ref} . As curvas obtidas para o método dos Dois Ciclos Iterativos para o modelo discretizado e não discretizado são praticamente idênticas, apresentando apenas uma pequena diferença entre os resultados, como pode ser observado na Tabela 1.

As Tabelas 3 e 4 apresentam o valor da força normal para as diversas análises e a Fig. 5 exibe as curvas força normal no elemento 3 versus o parâmetro de carga.

Tabela 3. Força normal, Dois Ciclos e Newton-Raphson.

FORÇA NORMAL (kN) - ELEMENTO 3				
P/P ref	Linear	Dois Ciclos		Newton-Raphson
		1 Segmento	10 Segmentos	(10 Segmentos)
0.07	1244.43	1240.24	1245.14	1245.30
0.13	2488.86	2470.56	2491.76	2492.68
0.20	3733.29	3688.17	3739.95	3742.40
0.27	4977.73	4889.62	4989.80	4994.77
0.33	6222.16	6070.54	6241.40	6250.16
0.40	7466.59	7225.42	7494.85	7508.99
0.47	8711.02	8347.25	8750.23	8771.80
0.53	9955.45	9427.06	10007.60	10039.20
0.60	11199.90	10453.30	11267.10	11312.00
0.67	12444.30	11410.90	12528.60	12591.10
0.73	13688.70	12280.00	13792.10	13877.80
0.80	14933.20	13034.60	15057.60	15173.40
0.87	16177.60	13639.50	16324.80	16480.10
0.93	17422.00	14046.90	17593.30	17800.40
1.00	18666.50	14190.70	18862.40	19137.50

Tabela 4. Força normal, análise Rigorosa, Robot e STAAD.

FORÇA NORMAL (kN) - ELEMENTO 3				
P/P ref	Rigorosa	Robot P-Delta	STAAD	
			P-Delta	G. Desl.
0.03	622.00	551.00	622.00	622.00
0.07	1245.00	1245.00	1245.00	1245.00
0.10	1869.00	1868.00	1869.00	1869.00
0.13	2493.00	2492.00	2493.00	2493.00
0.17	3117.00	3117.00	3118.00	3117.00
0.19	3617.00	3617.00	3618.00	3617.00
0.20	3743.00	3743.00	3743.00	3742.00
0.23	4368.00	4368.00	4369.00	4368.00
0.27	4995.00	4995.00	4996.00	4994.00
0.30	5622.00	5623.00	5623.00	5620.00
0.33	6250.00	6251.00	6251.00	6248.00
0.50	9405.00	9407.00	9408.00	9398.00
0.67	12591.00	12596.00	12596.00	12574.00
1.00	19133.00	19153.00	19153.00	19055.00

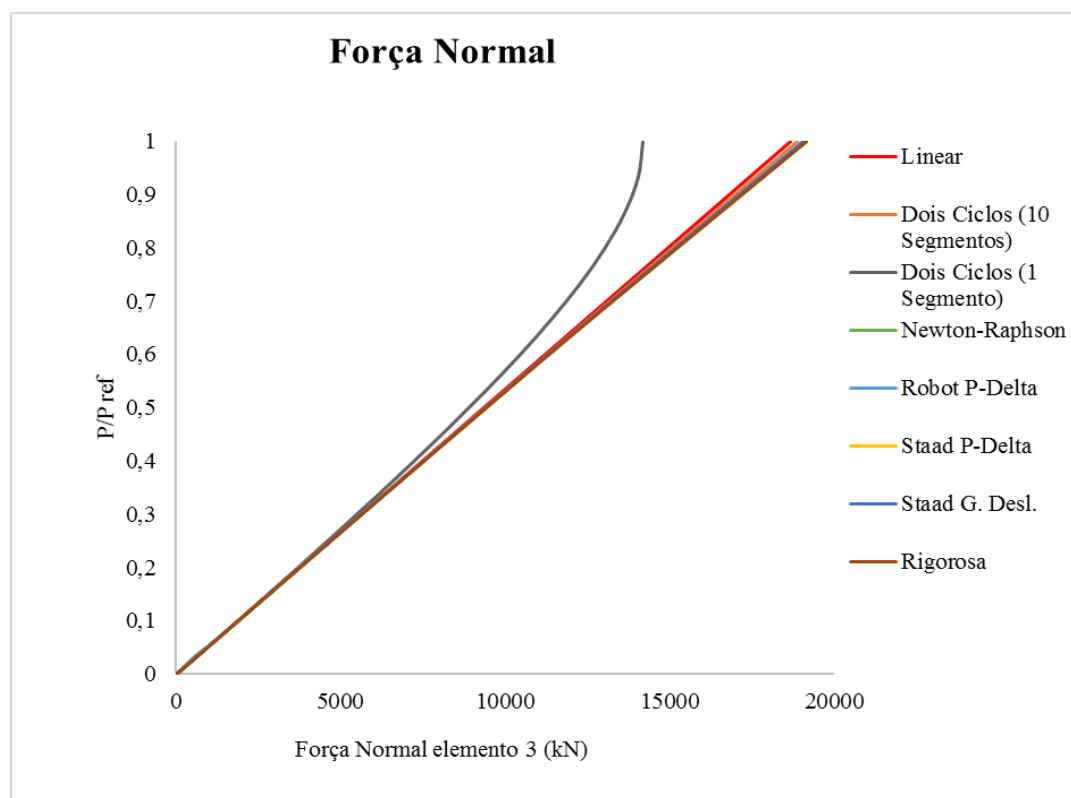


Figura 5. Curva força normal no elemento 3 x parâmetro de carga.

No caso da força normal, é visível a diferença entre as curvas para o método dos Dois Ciclos Iterativos quando aplicado ao pórtico discretizado e não discretizado. Os resultados no modelo não discretizado começam a divergir dos demais em uma etapa inicial da análise, por volta de 0.3 vezes P_{ref} .

Todas as demais análises, incluindo o Dois Ciclos Iterativos aplicado ao pórtico discretizado, fornecem resultados bastante próximos. Apesar de o valor da força normal estar um pouco menor nessa análise no último passo de carga (18864.30 kN para o Dois Ciclos contra cerca de 19000 kN nas demais), nota-se que para valores mais próximos da carga de colapso os resultados são bastante próximos. É importante destacar que a força normal apresenta uma diferença bem pequena entre os resultados de 1ª e 2ª ordem, variando de 1% a 2,5%, aproximadamente.

Os resultados para o esforço cortante no elemento 1 são exibidos nas Tabelas 5 e 6 e a Fig. 6 apresenta as respectivas curvas força cortante versus parâmetro de carga.

Tabela 5. Força cortante, Dois Ciclos e Newton-Raphson.

FORÇA CORTANTE (kN) - ELEMENTO 1				
P/P ref	Linear	Dois Ciclos		Newton-Raphson
		1 Segmento	10 Segmentos	(10 Segmentos)
0.07	61.19	61.22	61.22	61.43
0.13	122.37	122.52	122.53	123.43
0.20	183.56	183.92	183.92	186.06
0.27	244.74	245.43	245.44	249.40
0.33	305.93	307.07	307.09	313.53
0.40	367.12	368.87	368.89	378.56
0.47	428.30	430.85	430.88	444.62
0.53	489.49	493.04	493.09	511.87
0.60	550.67	555.49	555.55	580.52
0.67	611.86	618.23	618.31	650.81
0.73	673.04	681.32	681.41	723.09
0.80	734.23	744.83	744.93	797.80
0.87	795.42	808.84	808.93	875.53
0.93	856.60	873.45	873.51	957.10
1.00	917.79	938.79	938.78	1043.69

Tabela 6. Força cortante, análise Rigorosa, Robot e STAAD.

FORÇA CORTANTE (kN) - ELEMENTO 1				
P/P ref	Rigorosa	Robot P-Delta	STAAD P-Delta	G. Desl.
0.03	30.72	30.60	30.60	30.60
0.07	61.69	61.22	61.22	61.22
0.10	92.94	91.87	91.87	91.86
0.13	124.88	122.54	122.54	122.52
0.17	156.31	153.24	153.24	153.21
0.19	182.00	177.84	177.83	177.78
0.20	188.48	183.99	183.98	183.92
0.23	221.00	214.75	214.75	214.67
0.27	254.00	245.57	245.57	245.46
0.30	287.00	276.44	276.45	276.29
0.33	321.00	307.37	307.38	307.16
0.50	497.00	463.27	463.28	462.47
0.67	690.00	622.60	622.59	620.23
1.00	1174.00	969.90	969.92	953.19

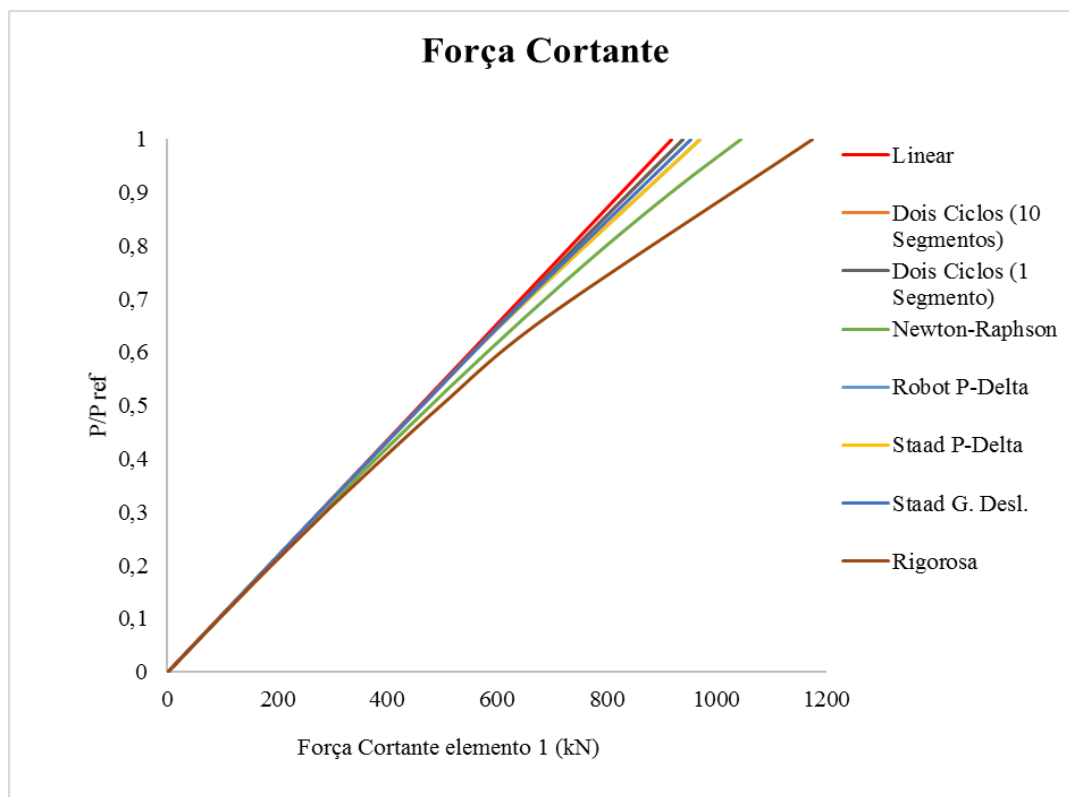


Figura 6. Curvas força cortante no elemento 1 x parâmetro de carga.

A força cortante é o esforço que apresenta as maiores diferenças entre todas as análises utilizadas. Novamente, os valores se encontram todos bastante próximos nas fases iniciais do carregamento, porém vão se distanciando conforme ele aumenta. Mais uma vez se observam valores muito próximos para o método dos Dois Ciclos Iterativos aplicado ao pórtico discretizado e não discretizado. É possível perceber pela Fig. 6 que todas as análises exceto a rigorosa e Newton-Raphson se mantêm relativamente próximas do valor linear, apresentando pequenas diferenças entre si. A variação entre os valores lineares e não lineares se encontra em um intervalo de 2% a 28%, o maior entre todos os esforços estudados.

Finalmente, as Tabelas 7 e 8 e a Fig. 7 apresentam os resultados para o momento fletor no nó 1 do pórtico.

Tabela 7. Momento fletor, Dois Ciclos e Newton-Raphson.

MOMENTO FLETOR (kNm) - NÓ 1				
P/P ref	Linear	Dois Ciclos		Newton-Raphson
		1 Segmento	10 Segmentos	(10 Segmentos)
0.07	173.28	178.69	178.68	178.16
0.13	346.56	368.98	368.90	367.97
0.20	519.84	572.20	571.92	570.90
0.27	693.12	789.86	789.13	788.66
0.33	866.40	1023.73	1022.18	1023.26
0.40	1039.68	1275.86	1272.92	1277.12
0.47	1212.96	1548.66	1543.53	1553.15
0.53	1386.24	1844.97	1836.52	1854.85
0.60	1559.52	2168.17	2154.85	2186.53
0.67	1732.80	2522.31	2501.99	2553.53
0.73	1906.08	2912.28	2882.07	2962.50
0.80	2079.36	3344.05	3300.01	3421.92
0.87	2252.64	3824.98	3761.76	3942.68
0.93	2425.92	4364.25	4274.52	4539.07
1.00	2599.20	4973.44	4847.15	5230.16

Tabela 8. Momento fletor, análise Rigorosa, Robot e STAAD.

MOMENTO FLETOR (kNm) - NÓ 1				
P/P ref	Rigorosa	Robot P-Delta	STAAD P-Delta	G. Desl.
0.03	87.98	87.99	87.99	88.08
0.07	178.73	178.78	178.78	179.16
0.10	272.43	272.54	272.54	273.37
0.13	369.23	369.45	369.45	370.89
0.17	469.94	469.72	469.71	471.90
0.19	550.69	552.49	552.47	555.35
0.20	572.95	573.55	573.52	576.59
0.23	680.30	681.12	681.13	685.16
0.27	791.62	792.76	792.78	797.84
0.30	907.18	908.72	908.75	914.86
0.33	1027.27	1029.28	1029.33	1036.48
0.50	1707.81	1714.04	1714.15	1724.17
0.67	2565.04	2580.50	2580.59	2580.38
1.00	5250.05	5325.18	5325.75	5128.10

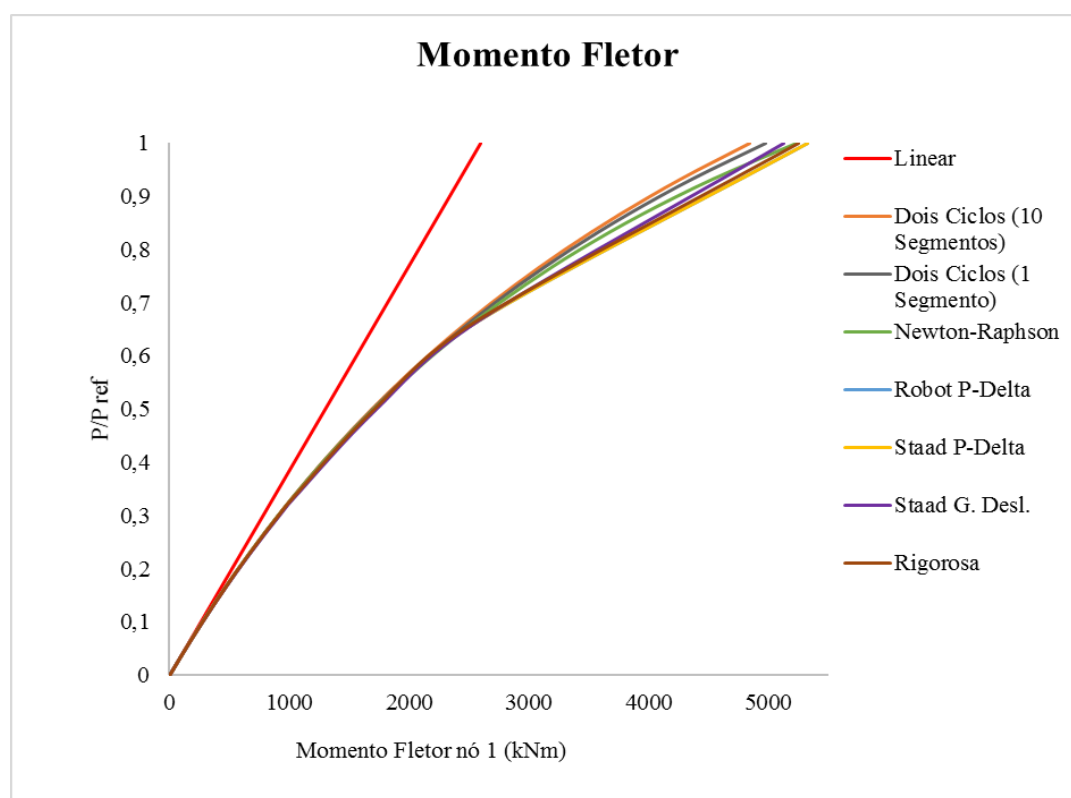


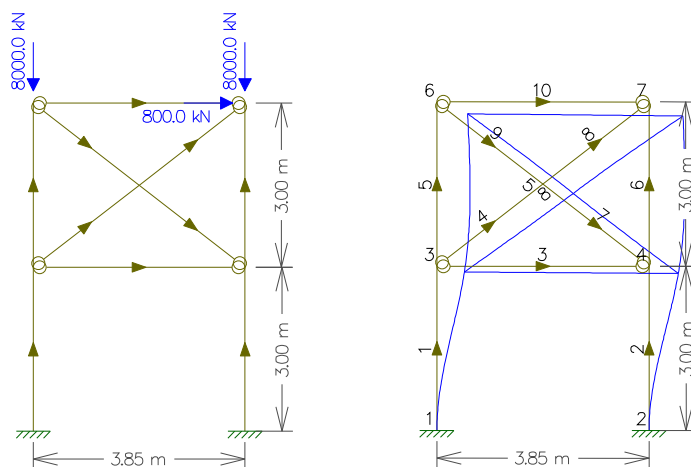
Figura 7. Curvas momento fletor no nó 1 x parâmetro de carga.

O momento fletor apresenta valores bastante distintos entre as análises linear e não lineares, sendo o esforço estudado onde a diferença entre os dois tipos de análise se faz mais presente. A qualidade dos resultados apresentados para o método dos Dois Ciclos Iterativos é bastante satisfatória, uma vez que até cerca de $0.65 P_{ref}$ as curvas das análises não lineares estão praticamente sobrepostas. É possível observar uma pequena discrepância entre as curvas referentes ao método dos Dois Ciclos aplicado aos modelos com 10 e 1 segmentos por barra, principalmente nas etapas de carregamento mais elevado. No último passo de carga ela é de aproximadamente 126 kNm. Ainda em relação a esse passo do carregamento, nota-se que a diferença entre os valores dos dois tipos de análises, como observado para o deslocamento horizontal, chega a ser maior que 100% e se aproxima dos 90% no caso do método dos Dois Ciclos Iterativos.

3.2 Pórtico parcialmente contraventado de dois andares e um vão

O pórtico apresentado na Fig. 8 é constituído do mesmo material descrito na seção 3.1, exceto pela tensão de escoamento, igual a 345 MPa. As colunas, vigas e diagonais são compostas por perfis laminados Gerdau Açominas, sendo estes os perfis HP 310x79, W 310x23.8 e W 200x35.9, respectivamente. As vigas possuem um vão de 3.85 metros de comprimento e as colunas uma altura de 3 metros em cada pavimento, totalizando 6 metros para o pórtico. Tanto as diagonais quanto as vigas são rotuladas em ambas as extremidades. O carregamento aplicado é similar ao encontrado no pórtico simples da seção anterior, sendo composto por duas cargas verticais nos nós superiores e uma carga horizontal, igual a 10% do valor das cargas verticais, aplicada ao nó superior direito. Os incrementos de carga variam de 800 kN para as cargas verticais e 80 k kN para a carga horizontal até 8000 kN e 800 kN, respectivamente, em 10 passos. A carga de referência P_{ref} tomada é novamente o maior valor do carregamento vertical, igual a 8000 kN. Segundo Silva (2004), a carga de colapso para esse pórtico é igual a $0.19 P_{ref}$.

As diagonais de contraventamento se encontram desligadas uma da outra, ou seja, o nó de interseção entre as barras não é comum a ambas. Para desligá-las no modelo, foi necessário gravar os resultados da análise em um arquivo neutro e alterar esse arquivo manualmente, uma vez que o Ftool cria um nó de interseção entre duas barras que se cruzam. Foi criado um novo nó com as mesmas coordenadas do nó de interseção original e atualizada a incidência das barras que compõem as diagonais para que duas delas utilizassem o novo nó. A Fig. 9 ilustra a deformada do pórtico, a numeração dos nós e elementos e sua orientação.



Figuras 8 e 9. Pórtico parcialmente contraventado, 10º passo de carga. Deformada, numeração dos nós e elementos e sua orientação.

Para o pórtico de dois andares, serão apresentados os resultados para deslocamentos horizontais, força normal, força cortante e momento fletor para ambos os pavimentos da estrutura, de modo a ilustrar o comportamento de cada análise à medida que a complexidade da mesma aumenta e os deslocamentos relativos entre os nós passam a se tornar cada vez mais relevantes.

Tabela 9. Deslocamento horizontal dos nós 4 e 7.

DESLOCAMENTO HORIZONTAL (m)								
P/P ref	Linear		Dois Ciclos				Newton-Raphson (10 Segmentos)	
			Nó 4		Nó 7			
	Nó 4	Nó 7	1 Seg.	10 Seg.	1 Seg.	10 Seg.	Nó 4	Nó 7
0.10	0.00512	0.00595	0.00533	0.00533	0.00617	0.00617	0.00531	0.00614
0.20	0.01025	0.01189	0.01112	0.01112	0.01281	0.01280	0.01106	0.01274
0.30	0.01537	0.01784	0.01743	0.01742	0.01998	0.01997	0.01732	0.01987
0.40	0.02050	0.02379	0.02431	0.02430	0.02776	0.02775	0.02416	0.02761
0.50	0.02562	0.02974	0.03187	0.03184	0.03624	0.03620	0.03168	0.03605
0.60	0.03075	0.03568	0.04019	0.04013	0.04551	0.04544	0.03999	0.04531
0.70	0.03587	0.04163	0.04940	0.04929	0.05570	0.05558	0.04922	0.05554
0.80	0.04099	0.04758	0.05965	0.05947	0.06697	0.06678	0.05956	0.0669
0.90	0.04612	0.05353	0.07113	0.07084	0.07951	0.07920	0.07122	0.07964
1.00	0.05124	0.05947	0.08406	0.08362	0.09355	0.09307	0.08449	0.09405

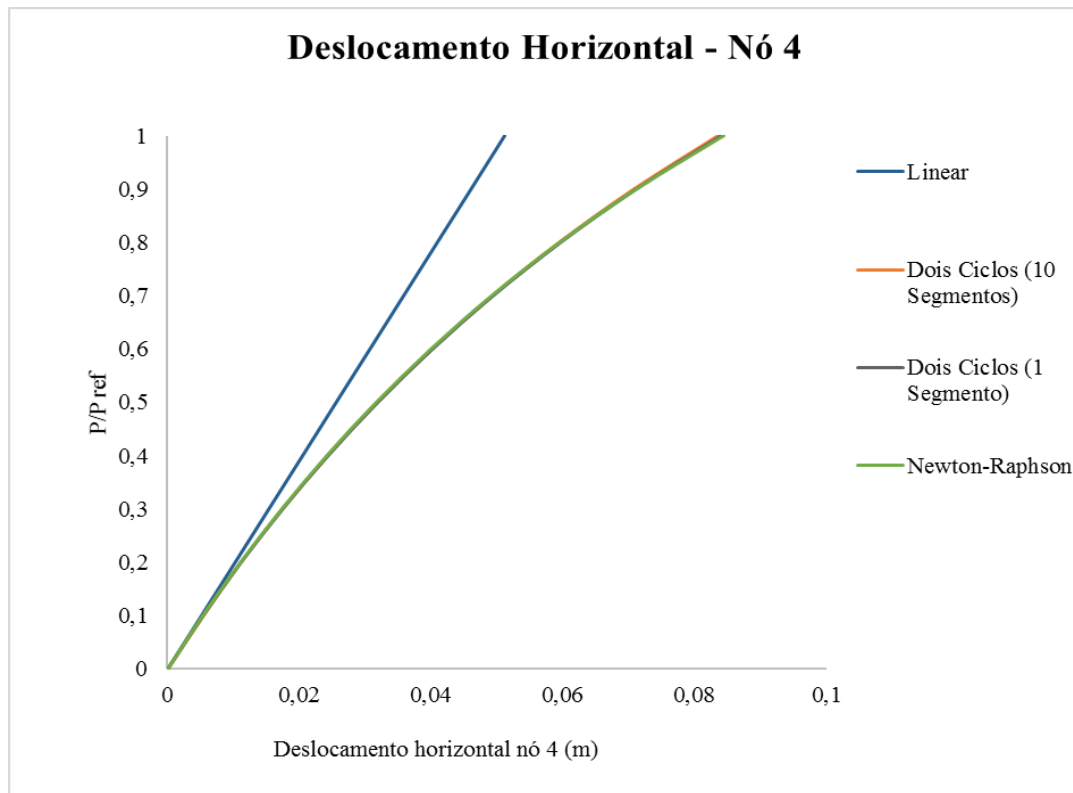


Figura 10. Curvas deslocamento horizontal do nó 4 x parâmetro de carga.

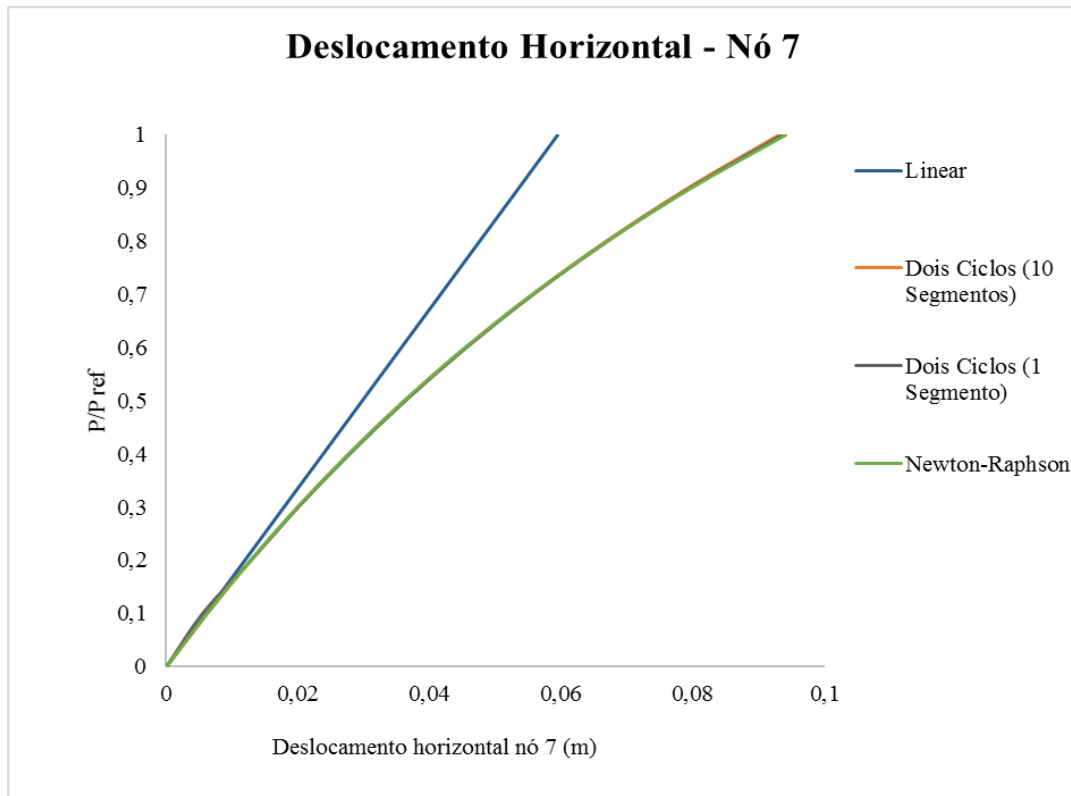


Figura 11. Curvas deslocamento horizontal do nó 7 x parâmetro de carga.

Para o deslocamento horizontal, observa-se tanto para o nó 4 quanto para o nó 7 que as curvas provenientes das análises não lineares são praticamente coincidentes. Também é notável a distância das mesmas da curva linear, mostrando mais uma vez a relevância dos efeitos de segunda ordem sobre os deslocamentos da estrutura. Devido ao fato de o pórtico contraventado ser menos flexível, a diferença entre os valores da análise linear e das análises não lineares para o último passo de carga ficam em torno de 65% para o primeiro pavimento e 56% para o segundo, tomando como base de comparação a análise Dois Ciclos com 10 segmentos por barra.

Tabela 10. Força normal nos elementos 1 e 5.

FORÇA NORMAL (kN)								
P/P ref	Linear		Dois Ciclos				Newton-Raphson (10 Segmentos)	
	Elem. 1	Elem. 5	Elemento 1		Elemento 5		Elem. 1	Elem. 5
			1 Seg.	10 Seg.	1 Seg.	10 Seg.		
0.10	715.29	717.48	711.33	714.10	716.93	715.14	714.31	717.03
0.20	1430.59	1434.97	1413.53	1425.62	1432.66	1424.76	1426.29	1432.96
0.30	2145.88	2152.45	2104.42	2134.28	2147.08	2127.38	2135.66	2147.67
0.40	2861.18	2869.94	2781.27	2839.72	2860.04	2821.06	2842.09	2860.98
0.50	3576.47	3587.42	3440.54	3541.53	3571.35	3503.30	3545.21	3572.67
0.60	4291.77	4304.90	4077.66	4239.18	4280.81	4170.81	4244.53	4282.51
0.70	5007.06	5022.39	4686.64	4932.06	4988.15	4819.22	4939.46	4990.16
0.80	5722.35	5739.87	5253.59	5619.40	5693.08	5442.71	5659.27	5695.21
0.90	6437.65	6457.36	5785.88	6300.24	6395.19	6033.39	6313.03	6397.14
1.00	7152.94	7174.84	6251.10	6973.34	7094.00	6580.43	6989.54	7095.25

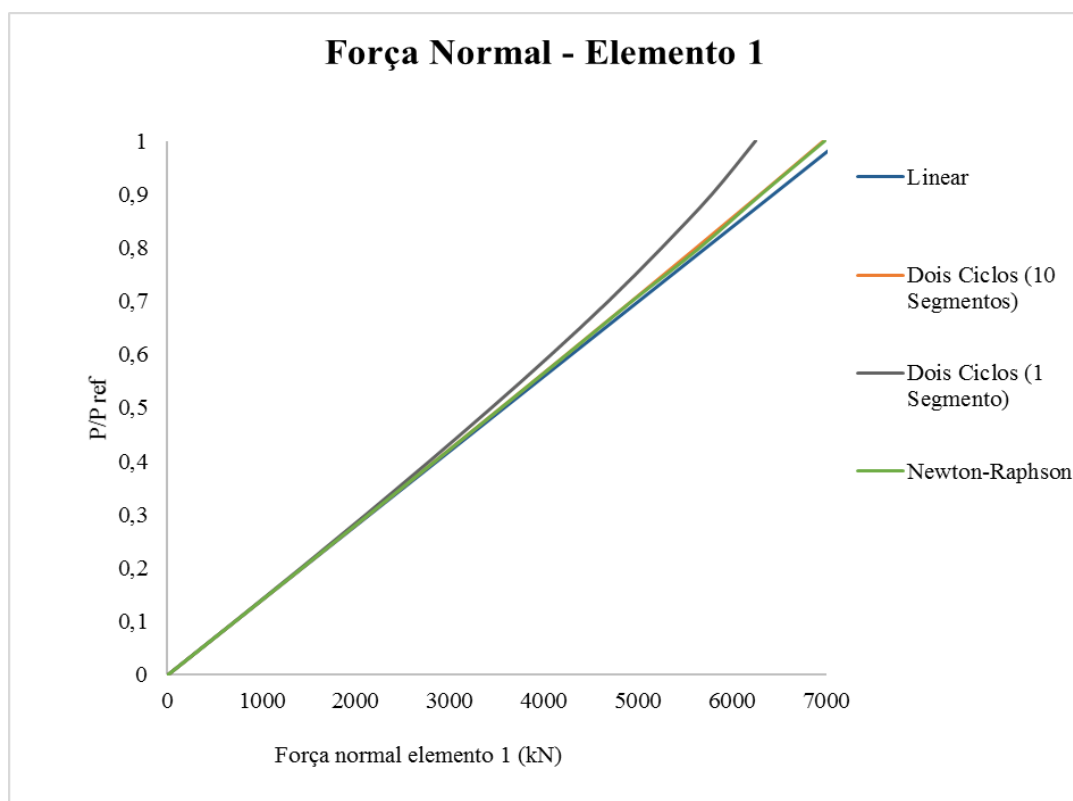


Figura 12. Curvas força normal no elemento 1 x parâmetro de carga.

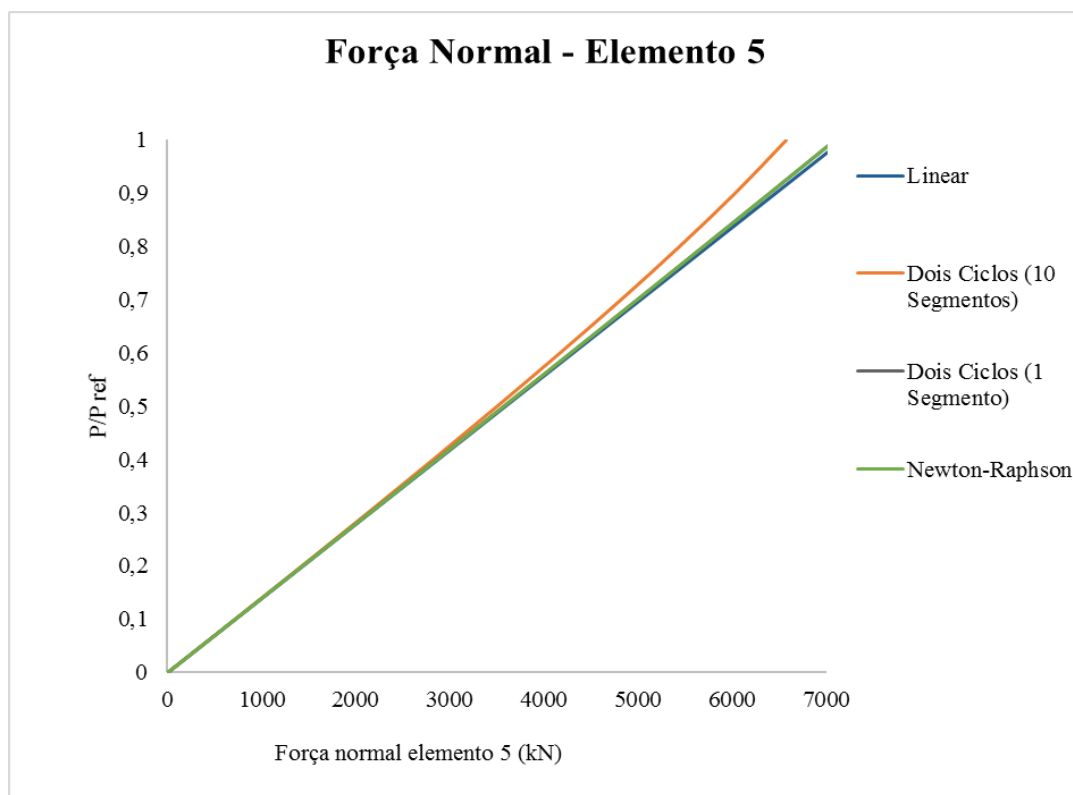


Figura 13. Curvas força normal no elemento 5 x parâmetro de carga.

Em relação ao esforço normal, percebe-se que, para o primeiro pavimento, os resultados da análise Dois Ciclos com 10 segmentos por barra se encontram mais próximas das encontradas com o método de Newton-Raphson, enquanto para o segundo pavimento isso ocorre para o modelo com 1 segmento por barra. Além disso, em ambos os pavimentos os resultados obtidos com Newton-Raphson são muito próximos da análise linear, sendo possível notar uma pequena redução no valor desses esforços quando os efeitos da não linearidade geométrica passam a ser considerados. Todas as análises não lineares fornecem resultados bastante próximos até cerca de 0.6 vezes o valor de P_{ref} .

Tabela 11. Força cortante nos elementos 2 e 6.

FORÇA CORTANTE (kN)								
P/P ref	Linear		Dois Ciclos				Newton-Raphson (10 Segmentos)	
			Elemento 2		Elemento 6			
	Elem. 2	Elem. 6	1 Seg.	10 Seg.	1 Seg.	10 Seg.	Elem. 2	Elem. 6
0.10	40.91	14.58	40.69	40.69	15.33	15.33	40.85	14.74
0.20	81.81	29.15	80.91	80.91	32.27	32.26	81.54	29.88
0.30	122.72	43.73	120.61	120.61	50.96	50.93	122.02	45.46
0.40	163.63	58.30	159.73	159.73	71.60	71.51	162.25	61.56
0.50	204.54	72.88	198.19	198.21	94.41	94.21	202.13	78.26
0.60	245.44	87.45	235.93	235.95	119.64	119.28	241.55	95.66
0.70	286.35	102.03	272.82	272.86	147.62	146.98	280.38	113.93
0.80	327.26	116.60	308.74	308.80	178.72	177.69	318.43	133.24
0.90	368.16	131.18	343.53	343.64	213.42	211.81	355.43	153.85
1.00	409.07	145.75	376.99	377.16	252.32	249.88	391.04	176.11

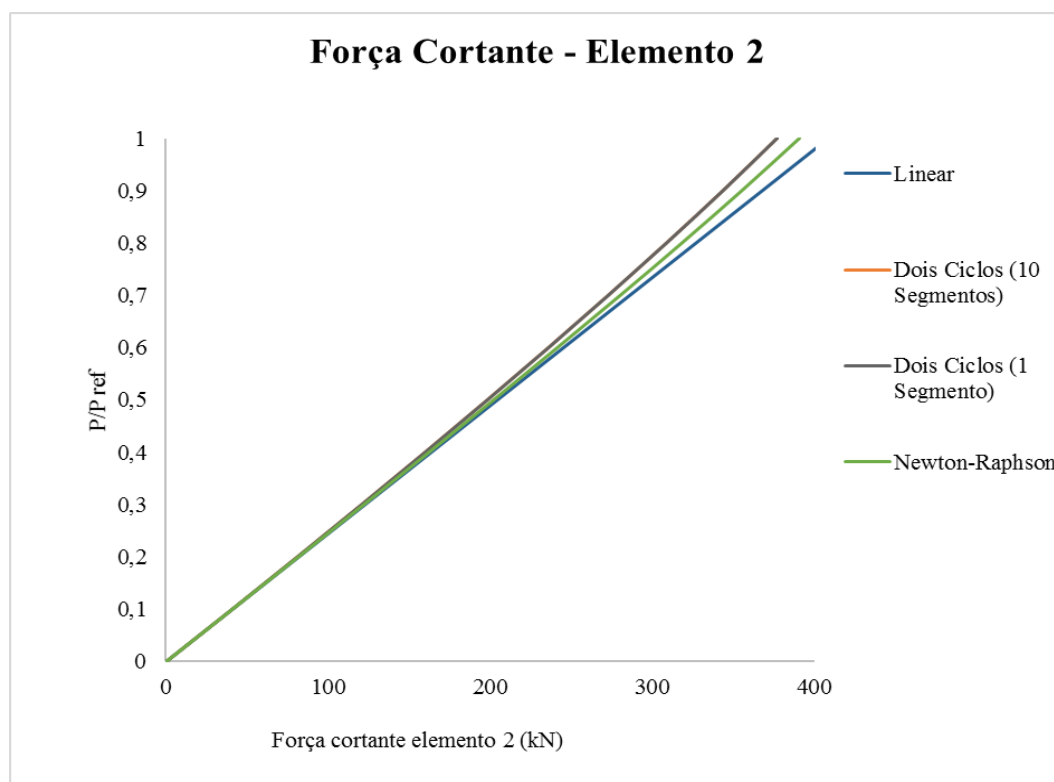


Figura 14. Curvas força cortante no elemento 2 x parâmetro de carga.

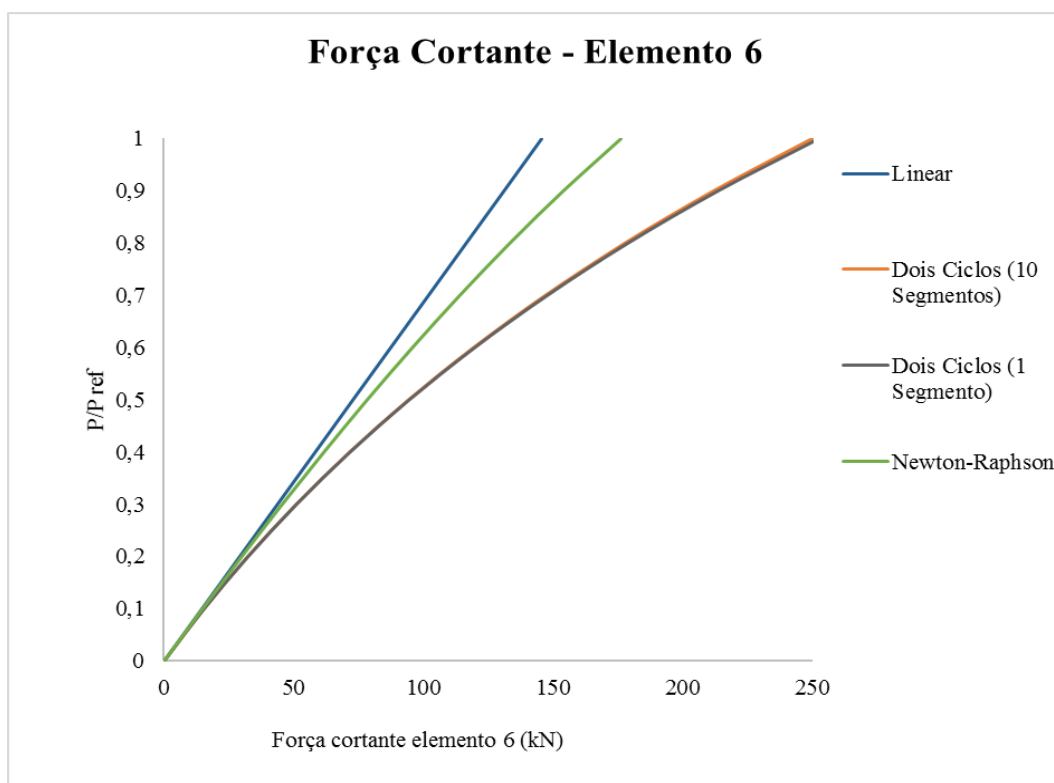


Figura 15. Curvas força cortante no elemento 6 x parâmetro de carga.

Mais uma vez a força cortante é o esforço que apresenta as maiores discrepâncias entre as análises não lineares efetuadas. Em ambos os pavimentos, as curvas Dois Ciclos tanto com 1 quanto com 10 segmentos por barra são praticamente coincidentes, enquanto a curva Newton-Raphson se distancia de ambas. No segundo pavimento, no entanto, tal distanciamento se mostra ainda mais evidente. Em relação a análise linear, as maiores diferenças ao final da análise se encontram no segundo pavimento, com um aumento de cerca de 70% nos esforços em comparação com a análise Dois Ciclos com 10 segmentos por barra. Já no primeiro pavimento os valores se encontram bem mais próximos, apresentando uma pequena redução, de apenas 8%.

Tabela 12. Momento fletor nos nós 1 e 3.

MOMENTO FLETOR (kN)								
P/P ref	Linear		Dois Ciclos				Newton-Raphson (10 Segmentos)	
			Nó 1		Nó 3			
	Nó 1	Nó 3	1 Seg.	10 Seg.	1 Seg.	10 Seg.	Nó 1	Nó 3
0.10	74.89	42.39	77.48	77.48	44.00	44.00	77.21	43.83
0.20	149.78	84.78	160.56	160.54	91.47	91.45	160.01	91.13
0.30	224.67	127.17	249.97	249.89	142.85	142.78	249.17	142.36
0.40	299.55	169.56	346.55	346.34	198.64	198.47	345.62	198.09
0.50	374.44	211.95	451.32	450.86	259.46	259.10	450.49	259.02
0.60	449.33	254.34	565.48	564.62	326.03	325.36	565.16	325.97
0.70	524.22	296.73	690.52	689.00	399.24	398.06	691.34	400.00
0.80	599.11	339.13	828.24	825.73	480.16	478.23	831.19	482.39
0.90	674.00	381.52	980.86	976.88	570.14	567.10	987.42	574.81
1.00	748.89	423.91	1151.18	1145.06	670.84	666.19	1163.57	679.37

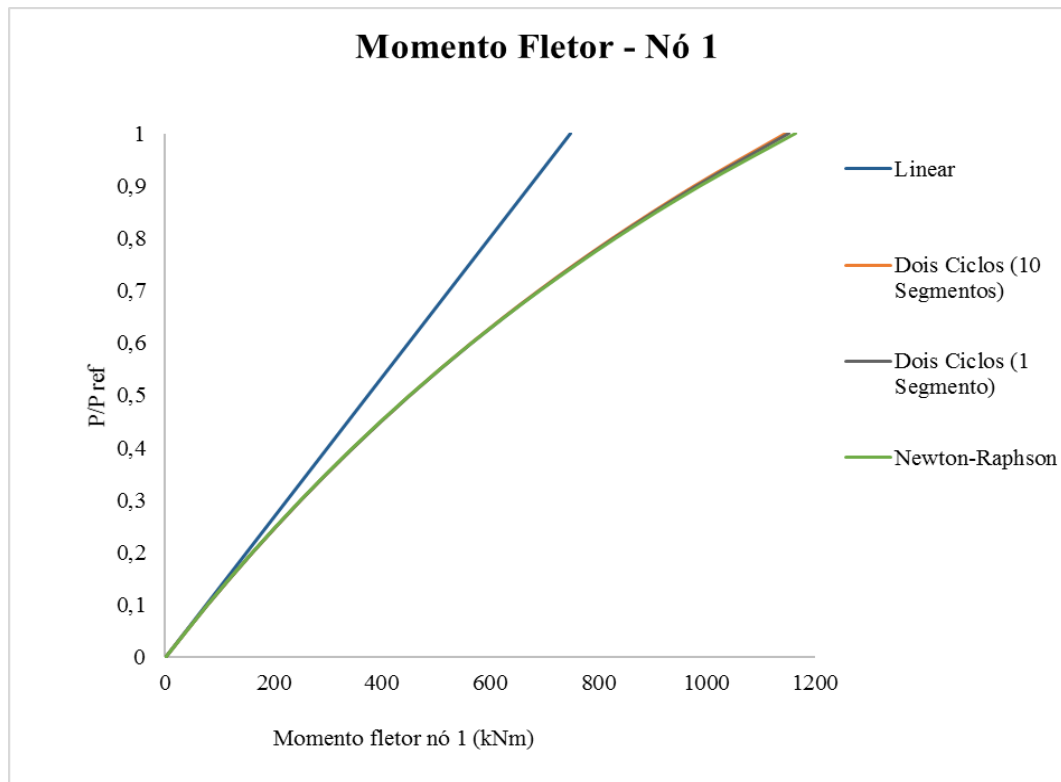


Figura 17. Curvas momento fletor no nó 1 versus parâmetro de carga.

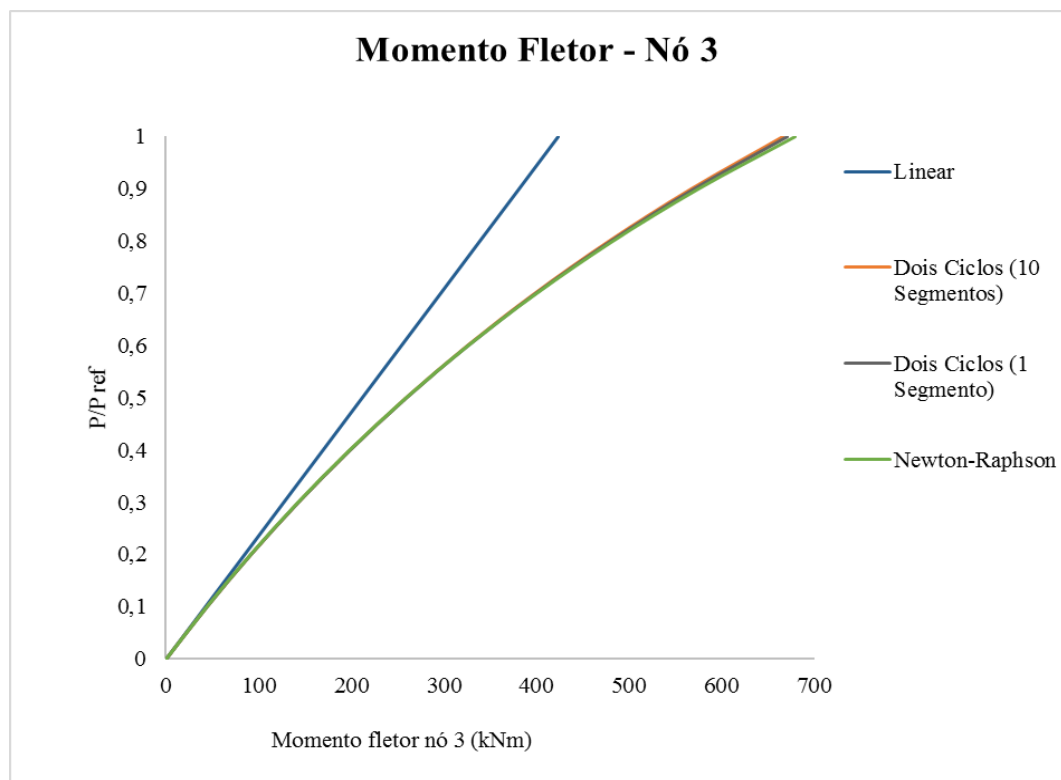


Figura 18. Curvas momento fletor no nó 3 versus parâmetro de carga.

A Tabela 12, a Fig. 17 e a Fig. 18 mostram os resultados obtidos para o momento fletor nos nós 1 e 3 do pórtico contraventado. Como ocorreu no exemplo anterior, esse esforço é o que mais apresenta diferenças entre as análises de primeira e segunda ordem. Em ambos os gráficos, é possível notar que as curvas para o método dos Dois Ciclos, tanto com 10 quando com 1 segmento por barra, se encontram quase sobrepostas à curva obtida com o método de Newton-Raphson, atestando a qualidade desses resultados. Comparando com a análise linear, a análise Dois Ciclos com 10 segmentos por barra apresentou esforços cerca de 55% maiores para o último passo de carga para ambos os pavimentos.

Para oferecer mais uma base de comparação, a Tabela 13 exibe os resultados para $P/P_{ref} = 1.0$ obtidos com o programa STAAD utilizando um modelo discretizado com 10 elementos por barra. É possível perceber que todos os resultados se encontram próximos dos obtidos com o método dos Dois Ciclos Iterativos, validando os resultados expostos anteriormente.

Tabela 13. Resultados para o último passo de carga obtidos com o STAAD.

STAAD (10 Segmentos)								
P/P ref	DESLOCAMENTO (m)		FORÇA NORMAL (kN)		FORÇA CORTANTE		MOMENTO FLETOR	
1.0	Nó 4	Nó 7	Elem. 1	Elem. 5	Elem. 2	Elem. 6	Nó 1	Nó 3
	0.08948	0.09932	6980.00	7088.00	367.89	262.42	1198.15	700.35

4. CONCLUSÃO

As tabelas e curvas apresentadas na seção 3 mostram que os resultados obtidos com o método dos Dois Ciclos Iterativos são bastante próximos aos obtidos com os demais métodos para realização de uma análise não linear geométrica. Embora para os deslocamentos horizontais e o momento fletor esses resultados tenham sido mais precisos, os valores encontrados para as forças normal e cortante se encontram próximos nos passos iniciais da análise.

Analisando as curvas dos deslocamentos e esforços versus o parâmetro de carga, é possível concluir que, em todos os exemplos estudados, para até cerca de 40% da carga de referência os resultados se mostram bastante consistentes. No pórtico não contraventado, esse limite corresponde a aproximadamente 28% do deslocamento linear, enquanto para o pórtico contraventado ele corresponde a cerca de 17% desse deslocamento. Como dito anteriormente, para ambos os pórticos, a carga de colapso corresponde a 19% da carga de referência. Portanto, pode-se concluir que para uma parte razoável do carregamento aplicado o método dos Dois Ciclos Iterativos é uma alternativa tão segura quanto os demais métodos tradicionais.

É importante destacar que os carregamentos foram levados a níveis muito altos, chegando a aumentar em mais de 100% o deslocamento calculado em uma análise linear elástica. Tais valores superam em muito as condições reais de projeto de estruturas na engenharia civil, onde deslocamentos tão extremos raramente ocorrem antes do seu colapso.

Ainda com base nas tabelas e figuras apresentadas na última seção, conclui-se que é recomendada a discretização do modelo, uma vez que apesar de em alguns casos a diferença entre as curvas ser bastante pequena e em outros o modelo não discretizado fornecer

resultados mais próximos da referência, o modelo discretizado se mostra mais consistente, apresentando menos variações bruscas entre os diferentes exemplos e esforços.

Dessa forma, dada a fácil implementação e o baixo esforço computacional exigido pelo método dos Dois Ciclos Iterativos, ele se mostra uma ferramenta bastante poderosa para a realização de análises não-lineares geométricas. É necessário, no entanto, o estudo de estruturas de maior complexidade para melhor investigar a aplicabilidade do método.

REFERÊNCIAS

- ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2014. *NBR 6118 Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento*.
- ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2008. *NBR 8800 Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios*.
- Andrade, S., Vellasco, P., 2016. *Comportamento e Projeto de Estruturas de Aço*. Elsevier.
- Autodesk Robot Structural Analysis, 2010. *Metric Getting Started Guide*.
- Autodesk Robot Structural Analysis Professional, 2009. *Training Manual – Metric Version*.
- Chen, W. F., Lui, E.M., 1991. *Stability Design of Steel Frames*. CRC Press.
- Martha, L. F., 2015. *Um Programa Gráfico-Interativo para Ensino de Comportamento de Estruturas*. Versão Educacional 3.01.
- McGuire, W., Gallagher, R.H., Ziemian, R.D., 2000. *Matrix Structural Analysis*. John Wiley & Sons.
- Silva, R. G. L., 2004. *Avaliação dos Efeitos de 2ª Ordem em Edifícios de Aço Utilizando Métodos Aproximados e Análise Rigorosa*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais.
- STAAD.Pro, 2012. *Technical Reference Manual*. V8i (SELECTSeries 4).