



UM ESTUDO ANALÍTICO-NUMÉRICO DA INFLUÊNCIA DO DECK NO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UMA PLATAFORMA OFFSHORE MONO LEG EM VIBRAÇÕES LIVRES

Tullio Barros Silva Bomtempo

Lineu José Pedroso

tulliobomtempo@gmail.com

lineu@unb.br

Universidade de Brasília, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental- Programa de Pós Graduação em Estruturas e Construção Civil (PECC) - Grupo de Dinâmica e Fluido - Estrutura (GDFE). Caixa Postal 04492, Campus Darcy Ribeiro, CEP 70919 - 970, Brasília - DF.

Resumo. *Com interesse em compreender o comportamento dinâmico de plataformas offshore fixas e a influência que o deck de produção exerce sobre as propriedades dinâmicas da estrutura, o presente trabalho apresenta uma análise de vibração livre de um modelo simplificado de plataforma fixa. O modelo é idealizado em um sistema plano com um grau de liberdade e composto por uma haste (mono leg) engastada no leito do oceano. Na outra extremidade, o deck de serviço é caracterizado por uma massa concentrada, de valor relevante, para análises de efeito global.*

Nesse contexto, foram feitos estudos de comparação analítico-numérico através da formulação por equações diferenciais e modelos numéricos, os quais foram criados no software de análise estrutural LAS (Language for Analyses of Structures). Para formulação do problema considerou-se um modelo com parâmetros distribuídos uniformemente, já para a análise computacional (MEF), utilizou-se um modelo com massa concentrada nos nós (lumped mass).

Palavras-chave: *plataformas offshore, vibrações livres, frequências e modos naturais, elementos finitos.*

1. INTRODUÇÃO

A produção de petróleo do Brasil no mar cresceu consideravelmente nas últimas décadas, por conseguinte, ocorreu também o aumento da construção de plataformas offshore e da utilização de novas técnicas de exploração. Um dos desafios tecnológicos, nessa área, é o procedimento de análise estrutural que leva em conta as condições de esforços e carregamentos dinâmicos que estão submetidas essas estruturas (vento, ondas, correntes marítimas, sismos etc).

Para a compreensão dos fenômenos mais complexos que ocorrem nessas plataformas, torna-se importante uma abordagem progressiva, partindo de modelos simplificados e estudo de dinâmica estrutural de menor complexidade. (BOMTEMPO, 2014)

Plataformas fixas são unidades de produção ou perfuração fixadas no solo marinho, através de estacas ou por gravidade. São caracterizadas por estarem apoiadas diretamente no solo marinho e por serem utilizadas em lâmina d'água pequena, em torno de 300 metros. Foram as primeiras plataformas *offshore* a serem desenvolvidas e as mais comumente utilizadas. Porém a principal limitação desse tipo de unidade é a lamina d'água a ser instalada, uma vez que em águas mais profundas a instabilidade aumenta, fazendo com que a base desse tipo de plataforma tenha que ser muito grande a fim de diminuir os deslocamentos transversais devido à vibração da estrutura. (CHAKRABARTI, 2002)

Nesse contexto, este trabalho tem por objetivo analisar a influência do deck de serviço nas frequências e modos próprios de vibração da estrutura. O estudo busca mostrar de que maneira uma massa muito elevada que se concentra na extremidade livre da plataforma pode interferir nessas propriedades, possibilitando, por conseguinte, conclusões que podem ser extrapoladas para modelos mais complexos. Conhecer bem as frequências e modos próprios de vibração é fundamental para dimensionar adequadamente a estrutura e para garantir que as frequências de solicitação dinâmica não estarão próximas da frequência de ressonância.

2. COLOCAÇÃO DO PROBLEMA

Será considerada uma haste (*mono leg*), que possui solução analítica bem definida para obtenção dos resultados preliminares. As soluções analíticas servirão de base comparativa e como referencia para validação do modelo numérico.

Primeiramente, será analisada a haste de sustentação engastada, com massa distribuída uniformemente, como demonstrado em (CLOUGH, 1995). Em seguida um modelo com massa distribuída na haste e uma massa concentrada na ponta, representando o deck de serviço foi desenvolvido para comparação dos resultados.

A Fig. 1 ilustra a simplificação utilizada para realização das análises neste trabalho, sendo que um modelo de plataforma auto elevatória sustentada por hastes bem espaçadas,

as quais não interferem uma na outra, pode ser representado por um modelo com uma haste cilíndrica fixa e um deck retangular.

O modelo de estudo, representado pela Fig. 2, será um sistema estrutural, de massa concentrada, engastado ao fundo, com vinte elementos, serão considerados o graus de liberdade de translação e rotação.

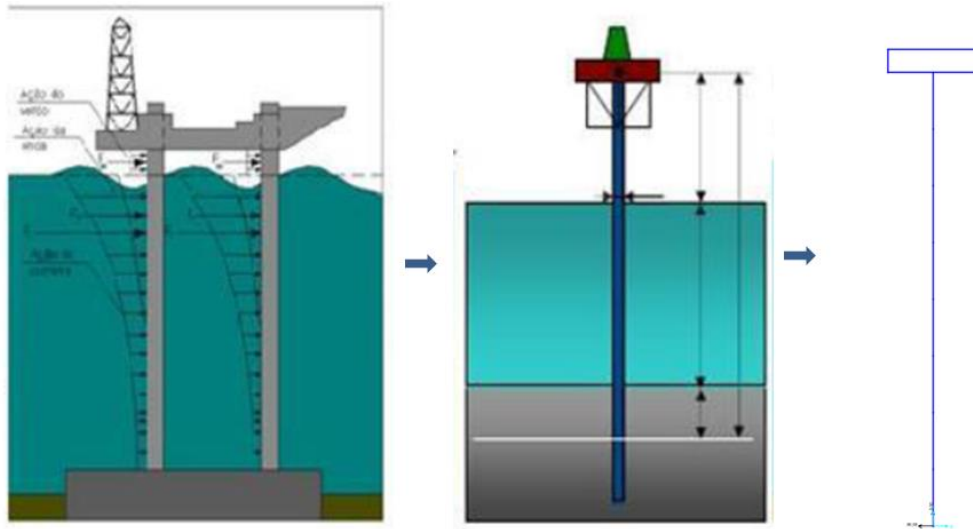


Figura 1 – Simplificação do Modelo de Plataforma (Fonte: HARITOS, 2007 adaptada pelo autor)

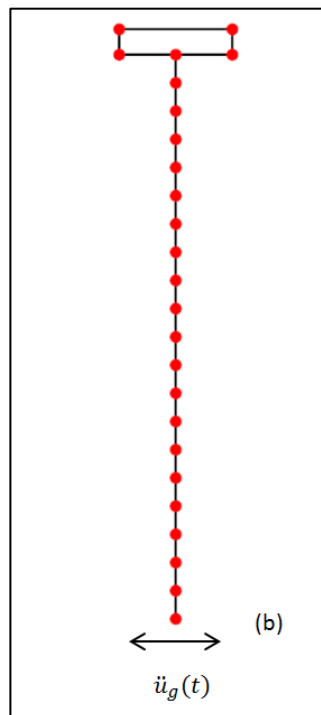


Figura 2 – Modelo 2 Simplificado LAS V2.62

3. DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

3.1. SISTEMAS DE PARÂMETRO DISTRIBUÍDO

O sistema de coordenadas discretas é o método mais usual para análise dinâmica e possibilita um resultado adequado e aproximado para respostas dinâmicas de estruturas arbitrárias. Entretanto, a solução obtida pode ser apenas aproximação do comportamento dinâmico, pois o movimento é representado por um número limitado de coordenadas de deslocamento. A precisão dos resultados pode ser melhorada se aumentarmos o número de graus de liberdade considerados na análise. Teoricamente, porém, um número infinito de coordenadas seria requerido para que o resultado convergisse para o resultado real de qualquer estrutura com propriedades distribuídas. Portanto com método de parâmetros discretos é impossível obter a solução exata. (CLOUGH, 1995)

O procedimento matemático que considera um número infinito de pontos conectados é por meio de equações diferenciais em que a coordenada das posições e o tempo são considerados variáveis independentes na resposta dinâmica. A seguir será apresentado esse procedimento.

3.1.1. ANÁLISE DINÂMICA SEM O DECK

Devido a complicações matemáticas, o presente trabalho será limitado à análise do modelo com uma dimensão principal, uma plataforma fixa representada por uma haste engastada com parâmetros uniformes de massa e rigidez distribuídos ao longo do seu eixo elástico, Fig. 3.

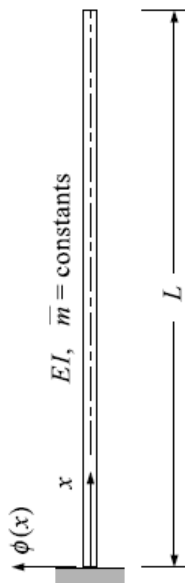


Figura 3 – Propriedades da viga engastada. (Fonte: CLOUGH, 1995)

A equação diferencial parcial do movimento em regime livre conservativo para uma haste é apresentada a seguir, sendo ‘E’ o modulo de elasticidade, ‘I’ o momento de inercia, ‘ \bar{m} ’ a massa distribuída da haste e ‘u’ o deslocamento em função do comprimento ‘x’ e tempo ‘t’:

$$EI \frac{\partial^4 u(x,t)}{\partial x^4} + \bar{m} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

Dividindo por EI e adotando notação de linha e ponto para indicar derivadas parciais com relação a ‘x’ e ‘t’, respectivamente, a equação se torna:

$$u''''(x, t) + \frac{\bar{m}}{EI} \ddot{u}(x, t) = 0 \quad (2)$$

Como \bar{m}/EI é constante, pode-se solucionar essa equação facilmente por separação de variáveis usando:

$$u(x, t) = \psi(x)Y(t) \quad (3)$$

logo,

$$\psi''''(x)Y(t) + \frac{\bar{m}}{EI} \psi(x)\dot{Y}(t) = 0 \quad (4)$$

Dividindo por $\psi(x)Y(t)$, as variáveis podem ser separadas como:

$$\frac{\psi''''(x)}{\psi(x)} = \frac{\bar{m}}{EI} \frac{\dot{Y}(t)}{Y(t)} = a^4 \quad (5)$$

Onde a constante isolada é definida como a^4 por conveniência matemática. Essa equação nos leva a duas equações diferenciais ordinárias.

$$\dot{Y}(t) + \omega^2 Y(t) = 0 \quad (6)$$

$$\psi''''(x) - a^4 \psi(x) = 0 \quad (7)$$

em que:

$$\omega^2 \equiv \frac{a^4 EI}{\bar{m}} \rightarrow a^4 = \frac{\omega^2 \bar{m}}{EI}. \quad (8)$$

A Eq. 6 é a conhecida equação de vibração livre conservativa com um grau de liberdade, e tem solução:

$$Y(t) = Y(0) \cos \omega t + \frac{\dot{Y}(0)}{\omega} \text{sen } \omega t \quad (9)$$

A segunda Eq. 7 pode ser resolvida de maneira usual e nos leva a solução completa:

$$\psi(x) = A_1 \cos ax + A_2 \operatorname{sen} ax + A_3 \operatorname{cosh} ax + A_4 \operatorname{senh} ax \quad (10)$$

Onde A_1, A_2, A_3 e A_4 são constantes reais que devem satisfazer as condições de contorno (deslocamento, rotação, momento e cisalhamento) na extremidade da haste. Para a haste engastada temos:

$$\begin{aligned} \psi(0) = 0 & & \psi'(0) = 0 \\ M(L) = EI\psi''(L) = 0 & & V(L) = EI\psi'''(L) = 0 \end{aligned}$$

Substituindo na Eq. 10 e nas suas respectivas derivadas obtemos:

$$\psi(0) = (A_1 \cos 0 + A_2 \operatorname{sen} 0 + A_3 \operatorname{cosh} 0 + A_4 \operatorname{senh} 0) = 0 \quad (11)$$

$$\psi'(0) = a(-A_1 \operatorname{sen} 0 + A_2 \cos 0 + A_3 \sinh 0 + A_4 \operatorname{cosh} 0) = 0 \quad (12)$$

$$\psi''(L) = a^2(-A_1 \cos aL - A_2 \operatorname{sen} aL + A_3 \operatorname{cosh} aL + A_4 \operatorname{senh} aL) = 0 \quad (13)$$

$$\psi'''(L) = a^3(A_1 \operatorname{sen} aL - A_2 \cos aL + A_3 \operatorname{senh} aL + A_4 \operatorname{cosh} aL) = 0 \quad (14)$$

Sendo $\cos 0, \operatorname{cosh} 0 = 1$ e $\operatorname{sen} 0$ e $\operatorname{senh} 0 = 0$. Obtemos $A_3 = -A_1$ e $A_4 = -A_2$. Resolvendo as equações e fazendo as devidas substituições, podemos escrever a equação em forma matricial:

$$\begin{bmatrix} (\cos aL + \operatorname{cosh} aL) & (\operatorname{sen} aL + \operatorname{senh} aL) \\ (\operatorname{senh} aL - \operatorname{sen} aL) & (\cos aL + \operatorname{cosh} aL) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (15)$$

Para os coeficientes A_1 e A_2 diferentes de zero, o determinante da matriz quadrada da equação deve ser igual a zero, isso nos leva a equação transcendental:

$$\cos aL = -\frac{1}{\operatorname{cosh} aL} \quad (16)$$

A solução da Eq. 16 nos dá os valores de “ aL ” que estão relacionados com as frequências de vibração da haste. A Fig. 4 mostra o gráfico da função $\cos aL$ e $-(1/\operatorname{cosh} aL)$.

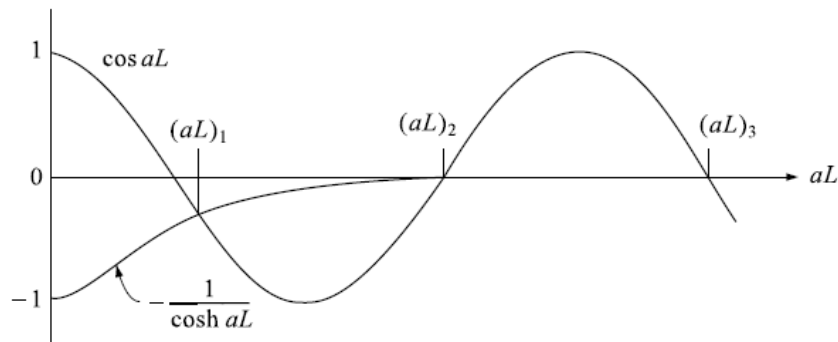


Figura 4– Termos da equação da frequência.
(Fonte: CLOUGH, 1995)

Substituindo os valores de aL na Eq. 8 as frequências correspondentes podem ser obtidas por:

$$\omega_n = (aL)_n^2 \sqrt{\frac{EI}{\bar{m}L^4}} \quad n = 1,2,3, \dots \quad (17)$$

Igualmente a Eq. 15 pode ser escrita colocando os coeficientes A_2 em função de A_1 , temos:

$$A_2 = -\frac{(\cos aL + \cosh aL)}{(\sin aL + \sinh aL)} A_1 \quad (18)$$

O resultado obtido para os modos de vibração, considerando condições de $A_3 = -A_1$ e $A_4 = -A_2$ é escrito como:

$$\psi(x) = A_1 \left[\cos ax - \cosh ax - \frac{(\cos aL + \cosh aL)}{(\sin aL + \sinh aL)} (\sin ax - \sinh ax) \right] \quad (19)$$

Substituindo separadamente a equação das frequências próprias em função de aL nessa expressão, podemos obter o modo próprio correspondente.

3.2. ANALISE DINÂMICA COM O DECK

Para representar melhor uma plataforma *offshore* fixa e analisar a influencia do deck nas vibrações, foi desenvolvido o modelo com a haste engastada e com massa retangular concentrada na extremidade livre, representando o deck da plataforma. Nesse caso, a massa concentrada terá uma inércia devido a sua translação (m_1) e rotação (j_1). A Fig. 5 apresenta o modelo.

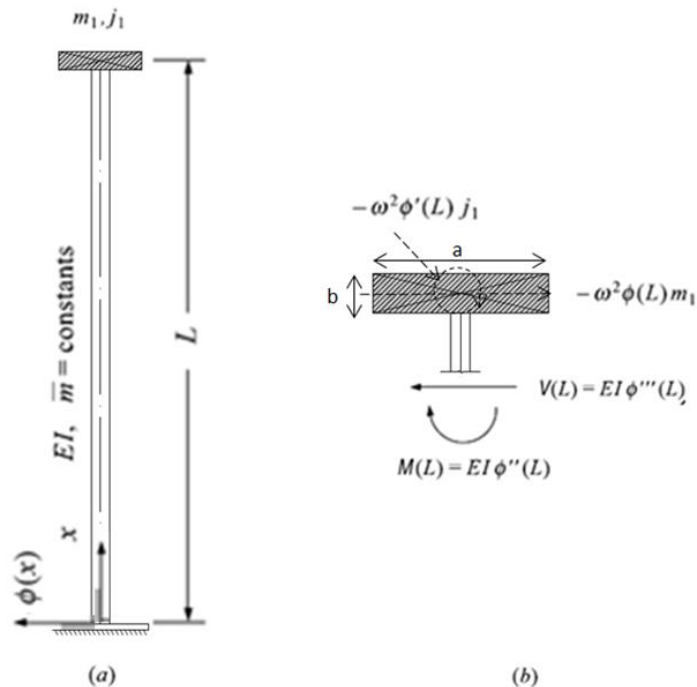


Figura 5– Viga engastada com massa concentrada. (a) propriedades da viga, (b) forças agindo na extremidade livre. (Fonte: Realizado pelo autor)

As condições de contorno para a extremidade fixa são as mesmas que do caso anterior, porém, o momento e o cisalhamento são iguais a zero na outra extremidade devido a presença da massa concentrada. As componentes de forças inerciais são mostradas no diagrama de corpo livre da Fig. 5, com as forças de inercia de translação e rotação iguais $m_1 u(L, t)$ e $j_1 \ddot{u}'(L, t)$, respectivamente. Sendo que sobre as condições de vibração livre temos:

$$\begin{aligned}\ddot{u}(L, t) &= \psi(L)Y(t) = -\omega^2 \psi(L)Y(t) \\ \ddot{u}'(L, t) &= \psi'(L)Y(t) = -\omega^2 \psi'(L)Y(t)\end{aligned}$$

As condições de contorno para a extremidade engastada e outra com massa concentrada são:

$$\begin{aligned}\psi(0) &= 0 & \psi'(0) &= 0 \\ EI\psi''(L) &= -\omega^2 \psi'(L)j_1 & EI\psi'''(L) &= -\omega^2 \psi(L)m_1\end{aligned}$$

Substituindo na Eq. 10 e nas suas respectivas derivadas obtemos:

$$\psi(0) = (A_1 \cos 0 + A_2 \operatorname{sen} 0 + A_3 \cosh 0 + A_4 \operatorname{senh} 0) = 0 \quad (20)$$

$$\psi'(0) = a(-A_1 \operatorname{sen} 0 + A_2 \cos 0 + A_3 \sinh 0 + A_4 \cosh 0) = 0 \quad (21)$$

$$\psi''(L) = a^2(-A_1 \cos aL - A_2 \operatorname{sen} aL + A_3 \cosh aL + A_4 \operatorname{senh} aL) = -\frac{\omega^2 \psi'(L)j_1}{EI} \quad (22)$$

$$\psi'''(L) = a^3(A_1 \operatorname{sen} aL - A_2 \cos aL + A_3 \sinh aL + A_4 \cosh aL) = -\frac{\omega^2 \psi(L)m_1}{EI} \quad (23)$$

Sendo $\cos 0, \cosh 0 = 1$ e $\operatorname{sen} 0$ e $\operatorname{senh} 0 = 0$. Obtemos $A_3 = -A_1$ e $A_4 = -A_2$. Resolvendo as equações e fazendo as devidas substituições, podemos escrever a equação em forma matricial apresentada a seguir:

$$\begin{bmatrix} \left(\left(-\frac{j_1 \omega^2}{EI} + a \right) \cos aL + \left(-\frac{j_1 \omega^2}{EI} + a \right) \cosh aL \right) & \left(\left(\frac{j_1 \omega^2}{EI} + a \right) \operatorname{sen} aL + \left(-\frac{j_1 \omega^2}{EI} + a \right) \operatorname{senh} aL \right) \\ \left(a^3 \operatorname{senh} aL - a^3 \operatorname{sen} aL + \frac{m_1 \omega^2}{EI} \cosh aL - \frac{m_1 \omega^2}{EI} \cos aL \right) & \left(a^3 \cos aL + a^3 \cosh aL + \frac{m_1 \omega^2}{EI} \operatorname{senh} aL - \frac{m_1 \omega^2}{EI} \operatorname{sen} aL \right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Onde j_1 e m_1 são o momento de inercia rotacional e a massa adicional do deque da plataforma, j_1 e m_1 , considerando a geometria deck, são definidos como:

$$j_1 = \frac{1}{12} m_1 (a^2 + b^2) \quad (24)$$

Em que a e b são as dimensões do deck.

$$\omega = (aL)^2 \sqrt{\frac{EI}{mL^4}} \quad (25)$$

Para que os coeficientes A_1 e A_2 sejam diferentes de zero, o determinante da matriz quadrada nessa equação deve ser igual a zero, isso nos dá a equação transcendental a seguir:

$$\begin{aligned}
& 1 + \cos aL \cosh aL + \frac{aLm_1}{\bar{m}L} (\cos aL \sinh aL - \sin aL \cosh aL) \\
& - \frac{(aL)^3 j_1}{\bar{m}L^3} (\sin aL \sinh aL + \cos aL \cosh aL + \cos^2 aL) \\
& + \frac{(aL)^4 j_1 m_1}{\bar{m}^2 L^4} (\cos aL \sin aL - \cos aL \sinh aL) = 0
\end{aligned} \tag{26}$$

A solução da equação transcendental nos dá os valores de aL , que representam as frequências de vibração da haste engasta com a massa do deck concentrada na extremidade livre. A equação matricial pode ser escrita colocando os coeficientes A_2 em função de A_1 , temos:

$$A_2 = \frac{(\cos aL + \cosh aL) - \frac{(aL)^3 j_1}{\bar{m}L^3} (\cosh aL + \cos aL)}{(\sin aL + \sinh aL) - \frac{(aL)^3 j_1}{\bar{m}L^3} (\sinh aL - \sin aL)} A_1 \tag{27}$$

O resultado obtido para os modos de vibração, considerando condições de $A_3 = -A_1$ e $A_4 = -A_2$ é escrito como:

$$\begin{aligned}
\phi(x) = & \cos ax - \sin ax \frac{(\cos aL + \cosh aL) - \frac{(aL)^3 j_1}{\bar{m}L^3} (\cosh aL + \cos aL)}{(\sin aL + \sinh aL) - \frac{(aL)^3 j_1}{\bar{m}L^3} (\sinh aL - \sin aL)} \\
& - \cosh ax + \sinh ax \frac{(\cos aL + \cosh aL) - \frac{(aL)^3 j_1}{\bar{m}L^3} (\cosh aL + \cos aL)}{(\sin aL + \sinh aL) - \frac{(aL)^3 j_1}{\bar{m}L^3} (\sinh aL - \sin aL)}
\end{aligned} \tag{28}$$

4. MASSA ADICIONAL

A massa adicional representa o fluido deslocado pelo movimento da haste e deve ser considerada na dinâmica dela. O acréscimo de inércia do fluido ao sistema deve ser levado em consideração, pois como a velocidade varia continuamente a massa adicional do fluido tem uma contribuição permanente no movimento e na dinâmica do sistema (PEDROSO, 1982). A expressão para o calculo de massa adicional no caso de um cilindro submerso em que $L \gg D$ é:

$$m_A = \rho \pi r^2 L \tag{29}$$

Portanto as frequências naturais para a condição submersa são dadas pela Eq. 4.2. na qual está incluída a massa adicional.

$$\omega_{AR} = (aL)^2 \sqrt{\frac{EI}{(\bar{m} + m_A)L^4}} \tag{30}$$

5. ASPECTOS COMPUTACIONAIS

5.1.MAPLE

Este programa é uma ferramenta matemática, desenvolvida pela **MaplesoftTM**, que foi utilizado para resolução rápida das equações diferenciais do movimento da estrutura e integrais de pressões, facilitando a resolução analítica dos problemas iniciais.

O *Maple* possui visualizadores em 2D e 3D de gráficos e elementos, sendo, portanto, bastante elucidativo durante os cálculos intermediário e uma ferramenta de diagnóstico de problemas ao gerar gráficos tridimensionais. Sua linguagem é comum dentro dos programas de programação matemática, sendo de fácil manipulação.

5.2.LAS

LAS (*Language for Analysis of Structures*) é uma linguagem de programação e um ambiente de desenvolvimento e análise, desenvolvido na Universidade de Sherbrooke, Canada, para ensino de cálculo matricial de estruturas, da dinâmica das estruturas e do método dos elementos finitos (PAUTRE, 2005). LAS é um ambiente de aprendizagem flexível, pois para resolver um problema estrutural, o usuário deve programar a solução.

A linguagem de programação LAS inclui varias operações de controle e iteração, assim como múltiplas funções (geração de matrizes, álgebra linear, locação segundo o método de rigidez direto, análise modal, análise dinâmica no domínio temporal e das frequências) para manipular as matrizes e construir algoritmos que nos permitem resolver problemas de análise estática e dinâmica das estruturas.

6. RESULTADOS

6.1.SOLUÇÕES ANALÍTICAS

6.1.1. FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA SISTEMA DE PARÂMETRO DISTRIBUÍDO (SEM O DECK)

Para obtenção dos resultados considerou-se parâmetros hipotéticos de uma possível plataforma fixa. A haste de sustentação com formato cilíndrico e material semelhante ao concreto armado. A seguir serão apresentados as frequências e modos obtidos a partir da formulação descrita anteriormente.

Parâmetros da estrutura:

- *Altura* $L = 100m$;
- *Diâmetro da Haste* $D = 5m$;
- *Modulo de Young* $E = 30 \text{ GPa}$
- *Densidade* $2500 \frac{Kg}{m^3}$

Utilizando o software MAPLE obtemos os quatro primeiros valores de (aL) através da equação transcendental Eq. 16. Calculam-se, então, as quatro primeiras frequências naturais do sistema.

- $(aL)_1 = 1,875;$
- $(aL)_2 = 4,694;$
- $(aL)_3 = 7,855;$
- $(aL)_4 = 10,995;$

Aplicando na Eq. 19, $\omega = (aL)^2 \sqrt{\frac{EI}{mL^4}}$, temos:

Frequências Próprias	Resultado Analítico (rad/s)
ω_1	1,52
ω_2	9,54
ω_3	26,71
ω_4	52,35

Tabela 1– Frequências Naturais para a formulação analítica (sem o deck).

6.1.2. FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA SISTEMA DE PARÂMETRO DISTRIBUÍDO (COM O DECK)

Considerando a mesma geometria da haste do item anterior e adicionando uma massa concentrada na ponta ($m_1 = 1000\text{ton}$) com as dimensões $a = 15$ e $b = 6$, calcula-se, a partir da Eq. 26, os quatro primeiros valores de (aL) utilizando o software MAPLE, em seguida, obtemos as quatro primeiras frequências naturais do sistema.

Temos: $j_1 = \frac{1}{12} 1000000(15^2 + 6^2) = 21750000 \text{ Kg.m}^2$

- $(aL)_1 = 1,612;$
- $(aL)_2 = 4,236;$
- $(aL)_3 = 7,191;$
- $(aL)_4 = 10,037.$

Aplicando na Eq. 25, $\omega = (aL)^2 \sqrt{\frac{EI}{mL^4}}$, temos:

Frequências Próprias	Resultado Analítico (rad/s)
ω_1	1.12
ω_2	7.77
ω_3	22.39
ω_4	43.62

Tabela 2– Frequências Naturais para a formulação analítica (com o deck).

Os modos de vibração podem ser obtidos através da Eq. 28 substituindo os valores de (aL) encontrados da Eq. 26 e os parâmetros aqui definidos. A Fig. 6 apresenta os modos próprios encontrados.

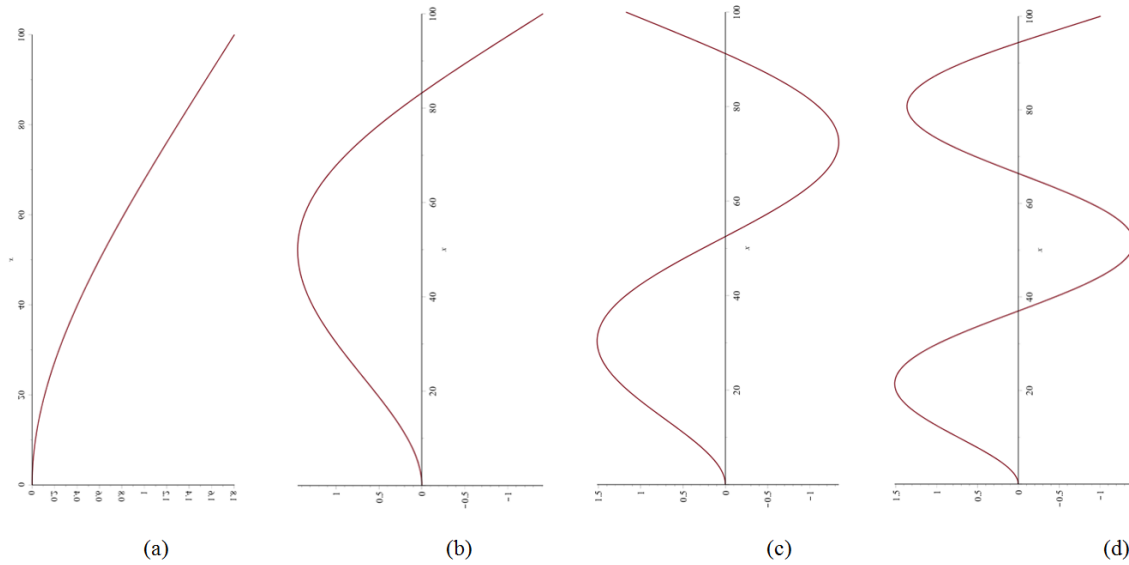


Figura 6 – (a) Primeiro modo de vibração (b) Segundo modo de vibração (c) Terceiro modo de vibração (d) Quarto modo de vibração. Obtidos analiticamente.

6.1.3. INFLUÊNCIA DA MASSA DO DECK NAS FREQUÊNCIAS DE VIBRAÇÃO

Com o objetivo de analisar a influência da massa concentrada e da inercia devido ao giro dessa massa nas frequências naturais, apresentam-se os gráficos nas Fig. 7 e 8, que mostram a variação para a primeira e segunda frequência de vibração. Em ambos os gráficos é variado tanto a inercia devido ao giro (j) quanto massa concentrada. Sendo $(m_1/m.L)$ a relação entre a massa concentrada na ponta e a massa distribuída vezes o comprimento da haste.

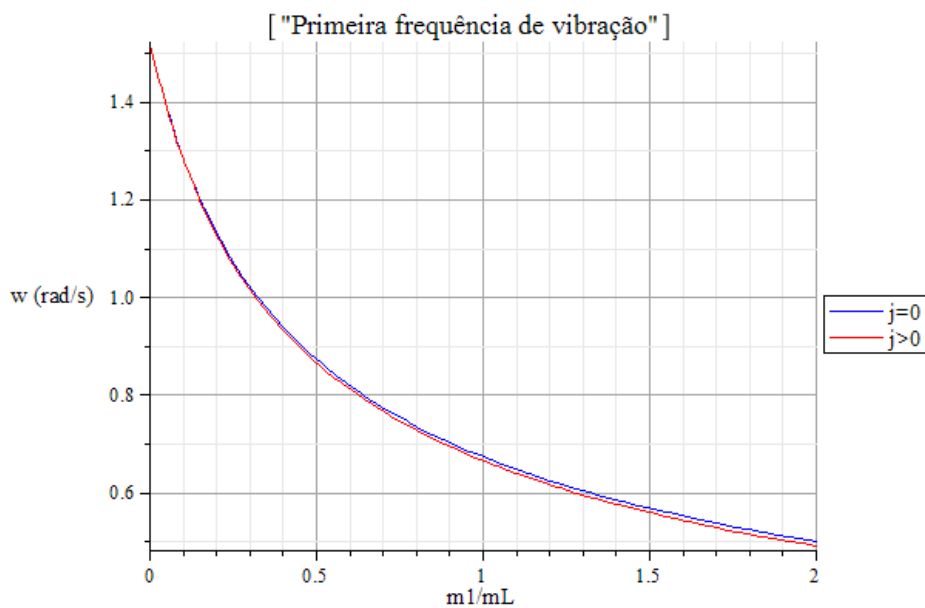


Figura 7 – Variação da primeira frequência de vibração em função da massa m_1 .

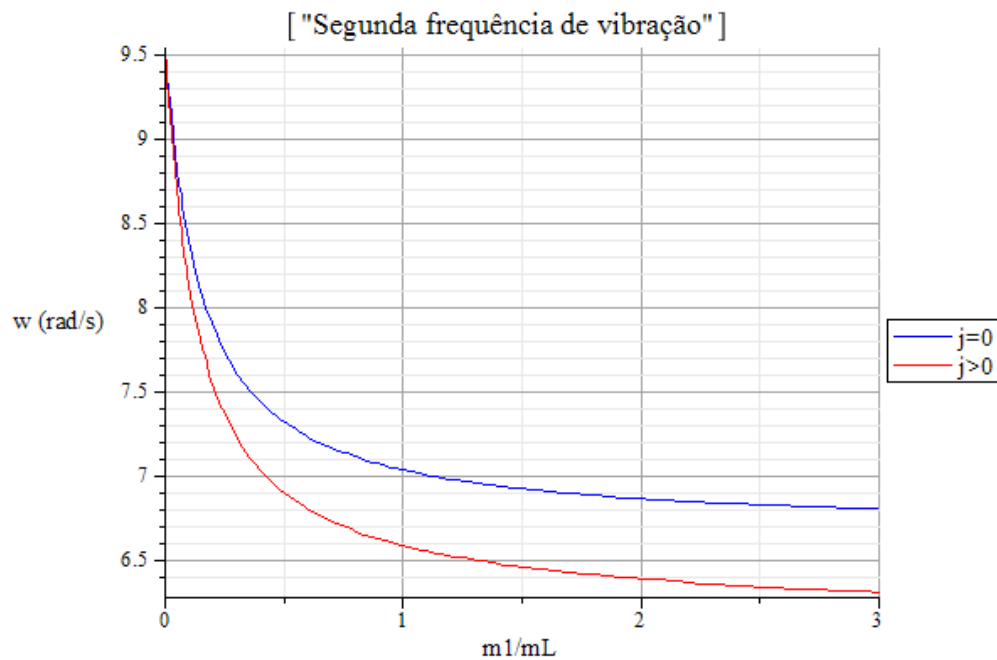


Figura 8 - Variação da segunda frequência de vibração em função da massa m_1

A simulação resulta em duas figuras que indicam que a primeira e segunda frequências de vibração diminuem com o aumento da massa concentrada. Além disso, o gráfico da Fig. 7 revela que o momento de inércia devido ao giro (j) da massa, tem pouca influencia na primeira frequência de vibração. Por outro lado o gráfico da Fig. 8 mostra que a segunda frequência de vibração é bastante sensível a variação da inércia (j).

Os gráficos das Fig. 9 e 10 apresentam a variação da primeira e segunda frequência em função da inércia devido ao giro que é proporcional a relação (a/L) , sendo “ a ” é a maior dimensão do deck e L o comprimento da haste. Isso para diferentes valores de m_1 .

A primeira frequência praticamente não varia com o aumento da inércia (j). Já a segunda frequência de vibração diminui rapidamente com aumento da inércia de rotação. Isso acontece devido ao efeito de giro da massa ter uma influencia forte na segunda frequência de vibração.

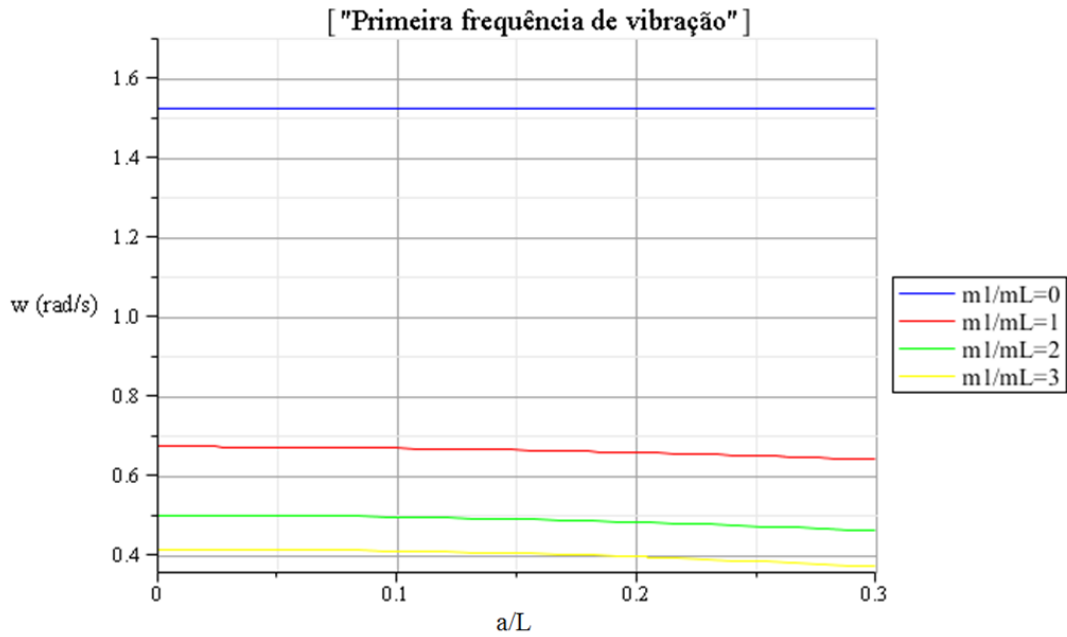


Figura 9 – Variação da primeira frequência de vibração em função da inercia (j)

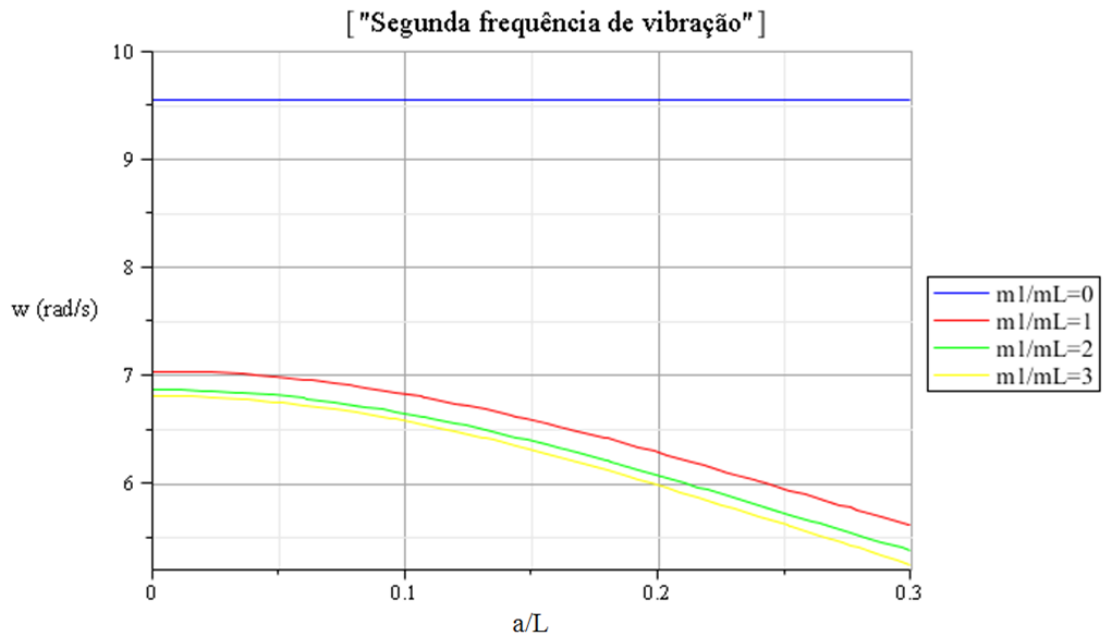


Figura 10 - Variação da primeira frequência de vibração em função da inercia (j)

O fenômeno verificado se deve ao fato a vibração na primeira frequência não provoca giro relevante do deck, entretanto para a segunda frequência o giro do deck é significativo, influenciado a frequência de maneira mais evidente. A Fig. 11 ilustra como a rotação da massa concentrada influência consideravelmente o segundo modo de vibração da estrutura.

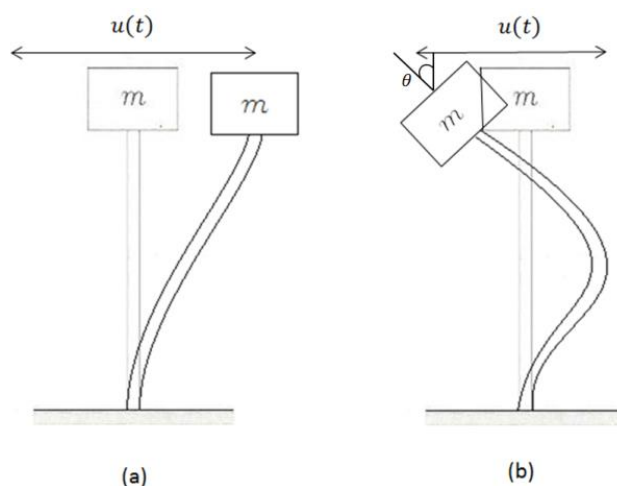


Figura 11- Influência da rotação nos modos de vibração (a) Primeiro modo (b) Segundo modo

6.2.SOLUÇÕES NUMÉRICAS

6.2.1. FREQUÊNCIAS NATURAIS E MODOS PRÓPRIOS PARA SISTEMA DE ELEMENTOS FINITOS (COM O DECK)

Para o modelo feito no software LAS com 20 elementos viga, foi possível obter resultados praticamente exatos para as primeiras frequências de vibração. A Tab. 3 mostra os resultados comparativos.

Frequências Próprias	Analítico (rad/s)	Numérico (rad/s)	Erro (%)
ω_1	1,125	1,126	0,09
ω_2	7,769	7,773	0,05
ω_3	22,335	22,477	0,63
ω_4	43,776	44,237	1,05

Tabela 6. 3– Frequências Naturais para o modelo numérico com 8 elementos.

6.2.2. FREQUÊNCIAS NATURAIS E MODOS PRÓPRIOS PARA SISTEMA DE ELEMENTOS FINITOS (COM O DECK E HASTE SUBMERSA)

Os valores de frequências naturais obtidos numericamente para a plataforma submersa, considerando a massa adicional da água, estão na Tab. 4. Percebem-se resultados bastante próximos, também, em relação aos resultados analíticos. Para a análise numérica foram consideradas massas adicionais para cada nó, de modo a aproximar o efeito da água na vibração da estrutura. Ainda sim, o maior erro encontrado para os quatro primeiros modos foi de 4,02%. Além disso, a massa adicional da água provoca a redução de todas as frequências próprias, como apresentado na tabela 4.

Frequências Próprias	Analítico (rad/s)	Numérico (rad/s)	Erro (%)
ω_1	1,114	1,098	1,43
ω_2	7,691	7,583	1,40
ω_3	22,132	22,240	0,48
ω_4	43,042	44,774	4,02

Tabela 4– Frequências Naturais para o modelo numérico submerso com 8 elementos.

A Fig. 12 ilustra os dois primeiros modos de vibração obtidos com o modelo de 20 elementos. Como podemos comparar, são semelhantes aos obtidos analiticamente, Fig. 6.

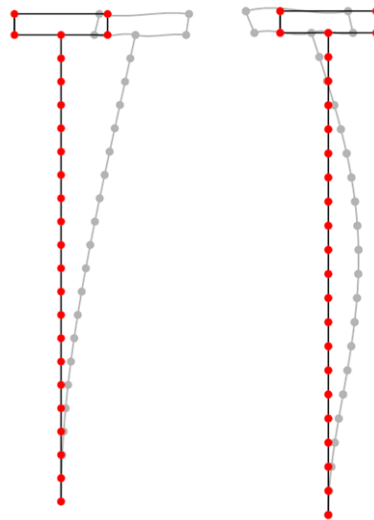


Figura 12- Primeiro e Segundo modos de vibração obtidos numericamente em LAS v2.62.

7. CONCLUSÕES

A partir da análise dos resultados e dos estudos desenvolvidos, é possível fazer algumas observações relevantes para a continuação desse estudo, além de conclusões que ainda não haviam sido documentadas em relação ao estudo de dinâmica das estruturas. Como por exemplo, a formulação das frequências e modos próprios para o modelo de plataforma simplificado com a massa na extremidade livre utilizando a teoria de dinâmica das estruturas com parâmetros distribuídos.

Os estudos foram feitos a partir de resultados obtidos através da formulação por equações diferenciais e através do software LAS v2.62. Para validação destes resultados, procedeu-se a um comparativo analítico-numérico das frequências, sendo que a discrepância máxima entre os resultados numéricos foi de 4,02% em relação ao correspondente resultado analítico.

Concluiu-se com esse trabalho que a massa do deck de uma plataforma fixa tem influência direta nas frequências naturais e conseqüentemente nos modos de vibração. Sendo que o aumento da massa diminui consideravelmente as primeiras frequências naturais do sistema. Foi observado, também, que a inércia de rotação devido ao giro da massa do deck não influencia a primeira frequência, porém tem impacto significativo nas frequências mais altas, já a partir da segunda frequência, como analisado nos gráficos das Fig. 6 e 7.

Por fim, podemos perceber que o fato de a estrutura vibrar submersa em água, abaixa consideravelmente as frequências próprias. O resultado numérico foi bem próximo do analítico mesmo para a plataforma submersa, o que caracteriza uma boa metodologia a de adição da massa da água somente nos nós da estrutura como foi feito.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] BOMTEMPO, T. B. S. (2014). **Um estudo sobre a influência do deck no comportamento de plataformas offshore fixas submetidas a ações dinâmicas**. Monografia de Projeto Final 2, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Grupo de Dinâmica e Fluido-Estrutura, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 75p.
- [2] CHAKRABARTI, S. K. **Advanced series on ocean engineering v. 20: The Theory and Practice of Hydrodynamics and Vibration**. Tradução livre do autor. World Scientific: Cingapura, 2002.
- [3] CHOPRA, A. K. **Dynamics of Structures**. Theory and Applications to Earthquake Engineering. Prentice-Hall, Upper Saddle River, N.J.,2001.
- [4] CLOUGH, Ray W.; PENZIEN, Joseph. **Dynamics of Structures**. 3.ed. Computers & Structures, Inc. Berkeley, California, USA, 1995.
- [5] HARITOS, N. **Introduction to the analysis and design of offshore structures: An overview**. Tradução livre do autor. Australia: eJSE Special Issue: Loading on Structures, 2007.
- [6] PAUTRE, Patrick. **Dynamique de structures**. 1.ed. Application aux ouvrages de genie civil. Hermes & Science, Paris, França, 2005.
- [7] PEDROSO, L. J. **Alguns aspectos da interação fluido-estrutura em estruturas offshore**. Rio de Janeiro: COPPE/UFRJ, 1982, 340p. Tese (Mestre em estruturas), Programa de engenharia civil, UFRJ, Rio de Janeiro 1982.
- [8] PEDROSO, L.J. **Introdução a Dinâmica das Estruturas**. Publicação didática (Apostila interna), UnB-FT/ENC, Setembro 1998.