



## **REFORÇO AO CORTANTE DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO MEDIANTE A COLAGEM EXTERNA DE COMPÓSITOS DE FRP: AVALIAÇÃO DE PROPOSTAS NUMÉRICAS DE CÁLCULO**

**Nicolás R. Rojas**

**Nívea G. B. Albuquerque**

**Guilherme S. S. A. Melo**

roarojasnicolas@gmail.com

engnivea@gmail.com

melog@unb.br

Universidade de Brasília

Campus Universitário Darcy Ribeiro, 70910-900, Brasília/DF, Brasil

**Resumo.** *Este trabalho trata da análise de vigas de concreto armado reforçadas ao cortante através da colagem externa de compósitos de fibras poliméricas (EB-FRP), tomando-se por base os modelos teóricos propostos por autores como Chen e Teng (2003) e Chen (2010) – cujas abordagens fundamentam-se na análise de resultados experimentais e computacionais – sendo contrastadas às previsões das contribuições estimadas por normas vigentes. Dessa forma, buscou-se realizar uma avaliação dos dados e modelos de cálculo sugeridos pelos autores, salientando a influência de parâmetros particulares nas capacidades dos reforços que geram resultados mais próximos aos obtidos experimentalmente. É também analisada a precisão das estimativas das contribuições dos reforços, em especial das fibras de carbono, determinadas pelos modelos e pela norma americana ACI 440.2R (2008) e guia de projeto italiana CNR DT200 (2004) em relação a resultados experimentais, os quais conduzem a resultados ainda pouco precisos. Isto é atribuído principalmente a não consideração das interações existentes entre estribos e fibras como materiais de reforço, como também de algumas propriedades físicas, mecânicas e geométricas. Diante disso, constata-se a necessidade contínua de refinamento dos modelos numéricos e teóricos para a obtenção de resultados mais satisfatórios.*

**Palavras-chave:** *Reforço ao cortante, fibras de reforço polimérico, colagem externa, modelos numéricos.*

## 1 INTRODUÇÃO

Conforme o *fib* Bulletin 14 (2001), a necessidade do reforço estrutural pode dever-se a muitas circunstâncias, tais como: o tempo de serviço da estrutura, falta de manutenção, dano acidental ou natural, solicitações adicionais não previstas na etapa de projeto, degradação por más condições das armaduras ou baixa qualidade dos materiais utilizados, entre outras. Frente a essa deterioração das estruturas, houve um desenvolvimento vertiginoso de suas técnicas de reparo, reabilitação e reforço, destacando-se neste trabalho as fibras de reforço polimérico (FRP), dada sua alta efetividade e vasta aplicação. Atualmente, embora pesquisas venham sendo desenvolvidas na área, o Brasil ainda carece de norma regulamentadora que auxilie os projetistas no dimensionamento e análise do sistema estrutural de FRP, os quais, em geral, recorrem a modelos analíticos de normas internacionais, tais como os do ACI 440.2R (2008) e da guia de projeto CNR-DT200 (2004).

A metodologia de colagem externa (EB) de fibras de reforço polimérico (FRP) é geralmente aplicada visando o incremento de capacidade à flexão e ao cortante de elementos estruturais. Contudo, o principal problema do sistema encontra-se relacionado à superfície de aderência entre concreto e fibra, que leva à descolagem da fibra, sendo este o principal tipo de falha do sistema EB-FRP. Em um elemento estrutural, a resistência ao cortante deve ser consideravelmente superior à resistência a flexão, de maneira a garantir que, em caso de ruptura, esta aconteça devido à flexão, já que tal falha apresenta características de ductilidade e segurança. Caso contrário, é necessário reforçá-la ao cisalhamento a fim de que se evite o colapso por cortante, que se caracteriza por ser súbito e manifesta-se sob condições de insegurança e risco. Nesse cenário, a solução pode se apresentar através de reforços contínuos (através de mantas de fibra) ou não contínuos (mediante faixas de fibra), sendo este último o mais eficiente, uma vez que não transferem deformações nem problemas de descolagem de uma faixa para a outra, o que lhes permite trabalhar de maneira independente. As faixas podem ser dispostas em diferentes formatos, como: fechado ou “*wrapped*” (envolve totalmente a peça), semiaberto (em forma de “U”) e o lateral (reforço das faces laterais da viga).

O reforço EB-FRP é executado através da colagem e sobreposição de fibras de reforço coladas à superfície de concreto que, por sua vez, mudam a rigidez axial da peça, sendo este um dos parâmetros que devem ser levados em conta na implementação de modelos teóricos. Além deste efeito, pesquisas recentes (Mofidi e Chaallal, 2011; Chen, 2010; Bousselham e Chaallal, 2004; Chen *et al.*, 2013) avaliam também outros parâmetros no desempenho da fibra como reforço ao cortante, salientando a interação existente entre os estribos e as faixas de fibra, a relação geométrica de vão ( $a/l$ ), o reforço longitudinal, o efeito de tamanho, a rigidez axial da fibra, o comprimento efetivo de ancoragem, entre outros, e ressaltam a necessidade de considerá-los nos modelos de cálculo na aplicação das normas, face às estimativas consideravelmente conservadoras.

### 1.1 Objetivo

O comportamento ao cortante de vigas é complexo e envolve um considerável número de parâmetros e efeitos de interação entre concreto, aço e fibra, os quais ainda não são considerados nos modelos vigentes de cálculo nem esclarecidos em sua totalidade por autores na área. Este trabalho faz uma revisão dos modelos implementados na estimativa das contribuições de resistência ao cortante por sistemas de EB-FRP, mais particularmente fibras

de carbono, CFRP abordados por prescrições normativas vigentes e outros propostos por autores, avaliando a precisão com respeito a resultados experimentais.

## 1.2 Metodologia

São avaliados os modelos teóricos considerados pela norma americana ACI 440.2R (2008) e a guia de projeto italiana CNR DT200 (2004) relativa às estimativas de contribuição de resistência ao cortante devido ao reforço com fibra. São também estudados os modelos propostos por Chen e Teng (2003) e Chen (2010), os quais levam em conta diversos parâmetros influentes na eficiência do reforço. As previsões através desses modelos são comparadas aos obtidos experimentalmente para cada uma das vigas do banco de dados formado a partir da revisão bibliográfica que inclui vigas de concreto armado com diferentes taxas de aço transversal e reforço não contínuo através da aplicação do reforço com faixas de fibra de carbono semiaberto tipo “U”.

## 2 CONTRIBUIÇÕES À RESISTÊNCIA AO CORTANTE ATRAVÉS DE SISTEMAS DE REFORÇO EB-FRP

O reforço ao cortante de elementos estruturais com sistemas de FRP é altamente utilizado em função de apresentarem boas características de resistência, durabilidade e execução. O comportamento ao cortante de vigas reforçadas de concreto armado se encontra sujeito a um grande número de fatores que influenciam na eficiência das FRP, cujos parâmetros ainda não são totalmente considerados nos modelos adotados pelas normas vigentes, gerando conseqüentemente, estimativas conservadoras. Diversas pesquisas experimentais reportam que o principal tipo de falha do sistema de reforço EB-FRP ocorre pela descolagem da fibra e, portanto, ao longo deste trabalho são consideradas as equações dos modelos sob tal critério de ruptura. A contribuição ao cortante de peças reforçadas com fibra para cada modelo numérico e suas principais características e alcances são apresentados a seguir.

### 2.1 Resistência Nominal de Vigas Reforçadas ao Cortante com Sistemas EB-FRP

De maneira geral e desconsiderando os fatores de segurança dados pelas normas, guias e códigos de projeto atuais, calcula-se a capacidade nominal ao cortante de elementos estruturais reforçados com FRP como a soma das contribuições de resistência do concreto, aço e fibra, onde:

$$V_n = V_c + V_s + V_f \quad (1)$$

Esta consideração de cálculo é bastante questionada por diversos autores, tais como Chen e Teng (2003) e Lu *et al.* (2005), devido a não consideração da interação existente entre os estribos e fibras como reforço ao cortante. Bousselham e Chaallal (2006), Pellegrino e Modena (2008) explicam que, os elementos de reforço ao cortante (estribos e FRP) não conseguem atingir sua resistência máxima no mesmo instante, o que conduz a estimativas conservadoras. Os autores salientam também que, à medida que se aumenta as taxas de aço transversal, gera-se também um efeito negativo na eficiência da fibra para reforço ao cortante. Portanto, é necessário considerar modelos numéricos que levem em conta estes efeitos, a fim de otimizar o dimensionamento ao cortante de elementos estruturais reforçados com sistemas de FRP, visando estimativas menos conservadoras.

## 2.2 Modelos de Estimativa da Contribuição da Fibra, $V_f$

São apresentados diferentes modelos numérico-analíticos adotados na atualidade através das prescrições normativas vigentes, juntamente com os modelos considerados por pesquisas mais recentes. No estudo de reforço com sistemas EB-FRP, tem-se três categorias para se classificar modelos de estimativa. Tal classificação se dá em função da hipótese da distribuição de deformações nas fibras de reforço, tendo-se: modelos de deformação fixa efetiva, modelo de deformação efetiva baseado na rigidez da fibra ou em um mecanismo de aderência e o modelo de deformação efetiva baseado em uma distribuição não uniforme. À formulação de cada modelo, atribui-se continuamente novas considerações e hipóteses que, por conseguinte, se complementa. Vale salientar que os modelos propostos por autores como Chen e Teng (2003) apresentam critérios novos que permitem avaliar efeitos de interação, obtendo-se resultados mais próximos aos experimentais. As equações apresentadas para cada modelo são aplicáveis em vigas reforçadas com FRP em faixas (“strips”) e em formato de “U”, omitindo-se as equações para reforço fechado e lateral, bem como para sistemas de reforço contínuos em mantas (“sheets”), cujas equações podem ser consultadas diretamente nos trabalhos dos autores.

**Norma ACI 440.2R (2008).** O Instituto Americano do Concreto estabelece o modelo de cálculo de contribuições de resistência ao cortante em elementos reforçados com FRP baseado nas pesquisas desenvolvidas na Universidade de Missouri por Khalifa *et al.* (1998). Considerando-se o critério ruptura por descolamento, a contribuição de resistência da fibra é dada por:

$$V_f = \frac{A_{fv} \cdot f_{fe} (\sin \alpha + \cos \alpha) \cdot d_{fv}}{s_f} \quad (2)$$

$$A_{fv} = 2 \cdot n \cdot t_f \cdot w_f \quad (3)$$

$$f_{fe} = \varepsilon_{fe} \cdot E_f \quad (4)$$

Onde  $V_f$  = resistência ao cortante aportado pela fibra;  $A_{fv}$  = área das fibras;  $\alpha$  = ângulo de inclinação do reforço de FRP;  $d_{fv}$  = altura útil da fibra;  $s_f$ ,  $t_f$ ,  $w_f$  = espaçamento, espessura e largura das FRP;  $n$  = número de camadas da fibra;  $\varepsilon_{fe}$  = deformação efetiva da fibra; e  $E_f$  = módulo de elasticidade da fibra.

A deformação efetiva nas fibras é influenciada pelo comportamento de cada tipo de reforço; para reforço em “U” depende do comprimento efetivo de aderência da fibra. Uma vez que o fator  $K_v$  é função da resistência a compressão do concreto, do sistema de reforço utilizado e da rigidez da fibra, tem-se que:

$$\varepsilon_{fe} = K_v \cdot \varepsilon_{fu} \leq 0.004 \quad (5)$$

$$K_v = \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot L_e}{11,900 \cdot \varepsilon_{fu}} \leq 0,75 \quad (6)$$

$$L_e = \frac{23,300}{(n \cdot t_f \cdot E_f)^{0,58}} \quad (7)$$

$$K_1 = \left( \frac{f'_c}{4000} \right)^{2/3} \quad (8)$$

$$K_2 \cdot \left\{ \frac{d_{fv} - L_e}{d_{fv}} \right\} \text{ Para reforço aberto em "U"} \quad (9)$$

Onde  $K_v$  = fator de aderência que depende do cisalhamento;  $\varepsilon_{fu}$  = deformação última da fibra;  $L_e$  = comprimento efetivo de aderência;  $k_1, k_2$  = fatores de modificação; e  $f_c$  = resistência à compressão do concreto.

Este modelo numérico é baseado na abordagem de deformação efetiva da fibra em função da rigidez da fibra e do mecanismo de aderência. Logo, limita-se a considerar a interação existente entre estribos e fibras como materiais de reforço. Os modelos de aderência implementados são empíricos e, portanto, encontram-se sujeitos a incertezas. As unidades das equações são aplicáveis para sistema internacional (MPa; mm).

**Norma CNR-DT200 (2004).** A guia de projeto e construção de sistemas de reforço em estruturas existentes através da colagem externa de FRP é parte do código italiano e baseia-se nas pesquisas desenvolvidas pela equipe de pesquisadores de Roma e Napoli, Giorgio Monti e Antonio Nanni. A contribuição de resistência ao cortante devido ao reforço em tiras em "U" é apresentada a seguir:

$$V_{Rd,f} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot 0.9 \cdot d \cdot f_{fed} \cdot 2 \cdot t_f \cdot (\cot(\theta) + \cot(\beta)) \cdot \frac{W_f}{P_f} \quad (10)$$

Onde  $\gamma_{Rd}$  = fator parcial, igual a 1,2 para cortante;  $d$  = altura útil;  $f_{fed}$  = resistência efetiva da fibra;  $t_f$  = espessura da fibra de reforço;  $\theta$  = ângulo da fissura de falha;  $\beta$  = ângulo de inclinação das tiras de reforço; e  $w_f, p_f$  = largura e espaçamento das faixas de FRP.

A tensão efetiva da fibra estimada considerando-se falha por descolamento é calculada como:

$$f_{fed} = f_{fdd} \cdot \left[ 1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{l_e \cdot \sin\beta}{\text{Min}\{0.9 \cdot d, h_m\}} \right] \quad (11)$$

Onde  $f_{fdd}$  = resistência de descolamento de projeto para o reforço com FRP;  $l_e$  = comprimento efetivo de ancoragem;  $\beta$  = ângulo de inclinação das tiras de reforço;  $d$  = altura útil; e  $h_m$  = altura da viga.

Os parâmetros apresentados nas equações [9] a [11] são apresentados graficamente na Figura 1.

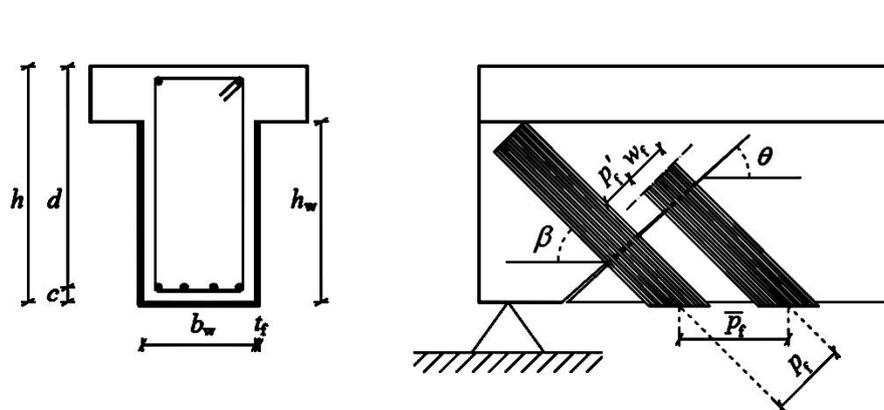


Figura 1. Parâmetros do reforço com FRP em faixas (CNR-DT200, 2004)

O comprimento efetivo de ancoragem é calculado através da Eq.[12] abaixo:

$$l_e = \sqrt{\frac{E_f \cdot t_f}{2 \cdot f_{mtm}}} \quad (12)$$

Onde  $E_f$  = módulo da fibra;  $t_f$  = espessura da fibra; e  $f_{mtm}$  = resistência a tração do concreto.

A resistência de descolamento de projeto para o reforço ( $f_{fd}$ ) é calculada como:

$$f_{fd} = \frac{1}{\gamma_{fd} \cdot \sqrt{\gamma_m}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_f \cdot \Gamma_{FK}}{t_f}} \quad (13)$$

Onde  $\gamma_{fd}$  = fator de cálculo equivalente a 1,5;  $\gamma_m$  = fator igual a 1,0;  $\Gamma_{FK}$  = valor característico da energia específica de fratura, calculado como:

$$\Gamma_{FK} = 0.03 \cdot K_b \cdot \sqrt{f_{mk} \cdot f_{mtm}} \quad (14)$$

$$K_b = \sqrt{\frac{2 - \frac{b_f}{b}}{1 + \frac{b_f}{400}}} \geq 1 \quad (15)$$

$$f_{mtm} = 0.1 \cdot f_{mk} \quad (16)$$

Onde  $K_b$  = coeficiente geométrico;  $f_{mk}$  = resistência à compressão do concreto;  $f_{mtm}$  = resistência à tração do concreto;  $b_f$  = largura das fibras de reforço; e  $b$  = largura da seção.

Este modelo numérico foi concebido através de regressão matemática, considerando uma abordagem de deformação efetiva da fibra em função da rigidez axial e um mecanismo de aderência, que se validou pela comparação direta aos resultados experimentais de 60 vigas reforçadas com EB-FRP, com uma boa aproximação. No entanto, encontra-se limitado devido não considerar a interação existente entre estribos e fibras como materiais de reforço ao cortante, o que levá a diferenças consideráveis em relação aos resultados experimentais. As unidades das equações dentro do modelo são aplicáveis para sistema internacional (MPa; mm).

**Modelo de Chen e Teng (2003a; 2003b).** Mediante o trabalho conjunto dos autores e da Universidade Politécnica de Hong Kong e a Universidade de Edimburgo, foi proposto um modelo baseado em uma distribuição não linear da deformação na fibra, que considera dois critérios diferentes para estimar a resistência da fibra. Tais critérios referem-se aos dois principais mecanismos de falha: (a) por descolamento da fibra e (b) por ruptura da fibra. A contribuição de resistência ao cortante da fibra é calculada como:

$$V_f = 2 \cdot f_{f,e} \cdot t_f \cdot w_f \cdot \frac{h_{f,e} \cdot (\cot \theta + \cot \beta) \cdot \sin \beta}{s_f} \quad (17)$$

Onde  $V_f$  = valor de cortante aportado pela fibra;  $f_{f,e}$  = tensão média efetiva na fibra;  $s_f$ ,  $t_f$ ,  $w_f$  = espaçamento, espessura e largura das FRP;  $h_{f,e}$  = altura efetiva da fibra;  $\theta$  = ângulo da fissura de falha;  $\beta$  = ângulo de inclinação do reforço de FRP.



Onde  $\sigma_{f,m\acute{a}x}$  = máxima tensão na fibra;  $\beta_w$  = efeito da fibra no concreto;  $\beta_L$  = efeito do comprimento de aderência;  $\lambda$  = comprimento de aderência normalizado, definido como:

$$\lambda = \frac{L_{m\acute{a}x}}{L_e} \quad (25)$$

O comprimento máximo ( $L_{m\acute{a}x}$ ) depende do tipo de reforço e o comprimento efetivo de aderência e é definido como:

$$L_{m\acute{a}x} = H_{fe} / \text{sen}(\beta) \quad (26)$$

$$L_e = \sqrt{E_f \cdot t_f / \sqrt{f_c}} \quad (27)$$

O fator de distribuição de tensões para falha por descolamento é dado por:

$$D_{frp} \begin{cases} \frac{2}{\pi \cdot \lambda} \cdot \frac{1 - \cos(\pi \cdot \lambda / 2)}{\text{sen}(\pi \cdot \lambda / 2)} \text{ se } \lambda \leq 1 \\ 1 - \frac{\pi - 2}{\pi \lambda} \text{ se } \lambda > 1 \end{cases} \quad (28)$$

Critério de ruptura. Ao aplicar-se o reforço fechado, pelo fato deste geralmente atingir o colapso da fibra como modo de ruptura, a tensão máxima ( $\sigma_{f,m\acute{a}x}$ ) equivale à tensão última na fibra e o fator de distribuição de tensões ( $D_{frp}$ ) é definido como:

$$\sigma_{f,m\acute{a}x} = f_{fu} \quad (29)$$

$$D_f = \frac{1 + \xi}{2} \quad (30)$$

$$\xi = Z_t / Z_b \quad (31)$$

O cálculo da tensão efetiva para cada critério de falha é descrito pela Eq. [21]. Cabe salientar que este modelo numérico possibilita o cálculo da resistência em função do tipo de falha esperada, tendo-se que os reforços em “U” e laterais tendem a falhar pelo critério de descolamento da fibra e reforços fechados ou com sistemas de ancoragem pelo critério de ruptura da fibra. As unidades das equações dentro do modelo são aplicáveis para sistema internacional (MPa; mm).

**Modelo de Chen (2010).** Embora advindo da mesma corrente científica, a tese de doutorado de Chen (2010) traz novas contribuições para cálculo da resistência da fibra. Este modelo considera que a distribuição de deformações nas fibras de reforço são não lineares, baseando-se também nos princípios da mecânica da fratura, ao avaliar a energia específica de fratura ( $G_f$ ) na superfície entre fibra-concreto para determinar a resistência de aderência aportada pela resina de colagem. Este modelo considera o efeito de interação existente entre os estribos e as fibras em qualquer instante mediante o fator de interação ( $K$ ), que incorpora o fluxo de tensões através de fatores de mobilização para reforço com aço e fibras ( $K_s$  e  $K_f$ ), respectivamente que, por sua vez, levam em conta o efeito da interação entre os mesmos através do parâmetro  $\mu$ . Cabe salientar que este modelo permite avaliar a resposta do reforço em diferentes etapas da sollicitação, o qual o torna um modelo bastante completo no ramo. As equações para estimativa da resistência ao cortante aportada pela fibra são apresentadas mais adiante.

A resistência nominal das vigas é obtida através do princípio de superposição das contribuições de resistência do concreto, aço e a fibra, considerando-se o produto da última parcela pelo fator de interação K, o qual leva em consideração os diversos parâmetros que influenciam no desempenho da fibra como reforço ao cortante, tendo-se que:

$$V_u = V_c + V_s + KV_f \quad (32)$$

$$V_f = K \cdot V_{f,p} \quad (33)$$

Onde  $V_u$  = cortante nominal;  $V_c$ ,  $V_s$ ,  $V_f$  = contribuições de resistência do concreto, aço e a fibra, respetivamente.

O fator de interação K é definido como:

$$K = K_f + (K_s - 1) \cdot \mu \quad (34)$$

Onde  $K_s$  = fator de mobilização do aço, definido como:

$$K_s = \frac{w_{e,p}^{1,4}}{\alpha + w_{e,p}^{1,4}} \quad (35)$$

$$\alpha = \frac{A}{(\cos \theta)^{1,4}} \quad (36)$$

$$A = \frac{4.94 [\ln(h_{f,e}) - 3.34] \cdot (f_y - 173) (\phi_s + 0.935)}{10000} \quad \text{Para barras estriadas} \quad (37)$$

Onde  $h_{f,e}$  = altura útil da fibra;  $f_y$  = tensão de escoamento do aço;  $\phi_s$  = diâmetro do estribo;  $\theta$  = ângulo da fissura principal de falha a cortante;  $\alpha$  = coeficiente de cálculo; e  $w_{e,p}$  = máxima espessura da trinca.

O fator de mobilização ( $K_f$ ) é definido como:

$$K_f = \sigma_{f,e} / f_{f,e} \quad (38)$$

Cabe salientar que o parâmetro  $\sigma_{f,e}$  faz referência ao valor de tensão efetiva na fibra para qualquer instante, considerando-se que os fatores de mobilização não são constantes ao longo do processo de carregamento. Tal parâmetro é obtido através de simulações computacionais, apresentadas posteriormente em Chen *et al.* (2013), com o objetivo de gerar comparações com pesquisas experimentais. Foi considerado que a tensão ( $\sigma_{f,e}$ ) pode ser igualada à tensão efetiva na fibra para cada critério de ruptura ( $f_{f,e}$ ), se o fator de mobilização ( $K_f$ ) for à unidade ( $K_f=1$ ). Assim, o fator de interação ( $\mu$ ) é calculado como:

$$\mu = \frac{V_{s,p}}{V_{f,p}} = \frac{f_y A_{sv}}{f_{f,e} A_{fip}} \quad (39)$$

Onde  $A_{sv}$  = área dos estribos;  $A_{fip}$  = área da fibra; definida como  $A_{fip} = n \cdot t_f \cdot W_f$ ;  $f_y$  = tensão de escoamento do aço;  $f_{f,e}$  = tensão efetiva na fibra, a qual depende do critério de falha do elemento.

Tendo-se o critério de descolamento e ruptura e os parâmetros abordados nas Eq. [40] e [41], a seguir:

$$f_{f,e} = \sigma_{f,\max} D_{fip} \quad (40)$$

$$\sigma_{f,\max} = \min \begin{cases} f_f \\ \sigma_{db,\max} \end{cases} \quad (41)$$

Onde  $D_{frp}$  = fator de distribuição, que depende do formato de reforço utilizado;  $\sigma_{f,\max}$  = valor da tensão máxima na fibra.

Pelos critérios de ruptura e descolagem, tem-se que: no caso de ruptura, esta igualará a capacidade máxima da fibra ( $\sigma_{f,\max} = f_f$ ), enquanto que sob o critério de descolagem, é calculada como é apresentado a seguir:

$$\sigma_{f,\max} = \sigma_{db,\max} \quad (42)$$

$$\sigma_{db,\max} = \begin{cases} \sqrt{\frac{2E_f G_f}{t_f}} & L_{\max} \geq L_e \\ \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{L}{L_e}\right) \sqrt{\frac{2E_f G_f}{t_f}} & L_{\max} < L_e \end{cases} \quad (43)$$

Onde  $L_{\max}$  = comprimento máximo de ancoragem da fibra, definido como:

$$L_{\max} = \frac{h_{f,e} + h_t + h_b}{\sin \beta} \quad \text{Para reforço em "U"} \quad (44)$$

Onde  $h_{f,e}$  = altura efetiva da fibra nas laterais da viga;  $h_t$  = altura efetiva da fibra na mesa se for viga "T", se for retangular é igual a zero;  $h_b$  = recobrimento inferior do aço longitudinal tracionado;  $\beta$  = ângulo de inclinação das fibras;  $E_f$  = módulo de elasticidade da fibra;  $t_f$  = espessura da fibra;  $G_f$  = energia de fratura entre superfícies;  $L_e$  = comprimento efetivo de ancoragem.

Estas equações devem ser implementadas no cálculo do fator de distribuição ( $D_{frp}$ ), do qual se apresenta tão somente as expressões para o caso de reforço em "U", em faixas:

$$D_{frp} = 1 - \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \cdot \frac{h_{df}}{h_{f,e}} \quad \text{Para reforço em "U"} \quad (45)$$

$$h_{df} = 2\delta_f \cdot \frac{h_{f,e}}{w_{e,p} \sin(\theta + \beta)} \quad (46)$$

$$w_{e,p} = \delta_f \cdot \frac{1 + \frac{\pi}{2} \cdot \left(\frac{h_{f,e}}{L_e \cdot \sin \beta} - 1\right)}{\sin(\theta + \beta)} \quad (47)$$

$$L_e = \sqrt{\frac{E_f t_f}{\sqrt{f_c}}} \quad (48)$$

$$\delta_f = 2 \cdot G_f / \tau_f \quad (49)$$

$$G_f = 0.308 \cdot \beta_w^2 \cdot \sqrt{f_t} \quad (50)$$

$$\tau_f = 1.5 \cdot \beta_w \cdot f_t \quad (51)$$

$$\beta_w = \sqrt{\frac{2 - w_f / (s_f \sin \beta)}{1 + w_f / (s_f \sin \beta)}} \quad (52)$$

$$f_t = 0.395 \cdot f_{cu}^{0.55} \quad (53)$$

$$f_{cu} = \frac{f'_c}{0.8} \quad (54)$$

Onde  $f_c$  = resistência à compressão do concreto;  $f_{cu}$  = resistência à compressão do cubo de concreto;  $f_t$  = coeficiente de largura das faixas ( $w_f$ );  $\tau_f$ ,  $G_f$  = tensão máxima interfacial e energia de fratura interfacial, respetivamente, os quais são definidos no trabalho de Lu *et al.* (2005);  $\delta_f$  = deslizamento interfacial;  $L_e$  = comprimento efetivo de aderência;  $W_{e,p}$  = comprimento vertical da espessura da trinca;  $\theta$  = ângulo da fissura principal de falha por cortante;  $\beta$  = ângulo de inclinação das fibras de reforço;  $h_{df}$  = distância vertical desde a ponta da trinca e o ponto de intercepção entre a frente do descolamento e a fissura de cortante comprimento vertical da espessura da trinca;  $h_{f,e}$  = altura efetiva da fibra;  $s_f$  = espaçamento entre as fibras.

Conhecendo-se a tensão efetiva na fibra, descrita pela Eq. [40] sob qualquer um dos dois critérios de falha (ruptura ou descolagem), é possível estimar a resistência aportada pela fibra como:

$$V_{f,p} = 2 \cdot f_{f,e} \cdot t_f \cdot w_f \cdot \frac{h_{f,e} \cdot (\cot \theta + \cot \beta) \cdot \sin \beta}{s_f} \quad (55)$$

O qual deve ser multiplicado pelo fator de interação  $K$ , como descrito na Eq. [34]. As unidades das equações dentro do modelo são aplicáveis para sistema internacional (MPa; mm).

### 3 VALIDAÇÃO DOS MODELOS TEÓRICOS E COMPARAÇÃO COM DADOS EXPERIMENTAIS

Os modelos apresentados para estimar as contribuições de resistência dadas pela fibra ( $V_f$ ) levam em consideração diferentes premissas de estudo e, portanto, diferentes parâmetros dentro das equações de cálculo, destacasse as mais importantes para cada modelo dentro da Tabela 1.

Tabela 1. Parâmetros considerados pelos modelos numéricos.

Modelo de $V_f$	Modelo de colagem	Deformação da fibra ( $\epsilon_f$ )	Energia de fratura ( $G_f$ )	Comprimento Efetivo ( $L_e$ )	Relação ( $W_f/S_f$ )	Ângulo de falha ( $\theta$ )	Efeito aço transversal
ACI 440.2R (2008)	X	X	-	X	-	-	-
CNR-DT200 (2004)	X	X	-	X	X	X	-
Chen e Teng (2003)	X	-	-	X	X	X	-
Chen (2010)	X	-	X	X	X	X	X

A validação dos diferentes modelos numéricos foi feita através da comparação das estimativas com resultados experimentais coletados a partir de uma ampla revisão bibliográfica, considerando-se unicamente vigas reforçadas em faixas em formato de “U” e com aço transversal. Os resultados experimentais e os parâmetros das vigas foram derivados dos registros das pesquisas de Chen (2010), Tumialan (2007) e Bousselham e Chaallal (2006), sendo mais adiante os trabalhos originários devidamente referenciados no rodapé da Tabela 2.

Na Tabela 2, são apresentadas as características geométricas e propriedades físicas dos materiais de reforço de vinte vigas ensaiadas experimentalmente, dentre as quais dezoito possuem seção retangular e duas têm seção transversal em “T”. Todas as vigas têm em comum a característica de serem reforçadas por faixas de fibra de carbono (semiaberto em “U”) que, como mencionado anteriormente, apresenta-se como o reforço mais eficiente devido a não transferirem deformações ao sistema de reforço global e, portanto, serem mais favoráveis no critério de falha por descolamento da fibra – sendo esta a registrada com maior frequência.

Os modelos apresentados encontram-se baseados sob diferentes premissas e hipóteses de análise no estudo das contribuições de resistência ao cortante devido ao reforço com sistemas EB-FRP, portanto, tem-se que os valores achados para cada modelo apresentam diferenças consideráveis e não é possível considerar que uns são melhores que outros, já que a natureza das duas abordagens são diferentes. É importante verificar que, do ponto de vista fenomenológico, o comportamento ao cortante é bastante complexo devido ao número de variáveis e parâmetros influenciam os modelos. É possível apontar a proposta de Chen (2010) como a mais precisa, uma vez que faz uma abordagem através de critérios de estudos mais confiáveis, assim como considera a interação entre estribos e fibras como reforço ao cortante, tal qual já fora reconhecido por Mofidi e Challal (2014) em pesquisas experimentais.

A evolução dos modelos numéricos de estimativa da contribuição de resistência ao cortante da fibra vem sendo abordada através de comparações com resultados experimentais e o crescimento contínuo de diferentes contribuições fornecidos por autores tanto na área experimental como analítica. Atualmente, um dos métodos de análise mais utilizados são as simulações computacionais, que simulam o comportamento real do material ao adotar diversas propriedades e condições no modelo. Trata-se, portanto, de uma importante ferramenta para a evolução coletiva dos modelos teóricos no estudo do reforço com sistemas EB-FRP.

A validação dos modelos numéricos foi realizada através da comparação das contribuições de resistência ao cortante ( $V_f$  est.) para cada viga, com respeito aos valores registrados experimentalmente. A Tabela 3 apresenta os resultados obtidos para cada modelo numérico e a relação  $V_f \text{ exp.}/V_f \text{ est.}$ , que permite avaliar de forma geral a precisão das estimativas.

Tabela 2. Parâmetros considerados nos modelos numéricos

Trabalho fonte	N° viga	ID viga	Resultado experimental (KN)	Propriedades da seção				Propriedades da fibra						Propriedades do aço					Ângulo da fissura $\Theta$ (°)			
				$f'_c$ (Mpa)	$b_w$ (mm)	$h$ (mm)	$d$ (mm)	Seção	Tipo	Formato	$E_{FRP}$ (GPa)	$t_f$ (mm)	$F_f$ (MPa)	$S_f$ (mm)	$W_f$ (mm)	$b$ (°)	Tipo aço	$F_s$ (mm)		$S_s$ (mm)	$E_s$ (GPa)	$F_y$ (MPa)
Bousselham e Chaallal (2004)	1	BS2 <sup>(1)</sup>	41,20	35,1	200	450	420	R	C	U	280	0,11	2800	400	100	90	C	8	200	200	500	45
Chen (2010)	4	BS5 <sup>(2)</sup>	33,40	36,0	200	450	390	R	C	U	233	0,11	3500	400	50	90	C	6	400	200	590	29,4
	5	PU1 <sup>(3)</sup>	32,50	40,0	130	450	425	R	C	U	105	0,43	1400	200	40	90	L	6	300	200	240	45
	6	PU2 <sup>(3)</sup>	20,00	40,0	130	450	425	R	C	U	105	0,43	1400	250	40	90	L	6	300	200	240	45
	7	PU3 <sup>(3)</sup>	44,50	40,0	130	450	425	R	C	U	105	0,43	1400	300	40	45	L	6	300	200	240	45
	8	PU4 <sup>(3)</sup>	40,00	40,0	130	450	425	R	C	U	105	0,43	1400	350	40	45	L	6	300	200	240	45
Chen et al. (2013)	9	T6S4-90 <sup>(4)</sup>	85,30	44,1	140	600	520	T	C	U	230	0,11	3400	100	50	90	L	6	400	200	520	27
	10	SB1-5 <sup>(5)</sup>	69,50	32,6	150	360	314	R	C	U	235	0,22	4200	120	40	90	L	6	135	200	395	45
	11	SB1-6 <sup>(5)</sup>	53,50	32,6	150	360	314	R	C	U	235	0,22	4200	120	40	90	L	6	135	200	395	45
	12	SB1-9 <sup>(5)</sup>	63,50	32,6	150	360	314	R	C	U	235	0,44	4200	120	40	90	L	6	135	200	395	45
	13	SB1-10 <sup>(5)</sup>	66,50	32,6	150	360	314	R	C	U	235	0,44	4200	120	40	90	L	6	135	200	395	45
	14	SB2-3 <sup>(5)</sup>	52,00	32,6	150	360	314	R	C	U	235	0,22	4200	120	40	90	L	6	135	200	395	45
	15	SB3-2 <sup>(5)</sup>	35,00	32,6	150	360	314	R	C	U	235	0,22	4200	120	40	90	L	6	135	200	395	45
	16	2S-M(2) <sup>(6)</sup>	39,80	39,7	180	400	360	T	C	U	218,4	0,352	2863	114	60	90	C	6	300	200	542	60
Tumialan (2010)	17	US45++ <sup>(7)</sup>	35,50	13,3	250	450	410	R	C	U	3900	0,22	3790	150	50	45	C	8	400	200	500	45
	18	US45+A <sup>(7)</sup>	69,00	13,3	250	450	410	R	C	U	3900	0,22	3790	225	150	45	C	8	400	200	500	45
	19	US45++B <sup>(7)</sup>	74,00	13,3	250	450	410	R	C	U	3900	0,22	3790	225	150	45	C	8	400	200	500	45
	20	US45++C <sup>(7)</sup>	85,00	13,3	250	450	410	R	C	U	3900	0,22	3790	225	150	45	C	8	400	200	500	45
	22	US45++E <sup>(7)</sup>	66,50	13,3	250	450	410	R	C	U	3900	0,22	3790	300	150	45	C	8	400	200	500	45
	23	US45++D <sup>(7)</sup>	66,50	13,3	250	450	410	R	C	U	3900	0,22	3790	300	150	45	C	8	400	200	500	45

Convenção: Seção: R: Retangular, T: Viga "T". Tipo: C: Carbono. Formato: U: Faixa em U. Tipo aço: L: Liso; C: Corrugado

<sup>(1)</sup> Taerwe, L.; Khalil, H.; Matthys, S., (1997). "Behavior of RC Beams Strengthened in Shear by External CFRP Sheets". Proceedings of the Third International Symposium on Non-Metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures, V. 1, Japan Concrete Institute, pp. 507-514.

<sup>(2)</sup> Matthys, S. (2000). "Structural behaviour and design of concrete members strengthened with externally bonded FRP reinforcement". Master's Diss. Ghent University.

<sup>(3)</sup> Diagana, C.; Li, A.; Gedalia, B.; Delmas, Y. (2003). "Shear strengthening effectiveness with CFF strips". Eng. Struct., 25(4), 507-516.

<sup>(4)</sup> Deniaud, C.; Cheng, J. J. R. (2001). "Shear behavior of reinforced concrete T-beams with externally bonded fiber-reinforced polymer sheets". ACI Struct. J., 98(3), 386-394.

<sup>(5)</sup> Feng, X. S.; Li, J.; Chen, Z. F. (2004). "Experimental research on shear strengthening of reinforced concrete beams with externally bonded CFRP sheets." Proc., Third Int. Conf. on Earthquake Engineering— New Frontier and Research Transformation.

<sup>(6)</sup> Dias, S. J. E.; Barros, J. A. O. (2010). "Performance of reinforced concrete T beams strengthened in shear with NSM CFRP laminates." Eng. Struct., 32(2), 373-384.

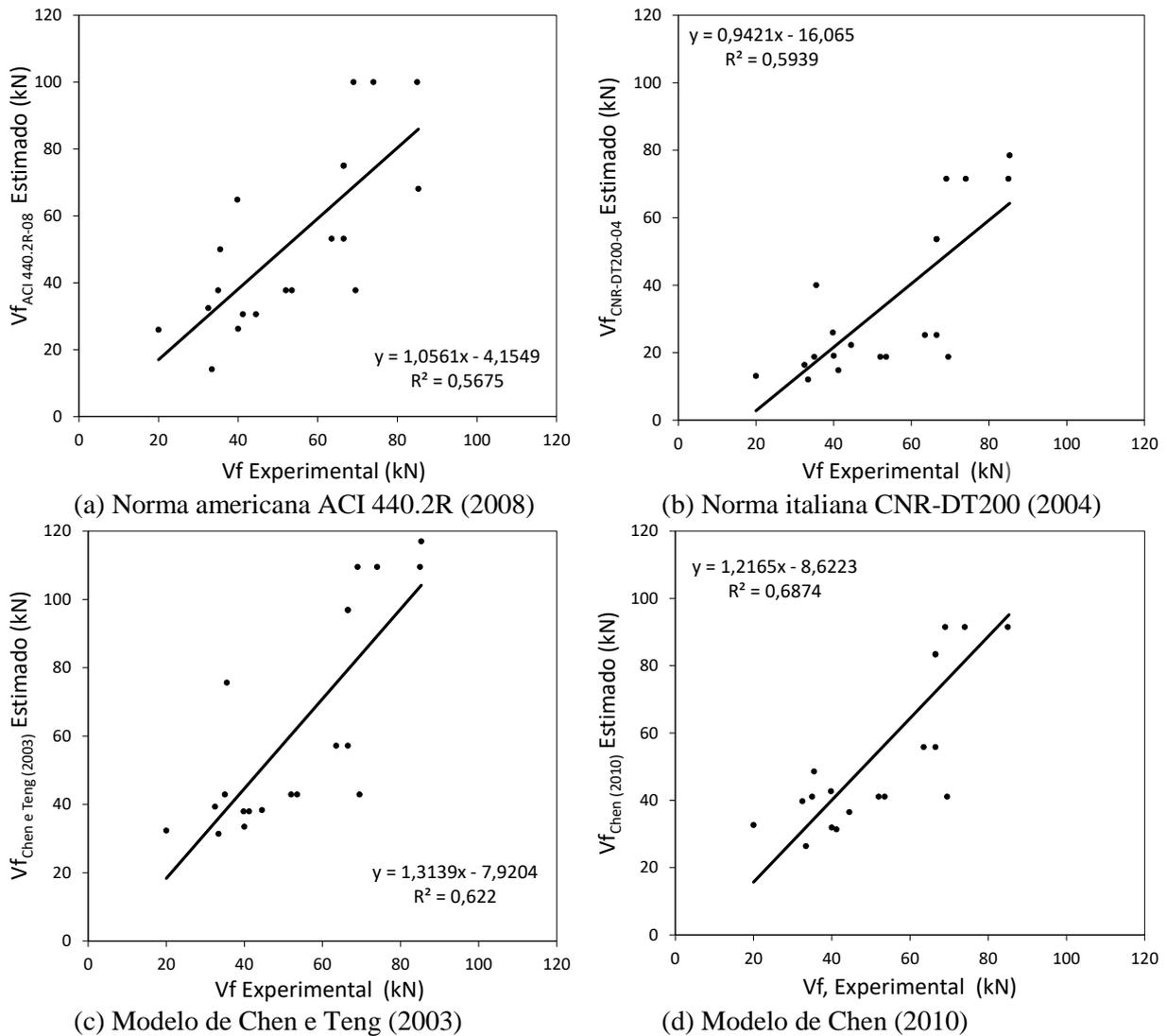
<sup>(7)</sup> Bianco, V.; Barros, J.A.O.; Monti, G. (2007). "Shear Strengthening of RC beams by means of NSM CFRP strips: a proposal for modeling debonding". Technical report 07-DEC/E-18, press Dep. Civil Eng., School Eng. University of Minho.

Tabela 3. Resultados  $V_{f,exp.}$  por descolamento e  $V_{f,est.}$  sob o critério de falha por descolamento

Trabalho fonte	Nº viga	ID viga	$V_{f,exp.}$ (kN)	Estimativas de resistência ( $V_{f,est.}$ )				$V_{f,exp.}/V_{f,est.}$			
				ACI 440.2R (2008)	CNR-DT200 (2004)	Chen e Teng (2003)	Chen (2010)	ACI 440.2R (2008)	CNR-DT200 (2004)	Chen e Teng (2003)	Chen (2010)
Bousselham e Chaallal (2004)	1	BS2	41,20	30,61	14,82	37,96	31,36	1,35	2,78	1,09	1,31
	2	BS5	33,40	14,13	12,06	31,39	26,39	2,36	2,77	1,06	1,27
	3	PU1	32,50	32,43	16,38	39,33	39,71	1,00	1,98	0,83	0,82
Chen (2010)	4	PU2	20,00	25,95	13,10	32,35	32,67	0,77	1,53	0,62	0,61
	5	PU3	44,50	30,58	22,28	38,33	36,50	1,46	2,00	1,16	1,22
	6	PU4	40,00	26,21	19,10	33,48	31,88	1,53	2,09	1,19	1,25
	7	T6S4-90	85,30	68,12	78,50	116,99	126,13	1,25	1,09	0,73	0,68
Chen <i>et al.</i> (2013)	8	SB1-5	69,50	37,74	18,78	42,90	41,09	1,84	3,70	1,62	1,69
	9	SB1-6	53,50	37,74	18,78	42,90	41,09	1,42	2,85	1,25	1,30
	10	SB1-9	63,50	53,19	25,27	57,17	55,81	1,19	2,51	1,11	1,14
	11	SB1-10	66,50	53,19	25,27	57,17	55,81	1,25	2,63	1,16	1,19
	12	SB2-3	52,00	37,74	18,78	42,90	41,09	1,38	2,77	1,21	1,27
	13	SB3-2	35,00	37,74	18,78	42,90	41,09	0,93	1,86	0,82	0,85
	14	2S-M(2)	39,80	64,84	25,96	37,95	42,71	0,61	1,53	1,05	0,93
	15	US45++	35,50	50,01	40,04	75,65	48,57	0,71	0,89	0,47	0,73
Tumialan (2010)	16	US45+A	69,00	100,02	71,53	109,50	91,48	0,69	0,96	0,63	0,75
	17	US45++B	74,00	100,02	71,53	109,50	91,48	0,74	1,03	0,68	0,81
	18	US45++C	85,00	100,02	71,53	109,50	91,48	0,85	1,19	0,78	0,93
	19	US45++E	66,50	75,02	53,65	96,89	83,38	0,89	1,24	0,69	0,80
	20	US45++D	66,50	75,02	53,65	96,89	83,38	0,89	1,24	0,69	0,80

Comparando-se os resultados obtidos de cada modelo numérico com os resultados experimentais pode-se observar que as prescrições normativas vigentes ACI 440.2R (2008) e CNR DT200 (2004) apresentam majoritariamente estimativas conservadoras. Embora a norma americana tenha apresentado uma relação  $V_{f,exp.}/V_{f,est.}$  média de 1,16, nota-se que a dispersão dos resultados foi bastante considerável, gerando coeficiente de variação de 38%, muito próximo da guia italiana, cujo coeficiente de variação foi de 42% para uma média de 1,93. Tais resultados revelam médias e desvios-padrão elevados para os modelos normativos apresentados, indicando que, embora as estimativas estejam a favor da segurança, são conservadoras e antieconômicas. Por outro lado, as previsões pelos modelos propostos por Chen e Teng (2003) e Chen (2010) apresentam resultados mais próximos às médias (0,94 e 1,02, respectivamente), mas coeficientes de variação ainda altos 31% e 28%, respectivamente. Esta dispersão pode dever-se ao fato dos modelos ainda desconsiderarem os demais parâmetros que influenciam no desempenho da fibra como reforço ao cortante e, conseqüentemente, necessitam ser otimizados.

A Figura 3 (a)-(d) relaciona os resultados numéricos dos modelos apresentados em relação aos experimentais, ressaltando-se que os valores do coeficiente de determinação ( $R^2$ ) que representam, de maneira geral, a porcentagem de dados que se aproxima das estimativas dos modelos numéricos aos resultados experimentais. Considerando-se o banco de dados experimental formado, são apresentados valores representativos de  $R^2$  para cada modelo teórico na Tabela 4.



**Figura 3.  $V_f$  estimado vs  $V_f$  experimental, contribuições de resistência ao cortante dada pela fibra**

Nota-se que o modelo proposto por Chen (2010) apresenta um coeficiente de retorno equivalente a  $R^2=0,687$ , que representa 68,7% de acurácia com relação aos resultados experimentais, considerado o modelo de melhor aproximação. Tem-se ainda que o modelo proposto por Chen e Teng (2003) apresentou uma boa precisão, com previsões ligeiramente mais arrojadas em termos de resistência. As estimativas segundo as normas vigentes ACI 440.2R (2008) e CNR DT2 (2004) foram um pouco menos precisas gerando resultados mais conservadores e, portanto, com maiores dispersões.

As estimativas de resistência ao cortante apresentadas na Tabela 3 para cada modelo, levam em consideração diferentes parâmetros e efeitos apresentados na Tabela 1. Ao contrastar essas informações, nota-se que os modelos que recorrem a um maior número de parâmetros apresentaram uma maior precisão, embora os modelos que consideram um menor número de efeitos tenham estimado valores mais próximos aos achados em pesquisas experimentais, levando a considerar um equilíbrio entre o empirismo e os procedimentos matemáticos.

Tabela 4. Coeficiente de determinação ( $R^2$ ) entre  $V_f$  estimado e  $V_f$  experimental

Modelo de $V_f$	$R^2$
ACI 440.2R (2008)	0,568
CNR DT2 (2004)	0,594
Chen e Teng (2003)	0,622
Chen (2010)	0,687

## 4 CONCLUSÕES

Este trabalho abordou a análise de modelos numéricos implementados conforme as prescrições normativas vigentes ACI 440.2R (2008) e CNR-DT200 (2004), bem como outros modelos propostos por pesquisas atuais, com a finalidade de avaliar a precisão dos mesmos na estimativa das contribuições de resistência ao cortante devido ao reforço com CFRP em vigas de concreto armado. A validação dos modelos teóricos foi obtida com a comparação aos resultados experimentais de um banco de dados formado. As conclusões principais e comentários importantes são apresentados a seguir.

- (1) Os modelos numéricos considerados neste trabalho são abordados mediante diferentes hipóteses de estudo, considerando-se diferentes parâmetros e efeitos em cada modelo. De forma geral, pode-se concluir que as diferentes abordagens dos modelos são consequentes de contínua evolução e complementação de trabalhos experimentais e analíticos de pesquisas feitas na área. Dentre os modelos considerados, o proposto por Chen (2010) apresenta a melhor precisão em relação aos resultados experimentais.
- (2) Existem interações entre o aço transversal e a fibra como material de reforço ao cortante, cujos efeitos decorrem do desenvolvimento de tensões resistentes nas fibras. É, portanto, imprescindível avaliar modelos que considerem tal efeito. Dentre os modelos apresentados, o trabalho de Chen (2010) avaliou a interação entre os materiais em diferentes instantes da solicitação e em função das características geométricas e físicas da armadura transversal. O modelo proposto por Chen e Teng (2003) apresentou uma boa consistência com o banco de dados experimentais.
- (3) As estimativas encontradas pelos modelos implementados nas normas ACI 440.2R (2008) e a guia de projeto CNR DT-200 (2004) foram próximas entre si, embora consideravelmente conservadoras e com uma grande variabilidade. Ratifica-se, portanto, a necessidade de gerar estudos que permitam avaliar efeitos de interação intrínsecos no comportamento de vigas reforçadas ao cortante com sistemas EB-FRP, com o objetivo de otimizar os modelos numéricos considerados por normas de projeto de estruturas reforçadas com sistemas com FRP.
- (4) A análise de vigas reforçadas ao cortante através de sistemas de EB-FRP encontra-se em função de um grande número de variáveis (parâmetros físicos e geométricos), como altura da viga, altura efetiva do reforço, rigidez relativa da fibra, taxas de aço transversal, modelo de coesão, relação geométrica de carga ( $a/l$ ), etc. Evidencia-se, assim, a necessidade de validação de resultados teóricos compatíveis com os dados experimentais, de maneira que as características das vigas permitam comparações confiáveis às contribuições da fibra.

## 5 AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio do Decanato de pesquisa e Pós-Graduação da UnB (DPP) pelo auxílio financeiro à pesquisa, e à CAPES e ao CNPq ao longo do desenvolvimento deste trabalho, através da concessão de bolsas para o desenvolvimento da pesquisa.

## 6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACI Committee 440 (2008). “*Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures (440.2R-08)*”. American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 76 pp.
- Bousselham, A.; Chaallal, O. (2004). “*Shear-Strengthening Reinforced Concrete Beams with Fiber-Reinforced Polymer: Assessment of Influencing Parameters and Required Research*”. ACI Structural Journal, V. 101, N°. 2, pp. 219-227.
- Chen, J. F.; Teng, J. G. (2001). “*Anchorage strength models for FRP and steel plates bonded to concrete*”. J. Struct. Eng., 127(7), 784–791.
- Chen, J. F.; Teng, J. G. (2003a). “*Shear capacity of FRP-strengthened RC beams: FRP debonding*”. Constr. Build. Mater., 17 (1), pp. 27–41.
- Chen, J. F.; Teng, J. G. (2003b). “*Shear capacity of FRP-strengthened RC beams: Fibre reinforced polymer rupture*”. J. Struct. Eng., 129 (5), pp. 615–625.
- Chen, G. M. (2010). “*Shear behaviour and strength of RC beams shear strengthened with externally bonded FRP reinforcement*”. Ph.D. thesis, Dept. of Civil and Structural Engineering, Hong Kong Polytechnic Univ., Hong Kong. 520p.
- Chen, G. M.; Teng, J. G.; Chen, J. F. (2013). “*Shear Strength Model for FRP-Strengthened RC Beams with Adverse FRP-Steel Interaction*”. Journal of Composites for Construction, 17(1), pp. 50-66.
- CNR DT 200/2004 (2004). “*Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Existing Structures*”, Italian National Research Council, Rome. 144p.
- fib (2001), Bulletin 14, “*Externally bonded FRP reinforcement for RC structures*”.
- Khalifa, A.; Gold, W. J.; Nanni, A.; Abel-Aziz, M. I. (1998). “*Contribution of externally bonded FRP to shear capacity members*”. J. Compos. Constr., 2(4), 195–202.
- Kim, Y.; Quinn, K.; Ghannoum, W. M.; Jirsa, J. O. (2014). “*Strengthening of reinforced concrete T-beams using anchored CFRP materials*”. ACI Struct. Journal, 111(5), 1027-1036.
- Lopes, M. T. A. (2007). “*Análise de Confiabilidade de Estruturas Aplicada ao Projeto de Reforço à Força Cortante de Vigas em Concreto Armado com Compósitos de Fibras de Carbono*”, Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. 209p.
- Lu, X.Z.; Teng, J.G.; Yea, L.P.; Jiang, J.J. (2005). “*Bond-slip models for FRP sheets/plates bonded to concrete*”, Engineering Structure, 27 (6), pp. 920-937.
- Mofidi, A.; Chaallal, O. (2011). “*Shear strengthening of RC beams with EB FRP: Influencing factors and conceptual debonding model*”. J. Compos. Constr., 15(1), 62–74.

Pellegrino, C.; Modena, C. (2008). “*An experimentally based analytical model for the shear capacity of FRP-strengthened reinforced concrete beams*”. *Mechanics of Composite Materials*, 44(3), 231–244.

Tumialan, R. P. (2007). “*Performance evaluation of existing analytical methods to compute the shear contribution provided by externally bonded FRP sheets in concrete structures*”. Masters Theses. University of Missouri-Rolla. 276p.