



## **METODOLOGIA COMPUTACIONAL PARA A OBTENÇÃO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE DE AGREGADOS EM CONCRETOS DE AGREGADOS LEVES**

**Pedro Henrique Garcia** - pedro.garcia@engenharia.ufjf.br

**Flávia de Souza Bastos** - flavia.bastos@ufjf.edu.br

**Leonardo Goliatt da Fonseca** - leonardo.goliatt@ufjf.edu.br

**Aldemon Lage Bonifácio** - albonifac@gmail.com

**Michèle Cristina Resende Farage** - michele.farage@ufjf.edu.br

Universidade Federal de Juiz de Fora

Rua José Lourenço Kelmer, s/n - Bairro São Pedro - CEP: 36036-900 - Juiz de Fora - MG

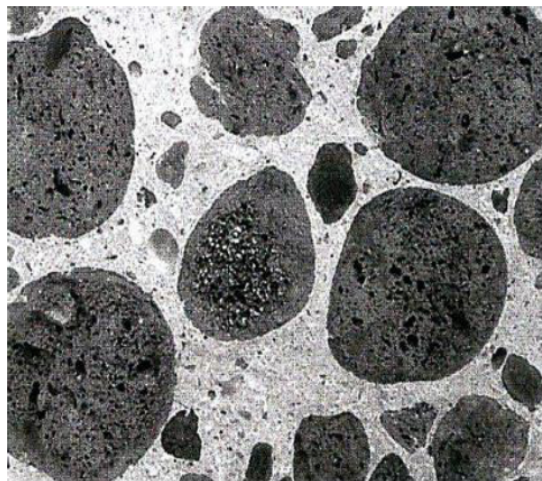
**Resumo.** *O concreto de agregado leve é conhecido pelo seu reduzido peso específico e alta capacidade de isolamento térmico e acústico. Um dos grandes desafios relacionados a esse tipo de concreto é a obtenção do módulo de elasticidade do agregado leve, função da sua dimensão reduzida, o que gera dificuldades na realização de ensaios experimentais. Vários trabalhos na literatura determinam o módulo de elasticidade do agregado leve por meio de métodos baseados em formulação matemática. Uma alternativa a tais métodos é o emprego de modelos de simulação e a resolução de um problema inverso para a previsão das propriedades do agregado leve. O objetivo do trabalho é a obtenção do módulo de elasticidade para o agregado leve pela aplicação de simulações computacionais de ensaios de compressão em corpos de prova. O modelo computacional mecânico formulado é bidimensional e bifásico, constituído pela argamassa e agregados leves de formato circular, e as simulações foram conduzidas no programa Abaqus®. A metodologia proposta emerge como uma alternativa para a determinação do módulo de elasticidade dos agregados em concretos de agregados leves para diversos tipos de curvas granulométricas e diferentes porcentagens de agregados leves.*

**Palavras-chaves:** *Simulação Computacional, Concreto de agregado leve, Módulo de Elasticidade, Problema Inverso*

## 1 INTRODUÇÃO

O concreto para fins estruturais é utilizado nos setores da construção civil em diversas obras e existem vários tipos de concreto, sendo que a sua composição básica é o cimento, agregado miúdo (areia), agregado graúdo e água e em mesoescala é dividido em duas fases: a argamassa (cimento, água e areia) e o agregado graúdo (brita, pedregulhos, dentre outros). Segundo a NBR 8953 (ABNT, 2015), o concreto pode ser leve (CL), normal (C) ou pesado (CD), dependendo de sua massa específica seca. Para os concretos convencionais (C), sua massa específica seca está entre  $2000\text{kg/m}^3$  e  $2800\text{kg/m}^3$ , já para os concretos leves os valores estão abaixo de  $2000\text{kg/m}^3$  de acordo com a norma referida anteriormente. As vantagens dos concretos de agregados leves, segundo Chandra and Berntsson (2002), são a redução do peso de uma superestrutura, que pode significar redução sobre a fundação, do tempo e dos custos. Chandra and Berntsson (2002) cita que a sua baixa densidade resulta em alto isolamento térmico de edifícios, um menor custo de demolição, redução do lixo de construção, se comparado à concretos normais e, em alguns casos, a espessura da parede e do telhado pode ser reduzida. As suas desvantagens envolvem a sua menor resistência à compressão se comparado com os concretos tradicionais, devido à reduzida resistência dos agregados. Por causa das vantagens práticas do concreto de agregado leve estrutural sua demanda vem aumentando e pesquisas vem sendo realizadas em todo o mundo a fim de se desenvolverem concretos leves estruturais de alta performance (Chandra and Berntsson, 2002).

Segundo Maycá et al. (2006), os agregados leves podem ser classificados em naturais e artificiais. Estes últimos são produzidos a partir do tratamento térmico de matérias primas naturais como argila, folhelo, vermiculita e ardósia ou de subprodutos industriais como a cinza volante e a escória de alto forno. Porém, Neville (1997) deixa registrado que somente os agregados obtidos por expansão de argila, xisto ou ardósia podem ser usados em concretos estruturais leves. É possível observar pela Fig. 1 o formato e a disposição do agregado leve em um corpo de prova de um concreto de agregado leve .



**Figura 1: Corte de um corpo de prova de agregado leve (ROSSIGNOLO and AGNESINI, 2005)**

Dentre as propriedades mecânicas mais utilizadas para análises do comportamento mecânico dos materiais, está o seu módulo de elasticidade ou módulo de Young, que é uma grandeza proporcional à rigidez de um material quando esse é submetido à tração ou compressão. Os

módulos de elasticidade do concreto e da argamassa são obtidos por meio de ensaios de compressão em laboratório, fornecendo a curva tensão-deformação. A obtenção do módulo de elasticidade inicial de um concreto se dá a partir de ensaios previstos na NBR 6118 (ABNT, 2003) e NBR 8522 (ABNT, 2008). Ao contrário dos concretos tradicionais, no concreto de agregado leve o agregado é a fase mais frágil, por onde a ruptura começa (Ke et al., 2009). Portanto, com fim ao avanço da utilização deste tipo de concreto, faz-se necessário uma melhor compreensão do comportamento mecânico do agregado leve e o estudo de suas propriedades.

Pesquisadores desenvolveram modelos matemáticos ( e.g., Baalbaki et al. (1992)) para prever o módulo de elasticidade dos concretos em função das propriedades elásticas de seus componentes, considerando, em sua maioria, o concreto como um material bifásico (argamassa e agregado graúdo). Citam-se entre alguns modelos presentes em Baalbaki et al. (1992) : Voigt, Reuss, Hirsch-Dougill, Popovics, Counto , Hashin, Bache and Nepper-Christensen. Entretanto, devido à reduzida dimensão do agregado leve, é difícil determinar o seu módulo de elasticidade diretamente e esses modelos padrões não são aplicáveis (Arnould et al., 1986). Alguns métodos tem sido desenvolvidos para obter o módulo de Young do agregado leve. Um dos métodos empregados utiliza o módulo de elasticidade dinâmico do agregado obtido no trabalho de FIP (1983), calculado a partir de medidas ultrassônicas e feita uma relação entre a densidade da partícula e seu respectivo módulo de elasticidade. O esquema na Fig. 2 representa a relação proposta e pelas curvas e médias geradas pelos ensaios é possível obter uma formulação para módulo de elasticidade do agregado leve. A desvantagem é que não se considera na partícula seu formato e o volume dos poros, além da irregularidade de suas texturas.

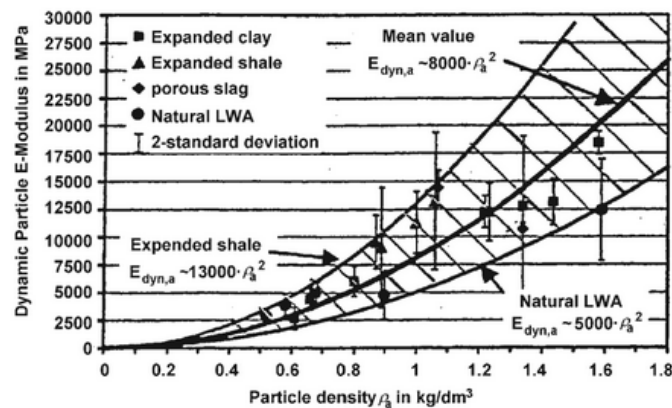


Figura 2: Método para obtenção do Módulo de Elasticidade Dinâmico (Chandra and Berntsson, 2002)

Métodos micromecânicos também são utilizados para prever esta propriedade, como no trabalho de Yang (1997), tendo como limitações fórmulas muito complexas com dificuldades de aplicações na prática (Cui, 2007), tais como o modelo de Mori-Tanaka, baseado na teoria da composição dos materiais (Nilsen et al., 1995). Outro exemplo é o método do agregado central usado por Chen (2003), onde a partir de um agregado esférico posicionado no centro de um corpo de prova de concreto cilíndrico, é obtida uma fórmula em função do módulo de elasticidade da argamassa e do concreto. Apesar de ter uma maior facilidade de aplicação, este último modelo pode apresentar divergências em torno de 34% dos valores esperados. Uma técnica usual para obter propriedades mecânicas de materiais é a indentação instrumentalizada e é possível encontrar pesquisas que se utilizam desta técnica (por exemplo: Loubet et al. (1984);

Stone et al. (1988); Li and Bhushan (2002)) com o fim a resolver problemas envolvendo dureza, ultramicrodureza e nanodureza. Segundo Antunes (2006), os equipamentos dinâmicos de ensaio de dureza (DSI – “Depth Sensing Indentation”) representam um dos progressos mais marcantes do desenvolvimento deste tipo de ensaio, pois além de calcular a dureza pelo traçado da curva de carga-descarga é também possível determinar o módulo de elasticidade do material. É possível identificar na literatura trabalhos que visam encontrar propriedades elásticas do concreto através de modelos micromecânicos e comparam com técnicas de nanoindentação como o presente em Zanjani Zadeh and Bobko (2014). O trabalho de Ke et al. (2010) considera um modelo de 2 e 3 fases e apresenta um avanço através da solução por meio de método inverso de homogeneização iterativa, usando dados e modelos matemáticos constitutivos presentes no trabalho de Arnould et al. (1986).

Tendo em vista o problema e essas limitações, torna-se relevante o desenvolvimento de novos métodos para a obtenção do módulo de elasticidade do agregado leve. O objetivo do presente trabalho é obter o módulo de elasticidade dos agregados nos concretos de agregado leve, utilizando um método inverso. A partir de dados coletados na literatura, foram desenvolvidos modelos em elementos finitos, baseados em curvas granulométricas e porcentagens de agregados. O modelo computacional parametrizado (elástico-linear), considera duas fases do concreto, argamassa e agregados e o método inverso proposto foi implementado em código Python e acoplado ao programa de elementos finitos Abaqus ®.

## **2 MÉTODOS**

### **2.1 MODELO GEOMÉTRICO E CONDIÇÕES DE CONTORNO**

O modelo geométrico é bidimensional e representa 1/4 da seção longitudinal de um corpo de prova cilíndrico de 160mmx320mm. Os agregados foram considerados circulares. Através de um código em Python foram geradas as coordenadas dos pontos e o raio dos círculos, de acordo com a curva granulométrica escolhida, de forma a posicionar e dimensionar os agregados no modelo. O modelo foi baseado no trabalho de Bonifácio et al. (2014). A cada nova inserção, calculavam-se as distâncias aos vizinhos mais próximos, para verificar se havia colisão entre os agregados e, no caso positivo, fazia-se o reposicionamento para a nova inserção. Na Fig. 3 é possível ser observado exemplos de corpos de prova com 12,5% de agregados para curvas granulométricas diferentes.

Para uma melhor confiabilidade dos resultados, foram reproduzidos 3 corpos de prova para cada uma das 5 curvas granulométricas diferentes, com fim à obtenção da média dos resultados para cada curva. As informações das curvas granulométricas são descritas de acordo com a Tabela 1, extraída do trabalho de Farage et al. (2009). Foram gerados os corpos de prova para sete porcentagens de agregados diferentes ( 12,5, 24, 25, 26, 27 ou 28% de agregado) e aplicado de acordo com os dados presente na literatura. Em relação às condições de contorno e simetria do modelo, foi imposto um deslocamento vertical de 0,1mm para baixo no topo da seção e os deslocamentos foram impedidos nos nós situados nas arestas inferior e lateral esquerda, simulando uma compressão do corpo de prova ainda no regime elástico sob Estado Plano de Tensões. Como não se trata de um corpo de revolução, o modelo não foi considerado como um problema axissimétrico.

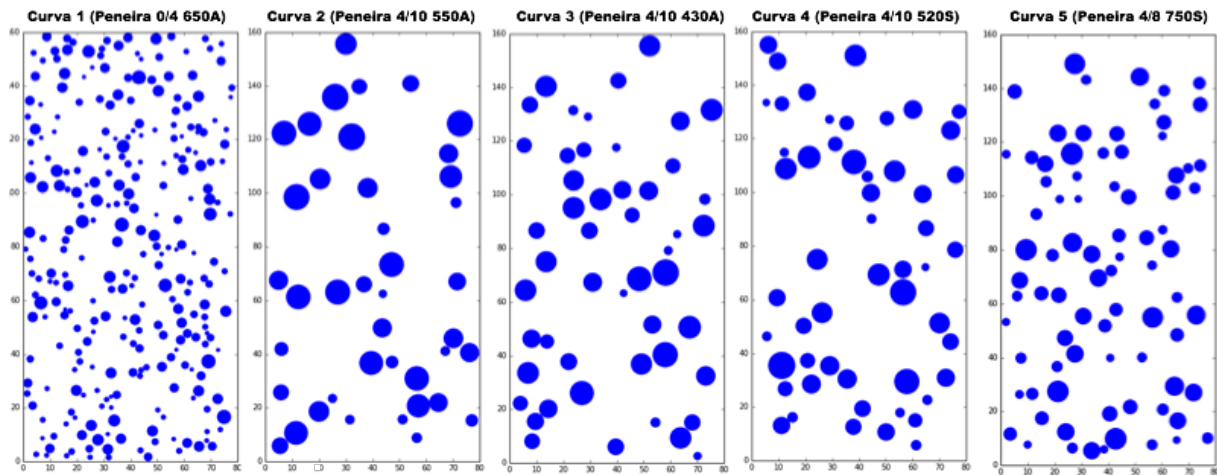


Figura 3: Cinco corpos de provas e diferentes curvas granulométricas (12,5% de agregados)

Tabela 1: Curvas Granulométricas (Farage et al., 2009)

Curva	Agregado	Grãos(mm)	$\rho(\text{kg/m}^3)^1$	$\rho_{seca}(\text{kg/m}^3)^2$	Abs. Agua (%)	$Peso_{granel}(\text{kg/m}^3)$
1	0/4 650A	0-4	1,22	0,93	24,2	600
2	4/10 550A	4-10	1,13	0,92	19,4	560
3	4/10 430 A	4-10	0,88	0,74	14,2	455
4	4/10 520S	4-10	1,03	0,9	8,3	493
5	4/10 470S	4-8	1,71	1,58	6,7	877

<sup>1</sup>Massa específica

<sup>2</sup>Massa específica seca

## 2.2 MALHA

Em relação à malha, utilizou-se elementos quadrilaterais lineares de 4 nós. Efetuou-se um refinamento progressivo na região dos agregados, até se encontrar a convergência dos resultados. A partir de malhas com número de elementos em torno de 200 mil, como mostrado na Fig. 4, é possível observar pouca variação na propriedade observada. Ao fim, o tamanho adotado de cada elemento na região dos agregados foi de 0.28mm. Tanto para os CP's de 25% e de 12.5% de agregados, o ponto de convergência girou em torno de 200-250 mil elementos. A Fig. 5 ilustra um exemplo de um corpo de prova com a malha de elementos finitos escolhida para o modelo em detalhe. Foi adotado essa malha para todos os casos estudados neste trabalho.

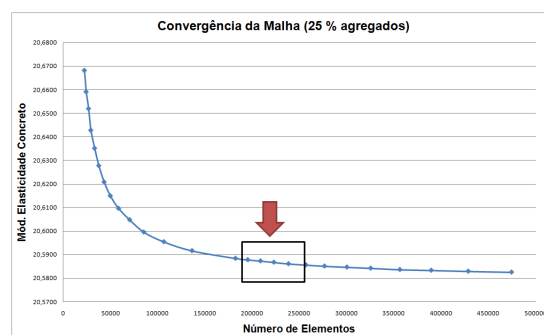


Figura 4: Convergência da Malha para 25% de agregados leves

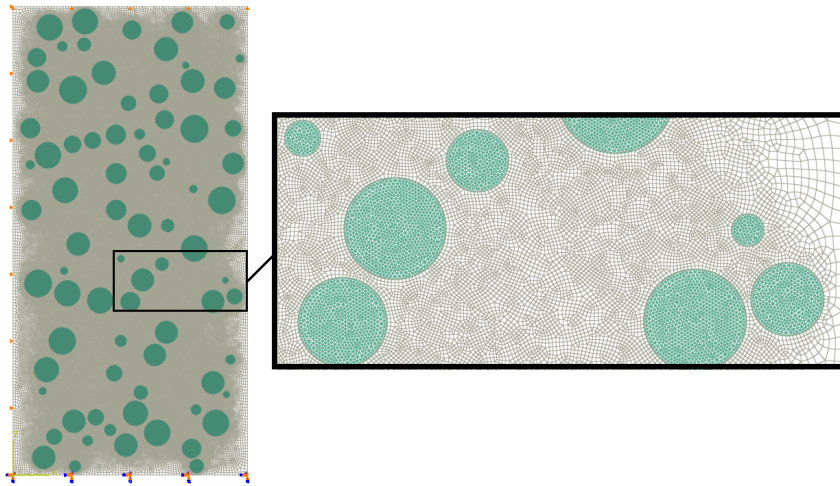


Figura 5: Condições de contorno e detalhe da malha gerada

### 2.3 PROPOSIÇÃO DE UM PROCEDIMENTO INVERSO

Normalmente, para a resolução de um problema mecânico, utiliza-se uma abordagem direta, em que se conhecem as propriedades das diferentes fases que compõem o modelo e se deseja inferir sobre o comportamento do conjunto. Aqui, trata-se de um problema inverso, pois o que se conhece experimentalmente é o desempenho do corpo de prova de concreto e o intuito é o de se determinar uma propriedade de uma das fases, referente aos agregados no caso, tal como ilustrado na Fig 6.

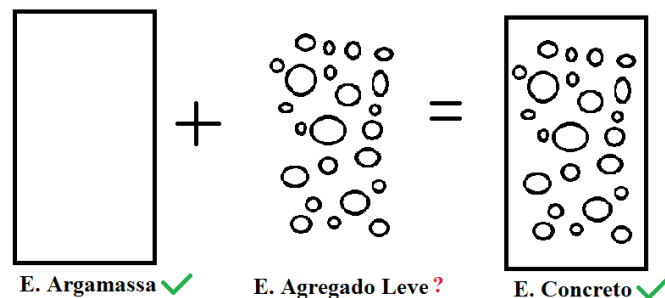


Figura 6: Procedimento inverso

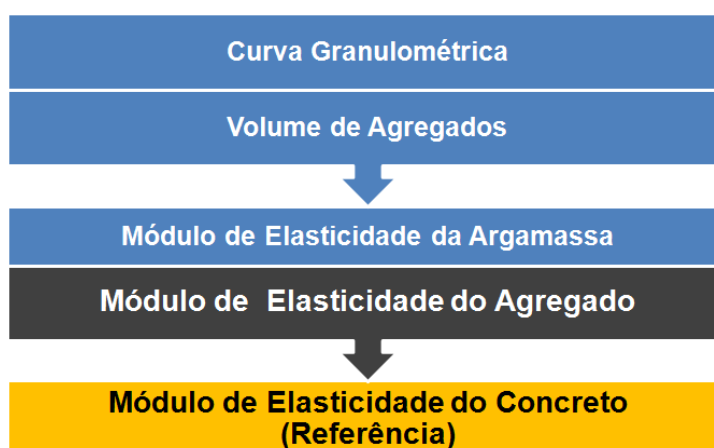
Para a solução do problema foi utilizado um método inverso de penalização iterativo, a entrada de uma curva granulométrica com a devida porcentagem de agregados leves presente no corpo de prova, o módulo de elasticidade da argamassa e uma estimativa inicial, fornecida pelo operador do programa no código externo ao software, para o módulo de elasticidade tangente do agregado leve. Como saída teremos o módulo de Young do concreto de agregado leve. Ao comparar o módulo de elasticidade do concreto encontrado com os valores experimentais, foi calculado a diferença entre estes valores. A partir da diferença, iterativamente vai se incrementando ou decrementando o valor do passo para o módulo de elasticidade do agregado leve. O resultado é encontrado ao chegar a um critério de parada menor ou igual a 0,05%. A princípio foi feita uma verificação computacional por meio de corpos de prova com propriedades mecânicas preestabelecidas pelo usuário e ao aplicar método foi comparado o módulo de elasticidade obtido ao imposto computacionalmente.

## 2.4 VERIFICAÇÃO DO PROCEDIMENTO INVERSO

Para a verificação, os testes foram divididos em 2 fases. A primeira fase, conforme mostrado na tabela 2, utiliza-se de uma abordagem direta para a geração de um conjunto de dados composto por 30 corpos de prova. Variaram-se as porcentagens de agregados ( $V_a$ ) e os módulos de elasticidade da argamassa ( $E_m$ ) e dos agregados ( $E_a$ ), obtendo-se um valor médio de módulo de elasticidade para o concreto ( $E_{cref}$ ). Foram utilizados 3 tipos argamassas e 3 tipos de agregados com módulos de elasticidade diferentes, além de porcentagens de agregados de 12,5 e 25% em uma curva do tipo 1. Apesar do coeficiente de Poisson ser uma propriedade elástica, não foi feita uma análise deste coeficiente junto ao problema e o seu valor para todos os casos de ensaios de concreto de agregado leve presentes no trabalho foi de  $\nu = 0.2$ , para a argamassa e para o agregado, conforme os dados presente na literatura. Os valores adotados para o agregado e calculados para o corpo de prova foram utilizados posteriormente como referência na verificação do procedimento inverso. A tabela 2 apresenta uma amostra de alguns dos 30 corpos de prova gerados, segundo o esquema da Fig. 7, com suas propriedades e respectiva obtenção do módulo de elasticidade do concreto. Para a fase 2 de verificação foram utilizados os dados da fase 1 e aplicado o procedimento inverso, segundo o esquema da Fig.8. O procedimento visualizado pela seta curva da Fig. 8 é realizado iterativamente por meio de incrementos ou decrementos ao módulo de elasticidade do agregado, tendo como base a diferença entre o módulo do concreto conhecido ( $E_{cref}$ ) e o numérico ( $E_{cnum}$ ).

**Tabela 2: Exemplo da geração do conjunto de dados para a verificação do procedimento inverso (Fase 1)**

Nº CP	Curva	$V_a$ %	$E_a$ (MPa)	$E_m$ (MPa)	$E_{cref}$ (GPa)
1	1	12,50	9321,00	28590,00	<b>24,74</b>
10	5	12,50	6430,00	23496,00	<b>19,88</b>
11	1	12,50	12012,00	31596,00	<b>27,91</b>
20	5	25,00	9321,00	28590,00	<b>21,42</b>
24	4	25,00	6430,00	23496,00	<b>16,56</b>
27	2	25,00	12012,00	31596,00	<b>24,60</b>



**Figura 7: Esquema de Verificação: Fase 1**

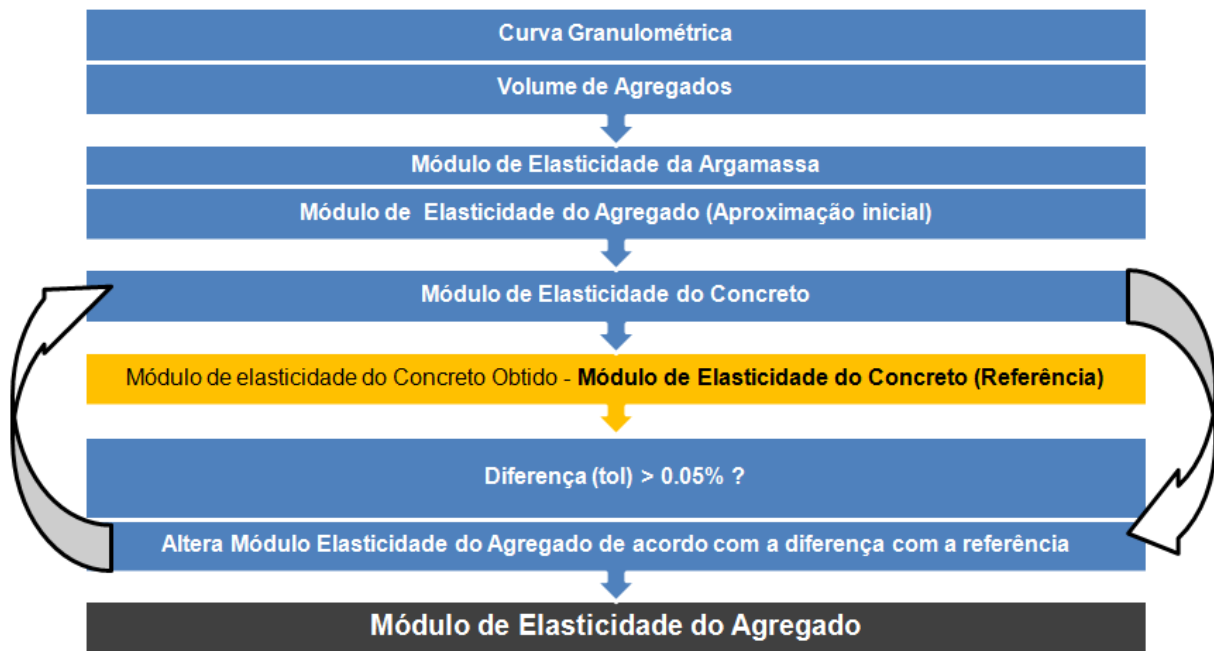


Figura 8: Esquema de Verificação: Fase 2

## 2.5 COMPARAÇÃO COM A LITERATURA

Os dados utilizados para comparação e análise da metodologia empregado, com as respectivas porcentagens de agregados, podem ser encontrados em Chen (2003) e Ke (2008). Para o caso de Chen (2003) foram utilizados como resultado, a média das 5 curvas granulométricas presentes no trabalho e os dados do Módulo de Elasticidade da argamassa e do concreto experimental ( $E_{m,exp}$  e  $E_{c,exp}$ ) e ao fim, comparado ao módulo de elasticidade do agregado leve fornecido pela metodologia proposta ( $E_{a,num}$ ). Para a obtenção do módulo de elasticidade pelo trabalho de Chen (2003) foi feita uma equação, por meio do Método do Agregado Central, que relaciona o módulo de elasticidade do agregado leve com o volume de agregado, o módulo de Young da argamassa e do concreto. Já para os dados de Ke (2008), foi utilizado como base um método de homogeneização iterativa, baseado em modelos matemáticos micromecânicos de Arnould et al. (1986). Nos dados de Ke (2008) a argamassa é feita de cimento Portland CEM I 52.5, com areia de diâmetro na curva 0/2 mm. O fator água/cimento e areia/cimento é constante no valor de 0.446 e 1.4, o volume de agregados utilizado foi de 25% e foi comparado com os resultados presentes considerando o modelo de 2 fases. Para o caso de Chen (2003), o agregado utilizado foi xisto expandido com uma densidade de 1200-1400 kg/m<sup>3</sup> e argila expandida produzida na China com uma densidade de partícula de 800-1000 kg/m<sup>3</sup> e a fator água cimento de 0.4.

## 3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

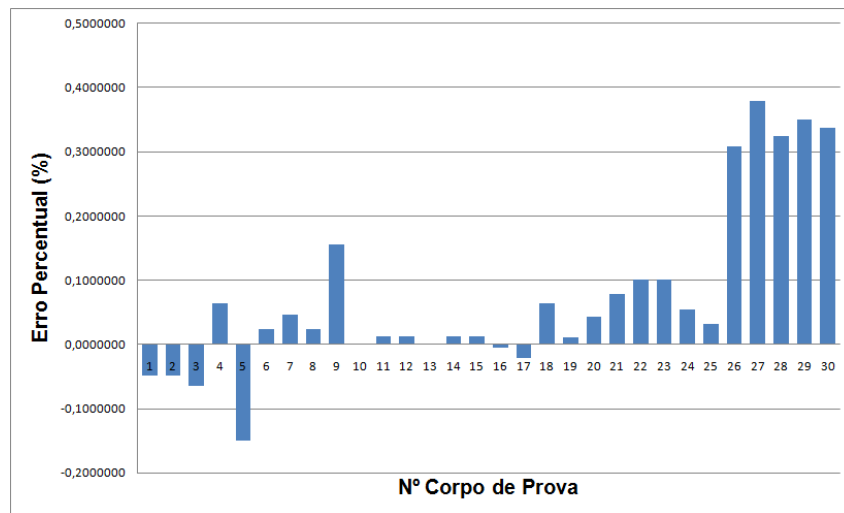
Os resultados da fase 2 de verificação do método para os 30 Corpos de Provas gerados numericamente na fase 1 podem ser encontrados na Tabela 3, cujos erros em relação ao valor de referência do módulo de elasticidade do agregado ficaram entre 0 e 0,38%, com um desvio padrão de 0,134% e uma variância de 0,017860%. Pode-se concluir que o método encontrou o módulo de elasticidade do agregado com pouca diferença percentual. A Fig 9 mostra alguns



exemplos das diferenças percentuais encontradas para alguns corpos de prova gerados na fase 1 e a Fig. 9 mostra um gráfico com o erro encontrado em todos os 30 corpos de prova.

**Tabela 3: Exemplo da verificação do procedimento inverso (Fase 2)**

N°CP	$E_{c_{ref}}$ (GPa)	$E_{c_{num}}$ (GPa)	$E_a$ (MPa)	$E_{a_{num}}$ (MPa)	$\frac{(E_{a_{ref}} - E_{a_{num}}) * 100}{E_{a_{ref}}}$ (%)
1	24,74	24,7401	9321	9325,5	<b>-0,0482781</b>
10	19,89	19,8850	6430	6430,0	<b>0,0000000</b>
11	27,91	27,9133	12012	12010,5	<b>0,0124875</b>
24	16,56	16,5600	6430	6426,5	<b>0,0544323</b>
27	24,60	24,6001	12012	11966,5	<b>0,3787879</b>



**Figura 9: Resultado da verificação para os 30 Corpos de Prova**

Como não é possível encontrar na literatura medidas experimentais ou ensaios normalizados para obter o módulo de elasticidade do agregado leve é difícil aferir a confiabilidade dos dados referidos na literatura, já que podem apresentar uma margem de erro e imprecisões. Sendo assim, um novo trabalho de cunho experimental foi selecionado para auxiliar na etapa de validação, embora não tenha utilizado agregados leves e sim partículas esféricas de brita com coeficientes de Poisson da agamassa ( $\nu_m$ ) e da brita ( $\nu_m$ ) presentes na Tab. 4. Com os dados dessa referência, o procedimento inverso retornou os valores para 2 dados experimentais encontrados em Shi et al. (2016) e por meio da média dos valores encontrado em 15 corpos de prova com 5 curvas granulométricas diferentes, foram encontrados os resultados. A Tab. 4 demonstra o resultado final para o melhor e o pior caso e é possível obter uma diferença percentual ( $\Delta$  (%)) baixa em relação ao valor experimental encontrado, o que reforça a confiabilidade do método.

**Tabela 4: Comparação com alguns dados experimentais da brita presentes em Shi et al. (2016)**

$V_a$ (%)	$\nu_m$	$\nu_m$	$E_m$ (MPa)	$E_{a_{exp}}$	$E_{a_{num}}$	$\Delta$ (%)
28	0.171	0.14	28300	69000	69023,471	<b>-0,034</b>
40	0.171	0.14	28300	69000	72872,670	<b>-5,610</b>

Os resultados comparados com os dados de Ke (2008) estão presente na Tabela 5 e os que trazem a comparação com Chen (2003), podem ser vistos na Tabela 6. Foi possível observar uma diferença percentual entre 0,0 e 27,86% entre os resultados da literatura e os encontrados pelo presente trabalho.

**Tabela 5: Comparação com os resultados de agregados com 25% presentes em Ke (2008)**

Curva	$E_{mexp}$ (MPa)	$E_{cexp}$	$E_a$ (Ke, 2008)	$E_{anum}$	$\Delta(\%)$ <sup>1</sup>
1		20665	6720	8200	<b>-22,02</b>
2		21680	8680	9900	<b>-14,05</b>
3	28580	21391	8100	9600	<b>-18,52</b>
4		22471	10330	11350	<b>-9,87</b>
5		26262	20320	20130	<b>0,93</b>
1		23712	7310	9000	<b>-23,11</b>
2		24934	9610	11000	<b>-14,46</b>
3	33183	23778	7430	9500	<b>-27,86</b>
4		26521	12970	14000	<b>-7,94</b>
5		30987	25200	24900	<b>1,19</b>
1		26.753	10560	12000	<b>-13,64</b>
2		27991	13160	14300	<b>-8,66</b>
3	35397	26033	9160	11150	<b>-21,72</b>
4		27998	13180	14400	<b>-9,25</b>
5		33845	29580	29000	<b>1,96</b>

<sup>1</sup>Diferença percentual entre o Módulo de Elasticidade obtido em Ke (2008) e o obtido pela metodologia empregada

**Tabela 6: Comparação com os resultados presentes em Chen (2003)**

Agregado	Cura	$E_{mexp}$ (GPa)	$E_m$ (Médio) <sup>1</sup>	$E_{cexp}$ (GPa)	$V_a$ (%)	$E_a$ (Chen, 2003)	$E_{anum}$	$\Delta(\%)$ <sup>2</sup>
Xisto		11,9		11,8	28	9,9	9,3	<b>6,06</b>
Expandido (Taiwan)	24 horas	12,9	12,9	11,3	28	8,0	8,0	<b>0,0</b>
		13,9		12,2	24	11,4	10,0	<b>12,28</b>
Xisto		18,4		15,4	28	9,3	10,1	<b>-8,60</b>
Expandido (Taiwan)	42 horas	18,1	18,2	16,0	25	11,2	11,0	<b>1,78</b>
		18,2		16,1	26	11,7	11,3	<b>4,27</b>
Argila		10,6		9,6	27	5,5	6,1	<b>-10,91</b>
Expandida (China)	20 horas	11,4	11,4	10	27	7,1	7,0	<b>1,41</b>
		12,1		10,2	27	7,8	7,5	<b>3,85</b>

<sup>1</sup>Valor médio do módulo de elasticidade da argamassa. Foi utilizado esse valor para os cálculos do módulo de elasticidade do agregado e nas simulações computacionais

<sup>2</sup>Diferença percentual do valor encontrado pelo método de Chen (2003) com o encontrado na metodologia proposta

Em relação aos dados extraídos de Ke (2008), nota-se que grande parte dos módulos de elasticidade do agregado leve encontrados pelo presente trabalho se encontram com valores superiores ao método referido na literatura. No trabalho citado, ainda é possível encontrar a aplicação do método adotado pelo autor, considerando a zona interfacial de transição, conhecida como ITZ, e com essa consideração, os valores numéricos para o módulo de elasticidade do agregado leve subiram ou mantiveram-se os mesmos em todos os casos, o que pode ser uma justificativa do aumento do valor e uma vantagem em relação a metodologia proposta por Ke (2008), considerando um modelo de 2 fases. Nota-se que alguns resultados apresentaram uma diferença percentual bem baixa e outros divergiram mais e os melhores resultados foram encontrados para as curvas granulométricas 4 e 5, enquanto que os piores resultados foram encontrados para as curvas do tipo 1 e 3.

Para os dados obtidos de Chen (2003), vemos uma menor divergência entre os resultados ao comparar com os dados de Ke (2008) e é possível observar um caso em que a diferença entre o valor da literatura e o valor da metodologia empregada chega a ser nula. A Tab. 7 mostra que a diferença percentual entre os valores médios para cada grupo de 3 corpos de prova e o valor do módulo de elasticidade encontrado para cada corpo de prova separadamente ( $\Delta_{lit}(\%)$  e  $\Delta_{num}(\%)$ ) se reduz. Essa redução é uma vantagem, quando o objetivo é encontrar um valor médio para o módulo de elasticidade do agregado leve para diferentes corpos de prova com propriedades de argamassa e volume de agregados variáveis.

**Tabela 7: Comparação com as médias de cada corpo de prova testado presentes em Chen (2003)**

$E_a(\text{Médio})^1$	$E_{anum}(\text{Médio})^2$	$\Delta_{lit}(\%)^3$	$\Delta_{num}(\%)^3$
		-3,40	<b>2,15</b>
9,80	9,10	-22,00	<b>-13,75</b>
		11,20	<b>9,00</b>
		-9,30	<b>-6,93</b>
10,70	10,80	9,30	<b>1,82</b>
		14,10	<b>4,42</b>
		-19,10	<b>-13,11</b>
6,80	6,90	4,40	<b>1,43</b>
		14,70	<b>8,00</b>

<sup>1</sup>Módulo de elasticidade médio, em GPa, obtido do trabalho de Chen (2003)

<sup>2</sup>Módulo de elasticidade médio, em GPa, obtido pela metodologia proposta

<sup>3</sup>Diferença percentual do valor médio encontrado com o de cada resultado fornecido na Tab. 6

## 4 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Em alguns casos os resultados foram satisfatórios comparados com os dados utilizados no presente artigo e em outros apresentaram uma diferença comparativa percentual que precisa de um melhor estudo. Apesar disso, como os métodos encontrados na literatura para obter o módulo de elasticidade do agregado leve são numéricos e/ou matemáticos, esses também apresentam incertezas e erros que não são de fácil aferição. Logo, não é possível afirmar que uma

diferença de resultados é capaz de desqualificar o modelo e a metodologia proposta emerge como uma alternativa para a resolução do problema inverso em questão, já que foi utilizado um modelo simples e com facilidade de aplicação ao passo que grande parte dos modelos presentes na literatura são complexos e robustos. As diferenças percentuais encontradas podem ter diversos motivos e faz-se necessário um estudo mais aprofundado do problema com a realização de outras simulações envolvendo outros dados e uma melhor investigação da curva do tipo 1 e 3 para os dados da Tab. 5. Para trabalhos futuros, é interessante fazer um estudo levando em consideração a influência da curva granulométrica, da porcentagem de agregados, do módulo de elasticidade da argamassa e do concreto, bem como implementar ao modelo o volume de vazios, a resistência à compressão ( $f_{ck}$ ), tornando o modelo elasto-plástico e com um valor comparativo a mais. É possível também considerar um modelo 3D e a aplicação de outros métodos para os mesmos dados considerados no presente trabalho, com o efeito de comparação.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio concedido pelas seguintes agências: CNPq, CAPES, FAPEMIG e à Universidade Federal de Juiz de Fora.

## Referências

- ABNT (2003). NBR 6118:2003 - Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. *Associação Brasileira de Normas Técnicas*.
- ABNT (2008). NBR 8522:2008 - Concreto - Determinação do módulo estático de elasticidade à compressão. *Associação Brasileira de Normas Técnicas*.
- ABNT (2015). NBR 8953:2015 - concreto para fins estruturais - Classificação pela massa específica, por grupos de resistência e consistência. *Associação Brasileira de Normas Técnicas*.
- Antunes, J. M. A. (2006). A indentação de materiais maciços e filmes finos: modelação e análise inversa.
- Arnould, M., Virlogeux, M., ALBENQUE, M., COUGNY, G., BERTRANDY, R., GAUDON, P., STRUILLLOU, R., COQUILLAT, G., LEJEUNE, C., LESAGE, R., et al. (1986). *Granulats et bétons légers*.
- Baalbaki, W., Aicin, P.-C., and Ballivy, G. (1992). On predicting modulus of elasticity in high-strength concrete. *Materials Journal*, 89(5):517–520.
- Bonifácio, A. L., Cunha, F. M., Mendes, J. C., Farage, M. C., Barbosa, F. S., and Ortola, S. (2014). Aplicação de um modelo bidimensional na avaliação da resistência à compressão de agregados leves.
- Chandra, S. and Berntsson, L. (2002). *Lightweight aggregate concrete*. Elsevier.
- Chen, H.-J. (2003). Evaluating elastic modulus of lightweight aggregate.
- Cui, H. Z. (2007). *Mechanical properties of lightweight aggregate concrete—effect of lightweight aggregate on the concrete*. PhD thesis, City University of Hong Kong.

- Farage, M. C. R., Beaucour, A.-L., Barra, L. P. d. S., Ke, Y., Sanábio, D. F. d. S., and Ferreira, A. P. G. (2009). Multiscale modeling of the elastic moduli of lightweight aggregate concretes: numerical estimation and experimental validation. *Rem: Revista Escola de Minas*, 62(4):455–462.
- FIP, d. I. P. (1983). *FIP manual of lightweight aggregate concrete*. Surrey University Press.
- Ke, Y. (2008). *Caractérisation du comportement mécanique des bétons de granulats légers: expérience et modélisation*. PhD thesis, Cergy-Pontoise.
- Ke, Y., Beaucour, A., Ortola, S., Dumontet, H., and Cabrillac, R. (2009). Influence of volume fraction and characteristics of lightweight aggregates on the mechanical properties of concrete. *Construction and Building Materials*, 23(8):2821–2828.
- Ke, Y., Ortola, S., Beaucour, A., and Dumontet, H. (2010). Identification of microstructural characteristics in lightweight aggregate concretes by micromechanical modelling including the interfacial transition zone (itz). *Cement and Concrete Research*, 40(11):1590–1600.
- Li, X. and Bhushan, B. (2002). A review of nanoindentation continuous stiffness measurement technique and its applications. *Materials characterization*, 48(1):11–36.
- Loubet, J., Georges, J., Marchesini, O., and Meille, G. (1984). Vickers indentation curves of magnesium oxide (mgo). *Journal of tribology*, 106(1):43–48.
- Maycá, J., Cremonini, R. A., and RECENA, F. (2006). Contribuição ao estudo da argila expandida nacional como alternativa de agregado graúdo para concretos leves estruturais (cle). *Trabalho apresentado no Curso de Especialização em Construção Civil*.
- Neville, A. M. (1997). Aggregate bond and modulus of elasticity of concrete. *ACI Materials Journal*, 94(1):71–74.
- Nilsen, A. U., Monteiro, P. J., and Gjørv, O. E. (1995). Estimation of the elastic moduli of lightweight aggregate. *Cement and Concrete Research*, 25(2):276–280.
- ROSSIGNOLO, J. A. and AGNESINI, M. V. (2005). Concreto estrutural leve. *ISAIA, GC Concreto: ensino, pesquisa e realizações*. São Paulo: Ibracon.
- Shi, C., Tu, Q., Fan, H., and Li, S. (2016). An interphase model for effective elastic properties of concrete composites. *Journal of Micromechanics and Molecular Physics*, page 1650005.
- Stone, D., LaFontaine, W., Alexopoulos, P., Wu, T.-W., and Li, C.-Y. (1988). An investigation of hardness and adhesion of sputter-deposited aluminum on silicon by utilizing a continuous indentation test. *Journal of Materials Research*, 3(01):141–147.
- Yang, C. (1997). Approximate elastic moduli of lightweight aggregate. *Cement and concrete research*, 27(7):1021–1030.
- Zanjani Zadeh, V. and Bobko, C. (2014). Multiscale modeling of elastic properties of sustainable concretes by microstructural-based micromechanics. *Journal of Composites*, 2014.