



XXXVII IBERIAN LATIN AMERICAN CONGRESS  
ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING  
BRASÍLIA - DF - BRAZIL

## DESENVOLVIMENTO DO MODELO NUMÉRICO DA PONTE ESTAIADA SOBRE O RIO ARADE

**Iviane Cunha e Santos**

[ivianecunha@aluno.unb.br](mailto:ivianecunha@aluno.unb.br) e [iviane.santos@dnit.gov.br](mailto:iviane.santos@dnit.gov.br)

Universidade de Brasília e Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes (DNIT),  
Brasília/DF, Brasil

**José Luís Vital de Brito**

[jlbrito@unb.br](mailto:jlbrito@unb.br)

Universidade de Brasília, Brasília/DF, Brasil

**Elsa Sá Caetano**

[elsacaetano@fe.up.pt](mailto:elsacaetano@fe.up.pt)

Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal

**Resumo.** *O desenvolvimento da análise estrutural ao lado do desenvolvimento das novas tecnologias computacionais, como o método de elementos finitos (MEF) na década de 1960, possibilitou que muitos problemas complexos pudessem ser resolvidos com menor aproximação. Neste sentido, os métodos numéricos são fundamentais para a análise das estruturas de pontes, e a seleção da forma de modelagem mais adequada depende da natureza das informações que se pretende obter. De tal modo, a análise pode ser realizada com um modelo linear elástico ou com modelos mais sofisticados, que representem os aspectos fundamentais de comportamento não-linear dos materiais e de membros estruturais. O presente artigo descreve as premissas que levaram o desenvolvimento do modelo numérico da Ponte Estaiada sobre o Rio Arade, localizada na cidade de Portimão, Portugal. A ponte tem 850 metros de extensão de tabuleiro com três vãos contínuos e dois viadutos de acesso em ambas margens do rio, o trecho estaiado possui 470 metros de extensão divididos em três tramo de 107, 256 e 107 metros respectivamente. O modelo numérico foi desenvolvido por meio da versão acadêmica do programa comercial de elementos finitos ANSYS.*

**Palavras Chaves:** *Ponte Estaiada, Modelagem, Elementos Finitos, ANSYS*

## **1 INTRODUÇÃO**

Ao longo dos anos, tanto a análise estrutural quanto a ciência dos materiais vêm apresentando um enorme progresso. As primeiras estruturas construídas pelo homem, tais como pontes, eram concebidas essencialmente pela arte, em vez de ciência ou engenharia. O conhecimento estrutural era extremamente limitado e as pontes antigas eram baseadas quase que inteiramente na evidência empírica de trabalhos anteriores. Contudo, com a compreensão dos princípios que regem o comportamento estrutural estes vieram a servir como um guia para a tomada de decisão e projeto das pontes tornou-se mais ciência do que arte.

O desenvolvimento da análise estrutural ao lado do desenvolvimento das novas tecnologias computacionais, como o método de elementos finitos (MEF) na década de 1960 (CLOUGH, 1960), possibilitou que muitos problemas complexos pudessem ser resolvidos com aproximações, simplificações ou suposições mais refinadas, reduzindo bastante os obstáculos computacionais. Assim, a modelagem numérica vem se posicionando como uma ferramenta importante na avaliação e previsão do comportamento estrutural. Graças ao desenvolvimento das técnicas e algoritmos de modelagem numérica de estruturas nas últimas décadas e aos avanços nas técnicas de identificação dinâmica de sistemas estruturais, torna-se possível não só validar os modelos, mas também esclarecer certos efeitos onde a modelagem numérica não é consensual.

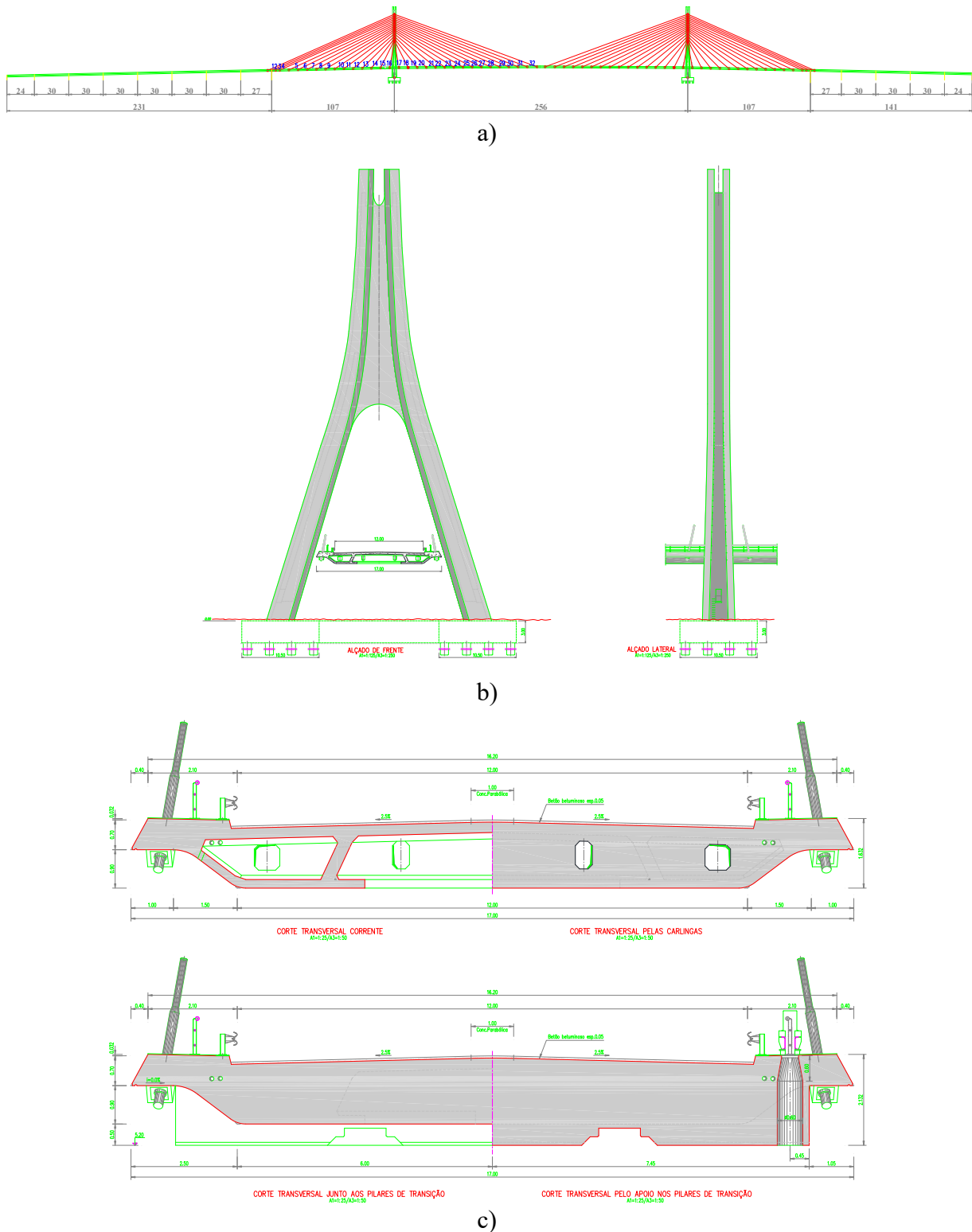
Neste contexto, a compreensão científica das propriedades de materiais modernos, processos construtivos, disponibilidade de software e hardware como instrumentos e modelos de análise tornaram possível o projeto e a construção de novos tipos de pontes e viadutos, como por exemplo as pontes e viadutos estaiados.

As estruturas estaiadas, apresentam elevada complexidade e a resposta a ações externas é de difícil avaliação, necessitando de modelos extremamente detalhados. Por essa razão recorre-se frequentemente a modelos simplificados, com o objetivo de representar aproximadamente o sistema mais complexo. Neste sentido, os métodos numéricos, tais como o MEF, são fundamentais para a análise, e a seleção da forma de modelagem mais adequada depende da natureza das informações que se pretende obter. De tal modo, a análise pode ser realizada com um modelo linear elástico ou com modelos mais sofisticados, que represente os aspectos fundamentais do comportamento não-linear dos materiais e de membros estruturais.

Assim, para a compreensão do comportamento estrutural é essencial conduzir a construção de um modelo numérico apropriado, representando a estrutura para diferentes tipos de análise. Neste artigo, será apresentado as premissas que levaram o estabelecimento do modelo numérico visando representar a Ponte sobre o Rio Arade, desenvolvido por meio da versão acadêmica do programa comercial de elementos finitos ANSYS.

## **2 ESTUDO DE CASO – PONTE SOBRE O RIO ARADE**

O objeto de estudo neste trabalho foi a Ponte sobre o Rio Arade com 850 metros de comprimento dispostos em três vãos contínuos com 107, 256 e 107 metros respectivamente, e 2 viadutos de acesso, localizada na Estrada Nacional EN125 em Portimão, Portugal, conforme descrito no Projeto de Execução da Ponte (Rito, 1987) e apresentado na Fig. 1.



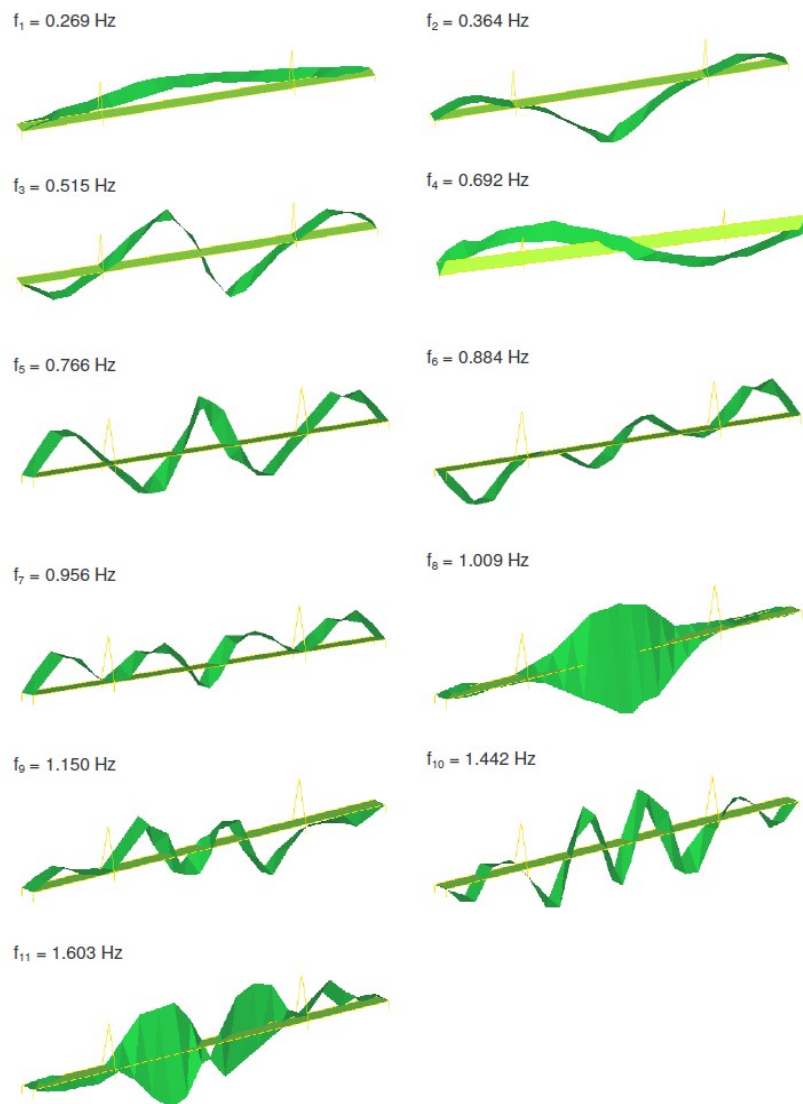
**Figura 1:** Detalhes do Projeto da Ponte sobre o Rio Arade: a) Vista Lateral; b) Mastro; e c) Tabuleiro  
 Fonte: (Rito, 1987)

A ponte é totalmente suspensa por 128 cabos espaçados de 8 metros uns dos outros ao longo do tabuleiro, com exceção dos 4 tirantes de retenção que estão espaçados em 3,5 metros junto aos pilares de transição. Os estais estão ligados a duas torres de concreto armado em

forma de um Y invertido, com 62 metros de altura. Na torre, os tirantes mais curtos são ancorados independentemente, enquanto que os restantes atravessam uma sela.

Os estais da ponte estão dispostos em sistema meia-harpa e são formados por feixes de 14 a 35 cordões paralelos galvanizados e protegidos com cera e uma bainha extrudada de cor branca, os comprimentos variam entre 21 a 127 metros. O funcionamento de conjunto destes feixes de cordões é garantido por meio de cintas metálicas dispostas a meio ou aos terços do comprimento, de acordo com a dimensão dos estais.

Como referência foi adotado os dados da caracterização do comportamento dinâmico de acordo com Relatório de Avaliação das Características Dinâmicas da Ponte sobre o Rio Arade realizados pelo *Vibration Laboratory and Monitoring Structures* (ViBest) da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (FEUP), Caetano, Magalhães & Cunha (2007), apresentado na Fig. 2, e o Relatório da Medição da Força nos Estais, realizado pela Empresa Freyssinet S.A (2005).



**Figura 2:** Frequências e Modos da Ponte sobre o Rio Arade  
Fonte: (CAETANO, MAGALHÃES, & CUNHA, 2007)

A Figura 2 apresenta a configuração dos 11 modos de vibração identificados entre os 0 e 2 Hz obtido através dos vetores associados a cada uma das frequências naturais identificadas.

### 3 NÃO-LINEARIDADES GEOMÉTRICAS

Embora, o comportamento das pontes estaiadas possa resumir-se aos cabos ancorados aos mastros que funcionam como suporte intermediário para a viga principal, há algumas particularidades que devem ser incluídas na formulação e análise do modelo numérico, o que torna o desenvolvimento do modelo numérico destas estruturas muito mais complexo. Dentre essas particularidades das pontes estaiadas em relação as demais pontes podemos citar as não-linearidades geométricas devido ao efeito de segunda ordem da compressão do tabuleiro pelos cabos inclinados, as não-linearidades devido ao efeito de *sag* dos cabos e as não-linearidades devido aos grandes deslocamentos dos vãos.

#### 3.1 Efeito de da Tensão Inicial

Os cabos inclinados das pontes estaiadas submetem a seção principal a tensões de compressão que farão com que a viga tenha a sua rigidez à flexão reduzida devido ao efeito de segunda ordem.

O princípio deste funcionamento foi apresentado por Fu e Wang (2014) onde a distribuição das cargas verticais de uma viga suportadas por cabos apresenta desempenho inferior a viga contínua com suportes rígidos. Se comparado a viga suportada por cabos verticais, os cabos inclinados das estaiadas apresentam menos rigidez de suporte. Dessa forma, os cabos de retenção e cabos próximos ao meio vão, com menor inclinação em relação ao tabuleiro, forneçam um apoio menos rígido do que os cabos próximos ao mastro. Assim, a viga de uma ponte estaiada funciona como uma viga contínua, submetida a compressão dos cabos inclinados e com suporte do tipo mola em cada uma das ancoragens dos cabos.

Ainda segundo Fu e Wang (2014), um modo prático de considerar o efeito da tensão inicial consiste em incluir os efeitos das forças axiais na viga e mastros por meios da análise prévia considerando as cargas estáticas devido ao peso próprio da estrutura, e então a seção deformada final desta etapa deverá ser considerado como modelo inicial para a análise futura, como por exemplo a análise modal.

#### 3.2 Efeito do *sag* do Cabo e Grandes Deslocamentos

Os cabos são elementos estruturais caracterizados por um comportamento não-linear significativo, onde o peso próprio do cabo submete-o a uma carga uniformemente distribuída ao longo de todo o seu comprimento, fazendo com que a tensão varie em toda a sua longitude. Este comportamento não-linear reduz o nível de tensão dos cabos, sendo em alguns casos, a contribuição individual destes elementos para a rigidez global da estrutura totalmente eliminada.

Assim, o entendimento da geometria assumida pelos cabos quando suspensos entre dois pontos é o princípio de todos os estudos e o consequente emprego em estruturas como as pontes estaiadas. Desse modo, emprega-se a dedução do perfil de um cabo suspenso conforme a teoria apresentada em Irvine (1981) e a formulação utilizada na descrição as características de deformação dos estais, onde são analisados o perfil do cabo sob ação do peso próprio, a avaliação da relação entre comprimento indeformados e deformados e a estimativa da tensão, conforme apresentado por Caetano (2007).

Em relação aos grandes deslocamentos, o aumento do vão principal da ponte, diminui a rigidez global da estrutura e os deslocamentos devido a deformação do tabuleiro se tornam significativos. Assim, na análise das grandes estruturas faz-se necessário a consideração dos

efeitos devidos aos grandes deslocamentos. Este efeito ocorre a partir da diferença de rigidez entre a análise da configuração geométrica deformada e a configuração original, no qual a avaliação das respostas para uma carga incremental apresenta grandes diferenças se for considerada a rigidez obtida a partir da configuração geométrica original.

## 4 MODELO NUMÉRICO

Há muitas considerações que devem ser feitas para o desenvolvimento do modelo numérico de uma ponte estaiada. Para isso, existem no mercado muitos programas com base no MEF com diferentes características, e no caso de análise específica de Pontes Estaiadas estes programas devem apresentar algumas particularidades, como por exemplo a considerações dos efeitos não-lineares.

Outro ponto importante quanto ao modelo numérico é o custo computacional envolvido para desenvolvimento de modelos 2D ou 3D. Os modelos 2D são modelos preliminares de análise, que representam bem o comportamento vertical, considerando que as dimensões longitudinais e verticais são muito maiores que a dimensão lateral da ponte. Contudo, com os avanços computacionais modelos 3D são cada vez mais comuns, uma vez que são mais realistas e precisos, representando com maior precisão também os comportamentos laterais e de torção.

Neste trabalho o modelo numérico da Ponte sobre o Rio Arade foi desenvolvido por meio da versão acadêmica do programa comercial de elementos finitos ANSYS versão 15. O programa ANSYS apresenta a plataforma de gerenciamento de projeto *Workbench* que integra os vários tipos de análises como estrutural, modal, transiente etc. Para as definições geométricas o programa dispõe do *Design Modeler* que permite a importação de vários formatos CAD ou construção do modelo geométrico. Para as análises estrutural, modal, harmônica, transiente, espectro etc. o programa dispõe do pacote *Mechanical*, que possui integração direta com *Design Modeler*, e onde se aplicam as cargas, definem-se as condições de contorno, obtém-se a solução e avaliam-se os resultados da solução.

A seguir são apresentadas as análises e etapas de evolução do modelo, onde foram considerados as propriedades dos materiais e dimensões das seções conforme descrito no Projeto de Execução (Rito, 1987).

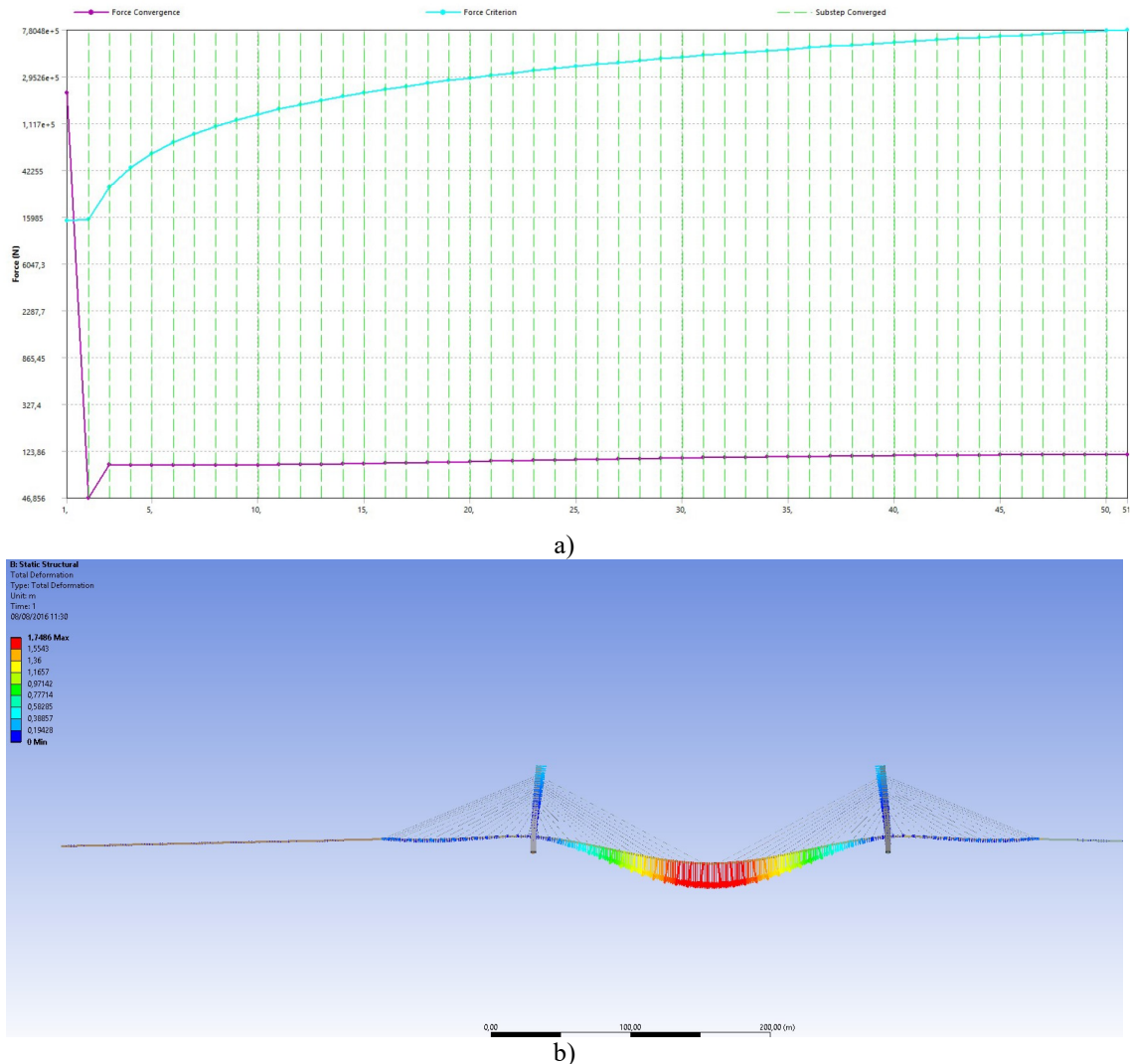
### 4.1 Análise Estática

A primeira etapa foi a análise estática considerando as não-linearidades geométricas e a ação da força de protensão nos cabos, conforme Relatório (Freyssinet S.A, 2005), sob a ação da aceleração da gravidade.

Para a análise do estado de tensões ideal realizou-se a retro-análise do projeto partindo da fase final ao início, tentando reconstruir a atuação dos esforços de acordo com o processo construtivo, conforme proposto por Walther, et. al. (1999) e Walther, et.al. (1985). Na prática, apesar de ser possível realizar o retensionamento de alguns cabos específicos após o encerramento do processo construtivo, reequilibrar todas as tensões nos cabos de modo a alcançar um estado de tensões desejável nesta fase é quase impraticável. Assim, para simplificar e diminuir o número de retensionamento deve submeter o cabo ao nível de tensão inicial de forma que ao final do processo se garanta que o nível de tensão não seja sobreposto.

Deste modo, no modelo numérico as ações foram escalonadas sendo, na primeira fase aplicado uma parcela da carga nos cabos e na segunda fase a parcela final, equilibrando as cargas e alcançando a seção final deformada. A análise estática foi realizada no pacote do *Mechanical* utilizando o módulo *Static Structural*.

A estrutura não-linear é analisada por meio de uma série iterativa de aproximações lineares. No programa ANSYS o processo iterativo utiliza o Método de Newton-Raphson e a cada iteração são conhecidas as forças de equilíbrio, medidas pela diferença entre as forças internas e externas. A Fig. 3 a) apresenta o gráfico das iterações realizadas para a convergência das forças durante o processo de convergência e Fig. 3 b) a seção deformada final obtida após a análise não-linear da Ponte sobre o Rio Arade considerando o modelo “Espinha de Peixe”, um dos modelos desenvolvidos para a representação da estrutura detalhados a seguir.



**Figura 3:** Análise Estática do Modelo “Espinha de Peixe”: a) Gráfico de convergência da força na análise não-linear; e b) Deformada Final

Assim, é medida do equilíbrio força na estrutura a cada iteração até que o resíduo se torne aceitavelmente menor do que o critério de convergência, onde a solução é então considerada convergente. Quando a convergência é alcançada, a solução está em equilíbrio, dentro de uma tolerância aceitável.

## 4.2 Análise Modal

O modelo inicial da análise modal partiu da configuração de deformada da ponte obtida na análise estática. A consideração da configuração final obtida na análise estática não-linear

deve ser adequada para uma simulação precisa da estrutura. Contudo, algumas considerações especiais devem ser observadas quando uma análise modal é seguida a análise estática:

- Os pares de contato utilizando no modelo elementos sólidos precisaram de valores de penalidade na rigidez em ambas as direções, perpendiculares e tangenciais, para criar os modos de vibração.
- Foram utilizados os pares de contatos *Bounded* e *No-Separation* (Ligado e Sem Separação) considerando as configurações padrão ou manual de rigidez com fatores de rigidez 1,0 ou superior. O fator de rigidez do contato foi parametrizado, uma vez que esta configuração causa dificuldades de convergência do modelo global.
- As informações para ambos os passos de análise e os resultados foram armazenados, de forma a permitir que qualquer uma das sub-etapas analisadas pudessem ser sejam considerados como dado de entrada para a análise modal.
- Finalmente, a análise modal foi realizada a partir do resultado no tempo final de solução do estático.

Para a análise modal utilizou-se o *Modal Analysis* do pacote *Mechanical* que tem por objetivo determinar as frequências e modos de vibração naturais da estrutura. A análise modal realizada pelo ANSYS é uma análise linear, onde as não-linearidades, tais como plasticidade e elementos de contato, são ignoradas até mesmo se tiverem sido definidas.

Para a resolução dos problemas de autovalores e autovetores o programa dispõe dos Métodos Direto, Iterativo, Antissimétricos, Super-nó e Subespaço, que são utilizados para resolver um sistema modal.

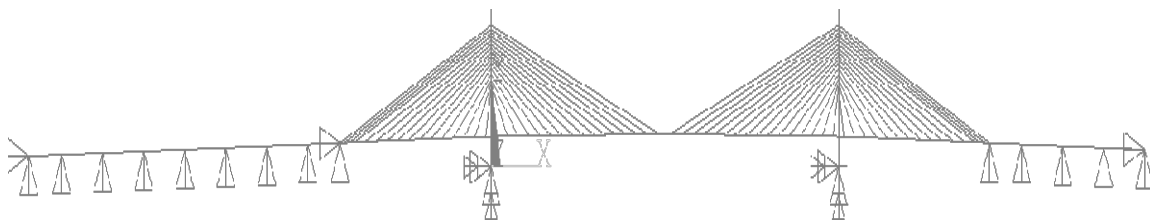
Por padrão, a Análise Modal sempre é definida como *Program Controlled*, ou seja, quando não se especifica um método de extração dos modos o programa ANSYS escolhe automaticamente a equação mais apropriada. A escolha de um dos métodos para a extração dos modos depende do tipo de análise e da precisão, assim com o tempo de processamento. Para a maioria das aplicações, o método utilizado será os métodos Subespaço, Direto ou Super-nó’.

Quanto ao amortecimento, o programa realiza análises não amortecidas, logo no *Solver* a propriedade amortecimento *Damped* está marcada desligada.

### 4.3 Modelo 2D

O modelo 2D foi desenvolvido como um modelo inicial da análise da ponte estaiada sobre o Rio Arade, considerando um modelo de barras, sendo as propriedades da seção do tabuleiro da ponte considerada como uma barra única no centro geométrico da seção principal.

A Figura 4 apresenta a vista lateral do modelo 2D.



**Figura 4:** Modelo 2D da Ponte sobre o Rio Arade



O modelo 2D foi capaz de representar os modos verticais com precisão, conforme apresentado na Tabela 1.

**Tabela 1:** Modos Verticais Ponte sobre o Rio Arade

Ordem	Frequência (Hz)		Forma dos Modos
	Numérica	Experimental	
1V	0,36	0,364	
2V	0,51	0,515	
3V	0,77	0,766	
4V	0,85	0,884	
5V	0,94	0,954	
6V	1,12	1,15	
7V	1,30	1,442	

Contudo, um modelo complexo como a Ponte sobre o Rio Arade exige também o estudo e compreensão dos modos laterais e de torção, motivo que levou ao desenvolvimento dos modelos 3D.

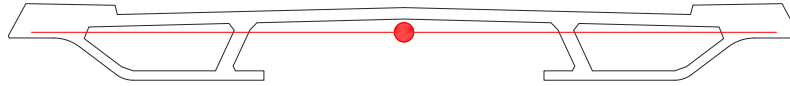
## 4.4 Modelo 3D

O modelo numérico 3D parte do modelo 2D sendo criados 3 modelos diferentes, o primeiro modelo chamado “Espinha de Peixe”, o segundo modelo em Grelha e um modelo final considerando o tabuleiro da ponte com Elementos Sólidos 3D.

A evolução na modelagem da ponte teve como principal objetivo a representação do comportamento lateral e de torção dos modos. Assim, passamos a descrever cada um dos modelos a seguir.

### 4.4.1 Modelo “Espinha de Peixe”

Neste caso, a seção principal foi modelada como uma viga equivalente no centroide da seção transversal ao longo da direção longitudinal do eixo da ponte. Na transversal, duas barras ligam o ponto de ancoragem dos cabos ao eixo da viga do tabuleiro, conforme apresentado na Fig. 5.



**Figura 5:** Seção principal do tabuleiro da ponte sobre o Rio Arade (Preta) e viga definida com as propriedades da seção e barras de ligação até o ponto de ancoragem dos cabos no tabuleiro (Vermelho)

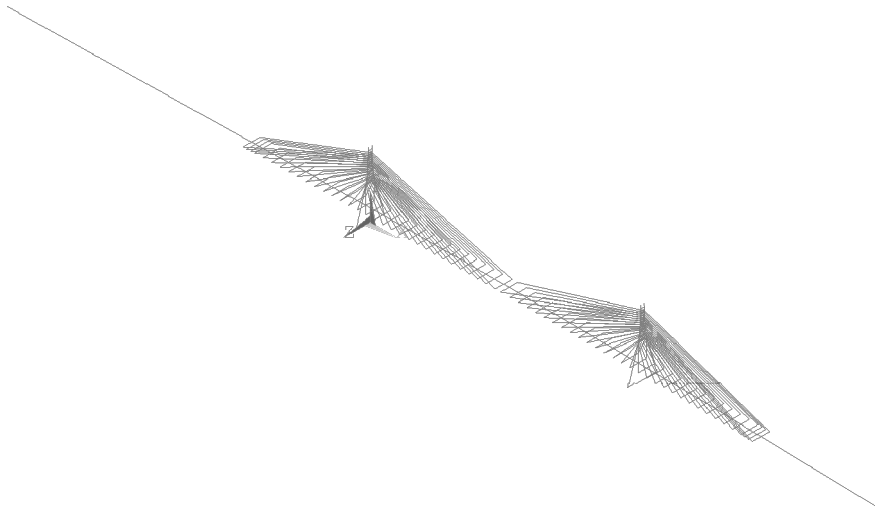
O componente mais complexo no desenvolvimento do modelo 3D foi a definição da rigidez na direção transversal. Assim, foram utilizadas a Eq. (1) e Eq. (2) propostas por Hambly (1991), onde as vigas transversais são enrijecidas para simular a conexão de cabos e o baricentro da viga.

$$a_s = \left(\frac{E}{G}\right) \left( \frac{d_w^3 (d_t^3 + d_b^3)}{l_1 h_1 (d_t^3 + d_b^3) + l^2 d_w^3} \right) \quad (1)$$

$$i_{trans} = \frac{d_t^3}{12} + d_t \left(\frac{h_1}{2}\right)^2 + \frac{d_b^3}{12} + d_b \left(\frac{h_1}{2}\right)^2 \quad (2)$$

onde  $a_s$  e  $i_{trans}$  são respectivamente a área e inércia da seção equivalente por metro de largura do tabuleiro,  $d_b$  e  $d_t$  são respectivamente as espessuras das lajes inferiores e superiores,  $d_w$  a largura da transversina,  $l_1$  e  $h_1$  a altura entre os centros das lajes e a larguras entre o centro das transversinas.

Este tipo de modelagem tem o nome “Espinha de Peixe” uma vez que a partir da vista em perspectiva, a viga principal com as transversais semelha-se com uma espinha de peixe, tal como mostrado na Fig.6.

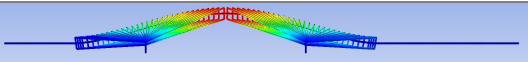
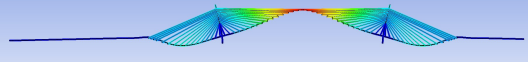
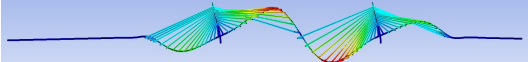
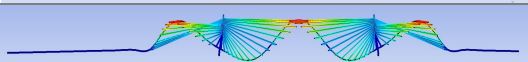
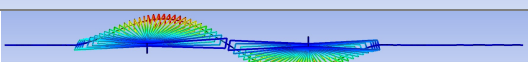
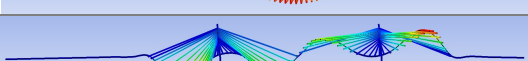
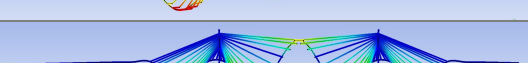
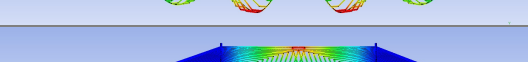
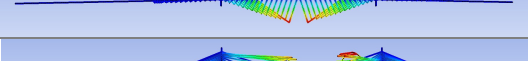




**Figura 6:** Modelo “Espinha de Peixe” da ponte sobre o Rio Arade

Neste modelo foram utilizados os elementos de viga BEAM188, que se baseiam na teoria de resistência dos materiais da viga de Timoshenko, este elemento possui seis graus de liberdade em cada nó, translação e rotação nas direções X, Y e Z. Para a modelagem do mastro que apresenta seção variável ao longo da altura, foram consideradas 6 seções diferentes, sendo adotado também o elemento BEAM 188. Por fim, os cabos foram modelados em elementos de viga BEAM 188, a motivação para esta consideração foi incluir o efeito da rigidez a flexão na análise da não-linearidade geométrica com grandes deslocamentos.

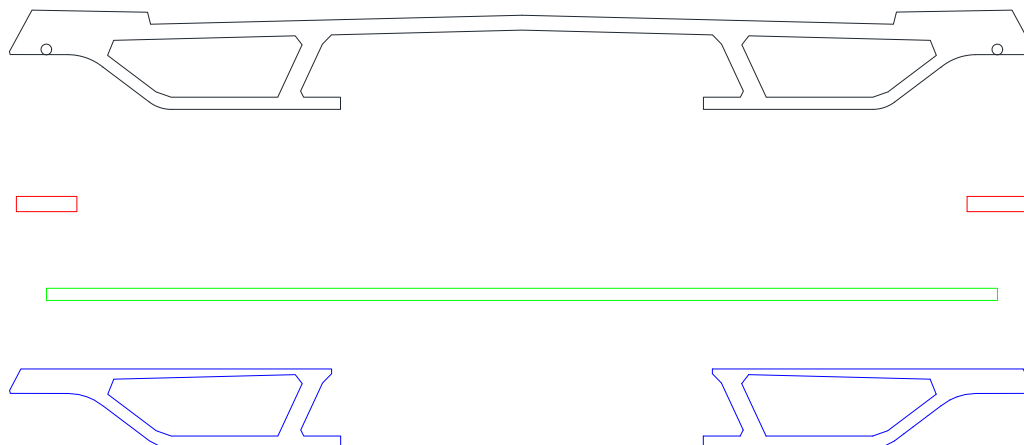
O modelo 3D em “Espinha de Peixe” foi capaz de representar, além dos modos verticais, os modos laterais e de torção com precisão, as frequências e as formas modais são apresentadas na Tabela 2.

**Tabela 2:** Modos Verticais (V), Laterais (L) e Torção (T) da Ponte sobre o Rio Arade

Ordem	Frequência (Hz)		Modos
	Numérica	Experimental	
1L	0.26	0.269	
1V	0.36	0,364	
2V	0.49	0,515	
3V	0.72	0,766	
2L	0.74	0.692	
4V	0.78	0,884	
5V	0.87	0,954	
1T	1.03	1.009	
6V	1.15	1,15	
7V	1.43	1,442	
2T	1.55	1.603	

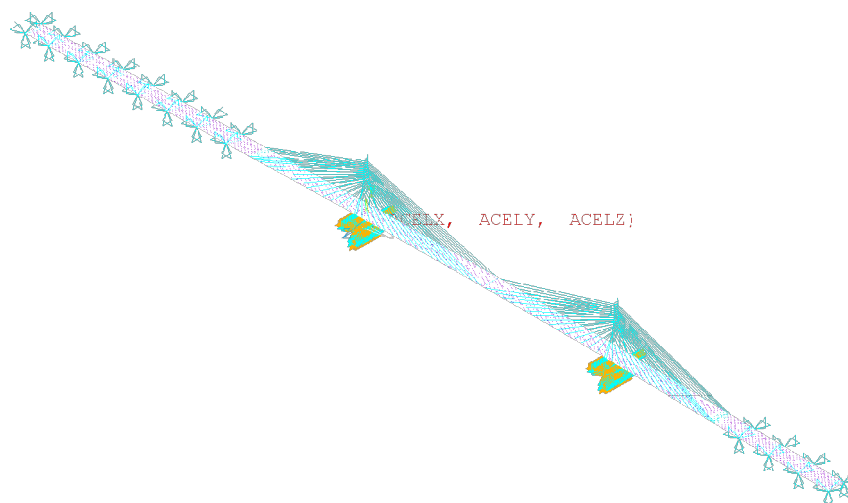
#### 4.4.2 Modelo de Grelha com Elemento de Casca

Essa modelagem requer algumas simplificações e nesta etapa do trabalho a ponte foi representada por um modelo de barras e cascas. Assim, a seção principal foi dividida em duas vigas principais, duas vigas de bordo e laje principal conforme Fig. 7.



**Figura 7:** Seção principal do Tabuleiro da ponte sobre o Rio Arade (Preta), Vigas de bordo (Vermelho); Laje (Verde) e Viga principal (Azul).

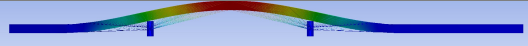
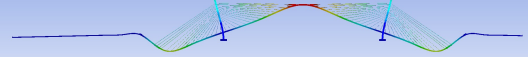
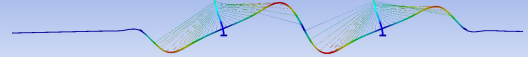
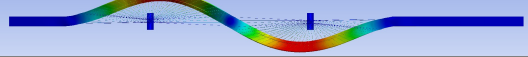
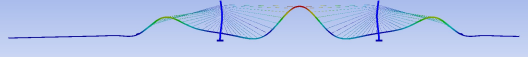
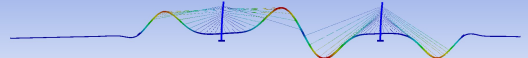
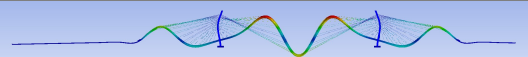
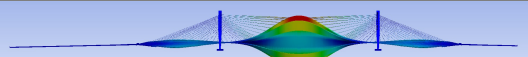
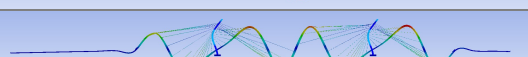
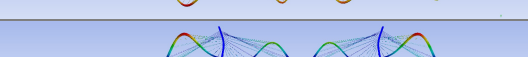
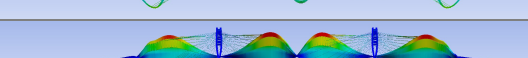
Para as vigas principais, vigas de bordo e as transversinas que compõe a seção principal do tabuleiro foram considerados os elementos de viga com 6 graus de liberdade BEAM188. A laje foi considerada como elemento de casca SHELL181 com 6 graus de liberdade, translação e rotação, este elemento foi escolhido devido a aplicação em análises não-lineares. A Fig. 8 apresenta o modelo final.



**Figura 8:** Modelo Numérico em Grelha – Ponte sobre o Rio Arade

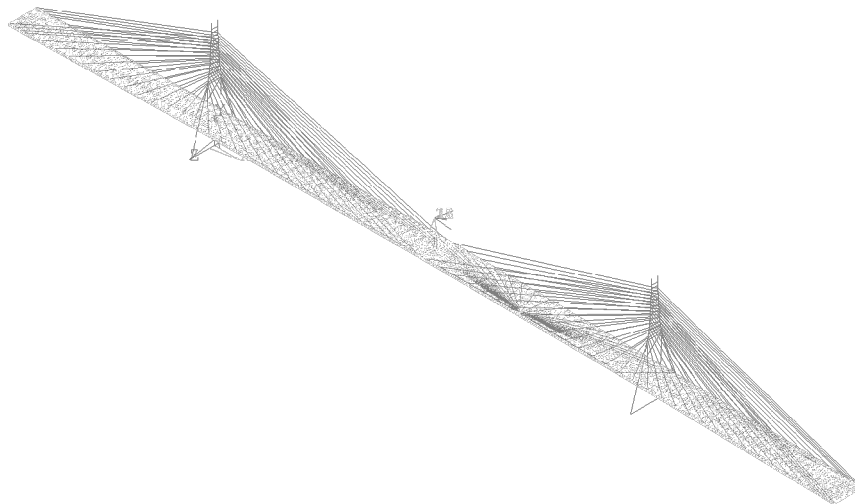
O modelo 3D em grelha com elemento de casca foi capaz de representar, além dos modos verticais, os modos laterais e de torção com certa precisão, as frequências e as formas modais são apresentadas na Tabela 3.

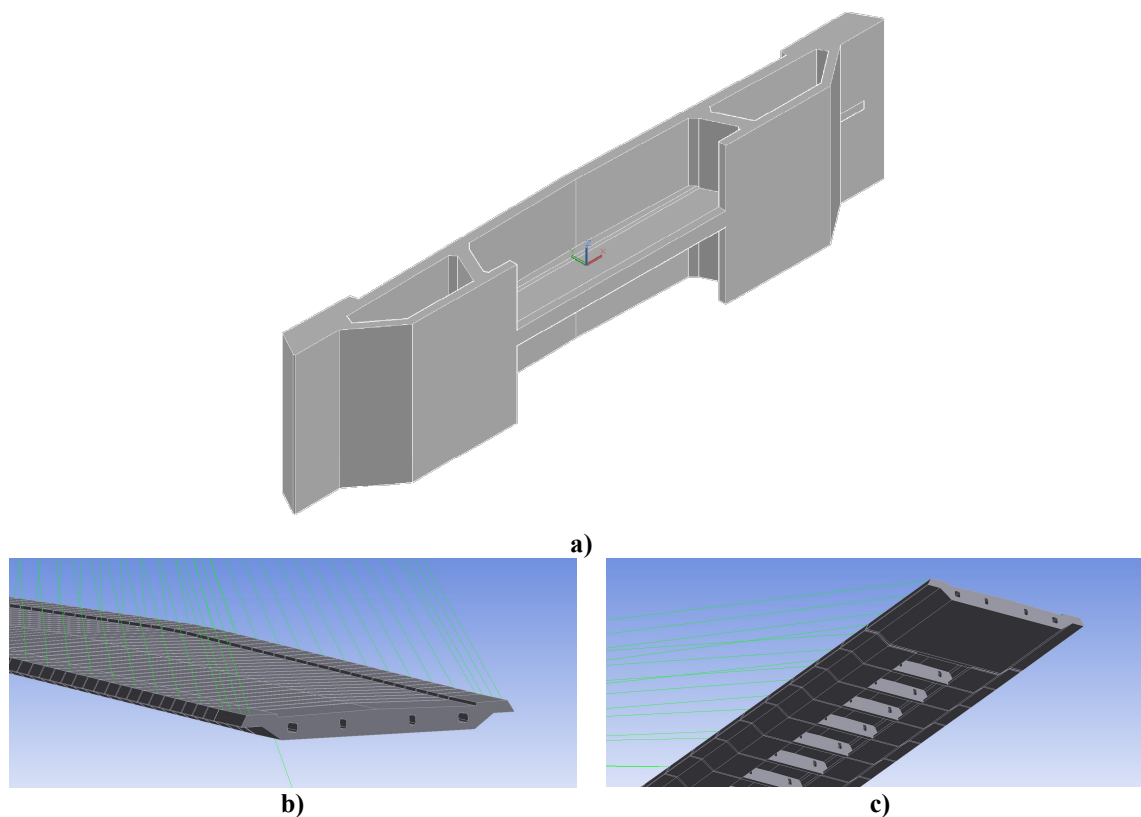
**Tabela 3:** Modos Verticais (V), Laterais (L) e Torção (T) da Ponte sobre o Rio Arade

Ordem	Frequência (Hz)		Modos
	Numérica	Experimental	
1L	0,257	0.269	
1V	0,352	0,364	
2V	0,512	0,515	
2L	0,682	0.692	
3V	0,952	0,766	
4V	1,023	0,884	
5V	1,176	0,954	
1T	1,312	1.009	
6V	1,320	1,15	
7V	1,427	1,442	
2T	1,681	1.603	

#### 4.4.3 Modelo com Elementos Sólidos 3D

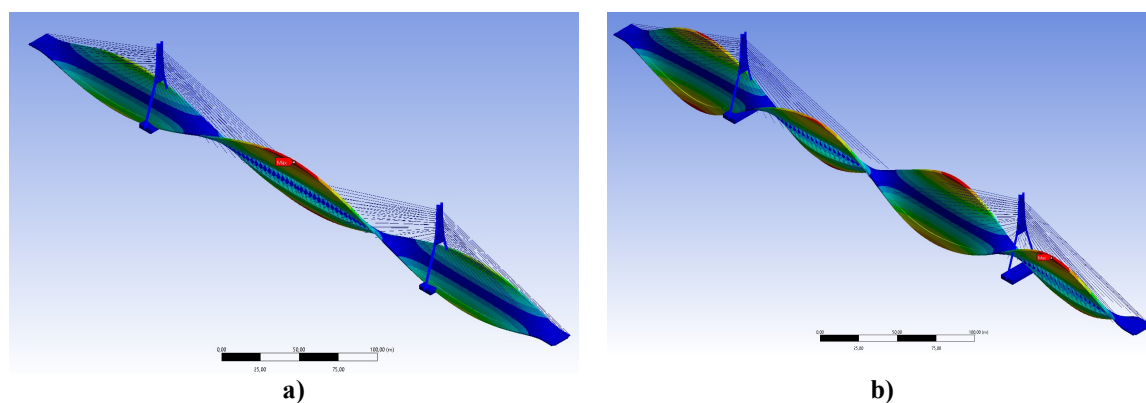
O último modelo desenvolvido foi o modelo que considerou o tabuleiro como elemento sólido, onde foi adotado o SOLID187 que possui três graus de liberdade. Este elemento foi selecionado para representar o tabuleiro devido a capacidade de análise no regime não-linear. A Fig. 9 e Fig. 10 apresentam respectivamente o modelo global e os detalhes do modelo com elemento sólido 3D.

**Figura 9:** Modelo Numérico Sólido 3D – Ponte sobre o Rio Arade



**Figura 10:** Detalhe do Tabuleiro em Sólido 3D; a) Seção tipo 3D; b) Vista superior do encontro; c) Vista inferior do encontro

Esta etapa de desenvolvimento do modelo sólido teve como principal objetivo, subsidiar a modelagem do modelo em grelha e “Espinha de Peixe”, uma vez que o modelo foi capaz de fornecer com precisão as propriedades de torção da seção composta, sendo o que melhor representou o comportamento da estrutura à torção, conforme pode ser observado na Fig. 11.



**Figura 11:** Modos de Torção a) 1º Modo - frequência = 1,006Hz; b) 2º Modo - frequência = 1,6115 Hz

Por outro lado, o modelo sólido desenvolvido com o uso de elemento sólido apresenta um elevado número de nós, o que inviabiliza o processo de otimização em termos de custo computacional.

## 5 CONCLUSÕES

Algumas conclusões puderam ser inferidas por meio da evolução no desenvolvimento do modelo numérico, resumidas abaixo.

Um dos passos mais complexos no desenvolvimento e análise dos modelos foi a calibração das cargas nos estais e a análise e convergência no processo de análise estática não-linear. Uma vez que a protensão dos cabos modifica a rigidez destes elementos, o correto escalonamento da carga foi fundamental para se conseguir a convergência da análise.

Com base na análise da evolução dos vários modelos numéricos desenvolvidos, desde o modelo 2D ao Modelo 3D, pode-se notar a importância da representação precisa das propriedades de rigidez lateral para a correta representação destes modos de vibração laterais e de torção.

O modelo 3D em “Espinha de Peixe” apresenta baixo custo computacional, o modelo completo da ponte foi discretizado utilizando 2039 nós. Quanto aos valores das frequências encontradas, podemos verificar que os modos verticais, apresentaram uma diferença média em relação a frequência experimental de 4.2%, os modos laterais 3.5% e finalmente os modos de torção apresentaram uma diferença média de 2.8%, sendo atribuindo a diferença nos modos laterais e torção à difícil calibração da rigidez na direção transversal.

O modelo 3D em grelha com elemento de casca apresentou erros menores na estimativa da frequência para os modos laterais 2.95% se comparado com o modelo “Espinha de Peixe”, contudo, apresentou erros maiores para os modos verticais 10.45% e de torção 17.45%. A dificuldade na representação do comportamento dinâmico da estrutura pelo modelo 3D em grelha com elemento de casca pode ser atribuída a difícil calibração da rigidez na direção transversal e vertical, ao distribuir a inércia da seção composta nos vários elementos que compõe as seções da grelha formada pela viga de bordo, viga principal e transversina, combinado com o efeito do elemento de casca que representa a laje. Apesar disso, em termos do número de nós do modelo após o estudo de convergência da malha este apresentou um baixo custo computacional, o modelo completo foi discretizado com 3907 nós.

O modelo com Elementos Sólidos 3D SOLID187 foi o modelo que melhor representou os modos de torção da estrutura, apresentado um erro médio estimativa da frequência dos dois primeiros modos de 0.41%, contudo tornou-se inviável do ponto de vista computacional devido ao elevado número de nós após o processo de geração e convergência da malha.

Por fim, os modelos mais promissores para o processo futuro de atualização e otimização do modelo numérico da estrutura, considerando o baixo custo computacional e a relativa precisão na representação do comportamento dinâmico da ponte, foram o modelo “Espinha de Peixe” e o modelo em Grelha com Elemento de Casca.

## AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer o suporte fornecido pelas seguintes instituições e parceiros do trabalho:

Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes (DNIT);

Universidade de Brasília (UnB);

Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (FEUP);

Laboratório de Vibrações e Monitorização Estrutural (ViBest);

Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq);

Licença acadêmica software ModeFrontier ESTECO;

Licença acadêmica software FEMTools; e

Engenheiro Armando Antônio Marques Rito, pela seção do projeto para objeto de estudo.

## REFERÊNCIAS

- CAETANO, E. S. (2007). *Cable Vibrations in Cable-Stayed Bridges*. Zurich, Switzerland: International Association for Bridge and Structural Engineering IABSE.
- CAETANO, E., MAGALHÃES, F., & CUNHA, Á. (2007). *Ponte sobre o Rio Arade Estudo para Avaliação das Características Dinâmicas*. Porto, Portugal: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (FEUP), Laboratório de Vibrações e Monitorização de Estruturas (VIBEST).
- CLOUGH, R. W. (1960). The Finite Element in Plane Stress Analysis. *Proceedings 2nd ASCE Conference on Electronic Computations*, (pp. 345-378). Pittsburgh, USA.
- Freyssinet S.A. (2005). *Ponte sobre o Rio Arade Resultado de la Medicion de Fuerza en los Tirantes Mediante el Método de la Cuerda Vibrante*. Portimão, Portugal.
- Fu, C. C., & Wang, S. (2014). *Computational Analysis and Design of Bridge Structures* (Vol. I). Boca Raton, FL, EUA: CRC Press Taylor & Francis Group. doi:978-1-4665-7985-9
- Hambly, E. C. (1991). *Bridge Deck Behaviour* (2 ed.). CRC Press.
- IRVINE, H. M. (1981). *Cables Structures*. London, England: The MIT.
- Rito, A. A. (1987). Projeto de Execução Ponte sobre o Rio Arade. *Direção dos Serviços de Pontes, Divisão de Projeto do Ministério das Obras Públicas, Transportes e Comunicações (MOPTC)*. Lisboa, Portugal.
- WALTHER, R., HOURIT, B., ISLER, W., & MOIA, P. (1985). *Ponts Haubanés*. França: Lausanne Presses Polytechniques Romandes.
- WALTHER, R., ISLER, W., MOIA, P., & KLEIN, J. (1999). *Cable Stayed Bridges* (2nd ed.). (S. F. Technology, Ed.) Londres: Thomas Telford. doi:9780727727732.