



## MODELAGEM COMPUTACIONAL DE ESTRUTURAS DE CONCRETO A PARTIR DO MODELO DE DANO DE MAZARS

**Lahis Souza de Assis**

**Michèle Cristina Resende Farage**

**Flávia de Souza Bastos**

lahis.assis@engenharia.ufjf.br

faragebr@gmail.com

flavia.bastos@gmail.com

Universidade Federal de Juiz de Fora

Rua José Lourenço Kelmer, s/n, 36036-330, Minas Gerais, Juiz de Fora, Brasil

**Resumo.** *O concreto é uma mistura heterogênea formada basicamente de cimento, água e agregados, sendo atualmente um dos materiais mais empregados na indústria da construção civil. Por essa larga utilização, o conhecimento de suas propriedades e de como o material se comporta diante das várias solicitações ao longo de sua vida útil é de grande importância - especialmente quando se considera ações deletérias tais como exposição ao fogo, por exemplo. No entanto, a previsão do comportamento de concretos é complicada visto que, quando exposto a certas condições ambientais, o material sofre alterações em sua microestrutura interna que afetam suas propriedades macroscópicas. Tendo isso em vista, esse trabalho tem como objetivo simular o dano de um elemento de concreto, empregando o modelo de Dano de Mazars em um programa de elementos finitos, a fim de descrever a perda de resistência mecânica do material devido às solicitações ao que o mesmo é submetido. As análises foram realizadas utilizando o programa comercial de elementos finitos ABAQUS, que permite ao usuário descrever modelos constitutivos específicos de materiais, incorporando ao mesmo requisitos de um problema particular. Para isso, implementou-se uma sub-rotina - chamada UMAT - desenvolvida em FORTRAN - a fim de realizar a análise de estruturas de concreto sob condições extremas. Pretende-se agora estender o modelo para uma situação em que haja uma combinação de danos por efeitos mecânicos e térmicos.*

**Palavras-chave:** *Concreto, Dano, Modelagem, UMAT, Abaqus.*

## 1 INTRODUÇÃO

Segundo Pedroso (2009) o concreto é o material construtivo mais utilizado pelo homem. Constituído basicamente por uma mistura de cimento Portland, agregado graúdo e miúdo – geralmente brita e areia, respectivamente – e água, este material apresenta um custo relativamente baixo e uma técnica de execução simples, o que juntamente com suas propriedades características justifica o seu grande emprego nas obras de engenharia.

No entanto, apesar de ser um material simples, a previsão do comportamento de concretos é bastante complexa, principalmente quando o mesmo é submetido a situações extremas – como deslocamentos e elevadas temperaturas. Isso ocorre uma vez que em tais situações o material sofre alterações em sua microestrutura interna que afetam consideravelmente suas propriedades macroscópicas.

Cabe ressaltar que situações extremas podem ocorrer acidentalmente ou serem características do projeto no qual o concreto foi empregado. Em qualquer um dos casos, o conhecimento e a previsão de seus efeitos sobre as propriedades do material são de extrema importância para que se possa realizar um projeto executivo ou corretivo que considere, de fato, o comportamento do concreto.

Nesse contexto, surge o conceito de dano, que segundo Álvares (1993) descreve a evolução do processo de degradação de um material partindo de uma configuração inicial íntegra até um estado no qual podem ser observadas micro e microfissuras. Sobre tal conceito estará baseada toda a análise realizada no presente artigo, que trata da modelagem do comportamento mecânico do concreto considerando o modelo de Dano de Mazars (1984).

Embora o concreto seja de uso muito difundido e com inúmeras observações experimentais que apontam para o seu comportamento não linear (Manzoli et al., 2010), existe uma lacuna para estudos de simulação numérica envolvendo essas leis constitutivas. Visando contribuir com esse cenário, trabalhos anteriores desenvolvidos no Programa de Pós Graduação em Modelagem Computacional (PPGMC) buscaram aperfeiçoar a modelagem do concreto realizando análises termo-hídricas (Ferreira, 2011) e termomecânica (Amaral, 2014) empregando o código computacional livre CAST3M (2000).

Em vista das limitações encontradas no uso desse código livre e diante das vantagens proporcionadas por um programa comercial de elementos finitos muito utilizado em pesquisa, o Abaqus (2011), decidiu-se por realizar as análises neste ambiente. Dentre as vantagens citam-se a possibilidade de gerar e importar geometrias complexas, usar a extensa biblioteca com diferentes modelos de materiais, tipos de malha, incluindo remalhamento, esquemas de resolução numérica (implícita e explícita), e a sua versatilidade ao incorporar à análise modelos constitutivos não oferecidos pelo *software* ou modificar, de alguma forma, os modelos já existentes.

No entanto, para isso torna-se necessário o aprendizado da codificação das sub-rotinas definidas pelo usuário.

Para a situação específica de modificação do modelo constitutivo de materiais empregase a sub-rotina denominada UMAT, como referência à *User Material*. Neste caso, optou-se pela implementação de um modelo simples, bem como uma aplicação simples para a sua verificação, com a consciência de que, após o sucesso da etapa de aprendizado, outros modelos mais sofisticados poderão ser incorporados.

## 2 OBJETIVOS

Este artigo pretende simular o dano de um elemento de concreto, empregando o modelo de Dano de Mazars (1984) em um programa de elementos finitos.

## 3 A MECÂNICA DO DANO

A teoria do dano considera que a degradação do material está diretamente relacionada à quantificação de sua densidade de defeitos. No que se refere especificamente ao concreto temos modelos mais simples – que consideram o material isotrópico – e mais complexos – que consideram o material anisotrópico.

Mazars (1984) apresentou um modelo bastante simples, no qual a degradação do material é quantificada por uma variável escalar calculada com base nas deformações principais positivas. Mais tarde, Brekelmans et al. (1992) propôs um novo modelo com as mesmas bases definidas anteriormente por Mazars (1984).

A partir desses modelos iniciais de dano escalar foram desenvolvidos vários outros trabalhos buscando aperfeiçoá-los, como por exemplo: Chow e Wang (1987), Vree et al. (1995), Ghrib e Tinawi (1995), Lee et al. (1997), Pituba (1998), Cauvin e Testa (1999), Alves et al. (2000), Borst (2002), Scotta et al. (2002), Pituba (2003), Junior e Venturini (2007).

Nos modelos de dano escalar, a variável dano ( $D$ ) varia de 0 a 1 e pode ser definida a partir da área disponível em um determinado elemento do material, como na Fig.1.

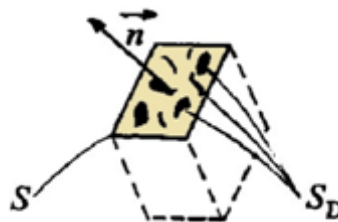


Figura 1: Elemento danificado

Sendo ( $S$ ) a área da seção íntegra de um elemento de volume do material e ( $S_E$ ) a área efetiva que resiste aos esforços, temos que a área danificada ( $S_D$ ) é definida como:

$$S_D = S - S_E \quad (1)$$

Por definição, segue que:

$$D = \frac{S_D}{S} \quad (2)$$

Observando as Eq.(1) e Eq.(2), pode-se dizer que quanto maior o dano ao qual o material está submetido maior a sua área danificada e, dessa forma, menor a sua área efetiva.

A partir da lei de Hooke e da definição apresentada de área específica, pode ser observado na Eq. (3) como o dano afeta a equação constitutiva do material:

$$\sigma = (1 - D)E \cdot \varepsilon \quad (3)$$

A Eq.(3) mostra que um aumento contínuo da variável dano acarreta uma redução também contínua do módulo de elasticidade do material até um momento limite em que o mesmo se rompe.

## 4 O MODELO DE DANO DE MAZARS

Como já mencionado, neste trabalho será adotado o modelo de dano proposto por Mazars (1984). Tal modelo foi escolhido sobretudo por sua simplicidade – uma vez que o dano é associado à uma variável escalar. Além disso, os parâmetros do modelo ( $A_t$ ,  $B_t$ ,  $A_c$ ,  $B_c$  e  $\varepsilon_{d0}$ ) são determinados facilmente através das curvas tensão-deformação do concreto – à tração e à compressão.

Para a determinação dos parâmetros necessários, Mazars (1984) sugere a comparação das curvas mostradas nas Fig.2, Fig.3, Fig.4 e Fig.5 com a curva característica do material com o qual se está trabalhando, de modo a buscar no conjunto de curvas fornecidas na literatura aquela que mais se aproxima da real e, dessa forma, determinar os parâmetros mais adequados à situação.

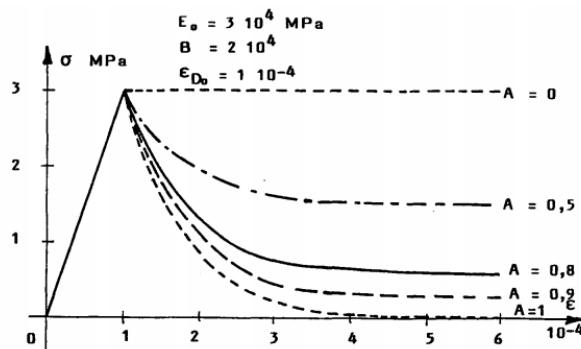


Figura 2: Determinação do parâmetro  $A_t$  por Mazars (1984)

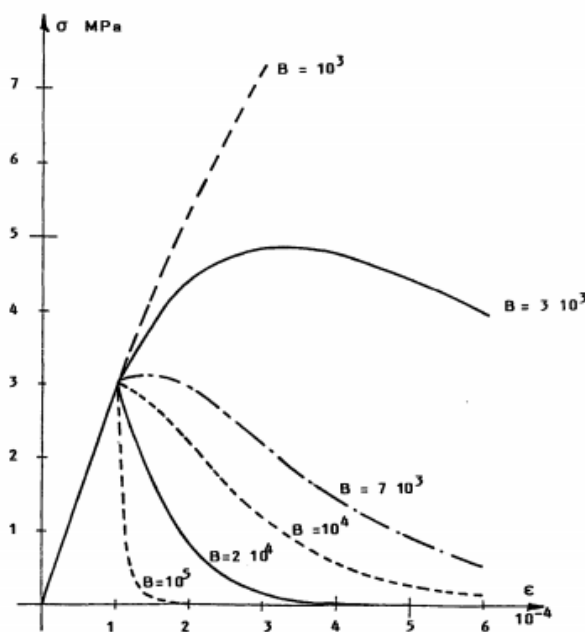


Figura 3: Determinação do parâmetro  $B_t$  por Mazars (1984)

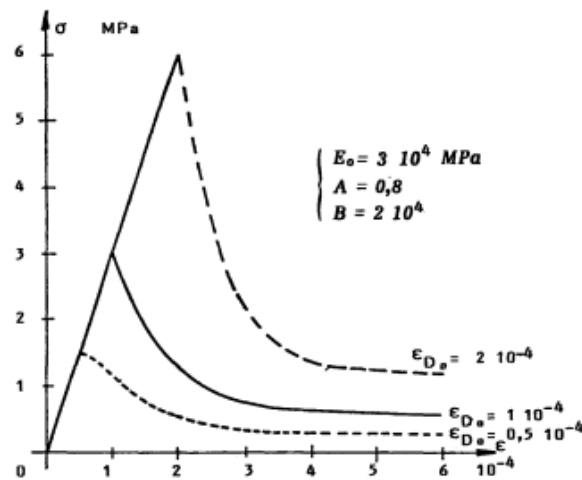


Figura 4: Determinação do valor de  $a$  a partir do qual ocorre o dano por Mazars (1984)

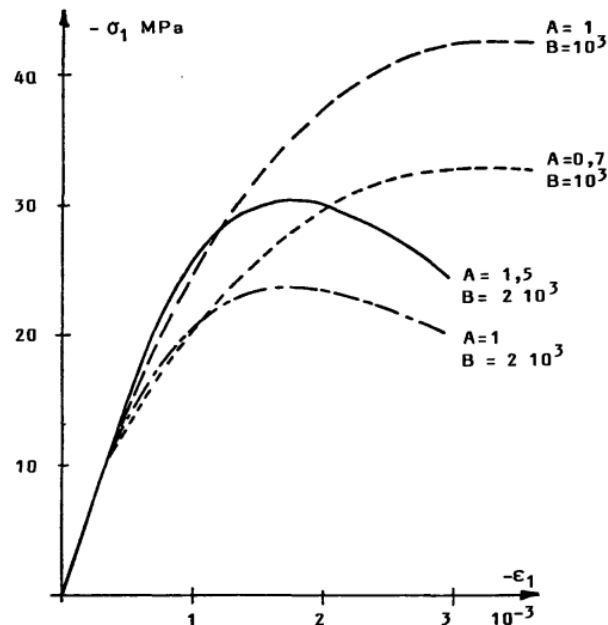


Figura 5: Determinação dos parâmetros  $A_c$  e  $B_c$  por Mazars (1984)

Para que esse modelo seja válido algumas hipóteses precisam ser consideradas:

- as deformações plásticas serão desprezadas, considerando-se assim apenas o regime elástico. Neste modelo, tais deformações serão substituídas por uma perda de rigidez do material através da redução do seu módulo de elasticidade pela variável dano.
- admite-se que o dano é isotrópico. No entanto, considera-se o diferente comportamento do concreto quando submetido à tração e à compressão.
- o dano é representado por uma variável escalar e começa a ocorrer quando um determinado valor limite da deformação equivalente ( $\epsilon_{eq}$ ) é atingido.

O modelo de Dano de Mazars (1984) considera que uma estrutura começa a ser danificada quando a deformação equivalente ( $\varepsilon_{eq}$ ) – definida na equação Eq. (4) – sofrida pela mesma atinge um determinado valor limite ( $\varepsilon_{d0}$ ), que é considerado um parâmetro do modelo.

$$\varepsilon_{eq} = \sqrt{(\varepsilon_1)_+^2 + (\varepsilon_2)_+^2 + (\varepsilon_3)_+^2} \quad (4)$$

Em outras palavras, neste modelo a degradação ocorre pela microfissuração da estrutura, causada basicamente por tensões de tração.

Apesar de considerar o material isotrópico, o modelo de Dano de Mazars (1984) considera o distinto comportamento do concreto quando o mesmo é submetido a esforços de tração e de compressão, como mencionado nas hipóteses do modelo. Sendo assim, temos uma variável dano relativa à tração e uma variável dano relativa à compressão, como mostram as Eq. (5) e Eq. (6), respectivamente.

$$D_t = 1 - \frac{\varepsilon_{d0}(1 - A_t)}{\varepsilon_{eq}} - \frac{A_t}{\exp[B_t(\varepsilon_{eq} - \varepsilon_{d0})]} \quad (5)$$

$$D_c = 1 - \frac{\varepsilon_{d0}(1 - A_c)}{\varepsilon_{eq}} - \frac{A_c}{\exp[B_c(\varepsilon_{eq} - \varepsilon_{d0})]} \quad (6)$$

Dessa forma, a variável dano é uma combinação linear de uma parcela referente à tração e outra à compressão, como mostra a Eq. (7).

$$D = \alpha_t^\beta \cdot D_t + \alpha_c^\beta \cdot D_c \xrightarrow{com} \alpha_t^\beta + \alpha_c^\beta = 1 \quad (7)$$

O parâmetro  $\beta$  é utilizado para melhorar o comportamento do modelo ao cisalhamento e seu valor sugerido pela literatura é 1,06 (Amaral, 2014). Já os parâmetros  $\alpha_c$  e  $\alpha_t$  são obtidos a partir das Eq. (8) e Eq. (9).

$$\alpha_t = \frac{\sum \varepsilon_{ii}(\varepsilon_i)}{\varepsilon_{eq}^2} \quad (8)$$

$$\alpha_c = 1 - \alpha_t \quad (9)$$

Na Eq. (8), a variável  $\varepsilon_{ii}$  é o vetor normal na direção principal.

Neste trabalho serão considerados como parâmetros do modelo os valores propostos por Penna (2011), mostrados na Tabela 1.

**Tabela 1: Parâmetros do modelo**

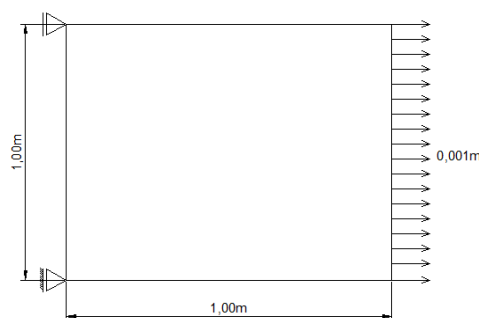
Parâmetro	Valor adotado
$A_t$	0,95
$B_t$	10000
$A_c$	1,00
$B_c$	3000
$\varepsilon_{d0}$	0,0001

## 5 METODOLOGIA

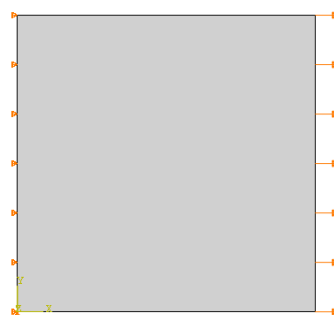
As análises foram realizadas utilizando o programa comercial de elementos finitos Abaqus 6.11, que permite ao usuário descrever ou modificar modelos constitutivos específicos de materiais. Para isso, implementou-se uma sub-rotina – chamada UMAT e desenvolvida em FORTRAN – a fim de modelar estruturas de concreto sob condições extremas e avaliar o efeito do dano mecânico quando deslocamentos são aplicados.

Embora o modelo não seja inédito, trata-se de uma implementação nova realizada num programa comercial de elementos finitos, e para tanto, foi selecionado um exemplo de aplicação simples (tração uniaxial) para a sua verificação. Futuramente serão testados exemplos mais elaborados em que os campos de tensão e deformação sejam não homogêneos. Neste contexto, a configuração geométrica analisada neste trabalho – assim como os parâmetros do modelo – foi a mesma proposta por Penna (2011). Tal geometria, que é uma chapa em estado plano de tensão, pode ser vista na Fig.6.

Em relação às condições de contorno, na borda esquerda o deslocamento na vertical e na horizontal foi restringido. Já na borda direita foi aplicado um deslocamento de 0,001m, que corresponde ao máximo deslocamento avaliado por Penna (2011). As condições de contorno podem ser vistas na Fig.7.

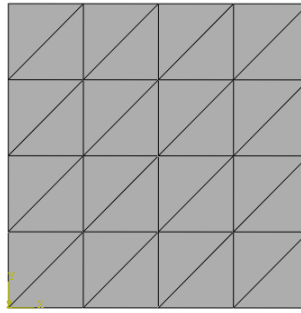


**Figura 6: Modelo analisado**



**Figura 7: Condições de contorno**

A geometria proposta foi discretizada em 32 elementos triangulares planos de 3 nós, como mostra a Fig.8.

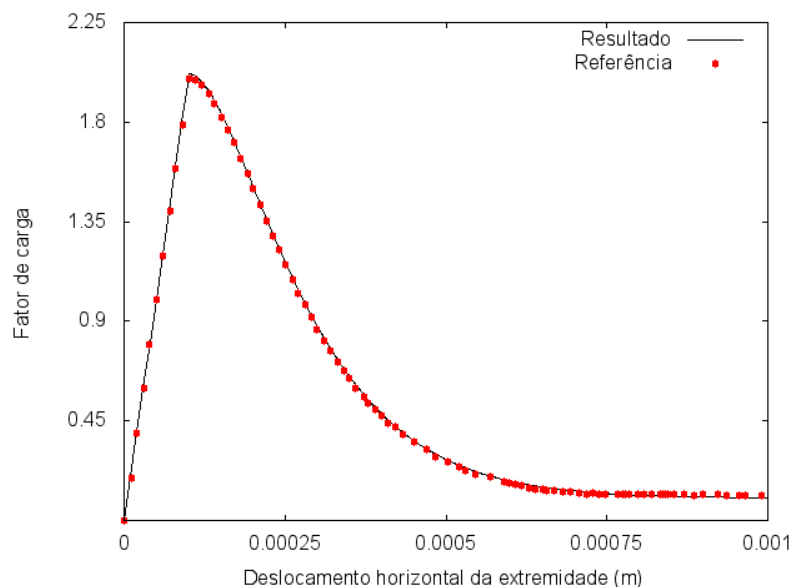


**Figura 8: Discretização proposta**

Como parâmetros do material foram adotados módulo de elasticidade de 20.000MPa e coeficiente de Poisson de 0,2.

## 6 RESULTADOS

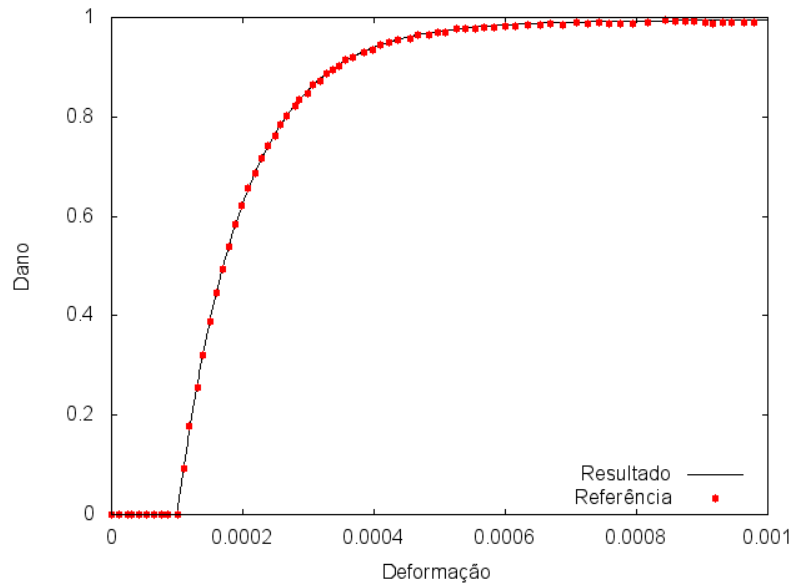
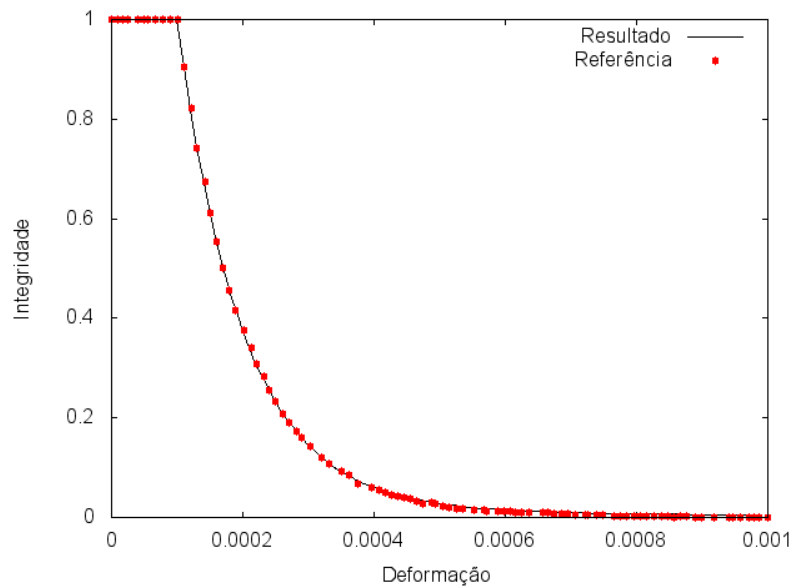
Primeiramente analisou-se a relação entre o fator de carga – que é definido como uma relação entre a carga gerada pelo deslocamento imposto e uma determinada carga de referência – e o deslocamento horizontal da extremidade. Espera-se que essa relação seja linear até o momento em que o material começa a sofrer dano. Os resultados encontrados por Penna (2011) e os resultados obtidos neste trabalho podem ser vistos na Fig.9.



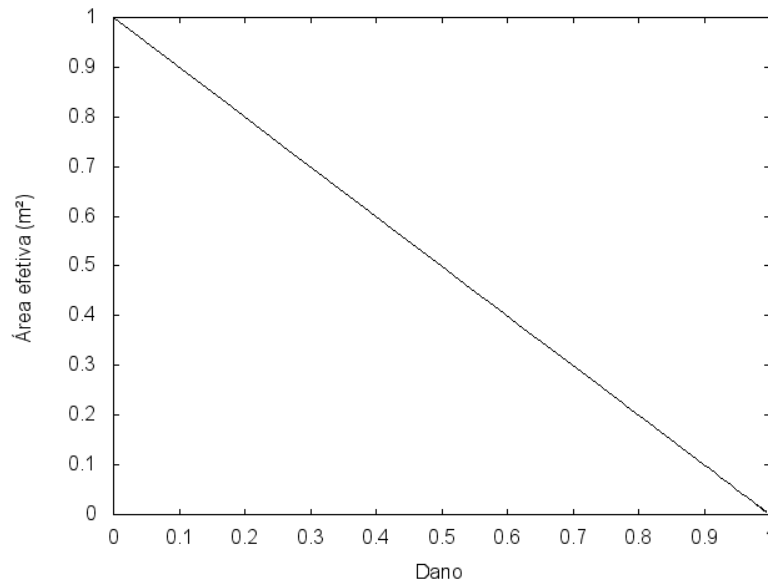
**Figura 9: Curvas Fator de Carga X Deslocamento**

Outros parâmetros a serem avaliados foram a relação entre o dano e a deformação e entre a integridade e a deformação. Espera-se que com o aumento do dano – ou com a diminuição da integridade – as deformações aumentem de forma cada vez mais rápida. Os resultados encontrados por Penna (2011) e os resultados obtidos neste trabalho podem ser vistos ser vistos na Fig.10 e na Fig.11. Cabe ressaltar que a integridade pode ser definida como o inverso do dano, isto é, dizer que uma estrutura está danificada equivale a afirmar que ela não se encontra íntegra.



**Figura 10: Curvas Dano X Deformação****Figura 11: Curvas Integridade X Deformação**

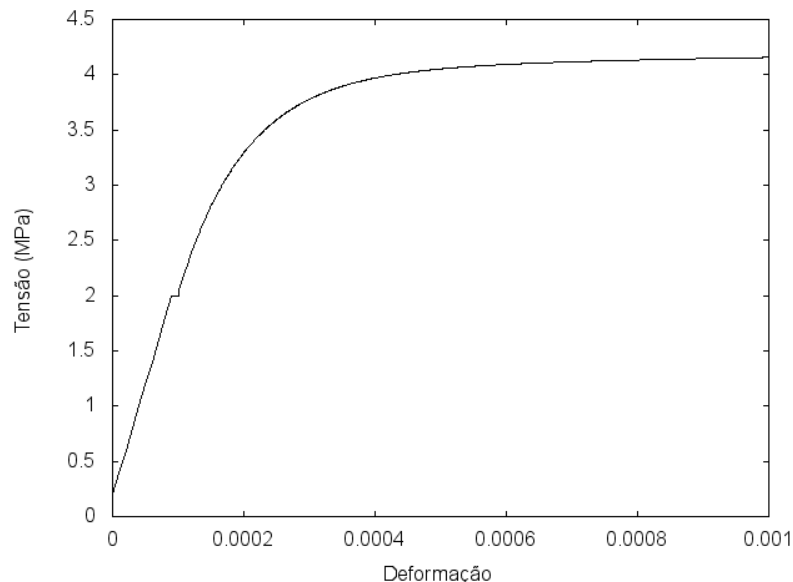
Além desses parâmetros avaliou-se também a relação entre o dano e a área efetiva, de modo a comprovar que os mesmos se relacionam indiretamente uma vez que com a danificação do material surgem microfissuras que tornam a área efetiva menor, como mostra a Fig.12.



**Figura 12: Curvas Área Efetiva X Dano**

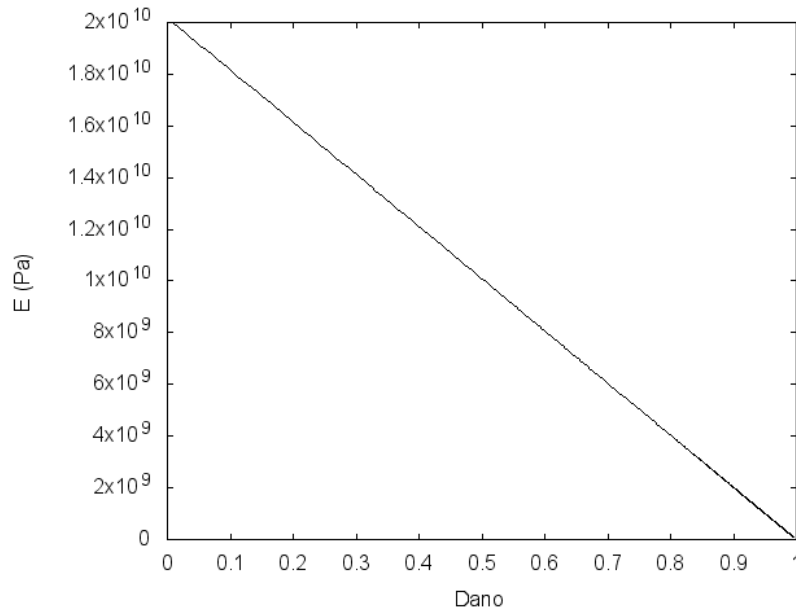
Avaliou-se ainda a curva tensão x deformação, onde se pôde observar um aspecto não linear para a relação constitutiva do concreto, como mostra a Fig.13. Cabe ressaltar que tal comportamento também é característico de modelos elastoplásticos.

Como se sabe, existe uma base teórica comum aos modelos da mecânica do dano contínuo e da teoria da plasticidade que é a termodinâmica que, em sua generalidade, descreve os processos energéticos envolvidos no comportamento do material (Silva, 2012). Na modelagem da degradação dos meios materiais, grande parte dos modelos de dano são desenvolvidos em analogia com os conceitos e notações da teoria da plasticidade clássica.



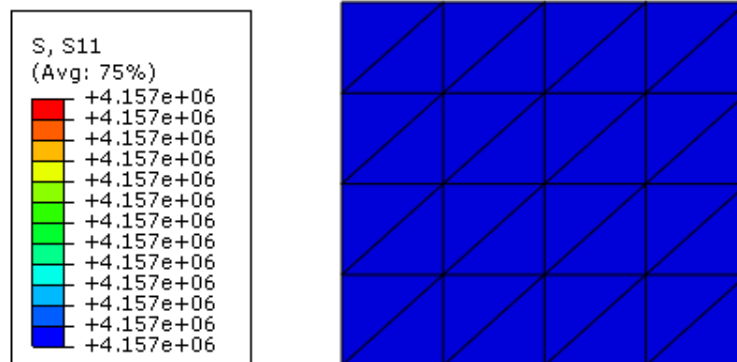
**Figura 13: Curvas Tensão X Deformação**

Ainda com o objetivo de verificar a validade da implementação realizada analisou-se a curva dano x módulo de elasticidade - mostrada na Fig.14 - que capta a linearidade na evolução de  $E$  com os incrementos de dano, o que indicando a eficácia da UMAT implementada, que foi capaz de reproduzir adequadamente o comportamento adotado para o material.



**Figura 14: Curvas Dano X Módulo de Elasticidade**

Por último, observa-se na Fig. 15 que o aspecto do mapa da tensão principal na direção  $x$  é coerente com o comportamento do corpo em questão, identificando-se claramente a homogeneidade na distribuição de tensões ao longo do corpo de prova.



**Figura 15: Tensão Principal na direção  $x$ , em Pa**

As análises aqui realizadas denotam a validade do modelo implementado, encorajando aplicações com maior grau de complexidade, tanto no que se refere à geometria, quanto às condições de carregamento e contorno.

## 7 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi simulado o Dano de Mazars (1984) em um programa de elementos finitos, Abaqus (2011), através da implementação de uma sub-rotina de material definido pelo usuário. Os resultados para uma aplicação simples – ensaio de tração uniaxial – foram comparados satisfatoriamente com os encontrados em uma determinada referência da literatura Penna (2011). O comportamento do material observado com o exemplo, com a não linearidade da relação constitutiva afetada pelo dano, demonstram que se alcançou o sucesso na implementação realizada.

A partir desta aplicação de caráter preliminar, pretende-se estender o modelo implementado para que ele considere, além dos efeitos mecânicos, os efeitos térmicos, simulando a exposição de estruturas de concreto a situações de incêndio e a temperaturas elevadas de longa duração, que representam, por exemplo, elementos de usinas nucleares ou repositórios de rejeitos radioativos. Dessa forma, será possível comparar os resultados obtidos com outras informações disponíveis na literatura para fins de validação do modelo.

## **Agradecimentos**

À Universidade Federal de Juiz de Fora e à FAPEMIG, à CAPES e ao CNPq, pelo apoio financeiro.

## **REFERÊNCIAS**

Abaqus, <https://www.sharcnet.ca/Software/Abaqus/6.11.2>. Acesso em 09/2016.

Álvares, M., 1993. *Um modelo de dano para o concreto: formulação, identificação paramétrica e aplicação com o emprego do método dos elementos finitos*. Dissertação (Mestrado), Escola de Engenharia de São Carlos – USP, Brasil.

Alves, M., Yu, J., Jones, N., 2000. On the elastic modulus degradation in continuum damage mechanics. *Computers & Structures* 76, pp. 703–712.

Amaral, R., 2014. *Análise computacional termo-mecânica de estruturas de concreto sujeitas a temperaturas elevadas*. Dissertação (Mestrado), Programa de Pós Graduação em Modelagem Computacional – UFJF, Brasil.

Brekelmans, M., Scheurs, G., de Vree, P., 1992. Continuum damage mechanics for softening of brittle materials. *Acta Mechanica* 93, pp. 133–143.

Cast3m, <http://www-cast3m.cea.fr>. Acesso em 12/2013.

Cauvin, A., Testa, B., 1999. Damage mechanics: basic variables in continuum theory. *International Journal of Solids and Structures* 36, pp. 747–761.

Chow, L., Wang, J., 1987. An anisotropic theory of continuum damage mechanics for ductile fracture. *Engineering Fracture Mechanics* 27 (5), pp. 547–558.

de Borst, R., 2002. Fracture in quasi-brittle materials: a review of continuum damage-based approaches. *Engineering Fracture Mechanics* 69, pp. 95–112.

de Vree, H., Brekelmans, M., van Gils, J., 1995. Comparison of nonlocal approaches in continuum damage mechanics. *Computers & Structures* 55 (4), pp. 581–588.

Ferreira, A., 2011. *Modelagem dos fenômenos de transporte termo-hídricos em meios porosos submetidos a temperaturas elevadas: aplicação a uma bicamada rocha-concreto*. Dissertação (Mestrado), Programa de Pós Graduação em Modelagem Computacional – UFJF, Brasil.

Ghrib, F., Tinawi, R., 1995. Nonlinear behavior of concrete dams using damage mechanics. *Journal of Engineering Mechanics* 121 (4), pp. 513–527.

Junior, S., Venturini, S., 2007. Damage modelling of reinforced concrete beams. *Advances in Engineering Software* 38, pp. 538–546.

Lee, U., Lesieutre, A., Fang, L., 1997. Anisotropic damage mechanics based on strain energy equivalence and equivalent elliptical microcracks. *International Journal of Solids Structures* 34, pp. 4377–4397.

Manzoli, O., Rodrigues, E., Claro, G., Motta, C., 2010. Simulação do comportamento não linear de materiais quase-frágeis via elementos finitos com fissura embebida. *Mecânica Computacional*, Vol 29, pp. 5341–5356.

Mazars, J., 1984. *Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture Du béton de structure*. Tese (Doutorado), Université Pierre et Marie Curie, France.

Pedroso, F., 2009. Concreto: as origens e a evolução do material construtivo mais usado pelo homem. *Concreto e Construções*, n. 53, pp. 14–19. IBRACON.

Penna, S., 2011. *Formulação multipotencial para modelos de degradação elástica: unificação teórica, proposta de novo modelo, implementação computacional e modelagem de estruturas de concreto*. Tese (Doutorado), Universidade Federal de Minas Gerais, Brasil.

Pituba, C., 1998. Estudo e aplicação de modelos constitutivos para o concreto fundamentados na mecânica do dano contínuo. Dissertação (Mestrado), Escola de Engenharia de São Carlos – USP, Brasil.

Pituba, C., 2003. Sobre a formulação de um modelo de dano para o concreto. Tese (Doutorado), Escola de Engenharia de São Carlos – USP, Brasil.

Scotta, R., Vitaliani, R., Saetta, A., Onate, E., Hanganu, A., 2002. A scalar damage model with a shear retention factor for the analysis of reinforced concrete structures: theory and validation. *Computers & Structures* 79, pp. 737–755.

Silva, R., 2012. *Análise não-linear de estruturas de concreto por meio do método Element Free Galerkin*. Tese (Doutorado), Universidade Federal de Minas Gerais, Brasil.