



MODELO DE DANO CONCENTRADO APLICADO À MODELAGEM MECÂNICA DE ESTRUTURAS EM CONCRETO ARMADO

Karolinne Oliveira Coelho

Edson Denner Leonel

kocoelho@usp.br

edleonel@sc.usp.br

Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo

Avenida Trabalhador São carlense, 400, 13566-590, São Carlos, São Paulo, Brasil

Julio Flórez-López

julio.lopez@unila.edu.br

Universidade Federal da Integração Latino-Americana

Avenida Silvio Américo Sasdelli, 1842 - Vila A, 85866-000, Foz do Iguaçu, Paraná, Brasil

Resumo. *O comportamento fisicamente não linear de estruturas em concreto armado pode ser representado por meio dos modelos da teoria do dano contínuo. Tal abordagem visa a descrição dos processos de degradação mecânico-material, os quais são correntemente acoplados à métodos numéricos. Nos modelos de dano contínuo, a avaliação do dano material é efetuada ao longo de todo o domínio estrutural, o que eleva consideravelmente seu custo computacional. Alternativamente, a teoria do dano concentrado permite a modelagem precisa do comportamento mecânico fisicamente não linear do concreto armado sem a necessidade da representação do dano ao longo de todo o domínio estrutural. Esta teoria alia conceitos da mecânica da fratura ao fenômeno de formação de rótulas plásticas, sendo aplicada com precisão em elementos estruturais unidimensionais. Neste trabalho, esta teoria é aplicada na análise mecânica de uma viga e de um pórtico plano em concreto armado. Os resultados obtidos com o modelo de dano concentrado são comparados com respostas numéricas e experimentais disponíveis na literatura. Boa concordância é observada entre os resultados apresentados pelas referências e pelo modelo de dano concentrado.*

Palavras-chave: *dano concentrado, concreto armado, método dos elementos finitos*

1 INTRODUÇÃO

O concreto é um dos materiais mais utilizados no mundo. Em sistemas estruturais, seu acoplamento ao aço dá origem ao concreto armado, o qual é largamente aplicado no domínio civil devido à sua adequada resistência mecânica, durabilidade, resistência ao fogo e facilidade de conformação a fôrmas complexas. O dimensionamento e a análise global de estruturas em concreto armado são efetuados, correntemente, considerando comportamento elástico material. Porém, quando ocorrem a fissuração do concreto e a propagação de fissuras, são necessárias análises inelásticas para a descrição do comportamento mecânico material. Assim, para a modelagem mecânica inelástica do concreto armado três abordagens são correntemente aplicadas: teoria da plasticidade, mecânica do dano e mecânica da fratura.

A aplicação de critérios elastoplásticos foi uma das primeiras abordagens inelásticas utilizadas na tentativa de descrever o comportamento mecânico não linear do concreto armado. Uma das limitações desta abordagem encontra-se no fato desta não levar em consideração o amolecimento do material, ou seja, a redução de sua resistência mecânica após a carga crítica (encruamento negativo). Com isso, tornou-se necessário o desenvolvimento de novos modelos. Assim, iniciou-se a mecânica do dano, com base no trabalho de Kachanov¹, considerado trabalho precursor da mecânica do dano clássica.

Entre as décadas de 60 e 70, a teoria do dano contínuo começou a ser desenvolvida (Lemaitre & Desmorat, 2005). No entanto, os modelos baseados nos conceitos de dano contínuo clássico apresentavam poucas aplicações práticas. Isso ocorreu devido a dificuldades de convergência do modelo não linear segundo a discretização aplicada (Amorim et al., 2013), ou seja, o modelo era dependente da malha. Alguns esforços foram dedicados à solução de tais obstáculos, como a criação dos modelos de dano não-locais. Porém, algumas das regularizações matemáticas utilizadas não apresentavam adequado embasamento físico. Além disso, muitas vezes era necessária a implementação de algoritmos computacionais complexos e ineficientes, inviabilizando o uso de tais abordagens na análise de estruturas tridimensionais e com complexas geometria e condições de contorno.

No âmbito da teoria do dano contínuo, a teoria de dano desenvolvida por Mazars em 1984² é uma das mais utilizadas na análise inelástica de sistemas estruturais. Apesar de simplificada, a modelagem mecânica baseada nos conceitos de dano de Mazars apresenta bons resultados, como descrito na literatura (Légeron et al., 2005; Junior & Venturini, 2007; Nogueira, 2010; Pituba & Lacerda, 2012). No entanto, tal modelo, além de necessitar de uma fina discretização, exige ainda a divisão da seção transversal em lâminas, onde cada uma representa o comportamento mecânico do aço ou do concreto. Dessa forma, o custo computacional do modelo pode inviabilizar a análise de estruturas complexas (como estruturas offshore e industriais), ou mesmo de simulações mais complexas, como análises de confiabilidade de estruturas.

A evolução do dano, ou seja, a propagação de micro defeitos no material, gera consequências em macro escala, através do surgimento de fissuras. Enquanto a teoria do dano contínuo visa quantificar os efeitos da propagação das fissuras na resposta do material, a

¹ Kachanov, L. M. (1958). *Time of the rupture process under creep conditions*. *Isv. Akad. Nauk. SSR. Otd Tekh. Nauk*, 8, 26-31.

² Mazars, J. (1984). *Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure*.

mecânica da fratura busca analisar a propagação de fissuras em forma discretas. A teoria da mecânica da fratura é consolidada na análise inelástica de estruturas. Assim, a mesma é largamente aplicada em estruturas com geometria simples, material homogêneo, sendo a descrição da propagação de um pequeno número de fissuras em um meio contínuo consistentemente efetuada (Amorim et al, 2013). No entanto, em estruturas em concreto armado, alguns complicadores podem inviabilizar sua utilização como o fato do concreto armado ser fisicamente não-linear, heterogêneo, a presença de confinamento e a presença das armaduras

Dessa forma, com o objetivo de realizar análises numéricas, modelos simplificados podem ser utilizados, desde que estes não percam a representatividade dos fenômenos envolvidos. De forma alternativa aos modelos de dano contínuo clássicos, pode ser aplicado o modelo de dano concentrado. Este modelo consiste no acoplamento de conceitos da mecânica da fratura e de dano clássico em elementos de pórtico com rótulas plásticas (Flórez-López, 2015). Com isso, o dano é incorporado às rótulas plásticas, que dessa forma, passam a ser consideradas rótulas inelásticas. Tal modelo, apesar de simples, é eficiente e apresenta resultados tão bons quanto os modelos mais complexos e refinados. Além disso, devido à grande redução do custo computacional, o modelo de dano concentrado pode ser aplicado de forma a viabilizar a análise de estruturas complexas, pórticos 3D, carregamentos cíclicos ou de alto impacto e análises de confiabilidade.

Diversos trabalhos mostram como a teoria do dano concentrado pode ser aplicada com sucesso em diversos tipos de estruturas. Cipollina et al. (1993) Flórez-López (1998), Rajasankar et al. (2009), Alva & El Debs (2010) avaliaram pórticos planos com modelos de dano concentrado. Também foram realizados estudos em pórticos espaciais, como nos trabalhos de Marante & Flórez-López (2002, 2003), e arcos de concreto armado (Amorim et al., 2013, 2014). Bons resultados podem ser obtidos para solicitações cíclicas, fadiga de alto ciclo, cargas de impacto ou explosões (Marante & Flórez-López, 2003).

No presente trabalho foi efetuada a implementação computacional do modelo de dano concentrado, o qual foi acoplado a uma plataforma do método dos elementos finitos (MEF) unidimensionais. Assim, foi efetuada o acoplamento do modelo de dano concentrado a um modelo de pórtico plano bidimensional via MEF. O modelo numérico desenvolvido foi aplicado na análise de uma viga e de um pórtico plano, os quais foram analisados numérica e experimentalmente em trabalhos disponíveis na literatura. Assim, curvas força x deslocamento obtidas por meio do modelo de dano concentrado são comparados com os resultados descritos em Álvares (1993) e Vecchio & Emara (1992), bem como resultados da modelagem de dano contínuo gerados por Nogueira (2010). Observa-se boa aderência entre os resultados obtidos pelo modelo de dano concentrado e as respostas apresentadas na literatura.

2 MODELO DE DANO CONCENTRADO

2.1 Conceitos iniciais

Seja um elemento estrutural em concreto armado conforme mostrado na Figura 1, sujeito a momentos fletores m_i e m_j aplicados em suas extremidades i e j , respectivamente. Assume-se que no final do elemento podem ocorrer a plastificação da armadura e a fissuração do concreto. A plastificação da armadura é representada pela formação de uma rótula plástica perfeita. Como também é considerada fissuração na extremidade do elemento, variáveis de

dano são acrescentadas à rótula plástica (d_i, d_j), que dessa forma passam a ser consideradas rótulas inelásticas (Flórez-López, 2015).

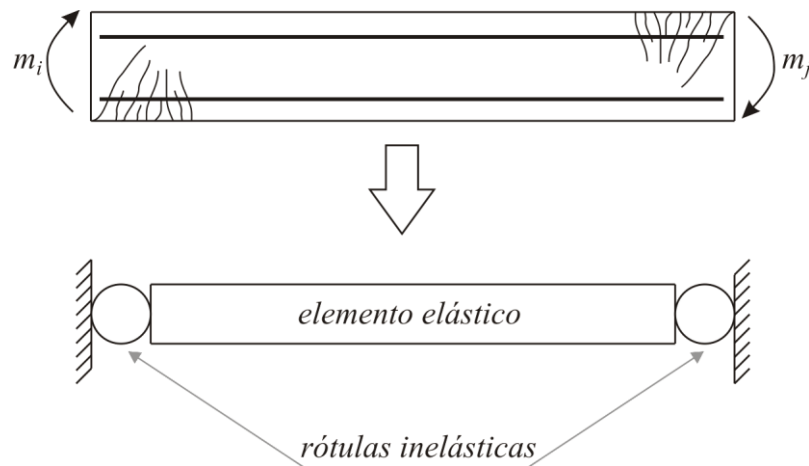


Figura 1. Elemento finito de concreto armado e respectivo modelo de dano concentrado.

O respectivo elemento finito apresenta deformações generalizadas que são representadas pela matriz Φ , mostrada na Eq. (1).

$$\{\Phi\} = \begin{Bmatrix} \phi_i \\ \phi_j \\ \delta \end{Bmatrix} \quad (1)$$

onde ϕ_i e ϕ_j correspondem às rotações relativas e δ o alongamento do elemento, como mostra a Figura 2.

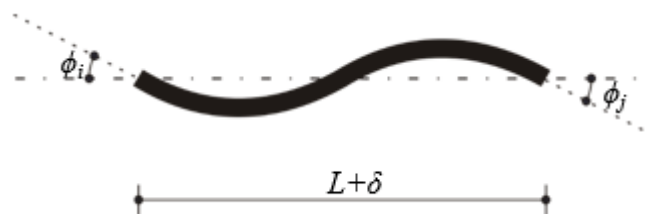


Figura 2. Deformações generalizadas do elemento finito.

Pela hipótese de equivalência em deformação, a matriz $\{\Phi\}$ pode ser descrita pela soma das parcelas elástica, plástica e devido ao dano (Eq. (2)) $\{\Phi_e\}$, $\{\Phi_p\}$ e $\{\Phi_d\}$, respectivamente. Considera-se então, que tanto a plastificação da armadura quanto a fissuração do concreto geram rotações relativas e alongamentos adicionais.

$$\{\Phi\} = \{\Phi_e\} + \{\Phi_p\} + \{\Phi_d\} \quad (2)$$

As tensões, as deformações, as rotações e os valores de dano são calculados por meio de relações cinemáticas, equações de equilíbrio e leis constitutivas, sendo que a última considera ainda leis de evolução do dano e plasticidade. A Figura 3 mostra um fluxograma que descreve as etapas necessárias na análise mecânica via modelo de dano concentrado, e suas respectivas relações serão mostradas nos tópicos seguintes.

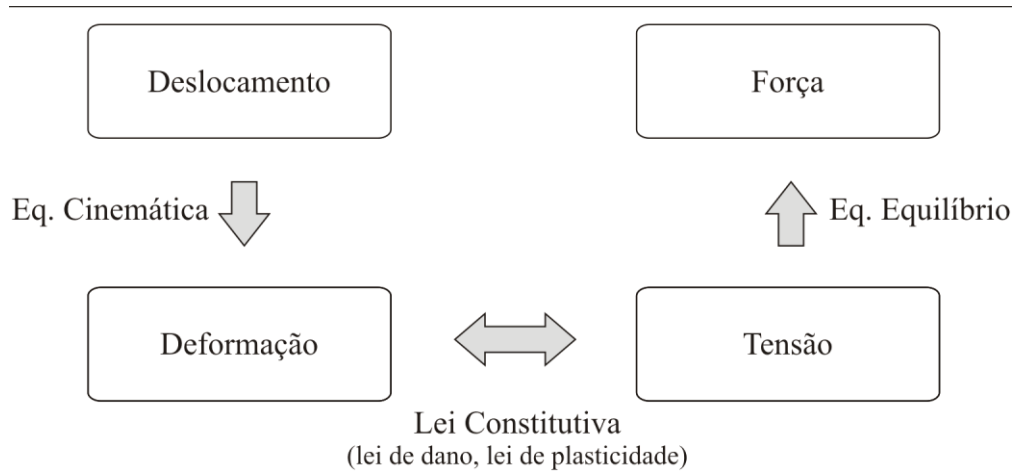


Figura 3. Fluxograma das etapas de análise do modelo de dano concentrado.

2.2 Cinemática de pórticos planos

Seja um elemento finito de pórtico plano que apresenta seis graus de liberdade, sendo três em cada um dos nós, a saber: deslocamento horizontal u , vertical w e rotação θ . A matriz de deslocamentos generalizados pode ser construída conforme mostra a Eq. (3).

$$\{U\} = \begin{Bmatrix} u_i \\ w_i \\ \theta_i \\ u_f \\ w_f \\ \theta_f \end{Bmatrix} \quad (3)$$

Os deslocamentos do elemento finito estão relacionados com as deformações por meio das equações cinemáticas, conforme mostra a Eq. (4).

$$\{\Delta\Phi\} = [\mathbf{B}_0]\{\Delta U\} \quad (4)$$

A matriz $[\mathbf{B}]$ representa a matriz de transformação cinemática, sendo obtida por meio de relações geométricas. Para um elemento finito de pórtico plano, essa matriz é a apresentada na Eq. (5) (Flórez-López, 2015).

$$[\mathbf{B}_0] = \begin{bmatrix} \frac{\text{sen } \alpha}{L} & -\frac{\text{cos } \alpha}{L} & 1 & -\frac{\text{sen } \alpha}{L} & \frac{\text{cos } \alpha}{L} & 0 \\ \frac{\text{sen } \alpha}{L} & -\frac{\text{cos } \alpha}{L} & 0 & -\frac{\text{sen } \alpha}{L} & \frac{\text{cos } \alpha}{L} & 1 \\ -\text{cos } \alpha & -\text{sen } \alpha & 0 & \text{cos } \alpha & \text{sen } \alpha & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

onde α é o ângulo de inclinação entre o eixo do elemento finito e o sistema de coordenadas de referência.

2.3 Equação de Equilíbrio

A equação de equilíbrio é calculada conforme mostra a Eq. (6), considerando as hipóteses de pequenas deformações e ausência de forças inerciais.

$$[\mathbf{B}_0]^T \{M(t)\} = \{P(t)\} \quad (6)$$

onde P é a matriz de forças, que é dada pela soma dos carregamentos aplicados diretamente sobre os nós com a matriz de carregamentos nodais equivalentes, oriundas dos carregamentos distribuídos.

A matriz $M(t)$ é a matriz de tensões generalizadas, sendo formada pelos momentos fletores nas extremidades do elemento e a força normal atuante no mesmo, conforme mostra a Eq. (7).

$$\{M(t)\} = \begin{Bmatrix} m_i(t) \\ m_j(t) \\ n(t) \end{Bmatrix} \quad (7)$$

2.4 Lei Constitutiva

A lei constitutiva relaciona o tensor de deformação $\{\Phi\}$ com o tensor de tensão de cada elemento através da relação matricial mostrada na Eq. (8).

$$\{\Phi - \Phi_p\} = [\mathbf{F}(D)]\{M\} + \{\Phi_0\} \quad (8)$$

onde a matriz $[\mathbf{F}]$ é a matriz de flexibilidade de um elemento com dano e $\{\Phi_0\}$ é a matriz de deformações iniciais.

Considerando a hipótese de equivalência em deformação, a matriz de flexibilidade de um elemento danificado pode ser calculada conforme a Eq. (9) (Flórez-López, 1998).

$$[\mathbf{F}(D)] = [\mathbf{F}_0] + [\mathbf{C}(D)] \quad (9)$$

onde $[\mathbf{F}_0]$ é a matriz de flexibilidade de um elemento elástico e $[\mathbf{C}(D)]$ é uma matriz que representa a flexibilidade adicional devido à presença de fissuras no concreto.

Dessa forma, sabendo que as variáveis de dano definidas para o elemento de pórtico plano são d_i e d_j , a matriz de flexibilidade de um elemento danificado pode ser calculada conforme a Eq. (10).

$$[\mathbf{F}(D)] = \begin{bmatrix} \frac{L}{3EI(1-d_i)} & -\frac{L}{6EI} & 0 \\ -\frac{L}{6EI} & \frac{L}{3EI(1-d_j)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{L}{AE} \end{bmatrix} \quad (10)$$

2.4.1 Lei de evolução do dano

A lei de evolução do dano é descrita por meio de um critério baseado em energia, o qual foi formulado por Griffith. Esse critério define a taxa de liberação de energia durante a propagação das fissuras em um elemento com base na derivada da energia de deformação complementar de um elemento danificado com relação aos parâmetros de dano.

Para o elemento de pórtico plano com rótula inelástica, a energia de deformação complementar pode ser definida conforme mostra a Eq. (11) (Marante & Flórez-López, 2002).

$$W_b = \frac{1}{2} \{M\}^T \{\Phi - \Phi_p\} = \frac{1}{2} \{M\}^T [\mathbf{F}(D)] \{M\} + \frac{1}{2} \{M\}^T \{\Phi_0\} \quad (11)$$

Com isso, as taxas de liberação de energia para as extremidades i e j do elemento finito podem ser definidas pelas Eqs. (12) e (13).

$$G_i = \frac{\partial W_b}{\partial d_i} = \frac{L m_i^2}{6EI(1-d_i)} \quad (12)$$

$$G_j = \frac{\partial W_b}{\partial d_j} = \frac{L m_j^2}{6EI(1-d_j)} \quad (13)$$

A lei de evolução do dano é obtida pela comparação entre a taxa de liberação de energia com a resistência à fissuração da rótula inelástica. Assim, são obtidas as relações mostradas nas Eqs. (14) e (15), que consideram que a variação de dano é nula se a taxa de energia de fissuração for menor que a resistência do elemento à propagação de fissuras. No caso de variação de dano diferente de zero, há igualdade entre a energia e a resistência à fissuração.

$$\begin{cases} \Delta d_i = 0, & \text{se } G_i < R_i \\ G_i = R_i, & \text{se } \Delta d_i > 0 \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} \Delta d_j = 0, & \text{se } G_j < R_j \\ G_j = R_j, & \text{se } \Delta d_j > 0 \end{cases} \quad (15)$$

A função de resistência à fissuração de uma rótula inelástica é baseada em ensaios experimentais que visam relacionar esse parâmetro com o grau de danificação da estrutura. Segundo Flórez-López et al. (2015), a resistência a fissuração pode ser obtida pela Eq. (16).

$$R(d) = R_0 + q \frac{\ln(1-d)}{1-d} \quad (16)$$

onde R_0 representa uma resistência inicial. O segundo termo da equação descreve um ganho na resistência devido à presença da armadura, que dificulta a propagação das fissuras no concreto armado.

Os parâmetros R_0 e q dependem de características do elemento e podem ser determinados de acordo com os momentos crítico (também chamado de momento de fissuração) e último. Igualando as expressões de G e R , é possível obter uma relação entre o momento fletor e o dano, conforme mostra a Eq. (17), obtendo um gráfico semelhante ao apresentado na Figura 4.

$$m^2 = \frac{6EI(1-d)^2}{L} R_0 + \frac{6qEI}{L} (1-d) \ln(1-d) \quad (17)$$

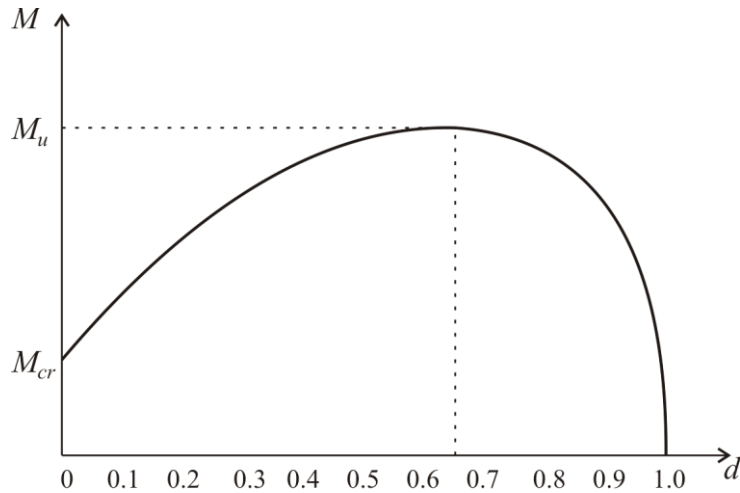


Figura 4. Curva do momento fletor em função do dano.

Quando o momento atinge o valor do momento crítico, assume-se dano nulo ($d_{cr}=0$), e com isso, o valor de R_0 é dado pela Eq. (18).

$$R_0 = \frac{M_{cr}^2 L}{6EI} \quad (18)$$

Já o valor de q é determinado por meio do momento último e seu respectivo valor de dano. Por sua vez, como mostra a Figura 4, o dano último é determinado derivando a função mostrada na Eq. (17) em relação a variável de dano e igualando a zero.

2.4.2 Lei de evolução da deformação plástica

A lei de evolução da deformação plástica de um elemento de pórtico plano pode ser definida com as Eqs. (19) e (20).

$$\begin{cases} d\phi_{p_i} = 0, & \text{se } f_i < 0 \\ f_i = 0, & \text{se } d\phi_{p_i} \neq 0 \end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{cases} d\phi_{p_j} = 0, & \text{se } f_j < 0 \\ f_j = 0, & \text{se } d\phi_{p_j} \neq 0 \end{cases} \quad (20)$$

A função de plasticidade f pode ser representada por uma lei de evolução da deformação plástica com encruamento cinemático em função do dano. Esta função, mostrada na Eq. (21), apresenta o primeiro termo em módulo representado pelo momento equivalente aplicado na extremidade do elemento em análise e um termo que representa o encruamento cinemático linear em função da rótula plástica (Flórez-López, 2015).

$$f = \left| \frac{m}{1-d} - c\phi_p \right| - k_0 \quad (21)$$

onde c e k_0 são constantes que dependem do elemento.

Como, em estruturas em concreto armado, o momento de fissuração é menor que o momento plástico, os valores de c e k_0 são determinados de acordo com o valor de dano plástico d_p , determinado também através da relação já mostrada na Eq. (17).

Quando o valor do dano plástico é alcançado, verifica-se que a rotação plástica ϕ_p é nula, assim como o valor da função de plasticidade. Com isso, observa-se que k_0 é na verdade o momento plástico efetivo, conforme mostra a Eq. (22).

$$k_0 = \frac{M_p}{1 - d_p} \quad (22)$$

A função de plasticidade também tem valor nulo quando é atingido o valor de momento último. Dessa forma, obtém-se então a Eq. (23) para o cálculo do coeficiente c em função da rotação plástica última.

$$c = \frac{1}{\phi_{p_u}} \left(\frac{M_u}{1 - d_u} - \frac{M_p}{1 - d_p} \right) \quad (23)$$

3 RESULTADOS E ANÁLISES

3.1 Exemplo 1: Viga biapoada

O primeiro exemplo trata de uma viga biapoada em concreto armado, sujeita a carregamentos de igual intensidade em dois pontos distintos, igualmente afastados do apoio, conforme mostra a Figura 5.

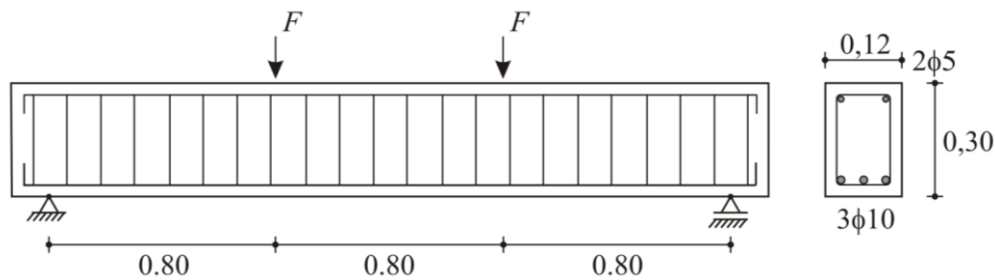


Figura 5. Exemplo 1: Viga bi-apoiada analisada (dimensões em metros).

A viga mostrada foi ensaiada por Álvares (1993) e analisada numericamente por Nogueira (2010), utilizando modelo de dano de Mazars. Os parâmetros apresentados em Álvares (1993) são descritos na Tabela 1.

Tabela 1. Dados da viga analisada

Parâmetro	Variável	Valor
Tensão de escoamento do aço	f_y (MPa)	500
Módulo de elasticidade de aço	E_s (MPa)	196000
Módulo de elasticidade do concreto	E_c (MPa)	29200

A armadura utilizada é do tipo CA-50, com 500 MPa de tensão de escoamento. É considerado encruamento da armadura após tensão de escoamento, no qual a tensão última do aço é adotada igual a $1,1f_y$, ou seja, 550 MPa, e a respectiva deformação última de 0,8%. O estribo utilizado consiste em ϕ 5 mm espaçados de 12 cm, e o cobrimento adotado para as

armaduras foi de 1,5 cm. O modelo incremental-iterativo utiliza passos de carga de 2 kN. O f_{ck} do concreto foi adotado igual a 38 MPa, calculado a partir da equação de módulo de elasticidade do ACI 318-08, conforme mostra a Eq. (24).

$$E_c = 4700\sqrt{f_{ck}} \quad (24)$$

A equação de distribuição de tensões no concreto na seção transversal de concreto também é determinada de acordo com o ACI 318-08 (Eq. (25))

$$f_c = f_{ck} \left(2 \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}} \right)^2 \right) \quad (25)$$

onde ε_{c0} é 0,002 e ε_{cu} é a máxima tensão de escoamento, dada pela Eq. (26).

$$\varepsilon_{cu} = \frac{3 + 0,29 f_{ck}}{145 f_{ck} - 1000} \quad (26)$$

Considerando a seção íntegra (sem redução da rigidez devido à fissuração), foi obtido como parâmetros de dano plástico (d_p) e dano último (d_u) iguais a 0,3 e 0,63 respectivamente. Por sua vez os momentos crítico, plástico e último são, respectivamente 6,88 kNm, 28,77 kNm e 34,5 kNm.

Como se trata de um problema de dano distribuído devido ao momento fletor constante no tramo intermediário, é adotada uma função para penalizar a rigidez do elemento finito devido à fissuração do elemento. O ACI 318-08 sugere que o momento de inércia efetivo (I_{ef}) possa ser calculado em função do momento fletor aplicado nas extremidades do elemento (m) e do momento de fissuração (M_{cr}), conforme mostra a Eq. (27).

$$I_{ef} = \left(\frac{M_{cr}}{m} \right) I_{eq} + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{m} \right)^3 \right] I_{ult} \quad (27)$$

onde I_{eq} é o momento de inércia da seção transversal íntegra e I_{ult} é o momento de inércia relativo ao momento último (ruptura da seção transversal), calculado pela Eq. (28).

$$I_{ef} = bd^3 \left[\frac{1}{2} k^2 \left(1 - \frac{k}{3} \right) + n \rho \beta_c \left(k - \frac{d'}{d} \right) \left(1 - \frac{d'}{d} \right) \right] \quad (28)$$

onde b é a largura da seção transversal, d é a altura útil, d' é a distância da armadura negativa à fibra mais comprimida do concreto, ρ é a taxa de armadura positiva, n é a razão entre os módulos de elasticidade do aço e concreto, k é a posição da linha neutra dada pela Eq. (29) e β_c é um coeficiente dado pela Eq. (30).

$$k = \sqrt{(n\rho)^2 (1 + \beta_c)^2 + 2n\rho \left(1 + \beta_c \frac{d'}{d} \right)} - n\rho (1 + \beta_c) \quad (29)$$

$$\beta_c = \frac{m\rho'}{n\rho} \quad (30)$$

onde m é um coeficiente dado por $1-n$ e ρ' é a taxa de armadura negativa.

Para o modelo de dano concentrado, usou-se uma malha com apenas quatro elementos finitos, conforme mostra a Figura 6. O programa demorou apenas 0,140 segundos para terminar a análise completa do problema. Os resultados obtidos por Nogueira (2010) com o

modelo de dano de Mazars foram obtidos utilizando seis elementos finitos com sete pontos de integração de Gauss-Lobato ao longo da altura.

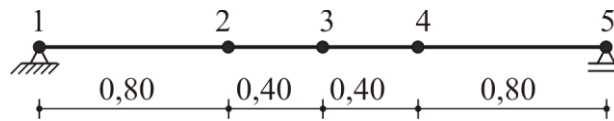


Figura 6. Exemplo 1: Malha de elementos finitos para o modelo de dano concentrado.

A Figura 7 mostra as curvas carga x deslocamento no meio do vão para os resultados experimentais obtidos por Álvares (1993), os numéricos obtidos Nogueira (2010) e o modelo implementado neste trabalho.

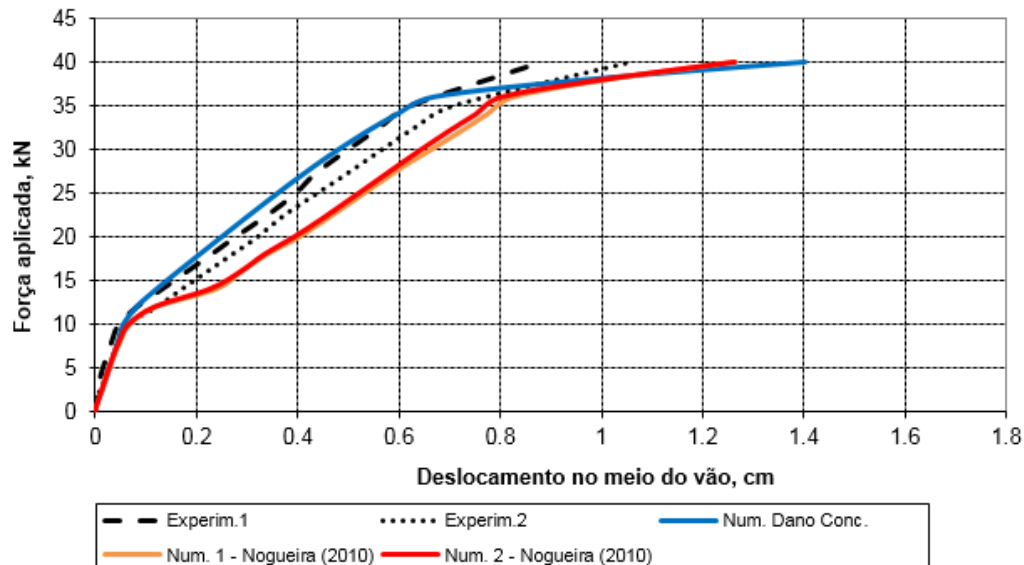


Figura 7. Exemplo 1: Trajetória de equilíbrio.

Os dois modelos de dano são capazes de obter o valor da carga crítica experimental. Ressalta-se que mesmo com as simplificações, o modelo de dano concentrado apresenta boa concordância com a curva experimental, tanto no trecho elástico, quanto na segunda parte da curva, após a fissuração do concreto. Melhor aderência à curva experimental é observada no modelo de dano concentrado, se comparado ao dano de Mazars. Porém, em ambos os modelos numéricos, maiores valores de deslocamento são obtidos no colapso, após o escoamento das armaduras. Tal fato pode ser atribuído ao efeito de encruamento da armadura, uma vez que nos dados experimentais não é fornecido os valores de tensão e deformação última do aço.

3.2 Exemplo 2: Pórtico de concreto armado

O segundo exemplo trata de um pórtico plano em concreto armado analisado experimentalmente por Vecchio & Emara (1986), conforme mostra a Figura 8. Na análise, são aplicadas primeiramente duas cargas de 700 kN na extremidade dos dois pilares. Em seguida é aplicado um deslocamento horizontal u no primeiro pilar, até a ruptura da estrutura. Os parâmetros apresentados por Vecchio & Emara (1986) são descritos na Tabela 2.

Neste exemplo é adotada deformação normal última do aço de 0,8% e para o concreto 0,35% (também calculada conforme a Eq. (26), assim como no exemplo anterior). O cobrimento adotado para as armaduras foi de 3 cm para os pilares, 2 cm para as vigas e 4 cm nos elementos de fundação. Os estribos em todas as seções transversais são compostos por ϕ

10 mm espaçados de 12,5 cm. O módulo de elasticidade do concreto é calculado conforme mostrado anteriormente, na Eq. (24), sendo usado nas análises o valor de 25743 MPa.

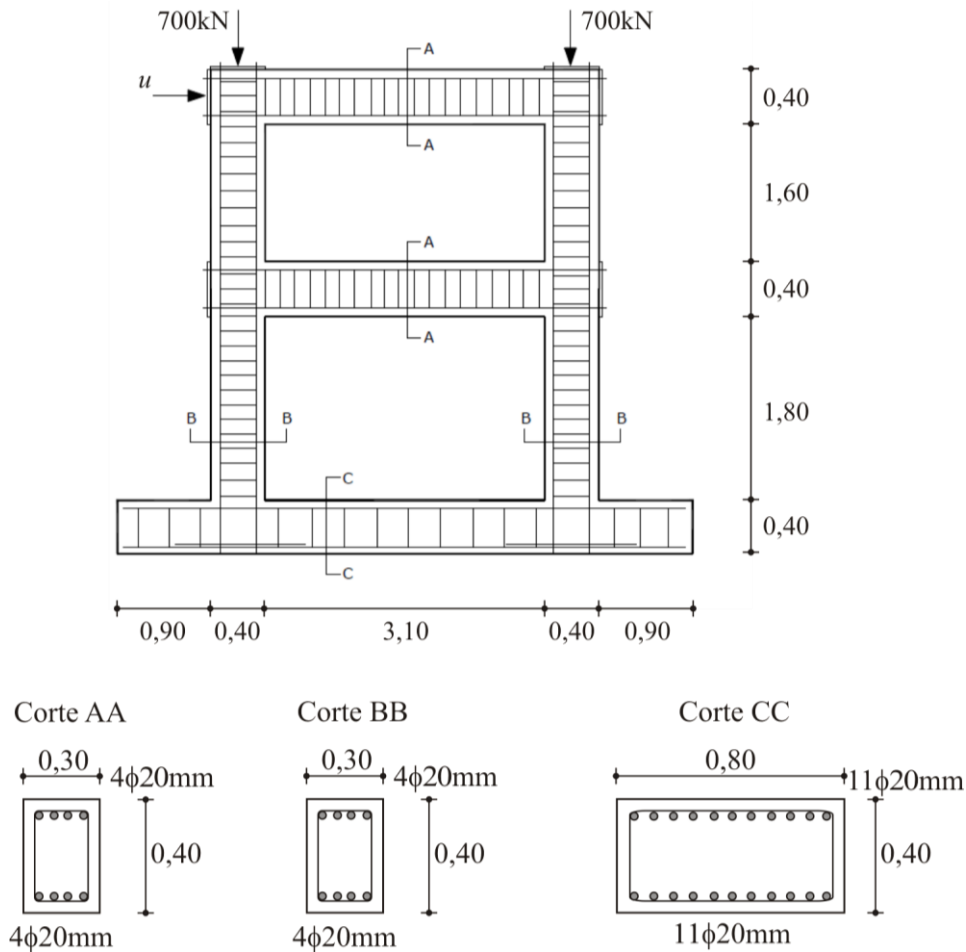


Figura 8. Exemplo 2: Pórtico em concreto armado (dimensões em metros). (Nogueira et al., 2010)

Tabela 2. Dados da viga analisada

Parâmetro	Variável	Valor
Tensão de escoamento do aço	f_y (MPa)	418
Tensão de ruptura do aço	f_{su} (MPa)	598
Módulo de elasticidade de aço	E_s (MPa)	192500
Módulo de elasticidade do concreto	f_{ck} (MPa)	30

Considerando a seção em uma situação na qual os carregamentos não tenham sido aplicados, foi obtido como parâmetros de dano plástico (d_p) e dano último (d_u) iguais a 0,14 e 0,63 respectivamente, para os pilares; e 0,15 e 0,63 para as vigas. Novamente considerando que as forças não tenham sido aplicadas, os momentos crítico, plástico e último característicos da seção transversal são, respectivamente 20,38 kNm, 110,41 kNm e 182,14 kNm para os pilares; e 27,17 kNm, 151,52 kNm e 271,67 kNm para as vigas.

A malha de elementos finitos utilizada é apresentada na Figura 9. São utilizados apenas seis elementos finitos, e o código computacional desenvolvido obtém os resultados da análise em um tempo total de 1,373 segundos. As trajetórias de equilíbrio dos nós 2 e 3 são analisadas comparativamente com os dados experimentais obtidos por Vecchio & Emara (1986).

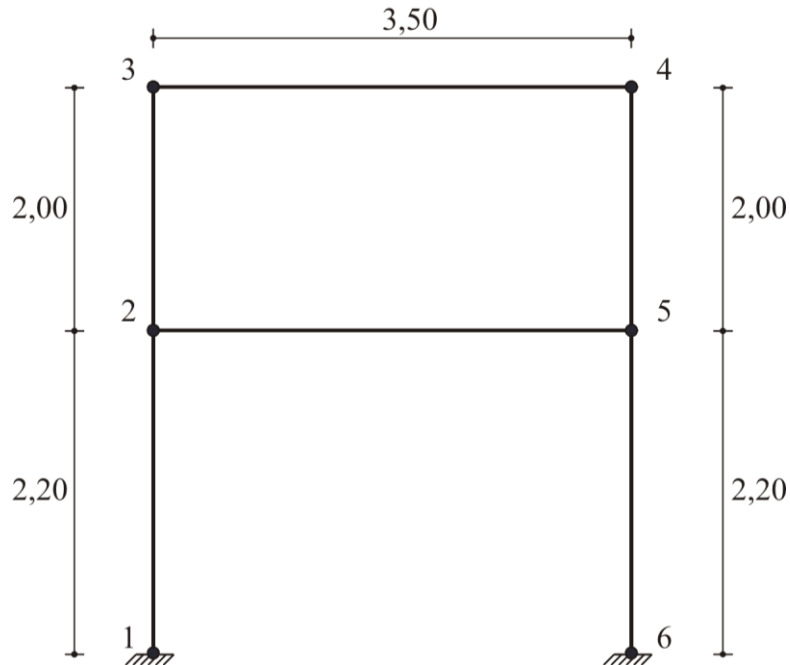


Figura 9. Exemplo 2: Malha de elementos finitos do pórtico em concreto armado (dimensões em metros).

A trajetória de equilíbrio do nó 3, através da modelagem por dano concentrado, é mostrada na Figura 10, juntamente com os resultados experimentais de Vecchio & Emara (1986). O resultado obtido pelo modelo de dano concentrado apresenta comportamento bastante similar ao experimental ao longo de todo o processo de carregamento.

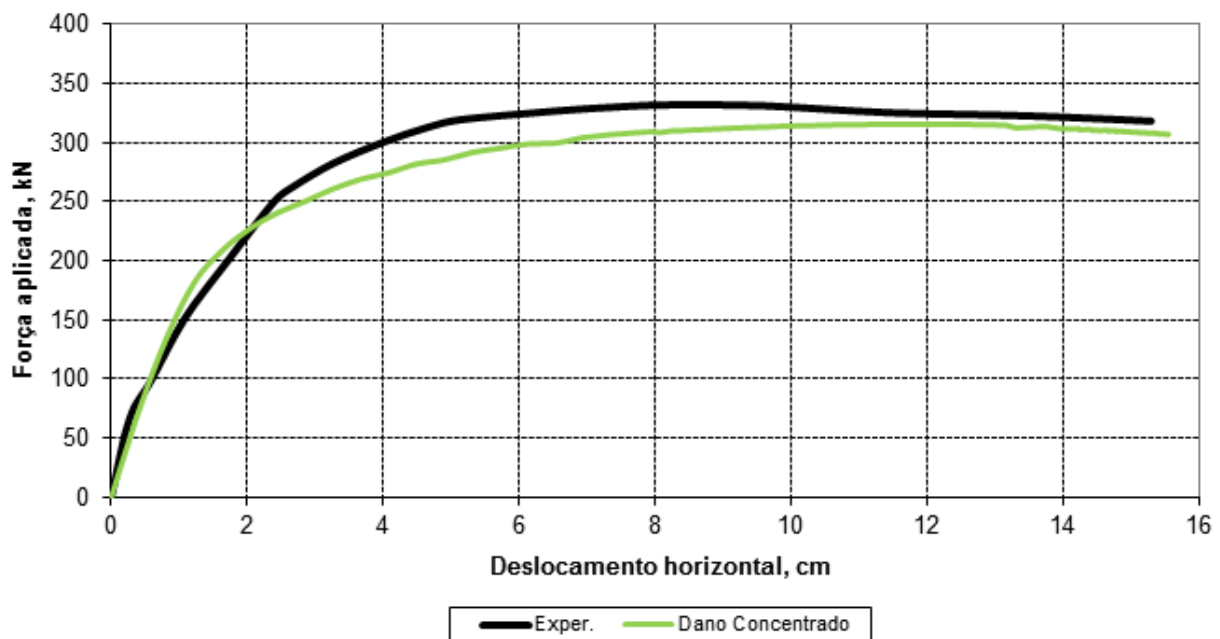


Figura 10. Exemplo 2: Trajetória de equilíbrio do nó 3.

O nó 2 também é analisado quanto a trajetória de equilíbrio, conforme mostra a Figura 11. Observa-se que para este nó, o modelo de dano concentrado apresenta bom resultado, e assim como para o nó anterior, também há boa aderência com a resposta experimental.

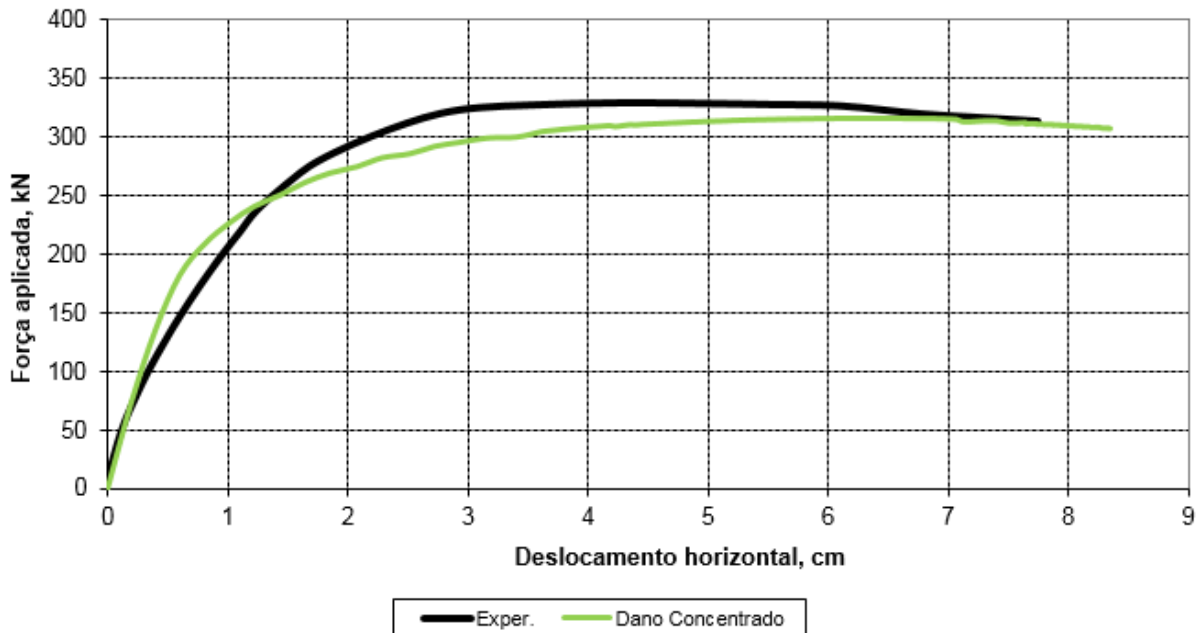


Figura 11. Exemplo 2: Trajetória de equilíbrio do nó 2.

4 CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi apresentado o modelo de dano concentrado e seu acoplamento a uma plataforma do MEF para elementos de pórtico plano. Nos dois exemplos analisados, o modelo de dano concentrado apresentou resultados que estão em boa concordância com as repostas experimentais e numéricas disponíveis na literatura. No caso de estruturas que apresentem trecho de dano contínuo, a utilização de funções que penalizam a inércia (rigidez) possibilita o uso do dano concentrado com bom grau de precisão, conforme mostrado no exemplo 1.

Ressalta-se também que o dano concentrado leva a utilização de malhas com menos elementos finitos e conseqüentemente menor custo computacional, sem comprometer a precisão dos resultados. Isso possibilita a aplicação de modelos de dano concentrado em estruturas com maior grau de complexidade, viabilizando a análise inelástica de modelos que teriam alto custo computacional se modelados via teoria do dano contínuo.

Pretende-se aplicar o modelo desenvolvido neste trabalho em análises de confiabilidade estrutural. Assim, métodos de simulação podem ser aplicados uma vez que o tempo de processamento deixa de ser um limitante do modelo.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro fornecido pela FAPESP, projeto de pesquisa nº 2014/18928-2, sem o qual esta pesquisa não poderia ter sido realizada.

REFERÊNCIAS

- ACI Committee, American Concrete Institute, & International Organization for Standardization, 2008. *Building code requirements for structural concrete (ACI 318-08) and commentary*, American Concrete Institute.
- Alva, G. M. S., & El Debs El, A. L. H. de C., 2010. Application of lumped dissipation model in nonlinear analysis of reinforced concrete structures. *Eng. Struct.*, vol. 32, n. 4, pp. 974-981.
- Álvares, M. da S., 1993. *Estudo de um modelo de dano para o concreto: formulação, identificação paramétrica e aplicação com o emprego do método dos elementos finitos*. Tese de Doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- Amorim, D. L. D. F., Proença, S. P., & Flórez-López, J., 2013. A model of fracture in reinforced concrete arches based on lumped damage mechanics. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 50, n. 24, pp. 4070-4079.
- Amorim, D. L. D. F., Proença, S. P., & Florez-Lopez, J., 2014. Simplified modeling of cracking in concrete: Application in tunnel linings. *Engineering Structures*, vol. 70, 23-35.
- Cipollina, A., López-Inojosa, A., & Flórez-López, J., 1995. A Simplified damage mechanics approach to nonlinear analysis of frames. *Comp. & Structures*, vol. 54, n. 6, pp. 1113-1126.
- Febres, R., Inglessis, P., Flórez-López, J. Modeling of local buckling in tubular steel frames subjected to cyclic loading. *Comp. & Structures*, vol. 81, n. 22-23, pp. 2237-2247.
- Flórez-López, J., 1998. Frame analysis and continuum damage mechanics. *European Journal of Mechanics – A/Solids*, vol. 17, n. 2, pp. 269-283.
- Flórez-López, J.; Marante, M. E.; Picón, R., 2015. *Fracture and Damage Mechanics for Structural Engineering of Frames: State-of-the-Art Industrial Applications*. IGI Global.
- Junior, F. S., & Venturini, W. S., 2007. Damage modelling of reinforced concrete beams. *Advances in Engineering Software*, vol. 38, n. 8, pp. 538-546.
- Légeron, F., Paultre, P., & Mazars, J., 2005. Damage mechanics modeling of nonlinear seismic behavior of concrete structures. *Journal of Struct.Eng.*, vol. 131, n. 6, pp. 946-955.
- Lemaitre, J., & Desmorat, R., 2005. *Engineering Damage Mechanics*. Springer-Verlag.
- Marante, M. E., & Flórez-López, J., 2003. Three-dimensional analysis of reinforced concrete frames based on lumped damage mechanics. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 40, n. 19, pp. 5109-5123
- Nogueira, C. G., 2010. *Desenvolvimento de Modelos Mecânicos, de Confiabilidade e de Otimização para Aplicação em Estruturas de Concreto Armado*. Tese de Doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- Nogueira, C. G., Venturini, W. S., & Coda, H. B., 2013. Material and geometric nonlinear analysis of reinforced concrete frame structures considering the influence of shear strength complementary mechanisms. *Latin American Journal of Solids and Structures*, vol. 10, n. 5, pp. 953-980.
- Pituba, J. J. C., & Lacerda, M. M. S., 2012. Simplified damage models applied in the numerical analysis of reinforced concrete structures. *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, vol. 5, n. 1, pp. 26-37.

Rajasankar, J., Nagesh, R., & Prasad, A. (2009). Modelling inelastic hinges using CDM for nonlinear analysis of reinforced concrete frame structures. *Computers and Concrete*, vol. 6, n. 4, pp. 319-341.

Vecchio, F. J., & Collins, M. P., 1986. The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear. *ACI Structural Journal*, vol. 83, n. 2, pp. 219-231.