



ANÁLISE PARAMÉTRICA DO COMPORTAMENTO DE ELEMENTOS DE MEMBRANA APLICADA A ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO VIA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

Naiara G. O. Porto

João C. Pantoja

naiarag.porto@gmail.com

joaocpantoja@gmail.com

Centro Universitário de Brasília (UniCEUB)

SEPN 707/907, 70790-075, DF, Brasília, Brasil.

Rafael A. de Souza

rsouza@uem.com.br

Universidade Estadual de Maringá

Av. Colombo, 5790 – Jardim Universitário, 87020-900, PR, Maringá, Brasil.

Abstract. *A importância do conhecimento do nível de segurança de uma estrutura é crucial para a realização de um bom projeto estrutural. Este artigo tem como objetivo fazer uma análise paramétrica em elementos de membrana de estruturas de concreto armado via confiabilidade estrutural. Para obtenção do nível de segurança do elemento de membrana o método de simulação de Monte Carlo foi utilizado. Uma variação determinística nos carregamentos aplicados sobre o elemento de membrana é feita e a contribuição de cada modo de falha considerada, obtendo-se assim, o índice de confiabilidade e sua variação com determinados parâmetros de projeto. Por meio de uma análise comparativa, ilustrada graficamente, o trabalho mostra diferentes casos de carregamentos no elemento de membrana, ocasionando modos de falhas distintos em cada situação. Os modos de falha estudados podem ser o escoamento do aço na direção x e/ou y , esmagamento do concreto e a falha do sistema como um todo. A presente metodologia tem como resultado principal o “controle”, pelo projetista, do nível de ductilidade de cada elemento de membrana e sua relação com os tipos possíveis de carregamentos atuantes. É possível, assim, obter o escoamento da armadura anteriormente ao esmagamento do concreto na maioria dos casos de carregamento.*

Keywords: *Confiabilidade. Método de Monte Carlo. Elementos de Membrana. Modos de Falha.*

1 INTRODUÇÃO

Pensando nas dificuldades encontradas na Engenharia Civil quanto ao dimensionamento de estruturas complexas, métodos são criados para simplificar a análise e tornar os resultados mais precisos. Foi desenvolvido um programa em linguagem MATLAB que obtém a probabilidade de falha via método de simulação de Monte Carlo de um elemento de membrana em concreto armado cuja formulação está presente no trabalho de SOUZA, R. A.

O presente artigo pretende apresentar a análise de elementos de membrana em concreto armado juntamente utilizando a análise de confiabilidade de modo a obter o nível de segurança destes elementos. Diferentes carregamentos serão aplicados ao elemento de membrana afim de correlacionar seu comportamento resistente ao seu nível de segurança.

O método de Simulação de Monte Carlo será utilizado com a finalidade de calcular a probabilidade de falha dos elementos de membrana, considerando as diferentes contribuições do concreto e do aço à resistência dos esforços. São obtidas as probabilidades de modo de falha referente ao esmagamento do concreto e/ou escoamento do aço separadamente e depois como um sistema estrutural em série.

A principal contribuição do trabalho consiste na obtenção do nível de segurança via análise de confiabilidade com a aplicação em elementos de membrana de concreto armado segundo a formulação proposta. O assunto foi desenvolvido totalmente pelos autores não estando presente em bibliografia nacional e internacional.

2 ELEMENTOS DE MEMBRANA

De acordo com Souza (2016), o elemento de membrana pode ser definido como um elemento retangular submetido às forças normais e cortantes no plano. Seu estudo é uma importante ferramenta para futura análise e dimensionamento de estruturas mais complexas.

Elementos de membrana são utilizados para modelar estruturas como vigas-paredes e reservatórios, por exemplo. A Figura 1 apresenta possíveis elementos compostos por conjuntos de elementos de membrana.

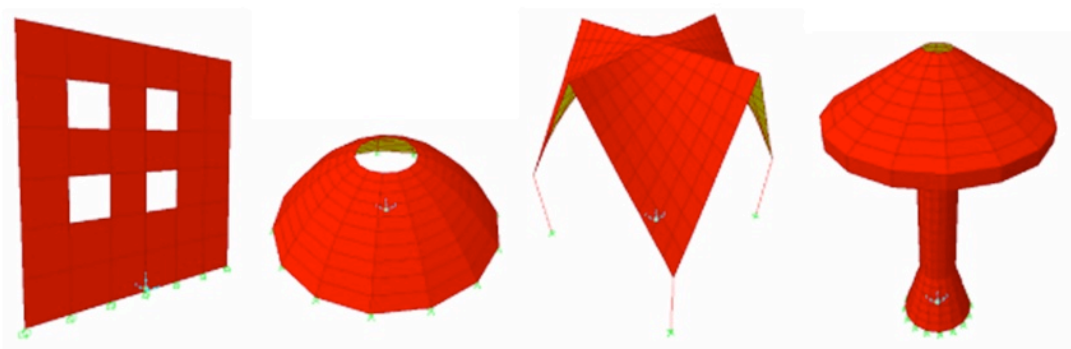


Figura 1. Estruturas idealizadas como sendo um conjunto de elementos de membrana de acordo com SOUZA (2016)

É possível analisar o elemento de membrana aplicado a estruturas de concreto armado, separando-o em concreto e armadura. Atribui-se que o concreto irá resistir as forças normais de compressão verticais e horizontais e as forças de cisalhamento. A armadura irá resistir as forças normais de tração verticais e horizontais.

A Figura 2 apresenta o elemento submetido as forças normais e cortantes no plano por unidade de comprimento (KN/m).

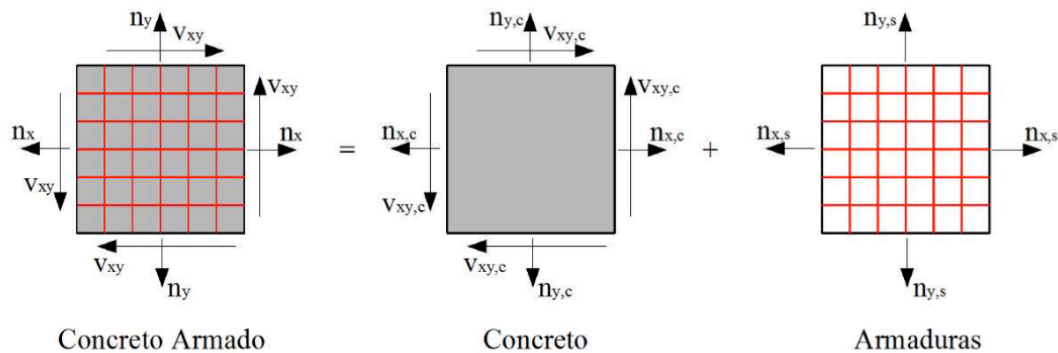


Figura 2. Elemento de concreto armado sujeito a esforços de membrana de acordo com SOUZA (2016)

Quando submetido a cisalhamento puro, o elemento pode ser subarmado, superarmado ou apresentar uma “condição balanceada”.

- Elemento subarmado: armaduras longitudinal e transversal escoam antes do esmagamento do concreto;
- Elemento superarmado: esmagamento do concreto anteriormente ao escoamento das armaduras longitudinal e transversal;
- “Condição balanceada”:

Caso I: o escoamento das armaduras longitudinal e transversal acontece simultaneamente ao esmagamento do concreto;

Caso II: a armadura transversal escoar primeiramente e a armadura longitudinal escoar simultaneamente ao esmagamento do concreto;

Caso III: a armadura longitudinal escoar primeiramente e a armadura transversal escoar simultaneamente ao esmagamento do concreto.

A Figura 3 apresenta as taxas de armadura mínimas para diferentes resistências do concreto. Considerou-se $f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}$ e $f_{yy} = 500 \text{ MPa}$.

Concreto (MPa)	20	25	30	35	40	45	50
ρ_{\min} (%)	0,44	0,51	0,58	0,64	0,70	0,76	0,81

Figura 3. Taxa de armadura mínima por direção para elementos sob cisalhamento por SOUZA (2016)

A NBR6118 (2003) recomenda uma taxa de 0,10% para armadura de pele em cada face (item 17.3.5.2.3).

O elemento de membrana, quando submetido a diferentes carregamentos, reage de acordo com quatro diferentes casos:

- Caso I: tração das armaduras nas direções X e Y;
- Caso II: tração das armaduras na direção Y e compressão na direção X;
- Caso III: tração das armaduras na direção X e compressão na direção Y;

- Caso IV: compressão nas direções X e Y.

A Figura 4 apresenta uma tabela com um resumo das diversas equações para os elementos de membrana.

<p>Caso I $n_x > 0$ e $n_y > 0$</p>	$z_x = n_x + \frac{v_{xy}}{\operatorname{tg}\theta'}$ $z_y = n_y + v_{xy} \operatorname{tg}\theta'$ $\sigma_c \cdot h = \frac{v_{xy}}{\operatorname{sen}\theta' \cos\theta'} = R_c$	$z_x = n_x + R_c \cdot \cos^2 \theta'$ $z_y = n_y + R_c \cdot \operatorname{sen}^2 \theta'$ $v_{xy} = R_c \cdot \operatorname{sen}\theta' \cos\theta'$	$\rho_x f_{sx} = \sigma_x + \frac{\tau_{xy}}{\operatorname{tg}\theta'}$ $\rho_y f_{sy} = \sigma_y + \tau_{xy} \operatorname{tg}\theta'$ $\sigma_c = \frac{\tau_{xy}}{\operatorname{sen}\theta' \cos\theta'}$	$\rho_x f_{sx} = \sigma_x + \sigma_c \cos^2 \theta'$ $\rho_y f_{sy} = \sigma_y + \sigma_c \operatorname{sen}^2 \theta'$ $\tau_{xy} = \sigma_c \operatorname{sen}\theta' \cos\theta'$
<p>Caso II $n_x < 0$ e $n_x > v_{xy}$</p>	$z_x = 0$ $\operatorname{tg}\theta' = \frac{-v_{xy}}{n_x}$ $z_y = n_y - \frac{v_{xy}^2}{n_x}$ $\sigma_c \cdot h = -n_x - \frac{v_{xy}^2}{n_x} = R_c$	$z_x = 0$ $\operatorname{tg}\theta' = \frac{-v_{xy}}{n_x}$ $z_y = n_y - \frac{(R_c \cdot \operatorname{sen}\theta' \cdot \cos\theta')^2}{n_x}$	$\rho_x f_{sx} = 0$ $\operatorname{tg}\theta' = \frac{-\tau_{xy}}{\sigma_x}$ $\rho_y f_{sy} = \sigma_y + \frac{\tau_{xy}^2}{(-\sigma_x)}$	$\rho_x f_{sx} = 0$ $\operatorname{tg}\theta' = \frac{-\tau_{xy}}{\sigma_x}$ $\rho_y f_{sy} = \sigma_y + \frac{(\sigma_c \operatorname{sen}\theta' \cos\theta')^2}{(-\sigma_x)}$
<p>Caso III $n_y < 0$ e $n_y > v_{xy}$</p>	$z_y = 0$ $\operatorname{tg}\theta' = \frac{-n_y}{v_{xy}}$ $z_x = n_x - \frac{v_{xy}^2}{n_y}$ $\sigma_c \cdot h = -n_y - \frac{v_{xy}^2}{n_y} = R_c$	$z_y = 0$ $\operatorname{tg}\theta' = \frac{-n_y}{v_{xy}}$ $z_x = n_x - \frac{(R_c \cdot \operatorname{sen}\theta' \cdot \cos\theta')^2}{n_y}$	$\rho_y f_{sy} = 0$ $\operatorname{tg}\theta' = \frac{-\sigma_y}{\tau_{xy}}$ $\rho_x f_{sx} = \sigma_x + \frac{\tau_{xy}^2}{(-\sigma_y)}$	$\rho_y f_{sy} = 0$ $\operatorname{tg}\theta' = \frac{-\sigma_y}{\tau_{xy}}$ $\rho_x f_{sx} = \sigma_x + \frac{(\sigma_c \operatorname{sen}\theta' \cos\theta')^2}{(-\sigma_y)}$
<p>Caso IV $n_x < 0, n_x > v_{xy} ,$ $n_y < 0$ e $n_y > v_{xy}$</p>	$z_x = 0 \quad z_y = 0$ $\sigma_c \cdot h = \frac{-(n_x + n_y)}{2} \pm \frac{\sqrt{\frac{(n_x - n_y)^2}{4} + v_{xy}^2}}{2} = R_c$	$z_x = 0 \quad z_y = 0$ $\sigma_c \cdot h = \frac{-(n_x + n_y)}{2} \pm \frac{\sqrt{\frac{(n_x - n_y)^2}{4} + v_{xy}^2}}{2} = R_c$	$\rho_x f_{sx} = 0 \quad \rho_y f_{sy} = 0$ $\sigma_c = \frac{-(\sigma_x + \sigma_y)}{2} \pm \frac{\sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2}{4} + \tau_{xy}^2}}{2} = R_c$	$\rho_x f_{sx} = 0 \quad \rho_y f_{sy} = 0$ $\sigma_c = \frac{-(\sigma_x + \sigma_y)}{2} \pm \frac{\sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2}{4} + \tau_{xy}^2}}{2} = R_c$

Figura 4. Resumo das equações para elementos de membrana em concreto armado de acordo com SOUZA (2016)

A determinação de quantidade de armadura por unidade de largura é dada por:

$$A_{sx} = \frac{Z_{x,d}}{f_{yd}} = \frac{\gamma_f \cdot Z_x}{f_{yk} / \gamma_s} \quad (1)$$

$$A_{sy} = \frac{Z_{y,d}}{f_{yd}} = \frac{\gamma_f \cdot Z_y}{f_{yk} / \gamma_s} \quad (2)$$

De acordo com o CEB-FIP Model Code 1990 (1993), a máxima tensão de compressão atuante no concreto deve ser inferior às tensões apresentadas a seguir:

$$\sigma_c \leq 0,60 \cdot \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] \cdot f_{cd} = f_{cd2} \rightarrow \text{Para os casos I, II e III} \quad (3)$$

$$\sigma_c \leq K \cdot 0,85 \cdot \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] \cdot f_{cd} = K \cdot f_{cd2} \rightarrow \text{Para o caso IV} \quad (4)$$

$$K = \frac{1+3,65 \cdot \alpha}{(1+\alpha)^2} \quad (5)$$

$$\alpha = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \quad (6)$$

A Figura 5 apresenta as taxas mínimas para diferentes resistências do concreto. Considerou-se $f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}$, $E_c = 5600 \cdot f_{ck}^{2/3}$, $E_s = 210 \text{ GPa}$ e $f_y = 500 \text{ MPa}$.

Concreto (MPa)	20	25	30	35	40	45	50
ρ_{\min} (%)	0,46	0,53	0,60	0,66	0,73	0,79	0,84

Figura 5. Taxa de armadura mínima para elementos de membrana em cada direção de acordo com SOUZA (2016)

A NBR6118 (2003) recomenda taxa de 0,10% para armadura de pele em cada face (item 17.3.5.2.3).

3 MÉTODOS DE ANÁLISE

O processo de simulação inicia-se com uma ideia inicial. Dados de entrada são então inseridos, prevendo o comportamento do sistema baseado nas análises dos diferentes cenários.

Assim, a simulação de Monte Carlo utiliza geradores de números aleatórios para simular sistemas físicos ou matemáticos, nos quais não se considera o tempo explicitamente como uma variável” (Chwif e Medina, 2015, pg. 06).

A confiabilidade estrutural é um método probabilístico para o cálculo da probabilidade de falha de uma estrutura. Para garantir sua segurança, a probabilidade de solicitação deverá ser menor do que a probabilidade de resistência.

Assim,

$$C = 1 - P_f \quad (7)$$

onde:

C = Confiabilidade estrutural;

Pf = Probabilidade de falha.

Na confiabilidade, para o reconhecimento das variáveis aleatórias, modos de falha são determinados.

O vetor $X = \{X_1, X_2, X_3, \dots, X_n\}$ é construído pelas variáveis de projeto.

A função de falha será:

$$G(X) = G(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n) = 0 \quad (8)$$

$$G(X) = R(X) - S(X) \quad (9)$$

onde:

R(X) = Resistência do elemento.

S(X) = Solicitação do elemento.

A probabilidade de falha pode ser representada por:

$$P_f = \int_{G(X) \leq 0} f(X) dx \quad (10)$$

onde:

$f(x)$ = Função de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias no vetor X envolvidas no Sistema.

O índice de confiabilidade é um valor utilizado para medir o nível de segurança da estrutura, podendo ser representado por:

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \tag{11}$$

onde:

μ_R = Média da resistência;

μ_S = Média da solicitação;

σ_R = Desvio padrão da resistência;

σ_S = Desvio padrão da solicitação.

A Figura 6 mostra uma representação geométrica do índice de confiabilidade β , como a distância entre o ponto de projeto e a origem.

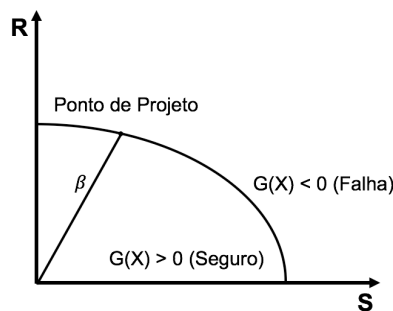


Figura 6. Índice de confiabilidade e o ponto de projeto no espaço normal padrão adaptado de MORAES (2015)

A Figura 7 apresenta uma tabela comparativa do índice de confiabilidade e probabilidade de falha.

β	p_f
0,00	$0,500 \times 10^0$
0,50	$0,309 \times 10^0$
1,00	$0,159 \times 10^0$
1,50	$0,668 \times 10^{-1}$
2,00	$0,228 \times 10^{-1}$
2,50	$0,621 \times 10^{-2}$
3,00	$0,135 \times 10^{-2}$
3,50	$0,233 \times 10^{-3}$
4,00	$0,317 \times 10^{-3}$

Figura 7. Relação entre β e p_f adaptado de SOUZA (2011)

O método de Monte Carlo consiste na repetição do processo de simulação para se chegar na quantidade de ocorrências de falhas.

Dessa forma:

$$p_f = \frac{n. [G(X) < 0]}{N} \quad (12)$$

Onde $n. [G(X) < 0]$ aponta o número de vezes que a função de falha incidiu na região de falha.

Por ser um método que exige elevado número de repetições para se chegar a valores mais precisos da probabilidade de falha, é necessário o auxílio de programas computacionais para tornar viável a utilização do método.

4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE RESULTADOS

Os resultados foram obtidos por meio de uma análise paramétrica das variáveis aleatórias apresentadas na Figura 8.

	Variável Aleatória	Valores Médios (μ)	Desvio Padrão (σ)	Coefficiente de Variação (δ)	Tipo de Distribuição
Resistentes	f_c (MPa)	30	5,1	17 %	Lognormal
	f_y (Mpa)	500	25	5 %	Lognormal
	A_{sx} cm^2/m	[1,2 – 11,5]	-	-	Determinístico
	A_{sy} cm^2/m	[1,2 – 11,5]	-	-	Determinístico
	Espessura (m)	[0,08 – 0,20]	-	-	Determinístico
Solicitantes	Tensões ($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$)**	*	-	-	Determinístico

Figura 8. Variáveis aleatórias do problema

*Variam para cada função de falha

**As tensões solicitantes são iguais as forças solicitantes:

$$\sigma_x = N_x$$

$$\sigma_y = N_y$$

$$\tau_{xy} = N_{xy}$$

1000000 repetições de simulação foram realizadas para a análise de cada função de falha, seguindo a equação 13:

$$G_i = R_i - S_i \quad (13)$$

A função de falha 1 (G_1), esmagamento do concreto, depende de:

Para os casos I, II e III:

$$f_{cmax} = 0,6. \left[\left(\frac{1-f_{c_i}}{250} \right) \cdot f_{c_i} \right] \quad (14)$$

Para o caso IV:

$$f_{c_{max}} = 0,85 \cdot \left[\left(\frac{1-f_{c_i}}{250} \right) \cdot f_{c_i} \right] \cdot k \quad (15)$$

Sendo que,

$$R = \frac{f_{c_{max}} \cdot h}{0,001} \quad (16)$$

A função de falha 2 (G2), escoamento do aço na direção X, depende de:

$$R = A_{sx} \cdot f_{y_i} \cdot 0,10 \quad (17)$$

A função de falha 3 (G3), escoamento do aço na direção Y, depende de:

$$R = A_{sy} \cdot f_{y_i} \cdot 0,10 \quad (18)$$

A falha do sistema ocorrerá, para estes resultados, em série. Ou seja, um modo de falha ocasiona a falha do sistema.

Portanto:

$$P_f^s = P\left[\bigcup_{i=1}^j (U \leq 0)\right] \quad (19)$$

onde:

j = Número de modos de falha identificados;

U = Vetor das variáveis normais padrão estaticamente independente.

As forças solicitantes utilizadas nos seguintes casos foram adotadas aleatoriamente, de forma que gerassem índices de confiabilidade dentro do intervalo de $0 \leq \beta \leq 5$, em que o valor máximo do índice de confiabilidade ($\beta_{máx} = 5$) representa uma limitação de simulação devido a capacidade de memória do software.

4.1 Compressão em Y – Caso I

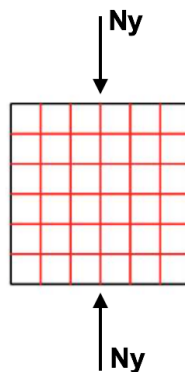


Figura 9. Elemento de membrana submetido à forças normais de compressão em Y

Dados:

$$A_{sx} = A_{sy} = 1.2 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$n = 1000000$$

$$h_{inicial} = 0.08 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$N_{xy} = 0 \text{ MPa}$$

$$f_{ym} = 500 \text{ MPa}$$

$$N_y = -600; -700; -800 \text{ MPa}$$

Funções de falha:

$$G_1 = \left(\frac{f_{cmax} \cdot h}{0,001} \right) - \sigma_y \quad (20)$$

$$G_2 = (A_{sx} \cdot f_{yi} \cdot 0,10) - \sigma_y \quad (21)$$

$$G_3 = (A_{sy} \cdot f_{yi} \cdot 0,10) - \sigma_y \quad (22)$$

Observa-se na Figura 10(a) que a medida que há um aumento das forças de compressão o índice de confiabilidade diminui, tornando a estrutura menos segura.

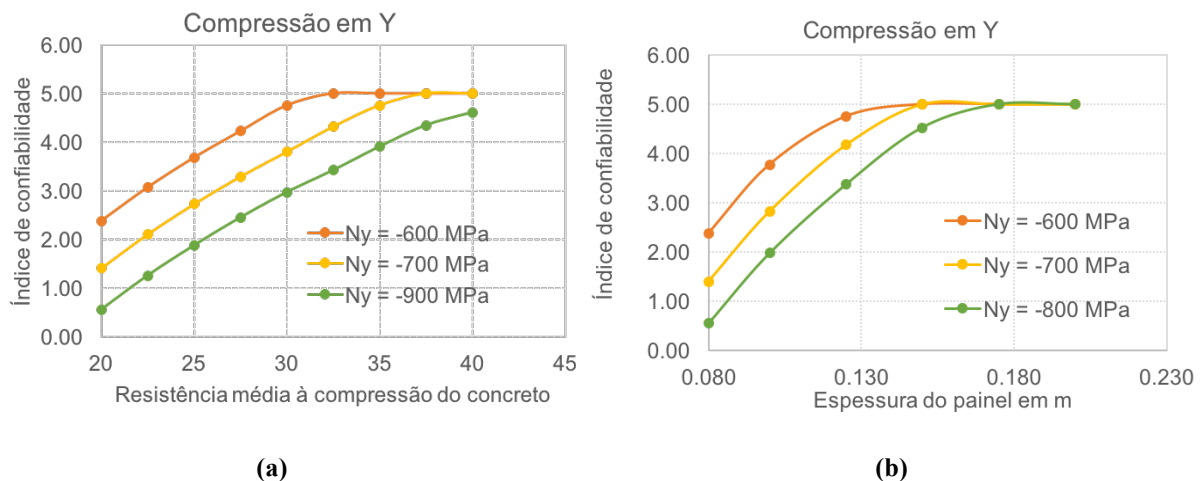


Figura 10. Gráfico gerado a partir de forças normais de compressão atuantes em Y

E a medida que a resistência média à compressão do concreto aumenta, o índice de confiabilidade da estrutura aumenta também. Quando a resistência do concreto a compressão é maior que 32MPa, o gráfico se torna uma reta, isso significa, nesse caso, que o nível de segurança é o maior valor possível a ser obtido via método de simulação de Monte Carlo para o número de simulações adotado.

Na Figura 10(b), a medida que se aumenta a espessura do elemento, ele se torna mais seguro.

No caso de carregamento do elemento de membrana com forças de compressão em Y, apenas a resistência à compressão do concreto contribuirá para a resistência do elemento.

4.2 Compressão em X e Y – Caso II

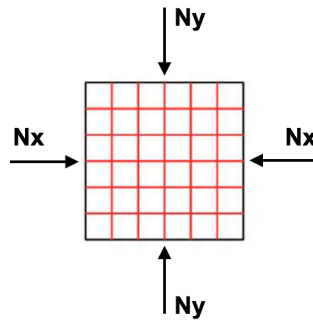


Figura 11. Elemento de membrana submetida a forças normais de compressão em X e Y

Dados:

$$A_{sx} = A_{sy} = 1.2 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$n = 1000000$$

$$h_{inicial} = 0.08 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$N_{xy} = 0 \text{ MPa}$$

$$f_{ym} = 500 \text{ MPa}$$

$$N_y = -1100; -1200; -1300 \text{ MPa}$$

Funções de falha:

$$G_1 = \left(\frac{f_{cmax,h}}{0,001} \right) - (\sigma_x + \sigma_y) \quad (23)$$

$$G_2 = (A_{sx} \cdot f_{yi} \cdot 0,10) - (\sigma_x + \sigma_y) \quad (24)$$

$$G_3 = (A_{sy} \cdot f_{yi} \cdot 0,10) - (\sigma_x + \sigma_y) \quad (25)$$

Com os dados de entrada, verifica-se na Figura 12 que a medida que aumentamos as forças atuantes, o índice de confiabilidade diminui. Quando há um aumento na resistência média do concreto, o elemento se torna mais seguro.

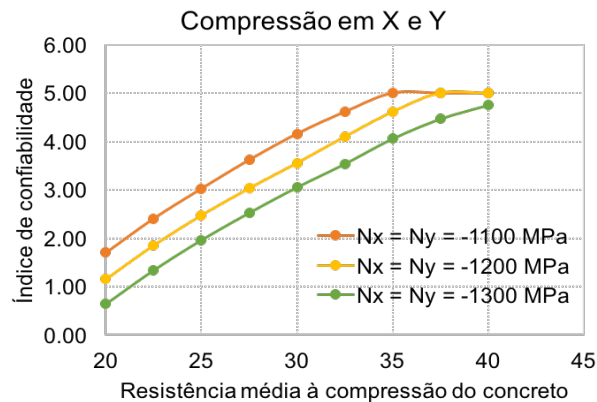


Figura 12. Gráfico gerado a partir de forças normais de compressão atuantes em X e Y

Em comparação a análise feita quando há apenas compressão em Y, observa-se que as forças solicitantes aplicadas são muito maiores em valores numéricos para a obtenção de índices de confiabilidade semelhantes. Isso ocorre, devido ao efeito de confinamento, que gera um aumento na resistência do concreto.

Neste caso, igualmente ao anterior, apenas o concreto tem contribuição na resistência do elemento de membrana.

4.3 Cisalhamento XY – Caso III

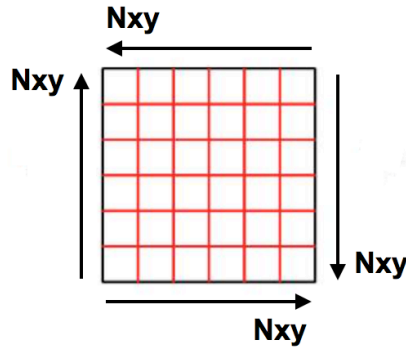


Figura 13. Elemento de membrana submetido à força de cisalhamento

Dados:

$$A_{sx} = A_{sy} = 9 \text{ cm}^2/m$$

$$n = 1000000$$

$$h_{inicial} = 0.08 \text{ cm}^2/m$$

$$N_{xy} = 370 \text{ MPa}$$

$$f_{ym} = 500 \text{ MPa}$$

Funções de falha:

$$G_1 = \left(\frac{f_{cmax,h}}{0,001} \right) - (\tau_{xy}) \quad (25)$$

$$G_2 = (A_{sx} \cdot f_{yi} \cdot 0,10) - (\tau_{xy}) \quad (26)$$

$$G_3 = (A_{sy} \cdot f_{yi} \cdot 0,10) - (\tau_{xy}) \quad (27)$$

A Figura 14 mostra que, quando as armaduras em X e Y são iguais, o elemento começará falhando no concreto. A medida que há o aumento da resistência média a compressão do concreto, o modo de falha passa a ser pelo escoamento do aço nas duas direções.

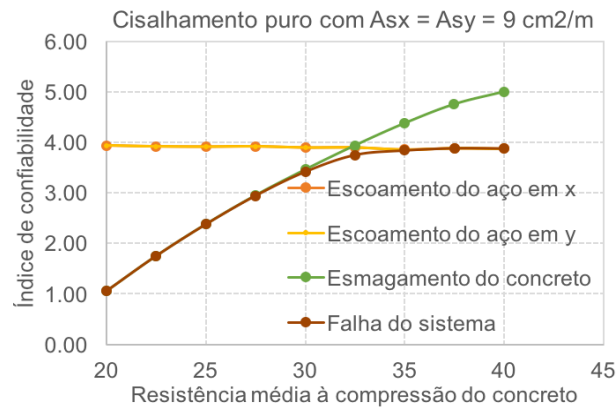


Figura 14. Gráfico gerado a partir de forças de cisalhamento atuantes

Desse modo, o elemento de membrana mostrou-se inicialmente com comportamento frágil através do esmagamento do concreto (modo de falha frágil). Com o aumento da resistência à compressão média do concreto, o elemento de membrana modifica seu modo de falha de frágil para dúctil, pois o modo de falha passa a ocorrer pelo escoamento do aço.

4.4 Tração em Y - IV

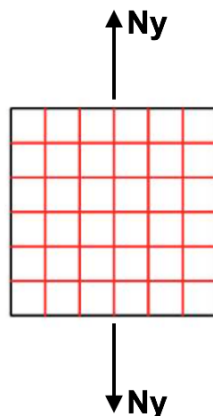


Figura 15. Elemento submetido à forças normais de tração em Y

Dados:

$$f_{cm} = 20 \text{ MPa}$$

$$n = 1000000$$

$$h_{inicial} = 0.08 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$N_{xy} = 0 \text{ MPa}$$

$$f_{ym} = 500 \text{ MPa}$$

$$N_y = 280; 300; 320 \text{ MPa}$$

Funções de falha: ver equações 20, 21 e 22.

Na Figura 16, é possível observar que apenas o aumento da área das armaduras contribui para os esforços de tração atuantes. O valor do índice de confiabilidade aumenta a medida que a taxa de armadura aumenta.

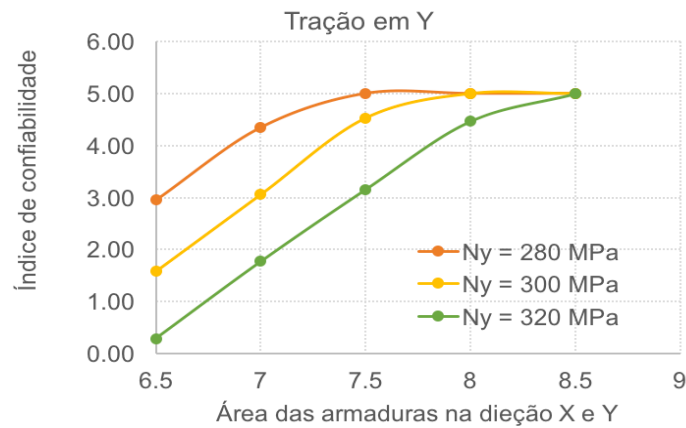


Figura 16. Gráfico gerado a partir de forças normais de tração atuantes em Y

Dados:

$$A_{sx} = A_{sy} = 9,5 \text{ cm}^2/m$$

$$n = 1000000$$

$$h_{inicial} = 0.08 \text{ cm}^2/m$$

$$N_{xy} = 0 \text{ MPa}$$

$$f_{ym} = 500 \text{ MPa}$$

$$N_y = 400; 470 \text{ MPa}$$

Funções de falha: ver equações 20, 21 e 22.

A Figura 17, mostra que o aumento à resistência a compressão média do concreto não afeta os valores de índice de confiabilidade para nenhuma das taxas de armadura utilizadas. As armaduras, ao contrário, são as responsáveis pelo nível de segurança do elemento de membrana. Conforme mostrado na Figura 17, quanto menor a sollicitação menor o nível de confiabilidade obtido.

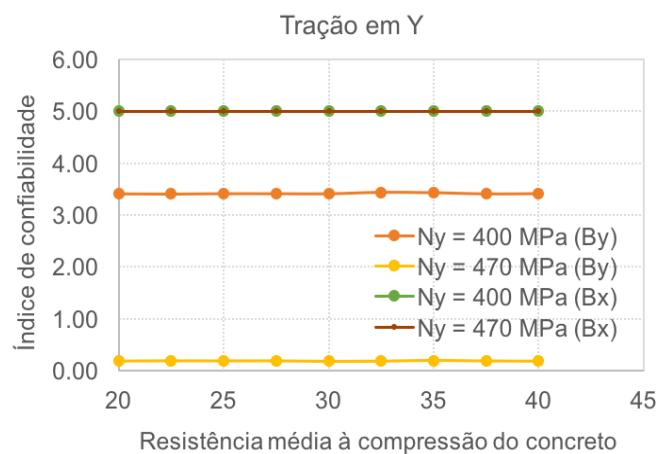


Figura 17. Gráfico gerado a partir de forças normais de tração atuantes em Y

No caso de tração na vertical, apenas as armaduras em Y contribuem na resistência do elemento de membrana.

4.5 Compressão em Y e Cisalhamento XY – Caso V

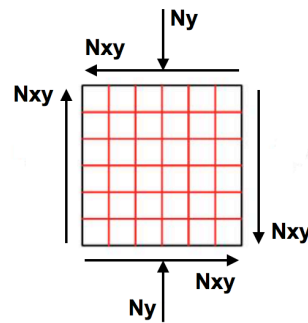


Figura 18. Elemento de membrana submetido a forças normais de compressão em Y e cisalhamento

Dados:

$$A_{sx} = A_{sy} = 9 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$n = 1000000$$

$$h_{inicial} = 0.08 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$N_{xy} = 400 \text{ MPa}$$

$$f_{ym} = 500 \text{ MPa}$$

$$N_y = -300; -400; -500 \text{ MPa}$$

Funções de falha:

$$G_1 = \left(\frac{f_{cmax,h}}{0,001} \right) - (\sigma_y + \tau_{xy}) \tag{28}$$

$$G_2 = (A_{sx} \cdot f_{yi} \cdot 0,10) - (\sigma_y + \tau_{xy}) \tag{29}$$

$$G_3 = (A_{sy} \cdot f_{yi} \cdot 0,10) - (\sigma_y + \tau_{xy}) \tag{30}$$

Nas figuras 19(a) e 19(b), quando a força de cisalhamento é maior ou igual a força de compressão em Y, nota-se que o modo de falha inicial ocorre pelo esmagamento do concreto. Após o valor de resistência média a compressão do concreto alcançar aproximadamente 25 Mpa, o modo de falha passa a ser pelo escoamento do aço em X, o que evidencia o modo de falha dúctil.

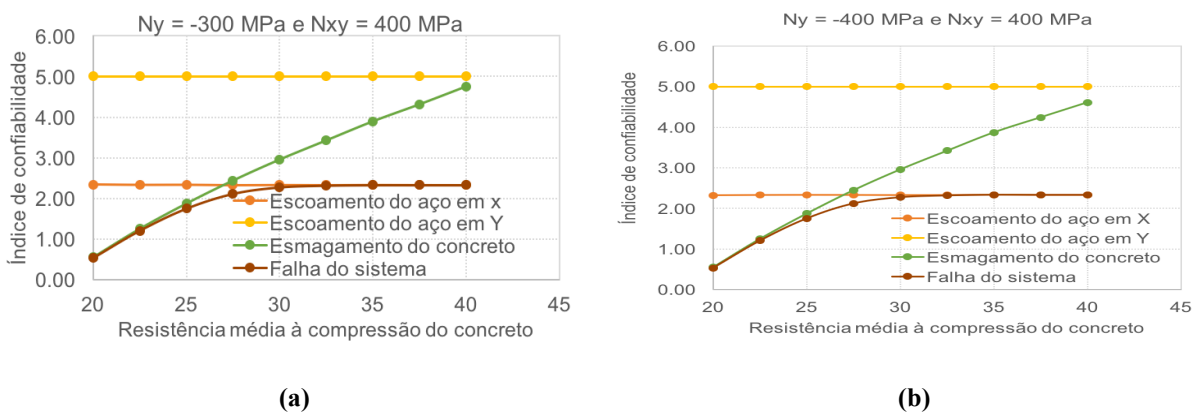


Figura 19. Gráfico gerado a partir de forças normais de compressão em Y e cisalhamento atuantes

Na Figura 20(a), quando a força de compressão é maior do que a força de cisalhamento, o modo de falha sempre ocorrerá pelo esmagamento do concreto.

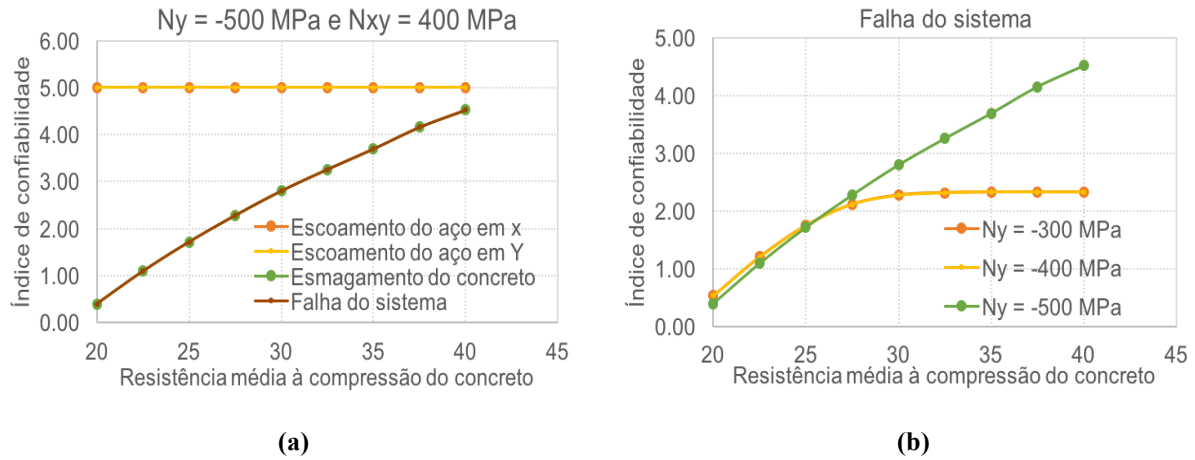


Figura 20. Gráfico gerado a partir de forças normais de compressão em Y e cisalhamento atuantes

A Figura 20(b) mostra uma comparação do modo de falha dos 3 sistemas. Assim, com o aumento da resistência média à compressão do concreto, para a sollicitação com valor de -500 MPa apenas o modo de falha frágil, esmagamento do concreto, é atingido. Os outros dois valores de sollicitação (-300MPa e -400MPa), apresentaram dois modos de falha. Inicialmente há o esmagamento do concreto e a medida que a resistência média à compressão do concreto aumenta, o modo de falha passa a ser pelo escoamento do aço.

4.6 Compressão em X, Y e Cisalhamento XY – Caso VI

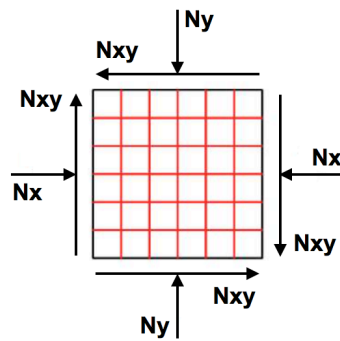


Figura 21. Elemento de membrana submetido a forças normais de compressão em X, Y e cisalhamento

Dados:

$$A_{sx} = A_{sy} = 9 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$n = 1000000$$

$$h_{inicial} = 0.08 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$N_{xy} = 400 \text{ MPa}$$

$$f_{ym} = 500 \text{ MPa}$$

$$N_y = -300; -400; -500 \text{ MPa}$$

Funções de falha:

$$G_1 = \left(\frac{f_{cmax,h}}{0,001} \right) - (\sigma_x + \sigma_y + \tau_{xy}) \tag{31}$$

$$G_2 = (A_{sx} \cdot f_{yi} \cdot 0,10) - (\sigma_x + \sigma_y + \tau_{xy}) \tag{32}$$

$$G_3 = (A_{sy} \cdot f_{yi} \cdot 0,10) - (\sigma_x + \sigma_y + \tau_{xy}) \tag{33}$$

Nas Figuras 22(a) e 22(b), quando as forças de compressão em X e Y são menores ou iguais à força de cisalhamento, o modo de falha sempre ocorre pelo esmagamento do concreto.

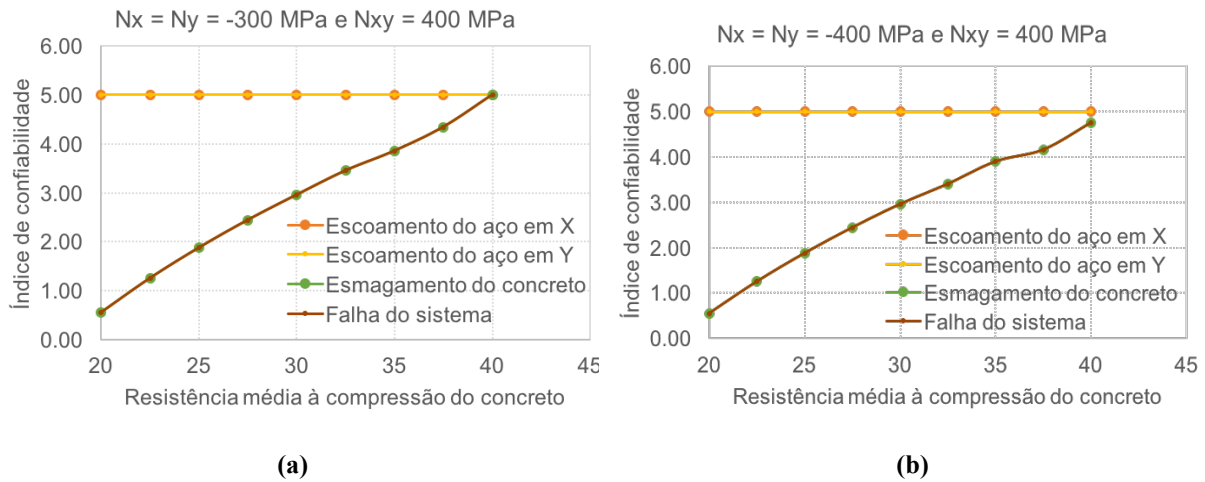


Figura 22. Gráfico gerado a partir de forças normais de compressão em X, Y e cisalhamento atuantes

Na Figura 23(a), onde as forças de compressão em X e Y são maiores do que a de cisalhamento, o efeito de confinamento fica mais evidenciado. O concreto se torna mais resistente e, conseqüentemente, após a resistência média à compressão do concreto chegar a 27.5 Mpa, os índices de confiabilidade se tornam iguais e máximos para todos os modos de falha.

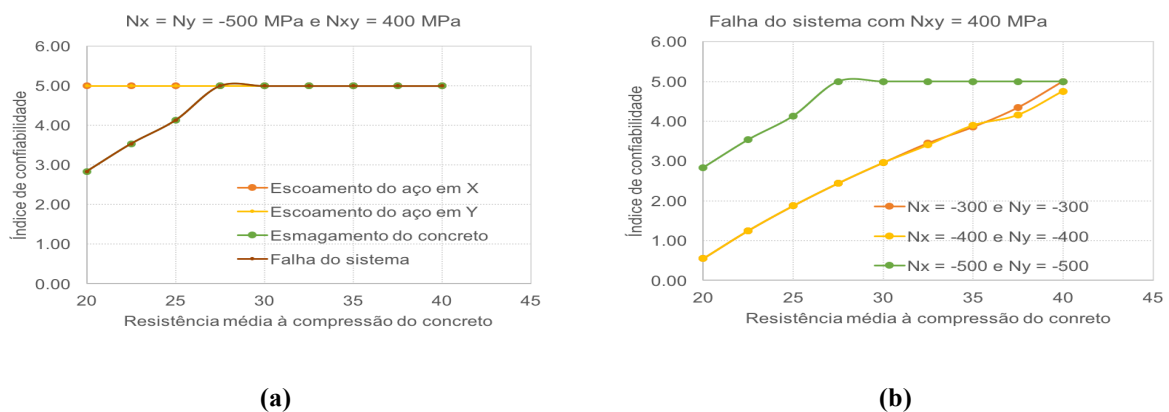


Figura 23. Gráfico gerado a partir de forças normais de compressão em X, Y e cisalhamento atuantes

A Figura 23(b) mostra uma comparação do modo de falha dos 3 sistemas. Nota-se que há um crescente nos valores do índice de confiabilidade do sistema, quando comparado com os

valores similares das Figuras 23(a), 22(b) e 22(a). Isso ocorre, devido ao aumento na resistência do concreto.

4.7 Tração em X, Y e Cisalhamento XY – Caso VII

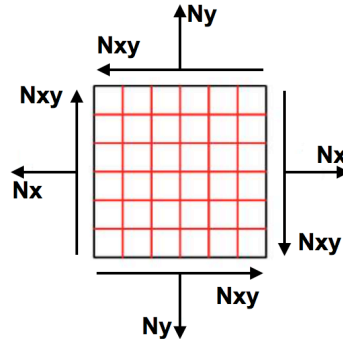


Figura 24. Elemento de membrana submetido a forças de tração em X, Y e cisalhamento

Dados:

$$A_{sx} = A_{sy} = 19 \text{ cm}^2/m$$

$$n = 1000000$$

$$h_{inicial} = 0.08 \text{ cm}^2/m$$

$$N_{xy} = 400 \text{ MPa}$$

$$f_{ym} = 500 \text{ MPa}$$

$$N_y = 300; 400; 500 \text{ MPa}$$

Funções de falha: ver equações 31, 32 e 33.

Na Figura 25(a), quando as forças normais são menores do que as cortantes, o modo de falha ocorre pelo esmagamento do concreto, caracterizando um elemento de membrana com comportamento frágil.

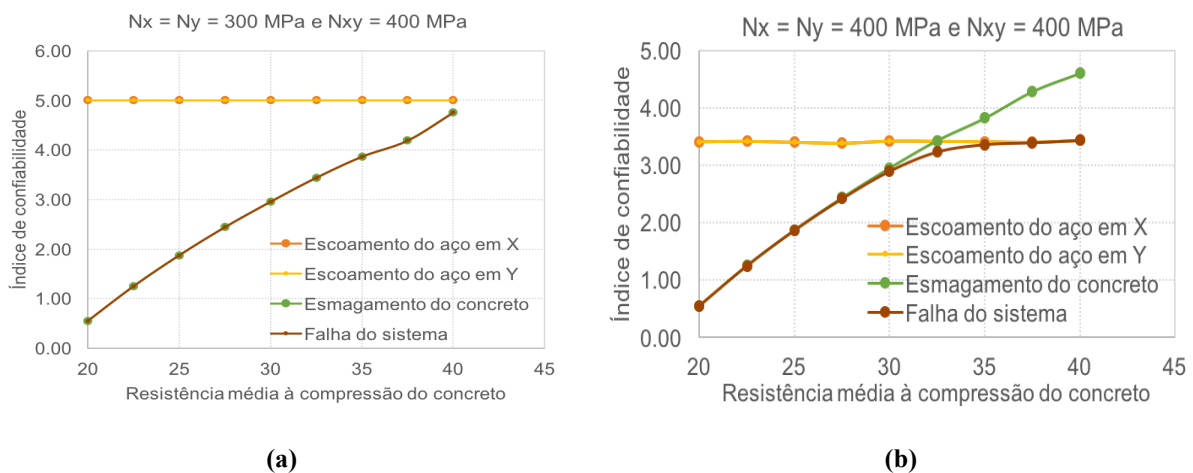


Figura 25. Gráfico gerado a partir de forças normais de tração em X, Y e cisalhamento atuantes

Na Figura 25(b), quando as forças normais são iguais às cortantes, o modo de falha começa pelo escoamento do concreto e a medida que há um aumento do valor da resistência média à compressão do concreto, o modo de falha passa a ocorrer pelo escoamento do aço nas duas direções.

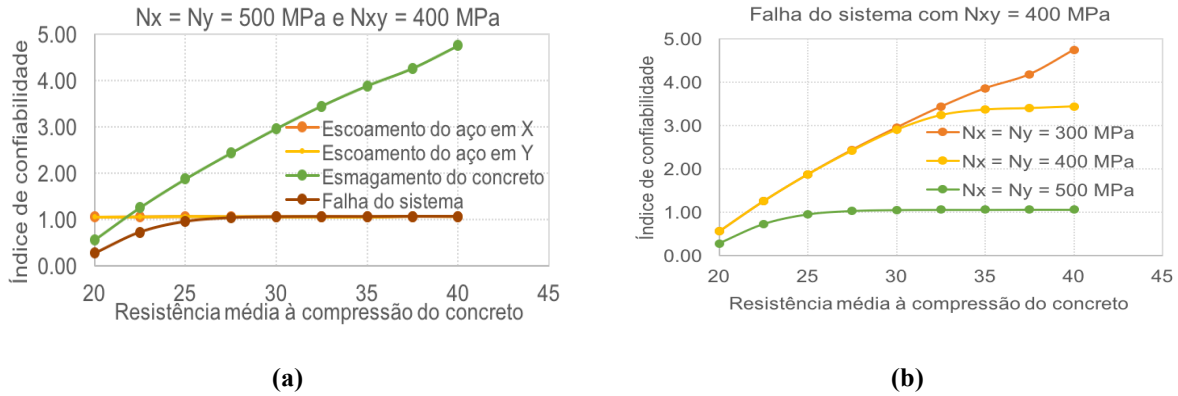


Figura 26. Gráfico gerado a partir de forças normais de tração em X, Y e cisalhamento atuantes

Na Figura 26(a), quando as forças de tração são maiores do que as de cisalhamento, o modo de falha se inicia pelo esmagamento do concreto. Com um pequeno aumento da resistência média à compressão do concreto, o modo de falha passa a ser pelo escoamento do aço nas duas direções.

A Figura 26(b) apresenta uma comparação dos 3 sistemas. Percebe-se, que a medida que há um aumento da força de tração, as armaduras se tornam mais solicitadas e os valores do índice de confiabilidade se tornam menores. No último sistema, a taxa de armadura adotada não foi suficiente para resistir aos esforços solicitantes.

5 CONCLUSÃO

O presente artigo apresenta a obtenção do nível de segurança de elementos de membrana de concreto armado submetido à diversos níveis de esforços solicitantes. A formulação apresentada é inovadora pois, pela primeira vez, associa análise de confiabilidade com o dimensionamento dos elementos de membrana em concreto armado presente no trabalho de SOUZA, R. A. Fica evidenciado que o comportamento resistente do elemento de membrana é associado aos tipos de tensões solicitantes.

Com base nos resultados apresentados anteriormente, é possível concluir que, quando há apenas forças de compressão solicitantes (caso I), o modo de falha ocorrerá sempre pelo esmagamento do concreto. Acrescentando esforços de cisalhamento ao caso I, o elemento de membrana terá seu modo de falha inicial ocorrendo pelo esmagamento do concreto. Há medida que a resistência média a compressão do concreto aumenta, o modo de falha do elemento de membrana passa a ser pelo escoamento do aço, apresentando um comportamento dúctil. Assim, no caso V, os esforços de cisalhamento são combatidos pelo concreto e pelo aço.

Quando o elemento de membrana é submetido à esforços normais de compressão nas direções X e Y (Caso II), o modo de falha ocorrerá sempre pelo esmagamento do concreto. Neste caso ocorre o efeito de confinamento, tornando o concreto muito mais resistente aos esforços solicitantes. Quando esforços de cisalhamento são acrescentados ao caso II, o modo de falha continua ocorrendo sempre pelo esmagamento do concreto. Isso ocorre devido ao aumento da resistência média à compressão do concreto. Assim, no caso VI, os esforços de cisalhamento são combatidos apenas pelo concreto.

No caso III o elemento de membrana mostrou-se inicialmente com comportamento frágil através do esmagamento do concreto (modo de falha frágil). Com o aumento da resistência à

compressão média do concreto, o elemento de membrana modifica seu modo de falha de frágil para dúctil, pois o modo de falha passa a ocorrer pelo escoamento do aço.

No caso IV, quando há apenas esforços de tração na vertical, apenas as armaduras em Y contribuem na resistência do elemento de membrana.

No caso VII, percebe-se, que a medida que há um aumento da força de tração, as armaduras se tornam mais solicitadas e os valores do índice de confiabilidade se tornam menores.

Portanto, por meio de todas as análises, é possível obter, a partir de valores de esforços conhecidos, o dimensionamento de um elemento de membrana para que ele obedeça à um nível de confiabilidade requerido. Através da formulação apresentada, o projetista estrutural pode rearranjar os valores de resistência à compressão média e espessura do concreto, como também, suas devidas taxas de armadura vertical e horizontal, de modo a obter o nível de segurança desejado.

REFERÊNCIAS

ABNT: Associação Brasileira De Normas Técnicas. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento, Rio de Janeiro, 2014, 238p.

Chwif, Leandro; MEDINA, Afonso C. Modelagem e simulação de eventos discretos: teoria & aplicação. 4. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2015, 294p.

Joint Commite On Structural Safety – JCSS (2001), The Probabilistic Model Code. Disponível em: < www.jcss.byg.dtu.dk >. Acesso em: 22.mai.2016.

Moraes, Caline S. Avaliação de Segurança de um Pilar Misto via Confiabilidade. 2015. 85p. Trabalho de Conclusão de Curso – Faculdade de Tecnologia e Ciências Aplicadas, Centro Universitário de Brasília, Brasília.

Pantoja, João da C. Geração automática via otimização topológica e avaliação de segurança de modelos de bielas e tirantes. 2012. 240p. Tese (doutorado) – Departamento de Engenharia Civil, Pontofícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

Porto, Naiara G. de O. 2016. Análise paramétrica do comportamento de elementos de membrana aplicada a estruturas de concreto armado via confiabilidade estrutural. Trabalho de conclusão de curso, Centro Universitário de Brasília, Brasília.

Santos, Victor M. P. dos. Análise de Confiabilidade em Modelos de Bielas e Tirantes. 2012. 137 p. Monografia de Pós-Graduação – Escola de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, Goiânia.

Soares, Rodrigo de C.; VENTURINI, Wilson S. Introdução à análise de confiabilidade. São Carlos, 2001. 182p.

Souza, Osvaldo L. de C. Aplicação da Teoria da Confiabilidade às vigas de concreto armado reforçadas à torção com compósito de fibras de carbono. 2011. 191p. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal Fluminense, Niterói.

SOUZA, R. A. "Análise e Dimensionamento de Elementos de Membrana em Concreto Estrutural". Editora da Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 312pp, 2016.

Verzenhassi, C. C. Otimização de Risco Estrutural Baseada em Confiabilidade. Dissertação (Mestrado). Universidade de São Paulo. Escola de Engenharia de São Carlos/SP, 2008.