



XXXVII IBERIAN LATIN AMERICAN CONGRESS  
ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING  
BRASÍLIA - DF - BRAZIL

## AValiação de Esforços em uma Laje de Tabuleiro de Ponte Ferroviária Levando em Conta Efeitos de Não Linearidade do Material

**Luis Antônio Tadaiesky Barboza**

**Remo Magalhães de Souza**

[Luis.tadaiesky@gmail.com](mailto:Luis.tadaiesky@gmail.com)

[remodesouza@ufpa.br](mailto:remodesouza@ufpa.br)

Universidade Federal do Pará

Rua Augusto Corrêa, 01 - Guamá, 66075-110, Pará, Belém, Brasil.

**Edilson Moraes Lima e Silva**

[edilson@coc.ufrj.br](mailto:edilson@coc.ufrj.br)

Universidade Federal do Rio de Janeiro – COPPE

Centro de Tecnologia - Av. Horácio Macedo, 2030-101, Cidade Universitária, Rio de Janeiro, RJ, 21941-450, Brasil.

**Rafael Araujo de Sousa**

[rfladesousa@hotmail.com](mailto:rfladesousa@hotmail.com)

Universidade Federal do Pará

Rodovia BR 422, Km 13, Canteiro de Obras da UHE, 68464000, Pará, Tucuruí, Brasil.

**Resumo:** Pontes de ferrovias especializadas são em geral diariamente submetidas a grandes solicitações devido à passagem de trens de carga, sendo importante garantir a integridade estrutural das mesmas. No caso de pontes ferroviária em concreto armado, as lajes são os primeiros componentes estruturais a receber os efeitos das cargas externas. Este trabalho tem como objetivo realizar um estudo de caso para avaliar a integridade estrutural de uma laje do tabuleiro de uma ponte ferroviária levando em conta, de forma simplificada, os efeitos da não linearidade do material. Para tanto, foram empregados dois procedimentos numéricos na análise, quais sejam: (a) modelagem e análise linear-elástica em elementos

*finitos por meio de um software de análise estrutural; (b) verificação da integridade estrutural do elemento por meio de um módulo desenvolvido em MATLAB, o qual tem como base a análise de seção da laje através do modelo de seções discretizadas em fibras, que considera os efeitos de não linearidade do material (concreto e da armadura).*

***Palavras-chave: Pontes ferroviárias, integridade estrutural, Não linearidade do material, Método dos Elementos Finitos***

## **1 INTRODUÇÃO**

A Estrada de Ferro Carajás (EFC), administrada pela empresa de mineração Vale, é uma via férrea que liga a Serra dos Carajás, localizada no estado do Pará, ao porto marítimo de Ponta da madeira, localizado em São Luis, Maranhão. Esta ferrovia é utilizada para o transporte de todo minério de ferro que é extraído na Serra dos Carajás. Ao longo desta ferrovia estão dispostas diversas Obras de Artes Especiais (OAEs) em concreto armado, tais como pontes e viadutos. Estas OAEs estão diariamente submetidas a grandes solicitações devido à passagem dos trens carregados de minério. Nestas estruturas, o primeiro componente estrutural a receber essas solicitações externas são as lajes, sendo função das mesmas resistir a essas solicitações e transmiti-las aos demais elementos estruturais.

Qualquer estrutura civil e/ou mecânica é projetada para ser utilizada por um determinado período (vida útil). Esse período de utilização de uma estrutura será satisfeito se a estrutura tiver sido bem dimensionada e bem construída, e, se de fato, ela for solicitada conforme previsto em projeto. Como as pontes ferroviárias da EFC apresentam idades relativamente avançadas, em torno de 30 anos, surgiu o interesse da Vale em avaliar estruturalmente algumas dessas pontes da EFC para conhecer o atual estado de conservação das mesmas e sua capacidade resistente. Nesse contexto, este artigo é o resultado de um trabalho mais amplo de avaliação da integridade estrutural de uma ponte, constituída de concreto armado, existente na EFC. No presente trabalho, é apresentado apenas o estudo realizado sobre a laje do tabuleiro da ponte em questão.

O estudo de avaliação da integridade estrutural da ponte teve como base quatro informações, quais sejam: inspeção visual, monitoração da ponte, ensaios com retirada de testemunhos e análise numérica através de um processo iterativo. A inspeção visual mostrou que apesar da ponte apresentar uma idade considerável de uso, a mesma apresenta-se funcionando de maneira satisfatória e aparentemente íntegra. A monitoração foi realizada como forma de se obter, em alguns pontos, deformações devidas a passagens de trens de minério, e as frequências e modos de vibração da ponte. A retirada dos testemunhos teve como objetivo permitir a análise do concreto utilizado na construção da ponte através de ensaios destrutivos em laboratório. E o processo numérico iterativo foi dividido em 2 etapas.

Na etapa 1 se fez, a partir do uso do Método dos Elementos Finitos, uma análise linear elástica. Desta análise se obteve os esforços normais atuantes em um determinado ponto equivalente ao ponto instrumentado na monitoração de campo. Com esses esforços partiu-se para a etapa 2. Nessa nova etapa fez-se uma análise da capacidade última da seção estudada a partir do modelo de discretização de fibras (Fusco, 1981), que leva em conta a não linearidade do concreto e do aço. O modelo de discretização em fibras foi analisado através de um

programa denominado de SECLAB, que foi desenvolvido pelo NICAIE-UFPA (Núcleo de Instrumentação e Computação aplicada à Engenharia).

O SECLAB foi desenvolvido de acordo com a norma NBR 6118, permitindo análises em serviço e em ruína para estruturas de concreto armado. A partir dos resultados gerados pelo SECLAB fez-se uma comparação com os resultados de campo. Caso os resultados apresentassem semelhança, o modelo numérico estaria apropriado para mais análises, porém, caso os resultados ficassem muito distantes, uma correção no modelo deveria ser feita, voltando-se a etapa 1.

Este trabalho é dividido em cinco seções. A seção dois apresenta a metodologia utilizada neste trabalho. A terceira seção faz uma breve descrição do programa utilizado para o estudo das seções submetidas a esforços normais, bem como os resultados obtidos neste processo numérico iterativo. Na seção quatro se apresenta e discute os resultados e, finalmente, na seção cinco são feitas as conclusões finais.

## 2 METODOLOGIA

Como apresentado anteriormente, a análise numérica foi realizada com o auxílio de dois procedimentos numéricos. Em um primeiro momento foi utilizado um software de análise estrutural com base no MEF para realizar uma análise linear-elástica da estrutura. Posteriormente, com alguns resultados específicos retirados da análise anterior, foi realizada uma análise da seção solicitada, considerando a não linearidade física a partir da estimativa da rigidez efetiva da seção, desconsiderando assim a resistência do concreto à tração.

O fluxograma da metodologia adotada na análise é mostrado na figura abaixo, Figura 1.

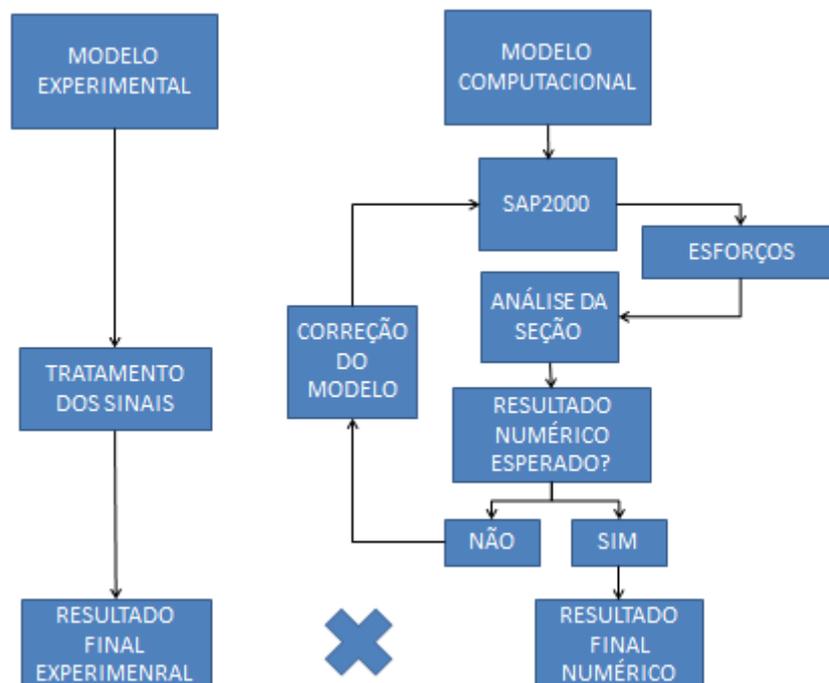
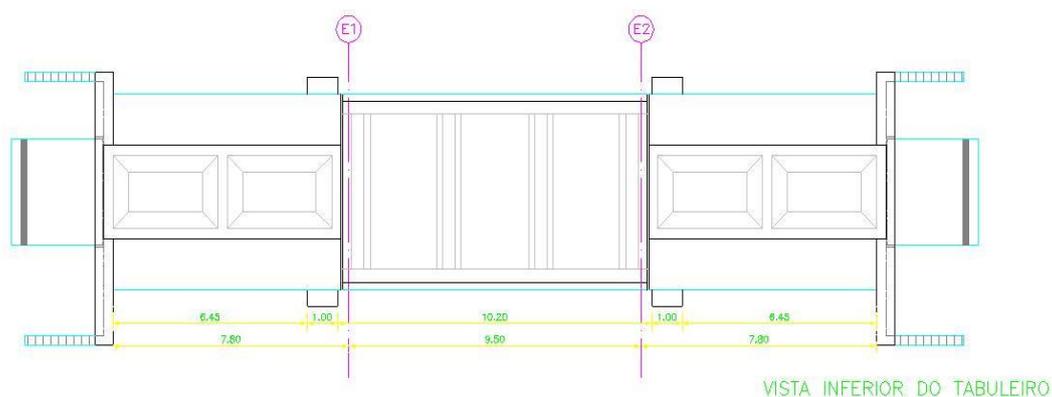


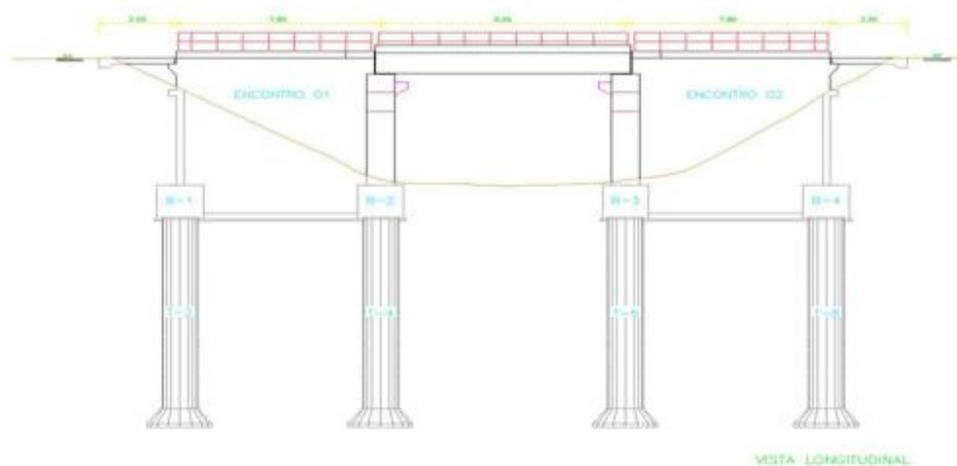
Figura 1: Fluxo da análise utilizada.

## 2.1 Descrição da Ponte

A OAE estudada no presente trabalho trata-se do Pontilhão 58A localizado no Km 846+900 da EFC, nas proximidades do Município de Parauapebas-Pa. Esta edificação é constituída de dois encontros de 8,25m de comprimento cada e um vão central com 9,9m de comprimento. O arranjo estrutural da superestrutura é constituído por um vão, em um único segmento isostático, sendo formado por uma laje apoiada em vigas principais (longarinas) e vigas secundárias (transversinas), apoiadas em aparelhos de apoio em neoprene fretado assentes nos encontros E1 e E2. As figuras 2 e 3 mostram com detalhes o arranjo descrito acima.



**Figura 2: Arranjo geral do Pontilhão (Vista inferior do tabuleiro).**



**Figura 3: Arranjo geral do Pontilhão (Vista longitudinal da estrutura).**

A seção transversal do pontilhão é mostrada na figura 4.

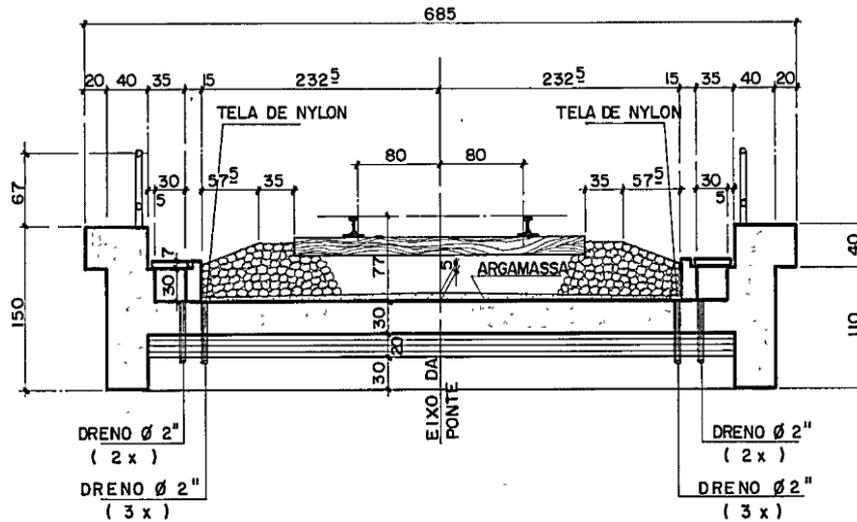


Figura 4: Seção transversal do Pontilhão 58A.

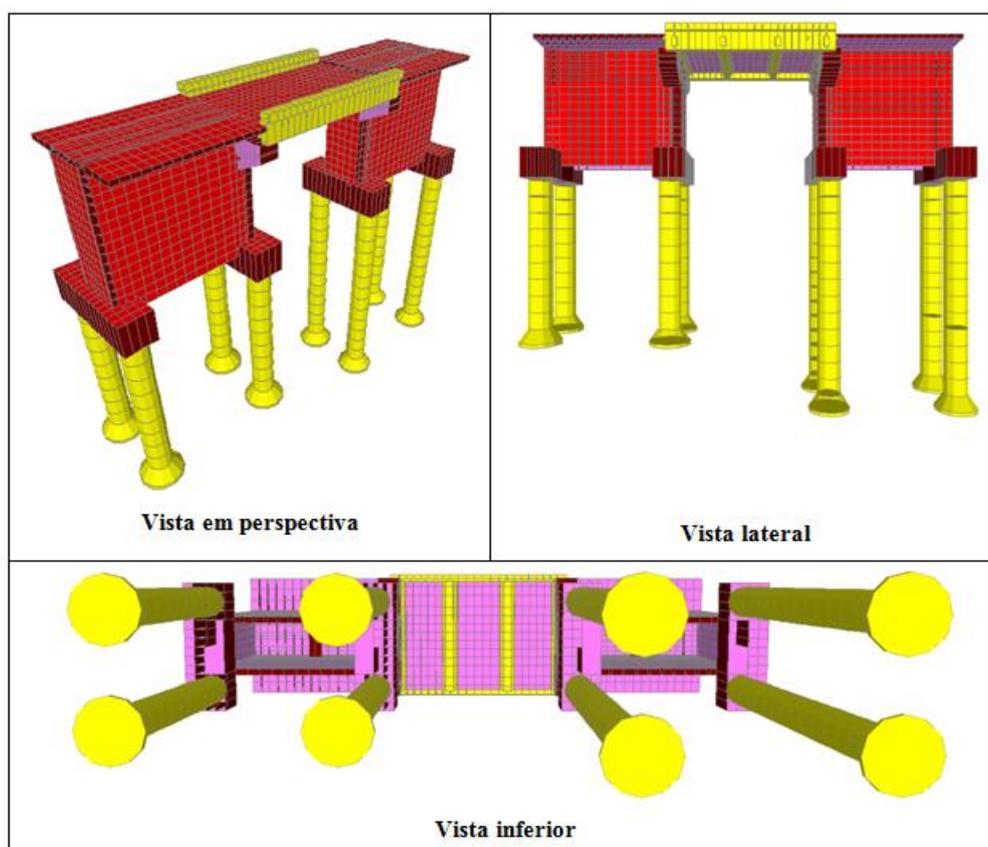
Na figura 5 é mostrada uma vista geral do pontilhão 58A.



Figura 5: Vista geral da OAE 58A.

## 2.2 Modelagem Numérica do Pontilhão

O modelo apresentado na Figura 6 foi desenvolvido com elementos do tipo casca, elementos do tipo barra, elementos do tipo mola e elementos do tipo link.



**Figura 6: Vistas gerais do modelo computacional.**

Para uma melhor compreensão de como cada elemento foi utilizado na modelagem, apresenta-se um detalhamento do modelo numérico abaixo:

Elementos do tipo barras foram utilizados para representar as longarinas, as transversinas, os tubulões das fundações e os elementos rígidos.

Elementos do tipo casca foram utilizados para representar a laje do tabuleiro, os blocos de coroamento dos encontros e suas respectivas lajes.

Elementos do tipo mola foram utilizados nas fundações para representar a rigidez do solo.

Elementos do tipo link foram utilizados para representar os aparelhos de apoio (neoprene).

Os elementos rígidos supracitados foram criados com a finalidade de estabelecer ligação entre os demais elementos e transmitir os esforços, mantendo a posição dos elementos estruturais ligando-os a partir de seus centros de gravidades (Figura 7).

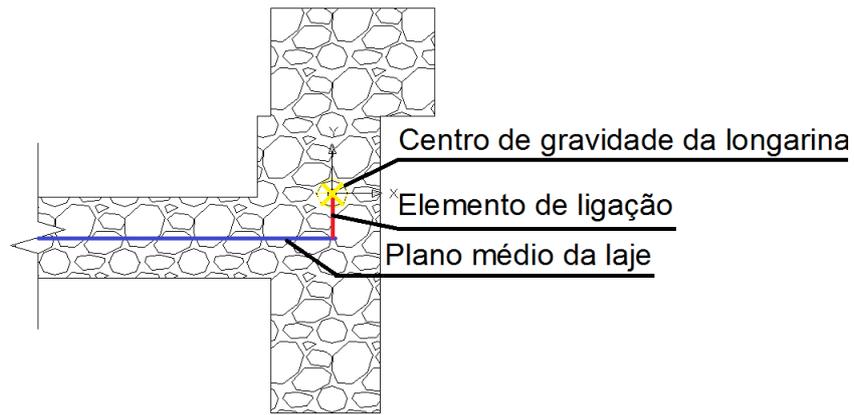


Figura 7: Detalhamento da utilização dos elementos rígidos.

Para simular o aparelho de apoio (Figura 8) utilizou-se elementos do tipo *link* considerando suas rigidezes mostradas na Tabela 1, onde as direções referidas nesta são mostradas na Figura 9.

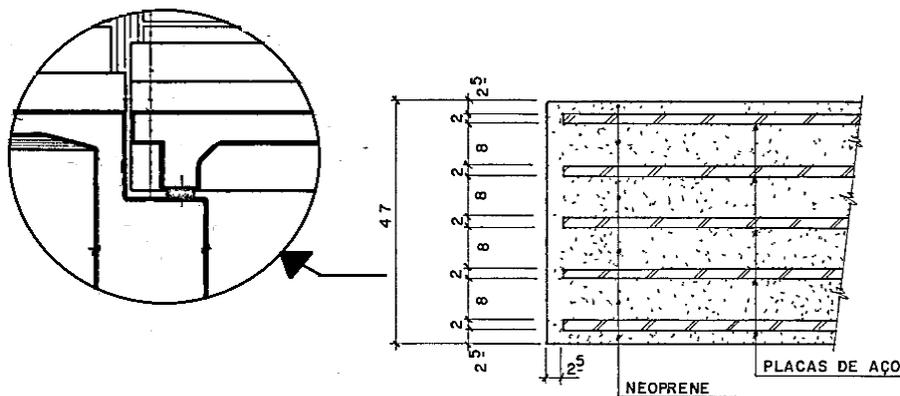
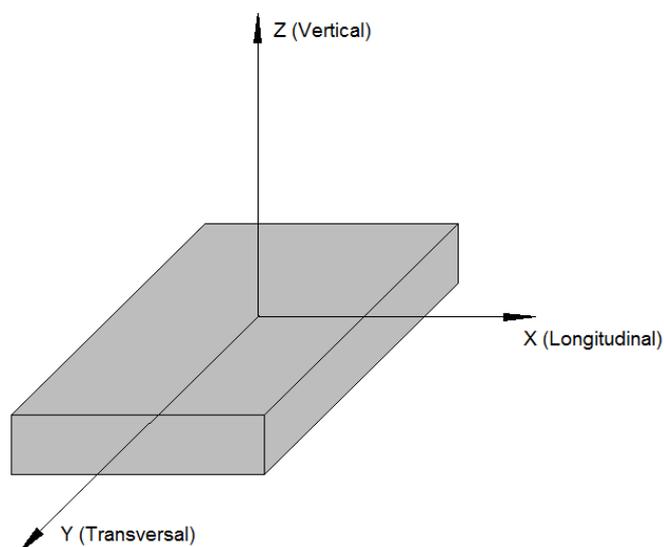


Figura 8: Detalhe esquemático do aparelho de apoio.

Tabela 1: Rigidezes do aparelho de apoio.

Direção	Rigidez (kN/m)
Axial (direção z)	3414000
Cisalhamento em x	2950
Cisalhamento em y	2950
Rotação em torno de y	0
Rotação em torno de x	9290
Rotação em torno de z	0

As rigidezes mostradas na Tabela 1 foram calculadas a partir do método apresentado em Pfeil (1983).



**Figura 9: Direções de referência.**

Para simular a interação entre tubulão e o solo, modelou-se a fundação utilizando elementos do tipo *mola*. Neste procedimento, a cada metro de profundidade foram calculadas as rigidezes a partir do *modelo de Winkler* juntamente com dados retirados do teste de sondagem SPT.

## 2.3 Descrição dos Carregamentos

Na modelagem da laje foram levados em consideração os efeitos dos carregamentos permanente e móvel.

### 2.3.1 Carregamentos Permanentes

As cargas permanentes consideradas são referentes ao peso próprio dos elementos estruturais da ponte e ao peso dos elementos e acessórios da via férrea.

Os elementos e acessórios da via férrea considerados são: O lastro, trilhos, dormentes, guarda-corpo e canaletas.

### 2.3.2 Carregamentos Móveis

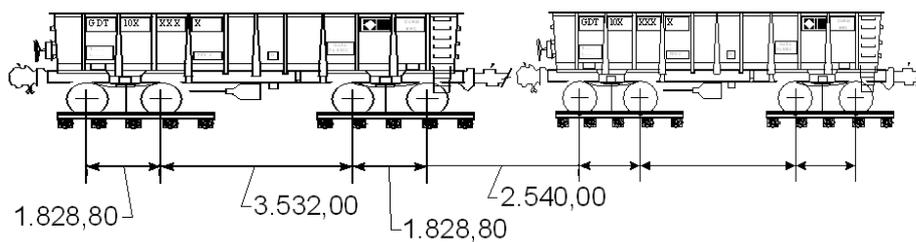
Para as análises estáticas foram considerados o trem tipo COOPER E80 (trem tipo padrão) e os trens que atualmente operam na EFC, que são denominados de operacional carregado e descarregado.

O trem utilizado neste trabalho é formado por quatro locomotivas DASH-9 e 330 vagões do tipo GDT, conforme mostram as figuras 10 e 11 respectivamente.



**Figura 10: Desenho esquemático da Locomotiva DASH-9.**

**Fonte: VALE.**



**Figura 11: Desenho esquemático do Vagão GDT.**

**Fonte: VALE.**

As cargas adotadas para os trens operacionais, carregado e descarregado foram fornecidas pela empresa de mineração VALE (Tabela 2).

**Tabela 2: Cargas das locomotivas e vagões.**

Trem-tipo	Locomotiva DASH9	Vagão GDT
Operacional Carregado	30 t/eixo	32,5 t/eixo
	(180 t)	(130 t)
Descarregado	30 t/eixo	5,25 t/eixo
	(180 t)	(21 t)

### 2.3.3 Combinações das Ações

Foram consideradas combinações abrangendo os carregamentos permanente e móvel.

De acordo com a NBR 7187 é permitido assimilar as cargas móveis a cargas estáticas, através de sua multiplicação pelo coeficiente de impacto definido, para os elementos estruturais de obras ferroviárias, como:

$$\varphi = 0,001 (1600 - 60\sqrt{\ell} + 2,25\ell) \geq 1,2 \quad (1)$$

onde  $\ell$  é o comprimento do vão central teórico em metros.

Para o pontilhão 58A, o comprimento do vão teórico é de 9,90m. Logo, o coeficiente de impacto adotado foi de 1,43.

## 2.4 Propriedades dos Materiais

O valor do módulo de elasticidade do concreto utilizado neste estudo foi determinado a partir da equação recomendada pela NBR 6118/2014. O  $f_{ck}$  utilizado neste trabalho foi retirado da memória de cálculo do pontilhão. Sendo que o  $f_{ck}$  da superestrutura foi de 18MPa e o  $f_{ck}$  para a fundação foi 15MPa.

Assim, tem-se:

$$E_c = \alpha_E * 5600 * \sqrt{f_{ck}} \quad (2)$$

onde:  $\alpha_E = 1,0$

$$f_{ck_1} = 18 \text{ MPa} \quad E_{c_1} = 1 * 5600 * \sqrt{f_{ck_1}} = 2.376 \times 10^4 \text{ MPa}$$

$$fck_2 = 15 \text{ MPa} \quad E_{c_2} = 1 * 5600 * \sqrt{fck_2} = 2.169 \times 10^4 \text{ MPa}$$

### 3 VERIFICAÇÃO DA SEÇÃO

#### 3.1 O Programa de Análises de Seção - SECLAB

Após uma análise preliminar linear-elástica da estrutura no software SAP 2000, são obtidos os esforços atuantes em um determinado ponto específico da laje do tabuleiro do pontilhão em que se deseja estudar a seção.

O próximo passo do processo consiste em analisar a seção de concreto armado da laje do pontilhão. Para tanto se utiliza o SECLAB, um módulo desenvolvido em MATLAB para estudar seções em concreto armado submetidas à flexão composta. Tal programa tem por finalidade verificar se os esforços atuantes na seção estão em um limite tolerável, no que diz respeito a capacidade resistente da seção, através do diagrama de interação.

Assim, com os resultados dos esforços solicitantes obtidos na primeira etapa desta análise, e o diagrama de interação, pode-se determinar se a seção resistirá ou não aos esforços impostos.

O referido programa fornece também resultados gráficos pertinentes ao estudo da seção. São os resultados: gráfico do momento fletor – curvatura, gráfico da variação de rigidez à flexão - curvatura, gráfico da rigidez à flexão - momento fletor, bem como a análise de deformações na seção.

O funcionamento deste módulo de análise das seções considera a geometria da seção a ser estudada, considerando também as propriedades mecânicas dos dois materiais presentes, o concreto e aço. A aderência entre o concreto e o aço é considerada total, não havendo a possibilidade de deslizamento entre as interfaces dos materiais.

Os cálculos realizados no SECLAB tem por base o modelo matemático de seção discretizada em fibras, que considera o comportamento não linear do concreto e da armadura. Para a integração dos vetores de força e matrizes de rigidez da seção, considerou-se o método do ponto médio, em cada fibra, e para a solução do sistema de equações não lineares, utilizou-se o método de Newton-Raphson.

#### 3.2 Seções Analisadas

As seções analisadas numericamente da laje foram aquelas escolhidas segundo o plano de instrumentação experimental. A Figura 12 mostra a laje do tabuleiro em planta (vista superior) marcada com os pontos que foram analisados e instrumentados.

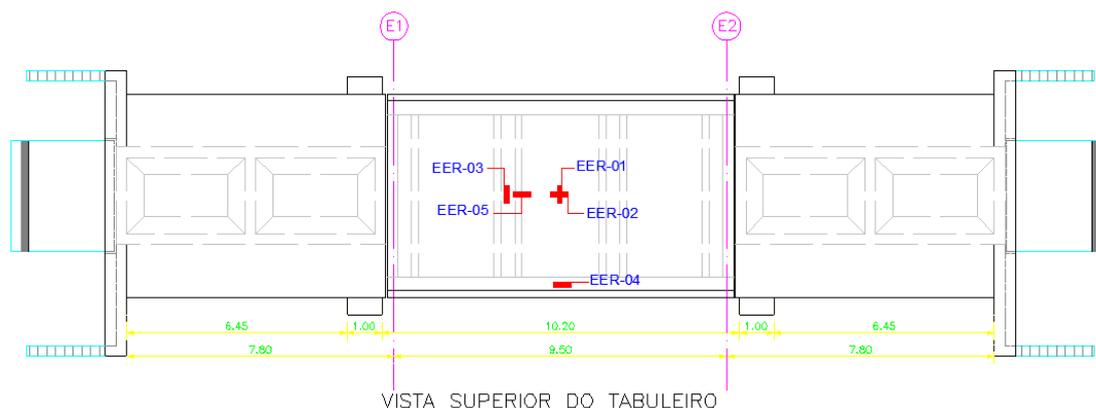


Figura 12: Plano de instrumentação do tabuleiro, vista superior.

Em cada ponto marcado na laje do tabuleiro foi instalado um extensômetro. Os extensômetros são identificados segundo a nomenclatura EER (Extensômetro Elétrico de Resistência, ou, *strain gage*) e a direção de leitura, conforme a Tabela 3. Infelizmente, como não foi possível a interrupção do tráfego rodoviário sob o viaduto, por questões de segurança, não foram instalados sensores na face inferior do tabuleiro do pontilhão.

Tabela 3: Nomenclatura dos Extensômetros Elétricos de Resistência

Nomenclatura	Posição dos Extensômetros
EER-01	Concreto da região superior da laje no meio do vão na direção transversal.
EER-02	Concreto na região superior da laje no meio do vão na direção longitudinal
EER-03	Concreto da região superior da laje em cima da transversina na direção transversal.
EER-04	Concreto da região superior da laje em cima da longarina na direção longitudinal.
EER-05	Concreto da região superior da laje em cima da transversina na direção longitudinal.

Para um estudo comparativo, as seções analisadas numericamente e apresentadas neste artigo foram as mesmas seções experimentais instrumentadas com os extensômetros EER-01 e EER-02 (Figura 12). Nas figuras 13 e 14 são mostradas as seções armadas da laje do tabuleiro.

Vale ressaltar ainda que para a análise das seções foi considerado uma faixa arbitrária de laje de 1m tanto para a seção longitudinal quanto para a seção transversal. As armaduras no sentido longitudinal e transversal foram retiradas dos projetos originais do pontilhão 58A, fornecidos pela empresa VALE.

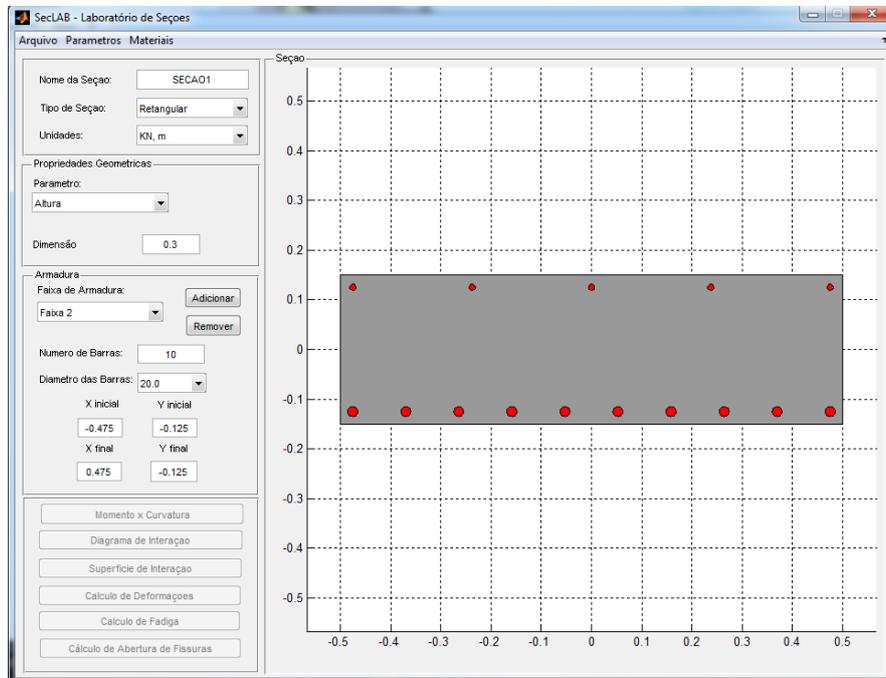


Figura 13: Seção no meio do vão direção longitudinal.

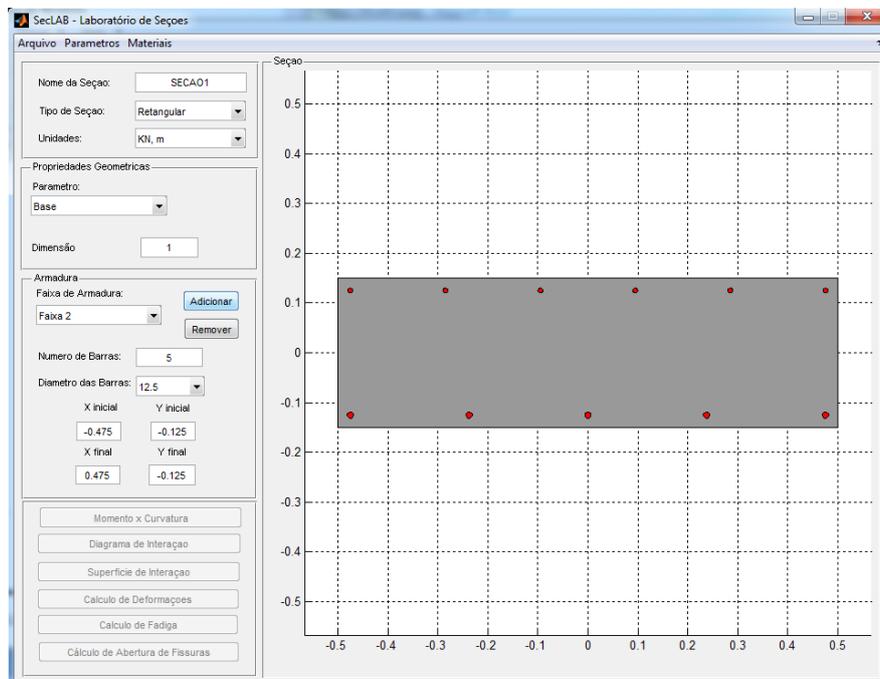


Figura 14: Seção no meio do vão direção transversal.

## 4 RESULTADOS

A modelagem numérica, a priori, foi desenvolvida considerando-se material isotrópico. Tendo como resultados os esforços correspondentes às cargas permanentes mais a passagem do trem no ponto central da laje (ponto que contém os sensores EER-01 e EER-02).

Com os resultados referentes ao trem operacional carregado (Tabela 2), partiu-se para a segunda etapa da análise numérica, que é a verificação da capacidade resistente última das seções analisadas.

Embora as lajes apresentem esforços nas direções longitudinal e transversal, considerou-se a hipótese de que a capacidade resistente nestas direções sejam independentes entre si, assumindo-se a relação constitutiva uniaxial para o concreto.

A seguir, são apresentados os resultados referentes à análise de capacidade resistente última à flexão das lajes da ponte.

Para o vão central do tabuleiro na direção longitudinal tem-se o diagrama de interação, Figura 15.

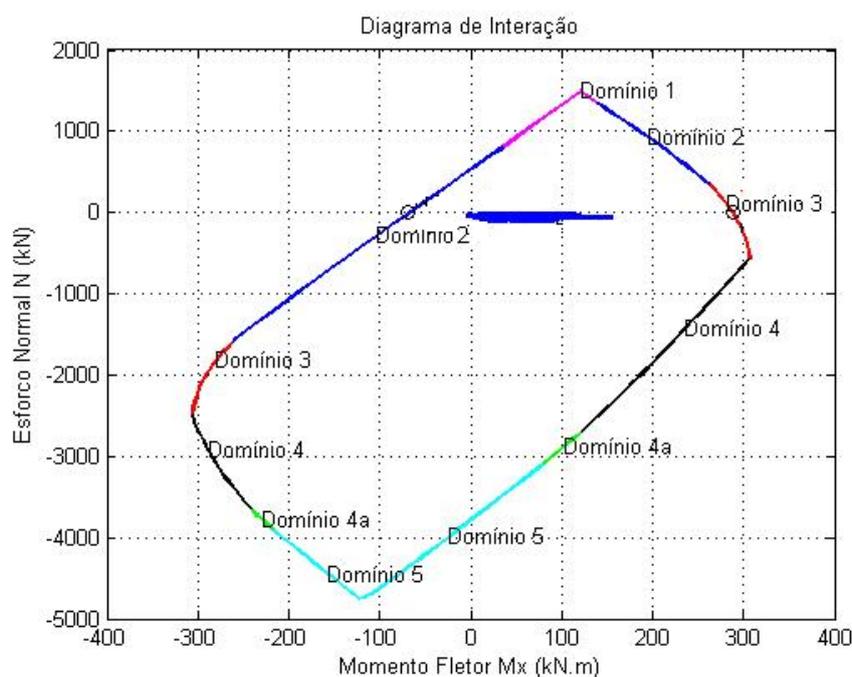


Figura 15: Diagrama de interação para a seção armada na direção longitudinal.

A partir do gráfico da Figura 15, percebe-se que a seção apresentada resiste ao esforço solicitante, pois o contorno apresentado, que refere-se ao quanto a seção resistirá, contém em seu interior o traçado azul, que referem-se aos esforços solicitantes.

Para o vão central do tabuleiro na direção transversal, tem-se o seguinte resultado para o diagrama de interação e deformação no concreto, Figura 16.

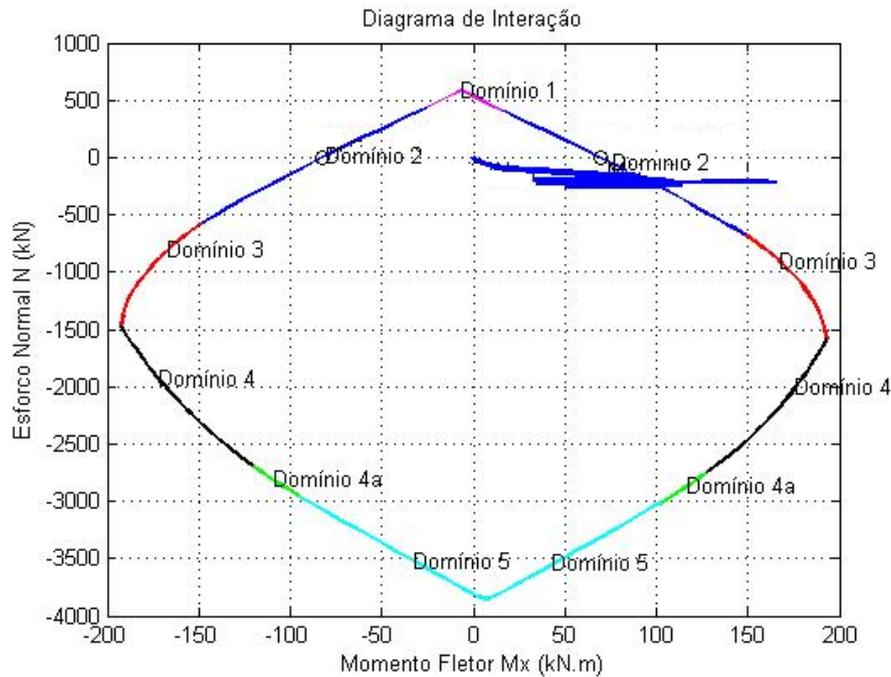


Figura 16: Diagrama de interação da seção armada da direção transversal.

A partir do gráfico da Figura 16, percebe-se que a seção apresentada não resistiria ao esforço solicitante, pois o esforço solicitante (treçado azul) não apenas toca na envoltória, como a transpõem, mostrando que o esforço solicitante é maior que o que a seção resiste. Porém, mesmo com o resultado teórico levando a esta interpretação, na prática a estrutura se apresenta funcional, sendo trafegada diariamente pelos trens que circulam na ferrovia.

Tal resultado (Figura 16) levou a possibilidade de estar ocorrendo uma redistribuição de esforços, uma vez que se verificou que no projeto original desta OAE a laje apresenta grande taxa de armadura no sentido longitudinal e pouca armadura no sentido transversal (20% da armação longitudinal). E para uma maior evidência da ocorrência da redistribuição de esforços, registrou-se na verificação de campo (inspeção visual) por baixo do tabuleiro central do pontilhão várias fissuras no sentido longitudinal.

Assim, levando em conta a hipótese de redistribuição de esforços, necessitou-se fazer uma correção na rigidez da laje nos dois sentidos. Isso foi possível a partir do gráfico da variação da rigidez da seção – momento fletor, Figura 17 (resultados gerados pelo SECLAB). Para tanto, obteve-se a rigidez equivalente de cada seção substituindo-as no modelo computacional (SAP2000), obtendo assim rigidezes diferentes para as direções longitudinal e transversal do tabuleiro do pontilhão.

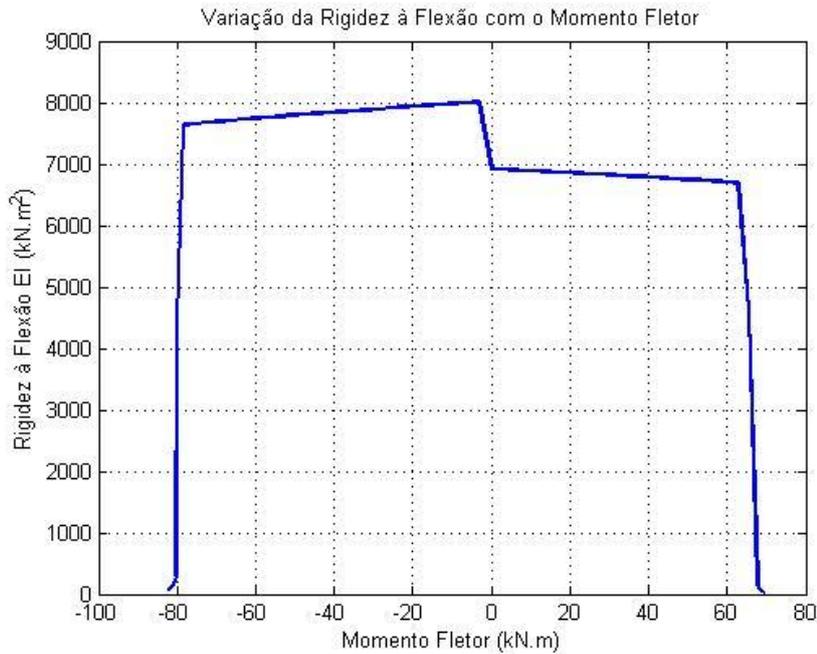
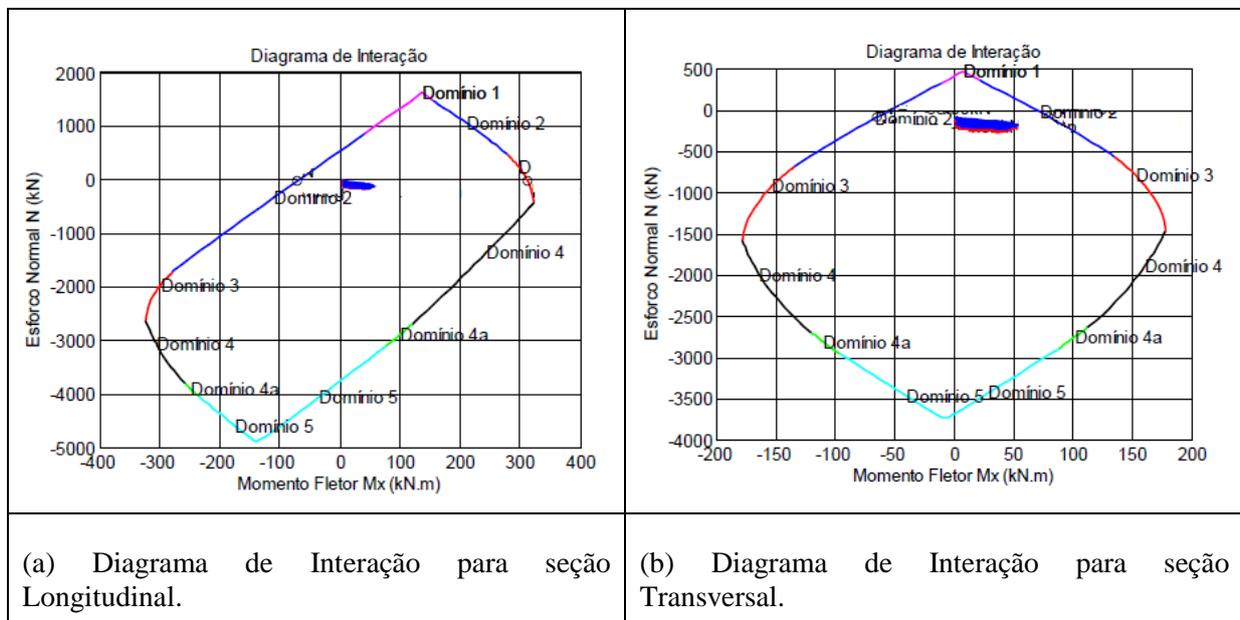


Figura 17: Gráfico da relação rigidez à flexão-Momento.

Após a correção da rigidez no modelo original obteve-se os novos resultados para nova análise elástica, e repetiu-se o processo com o SECLAB. Tendo como novos resultados para o diagrama de interação a Figura 18.

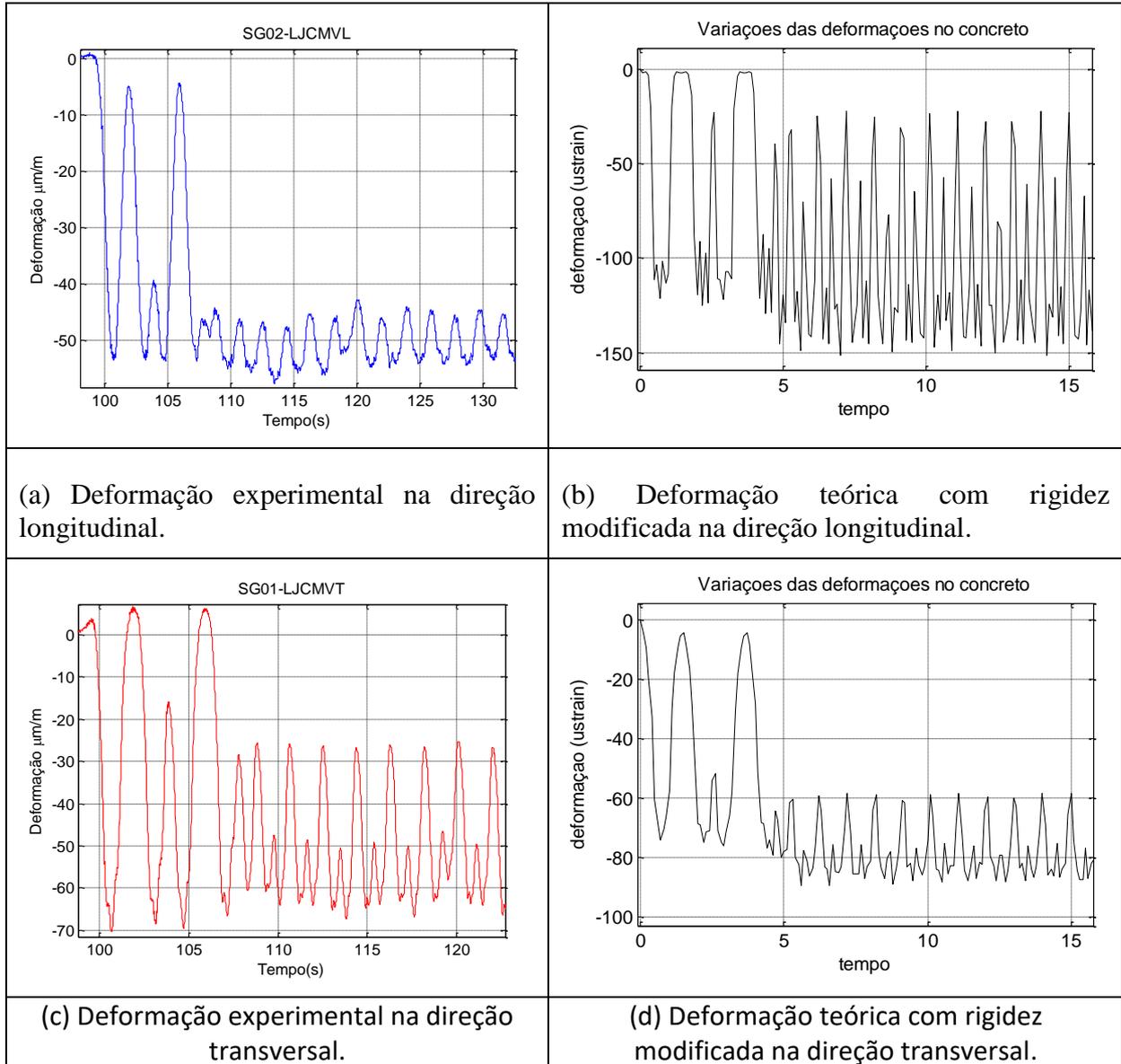


(a) Diagrama de Interação para seção Longitudinal.

(b) Diagrama de Interação para seção Transversal.

Figura 18: Diagrama de Interação com as Rigidezes Corrigidas. (a) Seção Transversal, (b) Seção Longitudinal.

A partir da Figura 18 percebe-se que tanto na seção longitudinal quanto na transversal os esforços solicitantes são inferiores às capacidades resistentes. Depois da correção das rigidezes e verificação da capacidade da seção, foi realizado um comparativo entre as deformações retiradas em campo através do extensômetros e as deformações teóricas (Figura 19). Com esses resultados pode-se inferir o grau de aproximação do modelo numérico com a estrutura real. A partir disso, caso o modelo numérico esteja representando bem o comportamento da estrutural real, pode-se extrapolar o modelo numérico para outras análises, como por exemplo, uma análise dinâmica.



**Figura 19: Séries Temporais de deformações no concreto da região superior da laje, direção transversal e longitudinal.**

Percebe-se a partir da Figura 19 que as deformações teóricas e experimentais no concreto na direção transversal são bem próximas, enquanto que a na direção longitudinal apresenta uma considerável diferença.

## **5 CONCLUSÃO**

Como conclusão, verificou-se que a hipótese de ocorrência de redistribuição de esforços na laje, em uma primeira aproximação, mostrou-se satisfatória, uma vez que o presente trabalho propõe uma metodologia simples partindo de uma análise linear elástica, desconsiderando plasticidade e o fato de o concreto ser um material com características altamente não linear.

Mostrou-se eficaz a ideia de modificar as rigidezes nas duas direções, pois isso acarretou na mudança da variação de deformações teóricas, aproximando-se significativamente das deformações experimentais. Deve-se ressaltar também que qualitativamente percebeu-se que as curvas de deformação têm o mesmo comportamento e estão em mesma ordem de grandeza.

O presente trabalho propõe algumas sugestões para um maior refinamento dos resultados. Uma correção da rigidez das transversinas para um melhor ajuste dos parâmetros de entrada no SECLAB. E por fim, alterar o módulo de elasticidade do modelo numérico para o módulo de elasticidade real, uma vez que retirou-se um testemunho do OAE para análise do material.

Em termos de análise, academicamente, este trabalho se apresentou-se de grande valia, pois se verificou com uma metodologia simples a maneira como a laje está se comportando diante das solicitações impostas, que são bem diferentes das previsões de projeto.

Verificou-se também na análise numérica elástica que as transversinas intermediárias deformam juntos com a laje não havendo momento negativo no sentido longitudinal do pontilhão. E na memória de cálculo, fica evidente que a transversina é considerada rígida, uma vez que no momento em que a laje é dimensionada surgem momentos negativos no ponto em que se encontram as transversinas.

## **6 AGRADECIMENTOS**

Os autores gostariam de agradecer à VALE e a FADESP pelo apoio financeiro, e a disponibilização dos documentos e recursos para realização do trabalho; ao Eng. Rodolfo Alvarado Montoya, representante da VALE, como gestor do projeto que abrangeu este estudo; à Profa. Regina Augusta Campos Sampaio pela coordenação do convênio celebrado entre a VALE, a FADESP e a UFPA, que permitiu a realização desta pesquisa; aos membros da equipe de campo do NiCAE-UFPA, em especial, ao eng. André Felipe Queiros, pela obtenção dos dados de campo.

## REFERÊNCIAS

- ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas – NBR-6118 – *Projetos de Estruturas de Concreto – Procedimento*. Rio de Janeiro – RJ, 2003.
- ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas – NBR-6120 – *Cargas para Cálculo de Estruturas de Edificações – Procedimento*. Rio de Janeiro – RJ, 1982.
- ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas – NBR-6123 – *Força devido ao Vento em Edificações – Procedimento*. Rio de Janeiro – RJ, 1988.
- ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas – NBR-7187 – *Projeto de Pontes de Concreto Armado e de Concreto Protendido – Procedimento*. Rio de Janeiro – RJ, 2003.
- ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas – NBR-7188 – *Carga Móvel em Ponte Rodoviária e Passarela de Pedestre – Procedimento*. Rio de Janeiro – RJ, 1982.
- Alonso, U. R. *Dimensionamento de Fundações Profundas*. Edgard Blücher Editora, São Paulo – SP, 1983.
- Fusco, P. B. *Estruturas de Concreto – Solicitações Normais*. Vol. 1, 1ª edição, Livros Técnicos e Científicos S/A Editora. Rio de Janeiro – RJ, 1985.
- Neto, F. M. *Concreto Estrutural Avançado – Análise de seções transversais sob flexão normal composta*. 1ª edição, Editora PINI LTDA. São Paulo – SP, 2010.
- Pfeil, W. *Pontes em Concreto Armado*. Vol.1, 3ª edição, Livros Técnicos e Científicos S/A Editora. Rio de Janeiro – RJ, 1983.
- Silveira, R. A. M. *Pontes: introdução e fundamentos para análise e projeto*. Notas de Aula, UFOP, 2002.