



XXXVII IBERIAN LATIN AMERICAN CONGRESS  
ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING  
BRASÍLIA - DF - BRAZIL

## ANÁLISE ESTÁTICA DE UM SISTEMA DE AMARRAÇÃO DE NAVIO

**Pedro Wang de Faria Barros**  
**Carlos Eduardo Nigro Mazzilli**

pedrow88@gmail.com

cenmazzi@usp.br

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

São Paulo – SP, Brasil

**Abstract.** *Para obtenção dos esforços de amarração de um sistema dinâmico composto por navio, defensas e linhas de amarração, o procedimento da Espanha, Recomendaciones de Obras Marítimas (ROM 2.0-11), permite a utilização de modelos simplificados que reduzem o problema a uma análise estática com os modos de movimento desacoplados. A fim de garantir a consistência das forças de amarração durante a atividade de projeto é necessário analisar as consequências de cada simplificação.*

*O presente estudo visa a comparar os resultados obtidos pelas simplificações assumidas pelo Método 2 (proposto pela ROM 2.0-11) com os resultados de um modelo de maior hierarquia. Elabora-se, um modelo não linear de navio atracado lateralmente e calculam-se as forças do sistema e os deslocamentos relacionados. O modelo proposto permite apenas movimentos horizontais, e a busca pela posição de equilíbrio leva a um sistema de três equações não lineares cuja solução é obtida pelo método numérico de Newton-Raphson.*

*Dessa análise obtêm-se curvas que relacionam a força de restauração com os deslocamentos e calcula-se o equilíbrio para alguns casos de esforço externo. Resulta desse estudo um método para determinação das forças de restauração não hidrodinâmicas, que são uma das parcelas que compõem a equação de movimento do navio.*

**Keywords:** *Navio, Amarração, Newton-Raphson*

## 1 INTRODUÇÃO

Determinar os esforços de amarração aplicados a um cais implica estudar a natureza dinâmica do sistema (navio amarrado), os esforços aplicados e as características dos componentes desse sistema (defensas e linhas de amarração). Ocorre que este é um sistema dinâmico não linear cuja resposta é extremamente sensível à disposição de seus componentes. De fato, a elaboração de um modelo de alta hierarquia para esse problema pode levar a graus de complexidade tão altos que tornariam a atividade de projeto inviável.

Por essa razão, existem procedimentos tais como as *Recomendaciones de Obras Marítimas* (ROM 2.0-11), da Espanha que propõem simplificações para análise do sistema. Esses procedimentos permitem a utilização de modelos quase-estáticos que utilizam valores médios para os esforços ambientais e reduzem o problema a uma análise estática. Outras simplificações presentes na ROM 2.0-11 são o desacoplamento dos modos de movimento e a desconsideração de certas linhas de amarração (dependendo da direção de aplicação dos esforços externos).

Antes de aplicar simplificações a um modelo, é necessário garantir a consistência dos resultados que serão obtidos (neste caso, das forças de amarração). Somente dessa maneira será possível afirmar que as hipóteses adotadas não levarão a conclusões que comprometam a segurança.

Elabora-se, no presente estudo, uma comparação dos resultados obtidos a partir das simplificações assumidas pelo Método 2 (apresentado na ROM 2.0-11 para navios amarrados lateralmente) com os resultados de um modelo não linear de maior hierarquia. Ressalta-se que a análise apresentada foi a primeira etapa desenvolvida para a criação de um modelo dinâmico de navio amarrado.

## 2 MODELO DA ROM 2.0-11

O modelo analítico para o problema de amarração na forma quase-estática proposto pela ROM 2.0-11 é uma simplificação da natureza dinâmica do sistema do navio amarrado. Esse modelo estabelece as equações de equilíbrio estático de modo que a componente quase-estática (valor médio) horizontal das forças de restauração produzidas pelos sistemas de amarração e defensas se igualem com a componente quase-estática horizontal da resultante dos esforços externos sobre o navio.

Considera-se que os esforços externos são distribuídos pelos elementos que compõem os sistemas de amarração e de defensas. Essa distribuição é feita com base na configuração geométrica do sistema e nas propriedades mecânicas desses elementos (resistência, rigidez, pré-tensão, etc.). Conforme proposto pela ROM 2.0-11, a solução do sistema é obtida sem se considerar acoplamento entre os movimentos do navio. Nos casos em que o cais é considerado rígido e os deslocamentos máximos do navio são pequenos, o procedimento propõe a formulação discutida a seguir.

### 2.1 Esforços nas linhas de amarração

Seguindo a notação e o índices da ROM 2.0-11, o incremento de carga ( $\Delta Q_{v,46,m,i}$ ) nas linhas de amarração devido aos esforços externos segue a seguinte relação:

$$\Delta Q_{v,46,m,i} = \frac{\Delta Q_{v,46,m,i]T}}{\sin \alpha_{m,i} \cos \beta_{m,i}} = \frac{\Delta Q_{v,46,m,i]L}}{\cos \alpha_{m,i} \cos \beta_{m,i}} = \frac{\Delta Q_{v,46,m,i]V}}{\sin \beta_{m,i}} \quad (1)$$

$$\Delta Q_{v,46,m,i]T} = \Delta Q_{v,46,m,i} \sin \alpha_{m,i} \cos \beta_{m,i} = (E_{m,i} A_{m,i} \epsilon_{m,i}) \sin \alpha_{m,i} \cos \beta_{m,i} = k_{m,i]T} \epsilon_{m,i} \quad (2)$$

$$\Delta Q_{v,46,m,i]L} = \Delta Q_{v,46,m,i} \cos \alpha_{m,i} \cos \beta_{m,i} = (E_{m,i} A_{m,i} \varepsilon_{m,i}) \cos \alpha_{m,i} \cos \beta_{m,i} = k_{m,i]L} \varepsilon_{m,i} \quad (3)$$

$$\Delta Q_{v,46,m,i]V} = \Delta Q_{v,46,m,i} \sin \beta_{m,i} = (E_{m,i} A_{m,i} \varepsilon_{m,i}) \sin \beta_{m,i} \quad (4)$$

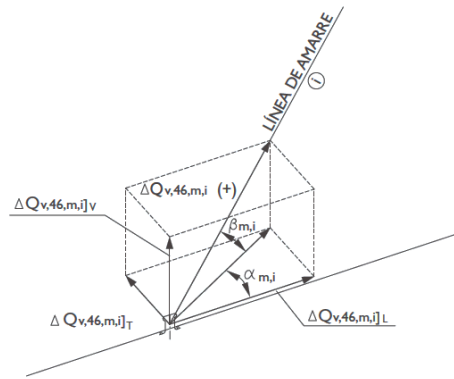


Figura 1 – Decomposição dos esforços de amarração nas direções transversal, longitudinal e vertical. Fonte: ROM 2.0-11.

sendo que:

T, L, e V são os índices que indicam as direções transversal, longitudinal e vertical, respectivamente;

$\alpha_{m,i}$  é o ângulo que a projeção horizontal da linha de amarração  $i$  forma com a linha paralela ao eixo longitudinal do navio no ponto de amarração;

$\beta_{m,i}$  é o ângulo que a linha de amarração  $i$  forma com o plano horizontal;

$E_{m,i}$  é o módulo de deformação,  $A_{m,i}$  é a área da seção transversal,  $\varepsilon_{m,i}$  é a deformação unitária.

Destaca-se que os esforços nas linhas de amarração apresentam uma componente vertical, a qual não influencia a análise do equilíbrio nos dois modelos planos elaborados neste estudo. Apesar disso, dependendo do ângulo que a linha forma com o plano horizontal ( $\beta_{m,i}$ ), a componente vertical é considerável, e deve ser incluída no cálculo da força de tração total para o correto dimensionamento dos componentes do sistema (tais como cabeços e linhas de amarração).

## 2.2 Esforços nas defensas

Para as defensas, a ROM 2.0-11 propõe as seguintes relações:

$$\Delta Q_{v,46,f,j]T} = E_{f,j} \Delta \delta_{fc,j} \quad (5)$$

$$\Delta Q_{v,46,f,j]L} = \mu_{f,i} \Delta Q_{v,46,f,j]T} = \mu_{f,j} E_{f,j} \Delta \delta_{fc,j} \quad (6)$$

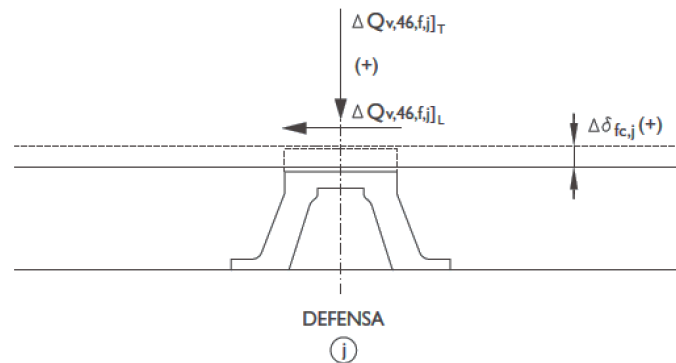


Figura 2 – Reações nas defensas. Fonte: ROM 2.0-11.

onde:

$\Delta Q_{v,46,f,j]T}$  é o incremento de carga devido à compressão na defesa  $j$ , causada pela atuação dos agentes externos sobre o navio amarrado;

$\Delta Q_{v,46,f,j]L}$  é o incremento de força de atrito na defesa devido à atuação dos agentes externos sobre o navio amarrado;

$E_{f,j}$  é o módulo de deformação da defesa;

$\Delta \delta_{fc,j}$  é a deformação da defesa;

$\mu_{f,j}$  é o coeficiente de atrito entre o casco do navio amarrado e a defesa.

### 2.3 Sistema de equações

O equilíbrio entre a resultante horizontal da componente quase-estática dos esforços gerados nas linhas de amarração e nas defensas com a componente quase-estática da resultante horizontal das forças externas no navio amarrado pode ser expresso por:

$$\sum_i \Delta Q_{v,46,m,i]T} + \sum_j \Delta Q_{v,46,f,j]T} = \sum_i \left[ k_{m,i]T} \frac{\Delta l_{m,i}}{l_{m,i}} \right] + \sum_j [E_{f,j} \Delta \delta_{fc,j}] = \sum R_{Fext]T}$$

$$\sum_i \Delta Q_{v,46,m,i]L} + \sum_j \Delta Q_{v,46,f,j]L} = \sum_i \left[ k_{m,i]L} \frac{\Delta l_{m,i}}{l_{m,i}} \right] + \sum_j [\mu_{f,i} E_{f,j} \Delta \delta_{fc,j}] = \sum R_{Fext]L}$$

$$\sum_i [\Delta Q_{v,46,m,i]T} a_{m,i}] + \sum_j [\Delta Q_{v,46,f,j]T} b_{f,j}] = \sum_i \left[ k_{m,i]T} \frac{\Delta l_{m,i}}{l_{m,i}} a_{m,i} \right] + \sum_j [E_{f,j} \Delta \delta_{fc,j} b_{f,j}] = \sum R_{Fext]M} \quad (7)$$

onde:

$\sum R_{Fext]T}$ ,  $\sum R_{Fext]L}$  e  $\sum R_{Fext]M}$  são as componentes da atuação dos esforços externos na direção transversal, longitudinal e de momento em relação ao eixo vertical no centro de gravidade do navio;

$a_{m,i}$  e  $b_{f,j}$  são, respectivamente, as distâncias horizontais medidas a partir do plano transversal ao eixo longitudinal do navio (que passa pelo centro de gravidade) até os pontos de amarração no navio  $i$  e as defensas  $j$ ;

Vale ressaltar que os esforços nas defensas têm sentido contrário aos esforços nas linhas de amarração.

Espera-se que, para um arranjo simétrico de linhas de amarração com traveses e lançantes nas extremidades do navio (ver Figura 6), o braço de alavanca e a direção dessas linhas proporcionem a maior parte da rigidez à rotação. Dessa maneira, o equilíbrio de momentos do sistema é definido principalmente pelas componentes transversais das forças exercidas por esses elementos. Acredita-se que esse seja o motivo por que a formulação da ROM não considera momentos devido às componentes longitudinais.

### 2.4 Simplificações permitidas pela ROM

De acordo com a ROM 2.0-11, são permitidas algumas simplificações para distribuição das componentes quase estáticas da resultante horizontal das forças externas. Essas simplificações serão utilizadas para uma primeira estimativa de cálculo.

O Método 2 da ROM 2.0-11 (parágrafo 4.6.4.4.7.1.3. Modelos matemáticos – a.21) permite considerar que a resultante no sentido longitudinal do navio é resistida unicamente pelos *springs* e que a componente transversal e o momento do eixo vertical são resistidos unicamente pelos traveses de popa e proa e pelos lançantes.

Considera-se também que todas as linhas de amarração de mesmo tipo (*springs*, lançantes/traveses de proa, ou lançantes/traveses de popa) recebem o mesmo valor absoluto de

incremento de carga devido a cada componente da resultante de forças externas, independentemente de sua posição e inclinação. Para que esta última hipótese seja verdadeira, é essencial que as linhas de amarração tenham características geométricas e resistentes idênticas.

Dessa maneira, o alongamento/encurtamento de cada *spring* é igual ao de todos outros e, simplificando o sistema geral de equações, obtém-se a variação de carga nos *springs* com a seguinte formulação:

$$\Delta Q_{v,46,m,i} = \sum R_{ext]L} \frac{1}{\sum_j (|\cos \alpha_{m,j}| \cos \beta_{m,j})} \quad (8)$$

sendo  $j$  o índice referente aos *springs* que se mantêm tracionados.

A aplicação das hipóteses de cálculo do Método 2 também permite considerar que os alongamentos dos lançantes/traveses de proa e popa devido à componente transversal da resultante de forças externas são idênticos. Além disso, o valor absoluto do alargamento/encurtamento dos lançantes/traveses devido ao momento em torno do eixo vertical é, também, idêntico em cada um deles sempre que a disposição de linhas de amarração seja simétrica com relação ao centro geométrico do navio. Com isso, a formulação dos esforços das linhas de amarração se simplifica:

$$\Delta Q_{v,46,m,k} = \sum R_{ext]T} \frac{1}{\sum_s (|\sin \alpha_{m,s}| \cos \beta_{m,s})} \pm \sum R_{ext]M} \frac{1}{\sum_s (a_{m,s} |\sin \alpha_{m,s}| \cos \beta_{m,s})} \quad (9)$$

sendo  $s$  o índice referente aos traveses de proa e popa que se mantêm tracionados.

Destaca-se que, na geometria a ser analisada, os comprimentos dos traveses são menores que os comprimentos dos lançantes, o que leva a uma diferença de rigidez. Esse fato não é considerado na elaboração do modelo do Método 2.

### 3 MODELO NÃO LINEAR

Para uma análise estática de maior hierarquia, foi elaborado um modelo computacional composto por três tipos de objetos: navio, linhas de amarração e defensas. Todos esses objetos são materializados por pontos num espaço tridimensional de coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$ , e possuem suas próprias características físicas. Com isso, é possível definir as forças e momentos resultantes com relação ao centro de gravidade do navio. Os esforços exercidos pelas defensas e pelas linhas de amarração foram considerados esforços internos e os esforços de vento e corrente foram considerados esforços externos.

Os esforços ambientais causados por agentes como vento e corrente foram determinados com base na ROM 2.0-11, e foram aplicados diretamente sobre o centro de gravidade do navio. Somente para o cálculo desses esforços, foram desconsideradas as variações dos ângulos de incidência devido à mudança de posição do navio, tomando-se o eixo longitudinal do navio sempre paralelo ao cais. Essas simplificações foram adotadas com a justificativa de que os ângulos de rotação do navio com relação à configuração inicial são pequenos.

Dessa maneira, o somatório dos esforços externos e internos (força resultante no navio) varia somente conforme a deformação das linhas de amarração e defensas. Além disso, o cálculo dos esforços foi simplificado para um modelo plano (duas dimensões:  $xy$ ), sendo que a força resultante passou a depender de três variáveis:  $x$ ,  $y$ , e  $\theta$  (esta última variável é a rotação do navio com relação o eixo  $z$ , passando pelo seu centro de gravidade).

Com isso, embora existam coordenadas em  $z$  para os objetos (navio, linhas de amarração e defensas), estas são restringidas e permanecem constantes por toda a análise. Por fim, as rotações com relação aos eixos  $x$  e  $y$  são sempre iguais a zero no modelo proposto – em geral esses modos de movimento dependem principalmente das forças hidrodinâmicas que sustentam o navio, apresentando pouca influência dos sistemas de amarração e defensas, nos casos de análise estática.

Tendo em vista as simplificações supracitadas, a função de força resultante passou a ter a seguinte forma simplificada:

$$\mathbf{f}(x, y, \theta) = (F_x, F_y, M_z) \quad (10)$$

e o equilíbrio do sistema será satisfeito quando o vetor da força resultante tiver suas componentes iguais a zero. Para buscar a solução desse problema, isto é, o conjunto de coordenadas que garante o equilíbrio, aplicou-se o método numérico de Newton-Raphson. Ressalta-se que, ao contrário do modelo simplificado proposto pela ROM 2.0-11, existe acoplamento dos movimentos horizontais do navio, como será mostrado nos resultados.

### 3.1 Objetos do Modelo Não Linear

#### 3.1.1 Navio

A partir de dados como o comprimento, boca, pontal, calado, e a geometria do casco foi possível definir uma matriz de pontos que corresponde ao contorno do navio. Toda vez que o centro de gravidade sofre deslocamento ou rotação, essa matriz de pontos do contorno se atualiza, por meio de operações matriciais de deslocamento e rotação.

Além dos pontos de contorno, são definidos pontos do navio em que são conectadas as linhas de amarração, denominados  $\mathbf{P}_a$  neste modelo. Optou-se por seguir, quando possível, as sugestões da ROM 2.0-11, para a disposição das linhas de amarração. Dessa forma, são utilizadas coordenadas próximas aos extremos do navio para os lançantes, e a um quarto do comprimento do navio para os *springs*.

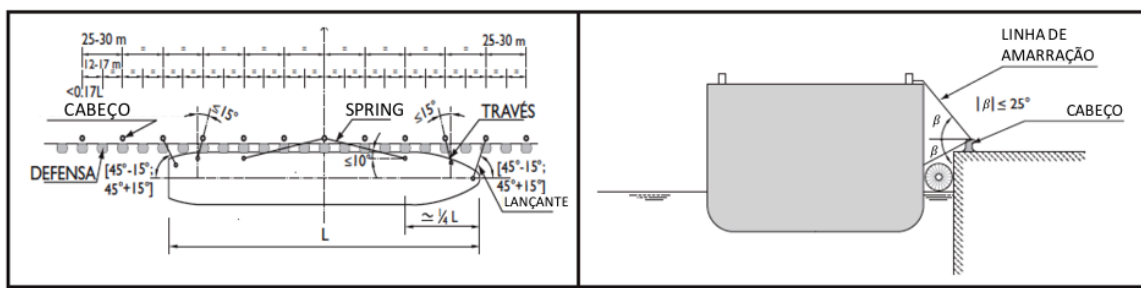


Figura 3 – Recomendações para disposição de linhas de amarração para navio amarrado lateralmente. Ilustração adaptada. Fonte: ROM 2.0-11.

Vale ressaltar que os pontos de conectividade das linhas de amarração do navio são atualizados de maneira análoga ao processo de deslocamento aplicado sobre pontos do contorno do navio.

O navio também tem definidos pontos possíveis para o contato com as defensas. Para isso, toma-se a coordenada no eixo  $x$  de uma defesa e, em seguida, obtém-se dois pontos do contorno do navio: o ponto do contorno que possui a coordenada  $x$  imediatamente maior que a defesa; e o ponto que possui a coordenada  $x$  imediatamente menor.

O ponto de possível contato  $\mathbf{P}_b$  é definido pela interpolação linear desses dois pontos do contorno na posição da coordenada  $x$  da defesa. O contato só é estabelecido quando a coordenada interpolada  $y_b$  impõe um encurtamento da defesa.

Para definir a situação inicial de análise, foi elaborado um primeiro estudo considerando que os esforços externos são nulos. Nessa situação, calculou-se a posição do centro de gravidade do navio para a qual não ocorrem deslocamentos nem variação dos esforços de tração nas linhas de amarração (ver item 4.1.5.1 ).

### 3.1.2 Linha de Amarração

Neste modelo as linhas de amarração foram modeladas como retas, sendo desconsiderado o seu peso próprio e a sua forma funicular. Com isso, cada linha de amarração está definida por dois pontos: a posição do cabeço  $P_c$  e o ponto de amarração no navio  $P_a$ . A partir desses pontos, é possível obter o seu comprimento, o seu vetor de direção, e o braço com relação ao centro de gravidade do navio.

Com essas características geométricas, e utilizando parâmetros tais como área da seção transversal ( $A$ ) e a curva-tensão deformação do material constituinte, é possível determinar os esforços exercidos por cada linha de amarração. A curva de tensão-deformação foi linearizada no trecho de tração e foi considerada igual a zero no caso de afrouxamento da linha.

O módulo de elasticidade ( $E$ ) foi determinado a partir da força de ruptura para a linha de amarração (*minimum breaking load* - MBL) e a deformação ( $\epsilon_u$ ) correspondente:  $E = MBL/(A \cdot \epsilon_u)$ .

A geometria da linha de amarração se atualiza da seguinte maneira:

$$\mathbf{V} = \mathbf{P}_a - \mathbf{P}_c \quad (11)$$

$$L = \sqrt{\mathbf{V} \cdot \mathbf{V}} \quad (12)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{V}/L \quad (13)$$

$$\mathbf{b}_L = (\mathbf{P}_c - \mathbf{C}_g) + [(\mathbf{C}_g - \mathbf{P}_c) \cdot \mathbf{v}] \mathbf{v} \quad (14)$$

onde:

$\mathbf{V}$  é o vetor que representa a linha de amarração;

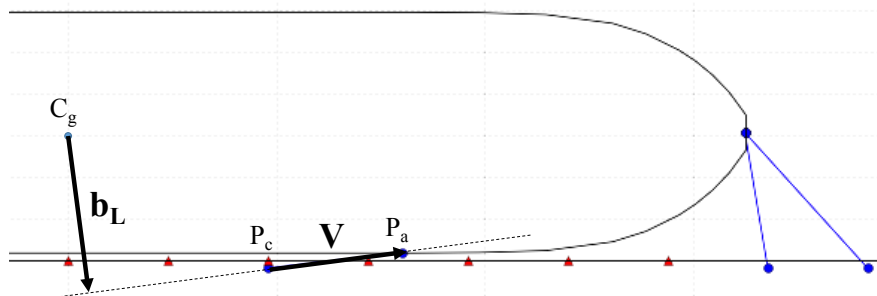
$L$  é o comprimento da linha de amarração;

$\mathbf{v}$  é o vetor unitário da direção da linha;

$\mathbf{b}_L$  é o vetor que representa o braço que liga o centro de gravidade do navio à linha de ação da força exercida pela amarração;

$\mathbf{C}_g$  é a posição do centro de gravidade do navio;

$\cdot$  indica produto escalar.



**Figura 4 – Exemplo dos vetores para caracterização geométrica de uma linha de amarração. Destaca-se que, após cada iteração do método numérico, a geometria e os esforços nas linhas de amarração são atualizados.**

Para o comprimento inicial, utilizou-se a posição inicial do navio e a força de pré-tensão ( $F_0$ ) imposta no início da análise:  $L_i = L/[1+F_0/(EA)]$ .

Por fim, os esforços da linha são calculados:

$$\mathbf{F} = \left( \frac{\Delta_L}{L_i} EA \right) \mathbf{v} \quad (15)$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{b} \wedge \mathbf{F} \quad (16)$$

onde  $\mathbf{F}$  é a força exercida pela linha de amarração;  $\Delta_L$  é o seu alongamento;  $\mathbf{M}$  é o momento com relação ao centro de gravidade do navio; e  $\wedge$  indica produto vetorial.

Com base nos resultados modelo simplificado da ROM 2.0-11 (ver item 4.1.4), estimou-se o diâmetro das linhas de amarração para o modelo. Considerando linhas do tipo Dyneema UHMWPE SK75 (*Ultra High Modulus Polyethylene*) do catálogo da Survitec, adotou-se um diâmetro de 76 mm. Dessa forma, a linha de amarração apresenta um *minimum breaking load* (MBL) de 4119 kN (420,02 tf), e uma força máxima admissível (*safe working load* – SWL) de 2059 kN – fator de segurança FS = 2,0 conforme OCIMF (2008).

De acordo com o catálogo, essas linhas de amarração apresentam um alongamento entre 4% e 5% na ruptura (MBL), e têm uma densidade de 0,97. Para força de pré-tensão inicial, utilizou-se uma carga igual a 10% da força de ruptura definida pelo MBL.

### 3.1.3 Defensas

As defensas foram definidas por sua posição (eixo x) ao longo do cais, e pelo nível (eixo z) do centro de sua seção transversal. Além disso, as defensas possuem um comprimento (defensa + painel) e uma relação linear de força em função da deformação, correspondente ao trecho inicial da curva de comportamento mecânico da defesa.

Ressalta-se que o amolecimento da defesa e as de forças de atrito não foram aplicadas ao modelo, pois essas considerações impedem a convergência do método numérico nas proximidades da posição inicial do centro de gravidade ( $x = 0,0$  m,  $y = 30,668$  m,  $\theta = 0,0$  rad – para o modelo apresentado no item 4.1 deste estudo).

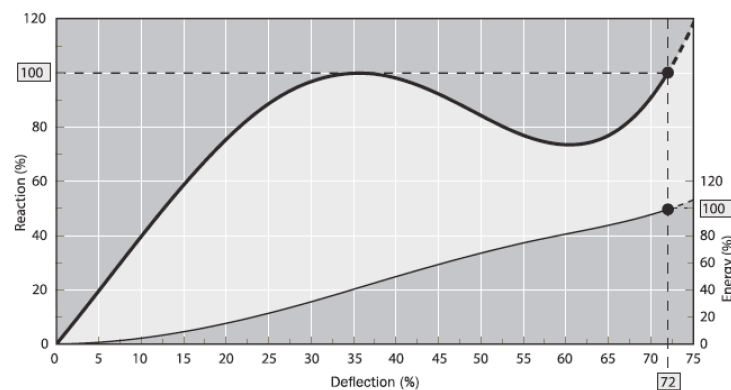


Figura 5 - Curva de comportamento (Reação vs. Deformação) de uma defesa tipo Super Cone – Fonte: Catálogo Trelleborg.

Para verificar se ocorre contato do navio com a defesa, calcula-se a diferença entre a coordenada  $y$  do ponto de possível contato no navio  $\mathbf{P}_b$  e a coordenada da extremidade da defesa. Como o limite do cais foi adotado no plano  $y = 0$ , subtrai-se diretamente o valor do comprimento da defesa:  $\Delta h = y_b - h$

onde  $\Delta h$  deve ser negativo para haver encurtamento da defesa,  $y_b$  é a coordenada interpolada para o ponto de possível contato e  $h$  é o espessura da defesa sem o painel. Caso haja encurtamento, os esforços exercidos pela defesa na direção  $y$  são dados por:



$$\mathbf{F} = (0; k\Delta h; 0) \quad (17)$$

$$\mathbf{v} = (0; 1; 0) \quad (18)$$

$$\mathbf{b}_D = (\mathbf{P}_b - \mathbf{C}_g) + [(\mathbf{C}_g - \mathbf{P}_b) \cdot \mathbf{v}] \mathbf{v} \quad (19)$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{b}^T \mathbf{F} \quad (20)$$

onde  $\mathbf{F}$  é a força exercida pela defesa,  $k$  é a rigidez (linearizada),  $\mathbf{b}_D$  é o braço,  $\mathbf{P}_b$  é o ponto de localização da defesa,  $\mathbf{C}_g$  é o centro de gravidade do navio, e  $\mathbf{M}$  é o momento com relação ao centro de gravidade. A defesa utilizada no modelo é do tipo ‘Super Cone Fender’ SCN 1300 – E3.1, conforme as informações obtidas no catálogo da Trelleborg.

## 3.2 Solução do Sistema

### 3.2.1 Função de Força Resultante

Tendo caracterizado os esforços internos e externos atuantes no sistema, foi possível definir uma função que calcula o esforço resultante para cada posição do centro de gravidade do navio dado pelo conjunto de coordenadas  $(x, y, \theta)$ . Essa função calcula os esforços da seguinte maneira:

- 1) Tendo como dados de entrada o vetor posição  $(x, y, \theta)$ , a função atualiza as coordenadas do centro de gravidade do navio e do seu contorno.
- 2) Atualiza os dados das linhas de amarração, incluindo comprimento, direção, braço, alongamento, forças de tração e momento resultante.
- 3) Atualiza os pontos de contato das defensas e recalcula o encurtamento e os esforços exercidos.
- 4) Soma os esforços de todas as linhas e defensas com as ações externas, e retorna o resultado.

Considera-se que o sistema está em equilíbrio quando o resultado obtido pela função é zero, isto é:  $\Sigma F_{\text{ext}} + \Sigma F_{\text{int}} = 0$ , e  $\Sigma M_{\text{ext}} + \Sigma M_{\text{int}} = 0$ .

### 3.2.2 Método de Newton-Raphson

A imposição de que a força e o momento resultantes no sistema sejam iguais a zero (para garantir o equilíbrio) leva a um sistema de equações nos três graus de liberdade do problema:

$$\mathbf{f}(x, y, \theta) = (F_x, F_y, M_z) = (0; 0; 0) \quad (21)$$

Acontece que este sistema não é linear pois depende do contato com as defensas, e permite afrouxamento e mudança de direção das linhas de amarração. Por essa razão, optou-se por resolver o problema numericamente aplicando-se o método de Newton-Raphson, conforme apresentado em Kiusalaas (2013).

Para aplicação desse método numérico, avalia-se inicialmente a função  $\mathbf{f}$  em torno de um ponto  $\mathbf{P} = (x, y, \theta)$ , que não é necessariamente o ponto de equilíbrio. Determina-se, então, uma forma linearizada da função  $\mathbf{f}$  e calcula-se o deslocamento  $\Delta \mathbf{P}$  que garante o equilíbrio do sistema para essa forma linearizada. Em seguida, atualizam-se as coordenadas do ponto:  $\mathbf{P}_{i+1} = \mathbf{P}_i + \Delta \mathbf{P}_i$ . Esse processo se repete até que o deslocamento  $\Delta \mathbf{P}$  seja menor que um valor definido, isto é,  $|\Delta \mathbf{P}| < \varepsilon_r$ .

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1 Dados do Modelo

Para aplicação do modelo de esforços de amarração, foram utilizados os dados de um projeto existente para o cais de um estaleiro. Como navio-tipo, adotou-se um *Very Large Crude Carrier* (VLCC), que será analisado na situação em lastro (isto é, na situação em que o navio não tem carga a bordo). As principais características do navio, os parâmetros geométricos do cais e as posições das extremidades das linhas de amarração necessários para a análise do sistema são dados nas tabelas a seguir:

**Tabela 1 – Características do VLCC, áreas longitudinal, transversal e submersa definidas para condição em lastro**

Very Large Crude Carrier (VLCC)		Deslocamento máximo	
Comprimento Total	325,5 m	Área Emersa Transversal: $A_{Te}$	312000 t
Comprimento entre Perpendiculares	320,0 m	Área Emersa Longitudinal: $A_{Le}$	2668 m <sup>2</sup>
Largura	58,0 m	Área Submersa Transversal: $A_{Ts}$	8224 m <sup>2</sup>
Calado em lastro	8,0 m	Área Submersa Longitudinal $A_{Ls}$	464 m <sup>2</sup>
Calado máximo	20,8 m	Área Molhada Transversal $A_{Tfs}$	2560 m <sup>2</sup>
Pontal	30,0 m	Área Molhada Longitudinal $A_{Lfs}$	23680 m <sup>2</sup>
			19488 m <sup>2</sup>

**Tabela 2 – Geometria do cais e disposição dos cabeços e defensas.**

Cota de nível do cais	3,40 m
Profundidade da água	15,00 m
Altura para amarração nos cabeços	0,65 m
Dimensão principal defesa+painel	1,70 m
Espaçamento entre defensas	24,00 m
Espaçamento entre cabeços	24,00 m

**Tabela 3 – Disposição das linhas de amarração para aplicação do Método 2 da ROM 2.0-11. Neste caso, o CG do navio foi posicionado no ponto  $x = 0,0m$   $y = 30,7m$  e  $\theta = 0,0$  rad.**

Tipo	Cabeço	$x_B$ (m)	$y_B$ (m)	$z_B$ (m)	$x_n$ (m)	$y_n$ (m)	$z_n$ (m)
Lançante	B0	-192,00	-2,00	4,05	-162,50	30,70	21,00
Través	B1	-168,00	-2,00	4,05	-162,50	30,70	21,00
Spring	B2	-48,00	-2,00	4,05	-80,00	1,70	21,00
Spring	B3	48,00	-2,00	4,05	80,00	1,70	21,00
Través	B4	168,00	-2,00	4,05	162,50	30,70	21,00
Lançante	B5	192,00	-2,00	4,05	162,50	30,70	21,00

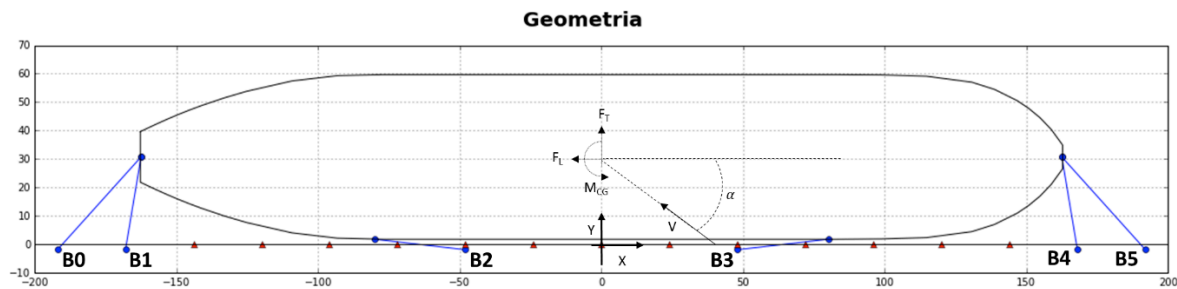


Figura 6 – Geometria esquemática do modelo (em planta)

Os cabeços do modelo foram numerados de B0 a B5; e o sentido positivo dos esforços externos foi corrigido para estar em conformidade com as figuras da ROM 2.0-11 – ao comparar a Figura 6 com as ilustrações do procedimento espanhol, verifica-se que a direção de incidência dos agentes ambientais (vento e corrente) e a geometria do navio estão rotacionadas 180°. Dessa maneira, a direção dos esforços externos resultantes também foi rotacionada.

#### 4.1.1 Esforços do Vento

Os esforços de vento foram calculados para ângulos de incidência ( $\alpha_v$ ) variando entre 0 e 180 graus, para condições-limite de permanência, em que a velocidade do vento ( $V_{VT}$ ) é 22 m/s. Os parâmetros utilizados e os esforços de vento foram determinados com base na tabela 4.6.4.59 da ROM 2.0-11 e os resultados são apresentados a seguir:

**Tabela 4 – Esforços de vento calado  $D= 8,0m$  e  $V_{VT} = 22m/s$ .  $C_{DVL}$  e  $C_{DVT}$  são os coeficientes de arrasto adimensionais para as componentes horizontal e transversal dos esforços de vento.  $K_{ve}$  é o coeficiente adimensional de excentricidade do esforço resultante e  $\phi$  é o ângulo que a resultante do vento forma com o eixo longitudinal do navio (este não coincide necessariamente com o ângulo de incidência do vento).**

$\alpha_v$ (°)	$C_{DVL}$	$C_{DVT}$	$K_{ve}$	$\phi$	$R_v$ (kN)	$F_L$ (kN)	$F_T$ (kN)	$M_{CG}$ (kN.m)
0	1,20	1,00	0,00	0,0	952,99	952,99	0,00	0,00
30	1,17	1,00	0,16	60,7	1.519,38	744,30	1.324,59	68.984
60	1,13	1,00	0,05	79,4	2.184,92	402,25	2.147,58	34.951
90	1,10	1,00	-0,04	90,0	2.477,96	0,00	2.447,96	-31.872
120	1,07	1,00	-0,18	-79,4	-2.170,89	-399,66	2.133,78	-125.018
150	1,03	1,00	-0,33	-60,7	-1.427,05	-699,07	1.244,10	-133.635
180	1,00	1,00	0,00	0,0	-794,16	-794,16	0,00	0,00

#### 4.1.2 Esforços de Corrente

Foram considerados dois casos para os esforços gerados pela ação da corrente: corrente longitudinal ( $\alpha_c = 0^\circ$ ) com velocidade ( $V_C$ ) igual a 1,0m/s; e corrente transversal ( $\alpha_c = 90^\circ$ ) com velocidade igual a 0,5 m/s. Para cada um desses casos foram calculados os esforços quase-estáticos de pressão (tabela 4.6.4.60 – ROM 2.0-11) e dos efeitos viscosos (tabela 4.6.4.61 – ROM 2.0-11).

Tabela 5 – Esforços de pressão calado D = 8,0m

$\alpha_c$ (°)	$V_c$ (m/s)	$F_L$ (kN)	$F_T$ (kN)
0	1,00	142,68	0,00
90	0,50	0,00	984,00

Tabela 6 – Esforços de efeitos viscosos calado D = 8,0m. Foi adotado um coeficiente adimensional  $C_{fc} = 0,004$  (este coeficiente é utilizado na formulação da ROM 2.0-11 para cálculo dos esforços devido aos efeitos viscosos, e depende do número de Reynolds e da rugosidade do navio)

$\alpha_c$ (°)	$V_c$ (m/s)	$F_L$ (kN)	$F_T$ (kN)
0	1,00	48,54	0,00
90	0,50	0,00	10,00

### 4.1.3 Resultantes de Esforços Externos

Os esforços externos resultantes utilizados nos modelos foram obtidos a partir de combinações dos diferentes ângulos de incidência do vento com os esforços de corrente transversal ou longitudinal. As tabelas abaixo apresentam todos os casos analisados nos modelos deste estudo.

Tabela 7 – Esforços externos resultantes. Combinações de vento e corrente longitudinal.

$\alpha_v$ (°)	$\alpha_c$ (°)	$F_L$ (kN)	$F_T$ (kN)	$M_{CG}$ (kN.m)
0	0	1144,21	0,00	0
30	0	935,52	1324,59	68985
60	0	593,47	2147,58	34952
90	0	191,22	2447,96	-31872
120	0	-208,44	2133,78	-125018
150	0	-507,84	1244,10	-133635
180	0	-602,93	0,00	0

Tabela 8 – Esforços externos resultantes. Combinações de vento e corrente transversal.

$\alpha_v$ (°)	$\alpha_c$ (°)	$F_L$ (kN)	$F_T$ (kN)	$M_{CG}$ (kN.m)
0	90	952,99	993,99	0
30	90	744,30	2318,58	68985
60	90	402,25	3141,56	34952
90	90	0,00	3441,94	-31872
120	90	-399,66	3127,77	-125018
150	90	-699,07	2238,09	-133635
180	90	-794,16	993,99	0

Destaca-se que o momento externo que aparece nas tabelas é somente devido ao vento posto que, para ângulos de incidência de corrente de 0 e 90 graus, o momento devido à corrente é nulo. Por isso, as colunas de momento externo resultante são iguais nas duas tabelas.

Além disso, as resultantes apresentadas nas tabelas acima são para os valores médios dos esforços de vento e corrente. Para considerar a variação desses esforços, adotou-se um fator de amplificação dinâmica  $\gamma_D = 1,5$  (ainda não validado), que foi utilizado na memória de cálculo tomada como referência para esse estudo.

#### 4.1.4 Resultados do Método 2 (ROM 2.0-11)

De acordo com a formulação apresentada no item 2 deste estudo, obtiveram-se os esforços para cada caso de esforço resultante externo. Nas tabelas abaixo, apresentam-se os esforços obtidos para cada caso, em cada linha de amarração. Destaca-se que as linhas de amarração estão identificadas pelos cabeços aos quais estão conectadas, conforme a disposição da Figura 6.

Tabela 9 – Caso de corrente longitudinal ( $\alpha_c = 0^\circ$ ): tração nas linhas de amarração em cada cabeço (kN).

$\alpha_v$ (°)	B0	B1	B2	B3	B4	B5
0	0,00	0,00	<b>1952,34</b>	0,00	0,00	0,00
30	429,69	429,69	1596,25	0,00	835,02	835,02
60	922,56	922,56	1012,62	0,00	1127,92	1127,92
90	1262,27	1262,27	326,28	0,00	1075,00	1075,00
120	1385,93	1385,93	0,00	355,65	651,37	651,37
150	986,52	986,52	0,00	866,52	201,33	201,33
180	0,00	0,00	0,00	1028,77	0,00	0,00

Tabela 10 – Caso de corrente transversal ( $\alpha_c = 90^\circ$ ): tração nas linhas de amarração em cada cabeço (kN).

$\alpha_v$ (°)	B0	B1	B2	B3	B4	B5
0	474,52	474,52	1626,06	0,00	474,52	474,52
30	904,21	904,21	1269,97	0,00	1309,54	1309,54
60	1397,08	1397,08	686,34	0,00	1602,44	1602,44
90	1736,80	1736,80	0,00	0,00	1549,53	1549,53
120	<b>1860,46</b>	<b>1860,46</b>	0,00	681,93	1125,90	1125,90
150	1461,04	1461,04	0,00	1192,80	675,85	675,85
180	474,52	474,52	0,00	1355,05	474,52	474,52

A partir dos resultados do modelo simplificado, observa-se que o desacoplamento dos modos horizontais de movimento do navio impede que o equilíbrio global seja satisfeito pelo somatório dos esforços de tração calculados nas linhas de amarração.

Por exemplo, na Tabela 9, para o ângulo de 0° (incidência do vento), a resultante horizontal externa, na direção x, é 1.144,21 kN. Essa força é equilibrada pelo esforço na linha de amarração do cabeço B2, conforme demonstrado no cálculo abaixo:

$$\frac{F_{B2}}{\gamma_D} \cos(\alpha) \cos(\beta) = \frac{1.952,34}{1,5} \cos(6,60^\circ) \cos(27,75^\circ) = 1144,23 \quad (22)$$

sendo:

$F_{B2}$  a força de tração na linha de amarração;

$\gamma_D$  o fator de amplificação dinâmica;

$\alpha$  o ângulo que a projeção horizontal da linha com o eixo longitudinal do navio;

$\beta$  o ângulo que a linha de amarração forma com o plano horizontal.

Não há outros elementos tracionados além da linha conectada ao cabeço B2, de modo que a componente na direção y dessa linha de amarração não é equilibrada por nenhum elemento e o equilíbrio global não se satisfaz. Apesar disso, a ROM considera que o desacoplamento é a favor da segurança.

O modelo simplificado também não considera que o sistema possa sofrer grandes deslocamentos e apresentar efeitos relacionados à não linearidade geométrica. De fato, somente a partir de um modelo não linear, será possível determinar se os esforços de amarração são sensíveis aos deslocamentos (transversal e longitudinal) do navio e à rotação deste em torno do eixo vertical.

Por fim, destaca-se que o modelo simplificado não considerou a contribuição das defensas nem a existência de pré-tensão nas linhas de amarração. Esses dois fatores têm influência sobre as reações nas linhas e sobre os deslocamentos obtidos no modelo de maior hierarquia.

#### 4.1.5 Análise do Modelo Não Linear

Foram realizadas análises do modelo não linear para os casos críticos calculados nas hipóteses de estudo apresentadas anteriormente (vento e corrente). Além disso, o comportamento do modelo em torno do ponto de equilíbrio na situação de esforços externos nulos foi analisado e discutido.

Definiu-se, também, uma altura para o centro de gravidade do navio (CG) a partir do fundo do casco ( $KG = 14,25$  m), contudo se destaca que a solução do problema plano não é sensível à posição vertical do centro de gravidade.

Destaca-se que a geometria utilizada é a mesma do modelo simplificado:

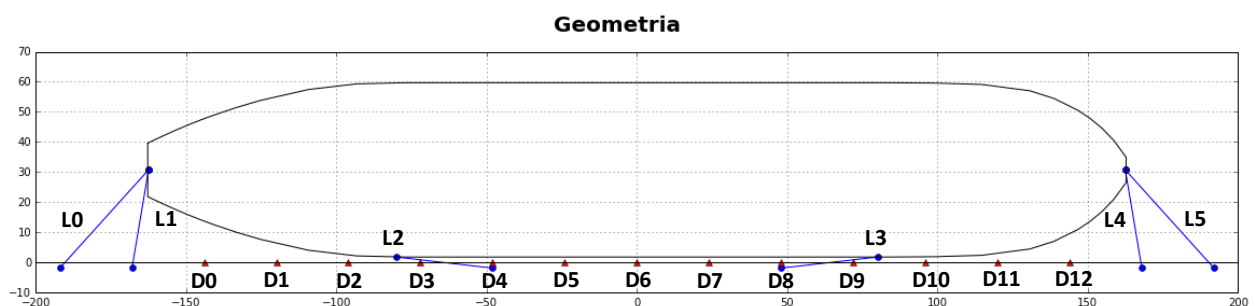


Figura 7 – Geometria do modelo não linear e numeração das linhas de amarração e defensas. Linhas de L0 a L5 e defensas de D0 a D12.

#### 4.1.5.1 Posição de Equilíbrio

Como primeira análise, elaborou-se um modelo com forças externas nulas de modo a se observar o sistema na posição de equilíbrio. Caso não houvesse aplicação de pré-tensão nas linhas de amarração, o sistema manteria sua posição de equilíbrio para as seguintes coordenadas do centro de gravidade do navio:  $x = 0,00$  m,  $y = 30,70$  m e  $\theta = 0,0$  rad.

Devido às forças de pré-tensão, aplicadas com o valor de 10% da força de ruptura (MBL) nas linhas de amarração  $F_0 = 411,9$  kN, procurou-se a posição do centro de gravidade para a qual o sistema não sofre deslocamento nem variação nos esforços das linhas de amarração e defensas. Isso ocorreu para as coordenadas:  $x = 0,00$ ,  $y = 30,668$  m e  $\theta = 0,0$  rad.

Destaca-se que não ocorreu variação na posição  $x$  nem no ângulo  $\theta$  porque as defensas e as linhas de amarração estão dispostas simetricamente com relação ao eixo  $y$ . A Tabela 11 mostra os esforços em cada linha de amarração e defesa obtidos:

**Tabela 11– Esforços nas defensas e linhas de amarração. Esforços externos nulos. Estão listadas apenas as defensas comprimidas (isto é, em contato com o navio). Unidades: kN, m.**

Elemento	$F_x$	$F_y$	$F_z$	$M_z$	$(F_x^2 + F_y^2 + F_z^2)^{1/2}$
Linha 0	-257,49	-285,42	-147,95	46390	411,90
Linha 1	-60,83	-361,68	-187,48	58775	411,90
Linha 2	362,10	-41,87	-191,80	13839	411,90
Linha 3	-362,10	-41,87	-191,80	-13839	411,90
Linha 4	60,83	-361,68	-187,48	-58775	411,90
Linha 5	257,49	-285,42	-147,95	-46390	411,90
Defensa 3	0,00	196,85	0,00	-14173	196,85
Defensa 4	0,00	196,85	0,00	-9449	196,85
Defensa 5	0,00	196,85	0,00	-4724	196,85
Defensa 6	0,00	196,85	0,00	0	196,85
Defensa 7	0,00	196,85	0,00	4724	196,85
Defensa 8	0,00	196,85	0,00	9449	196,85
Defensa 9	0,00	196,85	0,00	14173	196,85
Total	0,00	0,00	-	0	-

Vale ressaltar que todas as análises subsequentes para o modelo não linear foram realizadas considerando as coordenadas calculadas neste item ( $x = 0,00$ ,  $y = 30,668$  m e  $\theta = 0,0$  rad) como posição inicial para o centro de gravidade do navio.

#### 4.1.5.2 Curvas de Esforços em função dos Deslocamentos

Tendo calculado a posição de equilíbrio, foi possível fazer uma análise dos esforços necessários para deslocar o navio. Cada deslocamento foi imposto isoladamente a partir do equilíbrio (com esforços externos nulos), mantendo-se os outros dois graus de liberdade restringidos.

Para os deslocamentos analisados, quase não se verifica a não-linearidade geométrica devido à mudança de direção das linhas de amarração, sendo que a perda de contato com as defensas é a não-linearidade mais relevante no problema.

### Deslocamento na direção x (deslocamento/surge)

Para os deslocamentos na direção x, observa-se a variação da rigidez devido ao afrouxamento dos *springs*, quando o deslocamento x é aproximadamente  $\pm 0,25\text{m}$ . Ressalta-se também o acoplamento que o modelo revela com os movimentos de abatimento (*sway*) e cabeceio (*yaw*). As variações na força  $F_y$  e no momento  $M_z$  se devem à variação de posição e de alongamento das linhas de amarração e à variação na deformação das defensas.

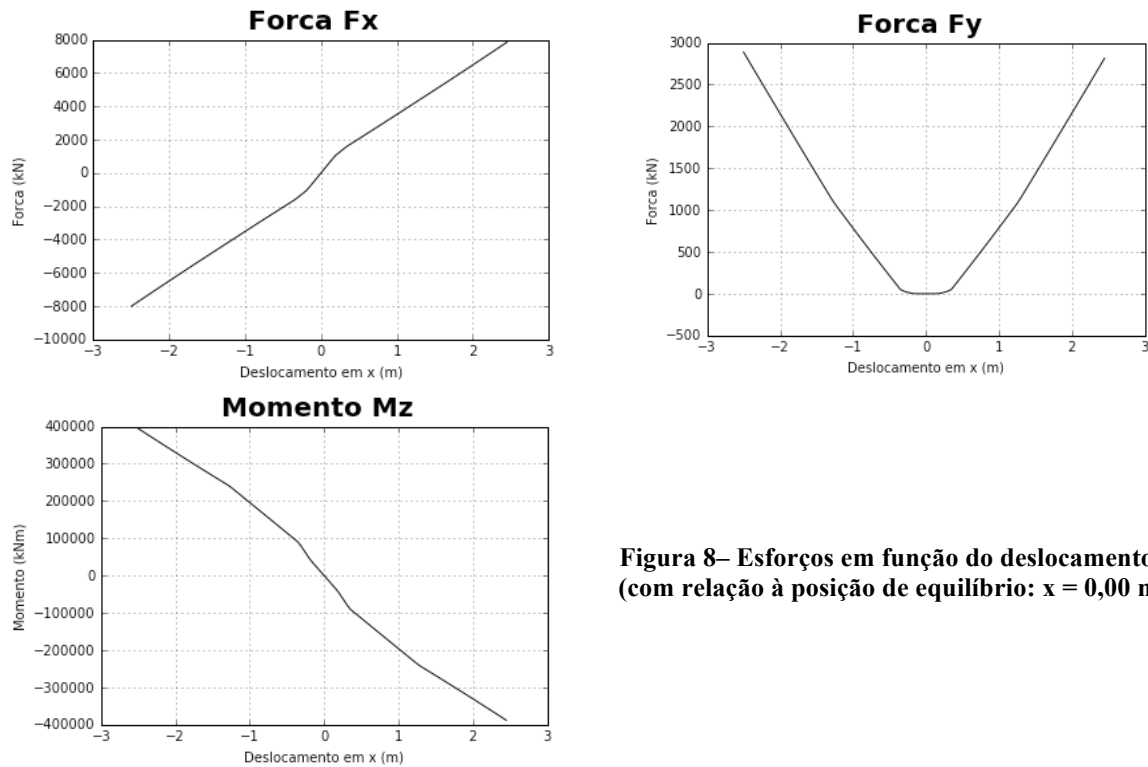


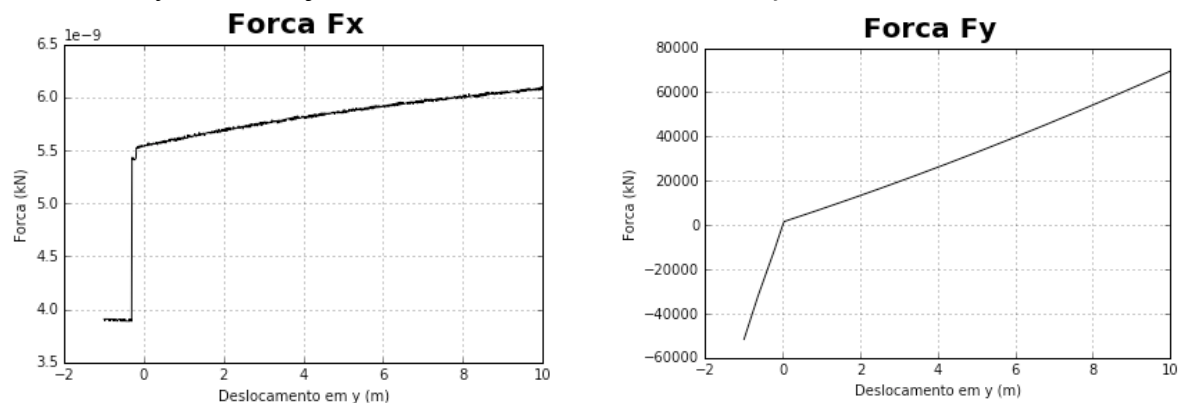
Figura 8– Esforços em função do deslocamento x (com relação à posição de equilíbrio:  $x = 0,00\text{ m}$ ).

### Deslocamento na direção y (abatimento/sway)

Para os deslocamentos na direção y, pode-se observar o gráfico aproximadamente bi-linear da força  $F_y$ : a rigidez do sistema é aproximadamente  $48300\text{ kN/m}$  quando as defensas estão comprimidas e  $5800\text{ kN/m}$  quando o navio não está em contato com as defensas.

Os valores de  $F_x$  podem ser considerados nulos, pois sua ordem de grandeza é de  $10^{-9}\text{ kN}$ . Já os valores de  $M_z$  ocorrem apenas quando o número de defensas comprimidas de um lado ( $x < 0$ ) é diferente do outro ( $x > 0$ ).

Ressalta-se que nos casos em que as linhas de amarração não estão dispostas simetricamente,  $F_x$  não é nulo. Da mesma maneira,  $M_z$  não seria nulo para deslocamentos positivos em y e com arranjos assimétricos de linhas de amarração.





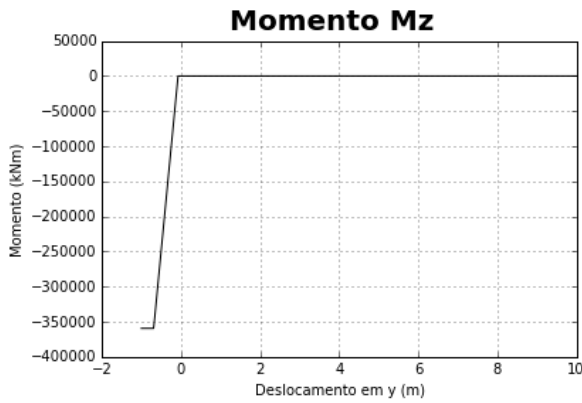


Figura 9 – Esforços em função do deslocamento  $y$  (com relação à posição de equilíbrio  $y = 30,668$  m).

### Rotação em torno no eixo z (cabeceio/yaw)

Apesar da simetria, há acoplamento com a força  $F_x$  devido ao afrouxamento/retesamento das linhas nas regiões de proa e de popa. Já para a força  $F_y$ , temos valores negativos devido à perda de contato com as defensas de cada lado. A falta de simetria nos gráficos dos esforços  $F_y$  e  $M_z$  ocorre porque a superfície de contato do navio não é simétrica com relação ao eixo  $y$ .

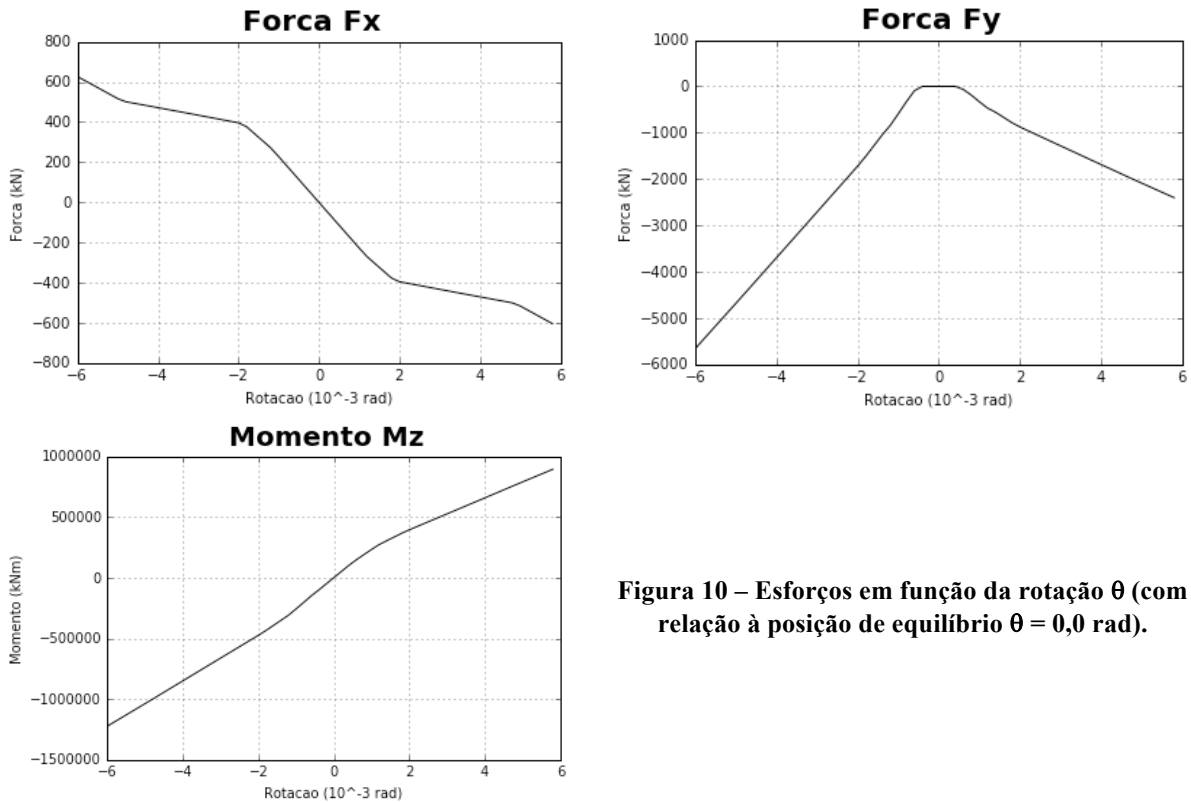


Figura 10 – Esforços em função da rotação  $\theta$  (com relação à posição de equilíbrio  $\theta = 0,0$  rad).

### 4.1.5.3 Resultados do Modelo Não-Linear

A seguir, são apresentados os máximos valores de tração nas linhas de amarração obtidos para cada caso de esforço resultante externo (ver Tabela 7 e Tabela 8). Destaca-se que esses valores devem ser comparados com os máximos obtidos em cada linha da Tabela 9 e da Tabela 10.

**Tabela 12 – Esforços máximos obtidos para cada caso de resultante externa com corrente longitudinal ( $\alpha_c = 0^\circ$ ):**

$\alpha_v$ (°)	Máx. Tração (kN)	Linha
0	<b>1359,68</b>	<b>Spring L2 (B2)</b>
30	990,26	Spring L2 (B2)
60	1198,48	Través L4 (B4)
90	1384,46	Través L4 (B1)
120	1510,75	Través L1(B1)
150	1.050,03	Través L1 (B1)
180	798,82	Spring L3 (B3)

**Tabela 13 – Resumo dos esforços máximos obtidos para cada caso de resultante externa com corrente transversal ( $\alpha_c = 90^\circ$ ):**

$\alpha_v$ (°)	Máx. Tração (kN)	Linha
0	1199,47	Spring L2 (B2)
30	1404,48	Través L4 (B4)
60	1759,03	Través L4 (B4)
90	1928,47	Través L1 (B1)
120	<b>2054,84</b>	<b>Través L1 (B1)</b>
150	1580,65	Través L1 (B1)
180	1018,32	Spring L3 (B3)

Observa-se que, na situação de máximo esforço longitudinal (com  $\alpha_c = 0^\circ$  e  $\alpha_v = 0^\circ$ ), a tração no *spring* L2 (conectado ao cabeço B2) é 1359 kN. Esse valor é menor que a tração obtida no modelo do Método 2 da ROM 2.0-11 (1952 kN). Isso acontece porque o modelo da ROM 2.0-11 considera que o *spring* resiste a todos os esforços horizontais, enquanto que, na realidade, os traveses e os lançantes contribuem para resistir aos esforços. Caso não existissem lançantes no modelo não linear, os esforços obtidos nos *springs* devido a forças externas longitudinais seriam mais próximos aos resultados do modelo da ROM 2.0-11.

Por outro lado, no caso em que o esforço no través L1 (conectado ao cabeço B1) é mais crítico (com  $\alpha_c = 90^\circ$  e  $\alpha_v = 120^\circ$ ) temos 2055 kN de tração nesse elemento. Observa-se que, para a mesma linha, o Método 2 da ROM 2.0-11 leva a uma tração igual a 1860 kN. O esforço é menor porque a formulação da ROM 2.0-11 (apresentada no item 2.4) não considerou a diferença de rigidez entre os traveses e os lançantes, que é considerável devido aos comprimentos das linhas (aprox. 37m – traveses, e 47m – lançantes) e devido à direção de cada elemento (isto é, o ângulo formado entre o eixo x e a projeção das linhas no plano horizontal).

#### 4.1.5.4 Situação de máximo esforço de tração

Para o modelo não linear, o máximo esforço de tração ocorreu para a situação de corrente transversal e um ângulo de  $120^\circ$  para incidência do vento. Um resumo dos resultados obtidos para equilíbrio por meio do método de Newton-Raphson é apresentado a seguir.

**Tabela 14– Esforços não majorados pelo fator de amplificação dinâmica: 1,5. Ângulo do vento  $120^\circ$  e ângulo da corrente  $90^\circ$**

$F_x$ (kN)	$F_y$ (kN)	$M_z$ (kN.m)
399,66	3.127,77	-125.018

**Tabela 15– Posição final encontrada pelo método de Newton-Raphson:**

x	0,065	m
y	31,236	m
$\theta$	$-1,09 \times 10^{-3}$	rad

**Tabela 16 – Esforços calculados para linhas de amarração. Ressalta-se que, neste caso de carregamento, não há defensas comprimidas. Unidades: kN, m.**

Elemento	$F_x$	$F_y$	$F_z$	$M_z$	$(F_x^2 + F_y^2 + F_z^2)^{1/2}$
Linha 0	-929,87	-1051,92	-533,11	171131	1501,79
Linha 1	-301,65	-1813,04	-918,85	294682	2054,84
Linha 2	457,70	-62,36	-242,69	18209	521,80
Linha 3	-541,19	-70,64	-286,37	-21373	616,35
Linha 4	179,16	-1090,73	-558,69	-177218	1238,52
Linha 5	536,35	-602,97	-308,85	-97905	864,08
Soma	-599,49	-4.691,65	-	187527	-

#### 4.1.5.5 Situação de máximo esforço longitudinal

Os resultados para a situação de máximo esforço longitudinal são apresentados a seguir. Ressalta-se que, embora não haja resultante de momento externo, os esforços longitudinais geram uma pequena rotação do navio, o que indica que os modos de deslocamento longitudinal e rotação estão acoplados. Pelo mesmo motivo, observa-se que os esforços de compressão nas defensas ( $F_y$ ) variam linearmente da defesa 6 à defesa 9 (posto que a superfície do navio nesse trecho é reta).

**Tabela 17– Esforços não majorados pelo fator de amplificação dinâmica: 1,5. Ângulo do vento 0° e ângulo da corrente 0°**

$F_x$ (kN)	$F_y$ (kN)	$M_z$ (kN.m)
-1.144,21	0,00	0,00

**Tabela 18 – Posição final encontrada pelo método de Newton-Raphson:**

$x$	-0,410	m
$y$	30,667	m
$\theta$	$-4,3 \times 10^{-4}$	rad

**Tabela 19 – Esforços calculados para linhas de amarração e defensas. Estão listadas apenas as defensas comprimidas (isto é, em contato com o navio). Unidades: kN, m.**

Elemento	$F_x$	$F_y$	$F_z$	$M_z$	$(F_x^2 + F_y^2 + F_z^2)^{1/2}$
Linha 0	-5,79	-6,52	-3,37	1060	9,35
Linha 1	-57,25	-368,55	-190,63	59895	418,86
Linha 2	1198,73	-138,04	-626,68	45728	1359,68
Linha 3	0,00	0,00	0,00	0	0,00
Linha 4	65,27	-360,37	-187,21	-58558	411,31
Linha 5	515,36	-562,19	-292,05	-91337	816,67
Defensa 3	0,00	14,81	0,00	-1060	14,81
Defensa 4	0,00	78,24	0,00	-3723	78,24
Defensa 5	0,00	141,67	0,00	-3342	141,67
Defensa 6	0,00	205,10	0,00	84	205,10
Defensa 7	0,00	268,52	0,00	6555	268,52
Defensa 8	0,00	331,95	0,00	16070	331,95
Defensa 9	0,00	395,38	0,00	28629	395,38
Soma	1.716,32	0,00	-	0	-

## 5 CONCLUSÃO

Ressalta-se que o arranjo de amarração perfeitamente simétrico (ver Figura 7) utilizado para a análise é improvável, pois a disposição das linhas de amarração e das defensas depende das características de cada navio e cada obra de atracação. De fato, a escolha do arranjo simétrico deveu-se à necessidade de se avaliar a consistência dos resultados durante a interpretação da posição de equilíbrio e do acoplamento entre os modos de movimento do navio.

Verifica-se que, devido à configuração do cais em estudo, não há como utilizar comprimentos maiores para os traveses a fim de diminuir a diferença de rigidez e, com isso, obter uma distribuição de esforços mais uniforme nas linhas de amarração. Dessa maneira, é essencial levar em conta que os máximos esforços de tração nos traveses sempre serão maiores que nos lançantes quando predominarem forças externas na direção transversal ao navio (ou momentos em torno de seu centro de gravidade).

Com relação às curvas que relacionam a força total de restauração com os deslocamentos em torno do ponto de equilíbrio, destaca-se que a principal não-linearidade observada no modelo resulta da perda de contato com as defensas. Observa-se, em segunda instância, o afrouxamento das linhas de amarração nos casos de deslocamentos e esforços longitudinais. Por outro lado, as não linearidades geométricas devido à mudança de direção das linhas de amarração são observáveis apenas quando os deslocamentos são expressivos (e maiores do que os resultados apresentados neste estudo).

Destaca-se que as relações entre forças e deslocamentos obtidas no modelo não linear são os esforços não hidrodinâmicos da equação de movimento do navio. Em conjunto com dados de massa adicionada e amortecimento hidrodinâmico será possível realizar a análise dinâmica do sistema para diferentes casos de força de excitação. Essa análise dinâmica será essencial para avaliar se o fator de amplificação dinâmica adotado ( $\gamma_D = 1,5$ ) é adequado.

Como última consideração, observa-se que o modelo não linear confirmou a existência de uma força de restauração bi-linear (para os deslocamentos transversais – direção  $y$ ) com uma variação brusca de rigidez. Dessa forma, o modelo dinâmico apresentará modos de oscilação subharmônicos, podendo inclusive ter uma resposta caótica dependendo da frequência da força de excitação aplicada (Thompson; Stewart, 2002).

## REFERÊNCIAS

- Kiusalaas, J. *Numerical Methods in Engineering with Python 3*. Cambridge University Press. 2013.
- OCIMF. *Marine equipment guidelines*, 3rd Ed. Witherby Seamanship Int. Livingston, UK. 2008.
- Recomendaciones de Obras Marítimas. ROM 2.0-11 – Recomendaciones para el proyecto y ejecución en obras de atraque y amarre, 2012.
- Thompson, J. M. T.; Stewart, H. B. *Chaotic Motions of an Impacting System*. Nonlinear Dynamics and Chaos – 2<sup>nd</sup> ed – Capítulo 15. John Wiley & Sons, Ltd. 2002.