



## ANÁLISE DINÂMICA NÃO-LINEAR DE TORRES EM CONCRETO ARMADO SUBMETIDAS AO VENTO SINTÉTICO

### Reyolando M.L.R.F. Brasil

(1) Professor Livre Docente, Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

E-mail: [rmlrdfbr@usp.br](mailto:rmlrdfbr@usp.br)

Avenida Professor Almeida Prado, Trav. 2, 87 – 05508-900 São Paulo, SP, Brasil

### Murilo Sasaki de Paula e Silva

(2) Aluno de Mestrado, Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

E-mail: [murilosps@usp.br](mailto:murilosps@usp.br)

Rua Vereador Tadao Sakai, 08737-140, Mogi das Cruzes-SP, Brasil

**Resumo.** *O tema está relacionado com o constante crescimento da necessidade em implementar mais torres de telecomunicações, devido ao rápido crescimento da infraestrutura de telecomunicações no Brasil. Em geral, novos sistemas de transmissão e recepção de ondas eletromagnéticas estão sendo implantados. O objetivo deste trabalho é propor um procedimento seguro e eficiente para a análise dinâmica estrutural de torres de telecomunicações em concreto armado de grande esbeltez, com base em um modelo dinâmico não linear, submetendo à carga de vento. Estas cargas são simuladas pelo método do vento sintético proposta por Franco (1993). A análise do concreto armado será realizada de acordo com a NBR-6118 (ABNT, 2014). A fim de determinar com precisão a rigidez da estrutura submetida ao carregamento de vento, um método iterativo computacional será utilizado para discretizar a seção transversal em elementos finitos. Então, as tensões e a porção fissurada da seção transversal é calculada e parte-se para a determinação dos deslocamentos de cada elemento da torre. Em cada iteração, procedimento do tipo P-Delta, também será utilizado para levar em conta a não-linearidade geométrica da estrutura, e*

*então a rigidez efetiva dos elementos de concreto armado é recalculada. As condições de contorno do problema estão relacionadas com a restrição do nível de tensões, deslocamentos e frequências de vibração da estrutura. Uma análise dinâmica não linear será realizada, e o deslocamento da torre será determinado por cálculos iterativos considerando a resistência das seções de concreto fissuradas submetidas a esforços transversais e axiais.*

**Palavras-Chave:** Análise dinâmica não-linear, carregamento de vento, concreto armado, rigidez efetiva, vento-sintético

## 1 INTRODUÇÃO

O tema escolhido está relacionado com a necessidade da implantação de inúmeras novas torres de telecomunicação decorrente do crescimento acelerado da infraestrutura de telecomunicações no Brasil. De um modo geral, novos sistemas de transmissão e recepção de ondas eletromagnéticas estão sendo implantados. Assim, o objetivo deste trabalho é propor um procedimento seguro e eficiente para a análise de torres de telecomunicações em concreto armado, de grande esbeltez, baseado num modelo dinâmico não-linear, com carregamento dado pelo método do vento sintético.

Primeiramente, apresenta-se a estrutura da torre de telecomunicação com suas características geométricas e físicas necessárias para análise do problema. Em seguida, apresenta-se a determinação do carregamento estático de vento proposto pela norma NBR-6123:1988. Calculam-se os esforços solicitantes em cada seção discretizada do modelo da torre a partir do método dos deslocamentos e em seguida propõe-se um processo iterativo para consideração da não-linearidade física e geométrica da estrutura. Apresenta-se o método do vento sintético proposto por FRANCO (1993) e realiza-se a análise dinâmica do problema a partir de uma configuração não-linear de equilíbrio obtida do carregamento estático da norma. Finalmente, comparam-se os resultados obtidos com os trabalhos de SILVA e BRASIL (2004a, 2004b) e são apresentadas as conclusões obtidas.

Para resolver os problemas propostos é necessária a utilização de várias ferramentas numéricas, tais como o método dos elementos finitos, análise dinâmica não-linear de estruturas de concreto armado e análise estocástica para determinação dos carregamentos decorrentes do método do vento sintético.

A análise do concreto armado será feita de acordo com a NBR-6118 (ABNT, 2014). Para obter com precisão a rigidez da estrutura submetida aos carregamentos, foi elaborado um programa computacional que discretiza a seção transversal de concreto armado em elementos finitos para determinar com exatidão as tensões em cada ponto da seção e a porção da seção transversal fissurada que deverá ser desprezada para o cálculo dos deslocamentos nas próximas iterações. Em cada iteração, um procedimento tipo P-Delta é utilizado para levar em conta a não linearidade geométrica, e a rigidez efetiva dos elementos em concreto armado é recalculada.

Para efeitos de comparação, será estudado o método de análise dinâmica-não linear para estruturas esbeltas submetidas a carregamento dinâmico proposto por SILVA e BRASIL (2004a, 2004b), em que o modelo apresentado por esses autores é baseado estritamente nos carregamentos estáticos e dinâmicos de vento propostos pela NBR-6123 (1988) e a não-linearidade da estrutura de concreto é considerada a partir de equações simplificadas, em função do nível dos esforços, que determinam a rigidez efetiva das seções de concreto armado. A rigidez efetiva dos elementos em concreto armado é calculada em função do nível de flexão da iteração. Considerando-se a rigidez efetiva obtida na última iteração, são então

calculadas as frequências e modos naturais de vibração da estrutura, os quais serão utilizados para o cálculo das respostas flutuantes do vento, de acordo com o modelo dinâmico discreto da NBR-6123 (ABNT, 1988). Os autores consideram que a estrutura, sob a excitação do vento, vibra em torno de uma configuração de equilíbrio dada pela análise não linear e sua amplitude de vibração é dada pela componente dinâmica da velocidade do vento.

## 2 ANÁLISE ESTÁTICA NÃO-LINEAR

### 2.1 Carregamento de Vento NBR-6123:1988

De acordo com a NBR-6123 (ABNT, 1988)  $V_0$  é a velocidade média do vento sobre 3 segundos, a 10 metros de altura sobre o terreno, em um terreno plano sem rugosidade, com um período de retorno de 50 anos. O fator topográfico é  $S_1$ , enquanto que a rugosidade do terreno é dada pelo fator  $S_2$ , o qual é uma função dada por:

$$S_2 = bF_{(r)} (z/10)^p \quad (1)$$

Onde  $b$ ,  $p$  e  $F_r$  são fatores os quais dependem das características do terreno, e  $z$  é a altura acima do nível do terreno em metros. O fator estatístico é  $S_3$ . Ambos  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$  são dados em tabelas na NBR-6123 (ABNT, 1988). A velocidade característica do vento (metros por segundo) e a pressão do vento (Pascal) são respectivamente:

$$V_k = V_0 \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \text{ e } q = 0.613 \cdot V_k^2 \quad (2)$$

A força devida ao vento (Newton) sobre uma área  $A$  (área, em metros quadrados, de projeção ortogonal de um determinado objeto sobre um plano vertical) é computada como:

$$F = q \cdot C_a \cdot A \quad (3)$$

Onde  $C_a$  é o coeficiente de arrasto. A norma NBR-6123 (ABNT, 1988) apresenta diversas tabelas para o cálculo dos valores de  $C_a$ .

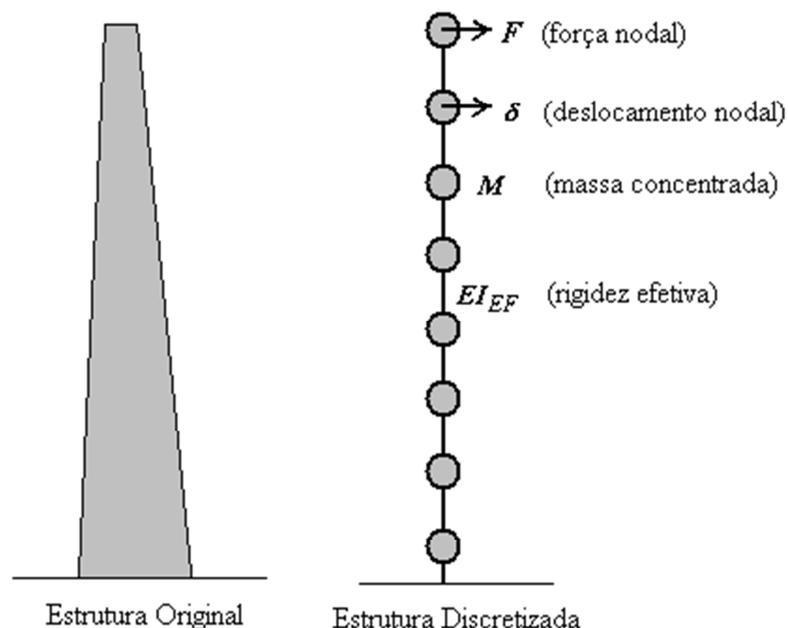


Figura 1 - Típica estrutura de torre de telecomunicações de concreto armado

## 2.2 Método P-delta e Rigidez Efetiva

Conforme sugerido por SILVA, M. Araújo; BRASIL R.M.L.R.F; ARORA J.S. Otimização de Torres de Telecomunicações em Concreto Armado Baseada em Resultados Experimentais. São Paulo, SP: UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO considera-se a não linearidade geométrica escrevendo o acréscimo de momento na posição de equilíbrio deformada, considerando as excentricidades, como pode ser visto na equação que descreve o método P- $\Delta$  (P-delta) a seguir:

$$\Delta M_{ki(j)} = \Delta N_{k(j)} (\delta_{i(j)} - \delta_{i(j-1)}) \text{ e } M_{ki(j)} = M_{ki(j-1)} + \Sigma \Delta M_{kl(j)} \quad (4)$$

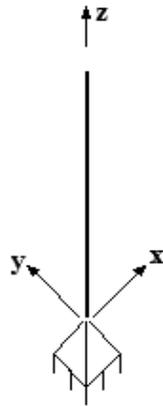
Onde,

- $M_{ki}$  é o valor do momento característico no nó  $i$ ,
- $N_{ki}$  é o valor da força normal característica no nó  $i$ ,
- $\delta_i$  é o valor do deslocamento no nó  $i$ ,
- $j$  é a iteração,

Após a consideração da não-linearidade geométrica pelo método P-Delta, haverá alteração dos esforços solicitantes de cálculo e, se os esforços se alteram, os deslocamentos também se alteram, que por sua vez alteram, novamente, esforços internos. Uma referência

circular é criada, onde o deslocamento depende do esforço e o esforço depende do deslocamento.

O método da integração elástica é aplicado quando da análise da não linearidade da torre, de modo a se calcular os deslocamentos do eixo da peça para a seção fissurada e para os momentos de segunda ordem, a fim de se obter os esforços incluindo o comportamento não linear. A equação a seguir ilustra a equação diferencial da linha elástica para um pilar engastado na base, conforme a Figura 2.



$$\frac{dv_x}{dz} = \frac{M(y)}{EI(z)}$$

$v_x$ : deslocamento na direção  $x$

$M(y)$ : momento fletor na direção  $y$

$EI(z)$ : produto de rigidez ao longo da altura  $z$

Figura 2 – Pilar engastado na base

A partir da integração numérica pelo Método de Simpson da equação da linha elástica ao longo de toda a peça, determinam-se os deslocamentos e parte-se para nova determinação dos esforços solicitantes de segunda-ordem e novamente calculam-se os deslocamentos de segunda ordem sucessivamente até atingir tolerância aceitável.

Após determinação dos esforços de segunda ordem obtidos da realização das etapas anteriores obtêm-se as deformações lineares específicas das seções de cada segmento da torre conforme Figura 3.

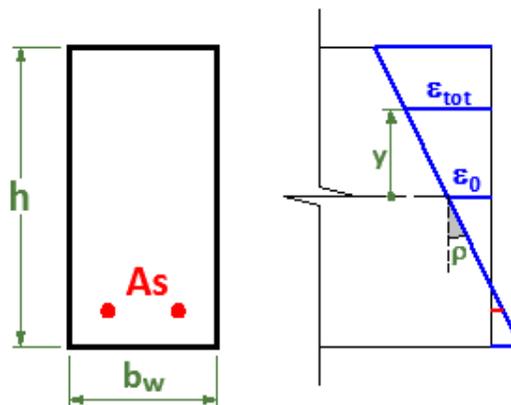


Figura 3 – Deformações mecânicas provenientes dos esforços solicitante na seção

A deformação linear específica total, respeitando a hipótese de manutenção da seção plana, fica caracterizada pela seguinte equação:

$$\varepsilon_{\text{tot}} = \varepsilon_0 + \rho \cdot y \quad (5)$$

onde,

$\varepsilon_{\text{tot}}$  é a deformação linear específica total de uma fibra qualquer,

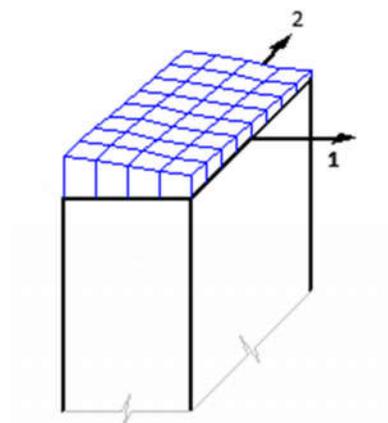
$\varepsilon_0$  é a deformação linear do centro geométrico da seção transversal,

$\rho$  é a curvatura da seção transversal,

$y$  é a distância do centro geométrico a fibra em análise.

Supõe-se que cada uma das seções transversais, de formato geométrico qualquer, serão discretizadas em uma malha de elementos retangulares, conforme a Fig. 4, na qual se imagina que cada elemento seja representado por sua deformação mecânica ( $\varepsilon$ ), definida no centro geométrico do elemento. As barras de aço são representadas também pela posição de seu centro geométrico.

Conhecida a deformação de cada elemento, a tensão do mesmo pode ser obtida facilmente pelas relações constitutivas.



**Figura 4 – Seção Transversal genérica discretizada em elementos de área**

Os esforços internos solicitantes são calculados, em relação ao centro geométrico da seção bruta de concreto, pelas seguintes equações:

$$N_{Rd} = \sum_{i=1}^{nc} \sigma_{ci,\theta} \cdot A_{ci} + \sum_{j=1}^{ns} \sigma_{sj,\theta} \cdot A_{sj} \quad (6)$$

$$M_{Rd} = \sum_{i=1}^{nc} \sigma_{ci,\theta} \cdot y_{ci} \cdot A_{ci} + \sum_{j=1}^{ns} \sigma_{sj,\theta} \cdot y_{sj} \cdot A_{sj} \quad (7)$$

Onde,

$n_c$  é o número de elementos de concreto da malha discretizada,

$n_s$  é o número de barras de aço na seção transversal,

$\sigma_{ci,\theta}$  é a tensão no elemento “i” de concreto,

$\sigma_{sj,\theta}$  é a tensão na barra “j” de aço,

$A_{ci}$  é a área do elemento “i” de concreto,

$A_{sj}$  é a área da barra “j” de aço.

A partir da determinação dos esforços internos e a configuração de equilíbrio da seção, determina-se a inércia da seção fissurada  $I_2$  a partir da somatória dos momentos de inércia das seções de concreto não-fissuradas. Com esta nova inércia, obtém-se o produto de rigidez efetivo das seções ao longo da altura da torre.

Com a rigidez efetiva calcula-se novamente os deslocamentos de segunda ordem e assim sucessivamente repetem-se as etapas anteriores gerando uma referência circular onde a curvatura depende dos esforços, que dependem dos deslocamentos que por sua vez voltam a depender da curvatura.

A saída para a referência circular criada é ficar fazendo iterações sucessivas, quantas vezes forem necessárias até que em uma determinada iteração, os deslocamentos  $d_i$  não se alterem significativamente (além de um valor especificado) em relação aos valores obtidos na iteração anterior, garantindo a convergência da solução. Se após um grande número de iterações, mesmo assim a convergência não for obtida, pode-se estabelecer problema de equilíbrio, caracterizando instabilidade da peça.

### 3 ANÁLISE DINÂMICA EM TORNO DA CONFIGURAÇÃO NÃO-LINEAR

#### 3.1 Modos de Vibração

A fim de obter a resposta dinâmica da estrutura realiza-se inicialmente uma análise da estrutura submetida a vibrações livres para obtenção dos modos de vibração da mesma. Para tanto, implementa-se no programa uma rotina de cálculo para obtenção das frequências naturais e respectivos modos de vibração a partir do método “Matrix Iterations” proposto por W.CLOUGH & JOSEPH PENZIEN (2003).

O método utilizado para determinar as frequências naturais para uma estrutura de “n” graus de liberdade é separado em duas etapas. Primeiro calcula-se o primeiro modo de

vibração da estrutura e sua correspondente frequência natural. Em seguida, parte-se para a determinação dos demais modos de vibração da estrutura. A seguir apresentam-se estas etapas e os passos seguidos em cada uma delas:

### 1ª etapa – obtenção do primeiro modo de vibração e frequência natural

- 1) Calcula-se a matriz de flexibilidade reduzida [f] da estrutura (apenas considerando-se os graus de liberdade livres),
- 2) Multiplica-se a matriz de massa [M] pela matriz de flexibilidade [f] obtendo-se a matriz dinâmica [D] da estrutura,
- 3) Obtém-se o vetor de deslocamentos modais  $\{\bar{v}^1\}$  multiplicando-se a matriz dinâmica [D] pelo vetor de deslocamentos inicial normalizado estimado  $\{v^0\}$
- 4) Normaliza-se o vetor de deslocamentos modais  $\{\bar{v}^1\}$  obtendo-se  $\{v^1\}$
- 5) Repetem-se os passos 3 e 4 até se obter boa convergência para o valor dos deslocamentos modais.
- 6) Obtém-se a frequência do primeiro modo de vibração da estrutura dividindo-se o maior valor do vetor de deslocamentos modais da iteração anterior  $v^{i-1}$  pelo correspondente valor do vetor de deslocamentos modais normalizado da iteração atual  $\bar{v}^i$

### 2ª etapa – obtenção dos demais modos de vibração e frequências naturais

- 1) Calcula-se o valor da matriz de massa generalizada  $M_i$  para cada um dos modos de vibração,
- 2) Calcula-se a matriz de transformação do primeiro modo de vibração  $\Phi_i$  dada por  $[S_1] = \frac{1}{M_i} \Phi_i \Phi_i^T m$ ,
- 3) Calcula-se a matriz dinâmica do segundo modo de vibração  $[D_2]$  multiplicando-se a matriz de transformação do primeiro modo de vibração  $[S_1]$  pela matriz dinâmica do primeiro modo de vibração [D].
- 4) Obtém-se o vetor de deslocamentos modais do segundo modo  $\{\bar{v}_2^1\}$  multiplicando-se a matriz dinâmica do segundo modo  $[D_2]$  pelo vetor de deslocamentos inicial normalizado estimado para o segundo modo  $\{v_2^0\}$
- 5) Normaliza-se o vetor de deslocamentos modais  $\{\bar{v}_2^1\}$  obtendo-se  $\{v_2^1\}$
- 6) Repetem-se os passos 4 e 5 até se obter boa convergência para o valor dos deslocamentos modais.
- 7) Obtém-se a frequência do segundo modo de vibração da estrutura dividindo-se o maior valor do vetor de deslocamentos modais da iteração anterior  $v^{i-1}$  pelo correspondente valor do vetor de deslocamentos modais normalizado da iteração atual  $\bar{v}^i$
- 8) Repetem-se os passos 2 a 7 para os demais modos de vibração.

## 3.2 Vento Sintético

Os efeitos dinâmicos de vento sobre a torre em questão serão analisados seguindo metodologia sugerida pelo trabalho FRANCO (1993). Trata-se de uma simulação tipo Monte Carlo, com base em espectro de velocidades de vento do Prof. A. Davenport, da University of Western Ontário, Canadá.

Carril C. F. J. (2000) calcula a pressão de vento para rajadas de 3 segundos e para o vento médio de 10 minutos para as características do local e altura de cada ponto da estrutura. O

vento médio de 10 minutos é considerado como um efeito estático (~48% da pressão do vento). A diferença entre as duas pressões é considerada como a parte flutuante da excitação de vento (~52% da pressão do vento).

$$p_f = p_3 - p_{600} = 0,613(V_3^2 - V_{600}^2)C_p \quad (8)$$

Onde  $V_3$  é a velocidade de pico,  $V_{600}$  é a velocidade média,  $p_3$  e  $p_{600}$  são as pressões obtidas com a velocidade média do vento no tempo de 3 segundos e 600 segundos, respectivamente, e  $C_p$  é o coeficiente de pressão.

Toma-se o espectro de potência das velocidades de vento de Davenport modificado como padrão:

$$\frac{nS(n)}{u^2} = 4 \frac{x^2}{(1+x^2)^{\frac{4}{3}}}, \quad (9)$$

Com,

$$x = \frac{1220n}{U_0}, \quad (10)$$

$$U_0 = 0,69V_0 \quad (11)$$

Onde  $V_0$  é a velocidade característica do vento na região fornecida pela NBR-6123. O espectro de potência  $S(n)$  em questão, em escala logarítmica, é mostrado na Figura 4.

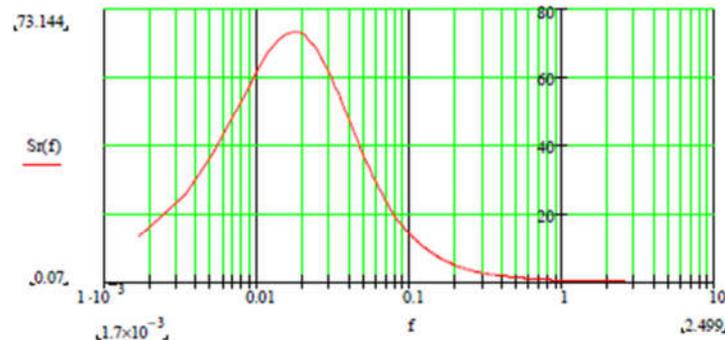


Figura 5 –Variação da pressão ao longo de um bocal: dados experimentais

A seguir, divide-se esse espectro em certo número de faixas de frequências. A proposta de Franco adota 11 divisões, com a quarta delas centrada na frequência do primeiro modo natural da estrutura. As demais são centradas em valores de frequência que são obtidos multiplicando essa frequência por 2 elevado a expoentes fracionários ou inteiros (0.125, 0.25, 0.5, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7). A relação entre as áreas de cada uma dessas faixas e a área total do espectro dá a amplitude relativa dos harmônicos que se poderiam obter desse diagrama. Cada uma dessas áreas dá:

$$C_k = \sqrt{2 \int_{(k)} S(n) dn} \quad (12)$$

A seguir, supõe-se que o espectro de pressões  $S_{p'}$  é proporcional ao de potências de velocidades, como de fato o é:

$$S_{p'}(z, n) = (\rho c U_z)^2 S(z, n) \quad (13)$$

Onde,

- $\rho$  é a densidade do ar;
- $c$  é o coeficiente aerodinâmico;
- $U_z$  é a velocidade média na altura  $z$ .

A pressão flutuante total é decomposta em amplitudes para cada harmônico utilizando as porcentagens calculadas no espectro de potência das velocidades. Sabendo que a amplitude máxima da pressão flutuante pode ser escrita como uma parcela da pressão total,  $p'(t) = \alpha p$ , as amplitudes dos componentes harmônicos de  $p'(t)$  podem ser escritas na forma:

$$p'_k = \frac{C_k}{\sum_{k=1}^m C_k} p' = c_k p' \quad (14)$$

A construção das séries de carregamentos para a geração dos históricos de carga baseia-se na superposição dos componentes harmônicos com ângulos de fases indeterminados. Assim, estes últimos representam a componente aleatória do processo.

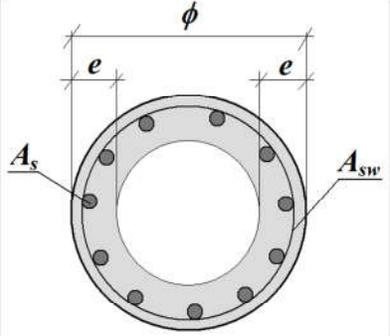
$$p'(t) = \sum_{k=1}^m c_k p' \cos\left(\frac{2\pi n_r}{r_k} t - \theta_k\right) \quad (15)$$

## 4 RESULTADOS DA ANÁLISE

A fim de demonstrar os resultados obtidos, realiza-se a análise de uma torre de concreto armado pré-moldado, composta por segmentos tubulares de seção circular de diâmetro externo constante de 1 m e paredes de 12 cm de espessura. A altura total fora do solo considerada é de 40 m, considerada engastada na base.

- Seção tubular de diâmetro externo constante de 1m e paredes de 12 cm de espessura
- Altura total fora do solo de 40 m
- Concreto  $f_{ck} = 45$  Mpa,  $\gamma_c = 1,3$  (pré-moldados), densidade  $2500 \text{ kg/m}^3$ ,  $E_c = 46$  GPa
- Aço CA-50,  $s = 1,15$ , densidade  $7800 \text{ kg/m}^3$ ,  $E_s = 210$  GPa
- Coeficiente de amortecimento  $\xi$ : 2,5% (adotado como usual para torres de concreto armado conforme sugerido por Brasil, R. M. L. R. F., Pauletti, R. M.O., Carril Jr, C.F.C e Lanza, E.C. (2003))
- Índice de esbeltez  $\lambda = \frac{L_f}{i} = 219$

Dados da estrutura e materiais	
Diâmetro externo $\phi$ (m)	1,00
Diâmetro interno (m)	0,76
Altura (m)	40,00
Discretização (nº de divisões)	10,00
E (kN/m <sup>2</sup> )	3,43E+07
Armadura (cm <sup>2</sup> )	5,00
I <sub>x</sub> (m <sup>4</sup> )	0,033
Área (m <sup>2</sup> )	0,33
F <sub>ck</sub> (Mpa)	45,00
F <sub>yk</sub> (Mpa)	500,00
Cobrimento (cm)	6,00
Diâmetro das barras (mm)	25,00
Quantidade de barras	40,00
E <sub>s</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	2,10E+08
$\gamma_c$	1,30
$\gamma_s$	1,15
I <sub>s</sub> (m <sup>4</sup> )	0,0112
alfa e	6,13
alfa i	0,91
$\gamma_{f3}$	1,10
Dados da análise modal	
Discretização (nº de divisões)	6,00
massa linear (kN.s <sup>2</sup> /m/m)	0,85
massa no topo (kN.s <sup>2</sup> /m)	0,00
Coeficiente de amortecimento (%)	2,50
Número de séries de carregamentos	20,00
Nº de passos da iteração	400,00

Inicializacao	
Análise Estática Linear - NBR6123	Cálculo das Frequências Naturais
Análise Estática NLG - NBR6123	Cálculo da Resposta Dinâmica
Análise Estática NLFG - NBR6123	Análise Dinâmica NLFG - Vento Sintético

Figura 6 – Tela de entrada de dados do programa de análise

A pressão de vento para análise estática da estrutura foi determinada conforme propõe a NBR-6123/1988 – “Forças devido aos Ventos em Edificações”

Foram adotados os seguintes elementos para análise:

- velocidade básica do vento  $V_0 = 40 \text{ m/s}$

- fator topográfico  $S_1 = 1$
- categoria do terreno e altura  $S_2 = \text{Cat. IV, Classe C, (b=0,84; p=0,135; Fr=0,95)}$
- fator estatístico:  $S_3 = 1,1$
- velocidade característica do vento  $V_k = V_0 S_1 S_2 S_3$
- pressão dinâmica do vento  $q = 0,613 V_k^2$
- coeficiente de arrasto para a torre:  $C = 0,6$
- coeficiente de arrasto para a escada:  $C = 1,2$
- coeficiente de arrasto para a esteira:  $C = 0,8$

Tabela 1 – Pressão de vento aplicada sobre a torre (kN/m<sup>2</sup>)

Cota	Vento					Pressao	Torre	Escada	Esteira	Total
	z (m)	V0 (m/s)	S1	S2	S3					
60,0	40	1	1,02	1,1	44,7	1,23	0,74	0,07	0,15	0,96
54,0	40	1	1,00	1,1	44,1	1,19	0,71	0,07	0,14	0,93
48,0	40	1	0,99	1,1	43,4	1,15	0,69	0,07	0,14	0,90
42,0	40	1	0,97	1,1	42,6	1,11	0,67	0,07	0,13	0,87
36,0	40	1	0,95	1,1	41,7	1,07	0,64	0,06	0,13	0,83
30,0	40	1	0,93	1,1	40,7	1,02	0,61	0,06	0,12	0,79
24,0	40	1	0,90	1,1	39,5	0,96	0,57	0,06	0,11	0,75
18,0	40	1	0,86	1,1	38,0	0,89	0,53	0,05	0,11	0,69
12,0	40	1	0,82	1,1	36,0	0,79	0,48	0,05	0,10	0,62
6,0	40	1	0,74	1,1	32,8	0,66	0,40	0,04	0,08	0,51
0,0	40	1	0,00	1,1	0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

#### 4.1 Análise Estática Não-linear

A seguir apresentam-se os resultados de deslocamentos e esforços solicitantes de primeira ordem, segunda ordem, e segunda ordem com não linearidade física, considerando 100% da parcela de vento calculado pela NBR-6123 como carga estática.

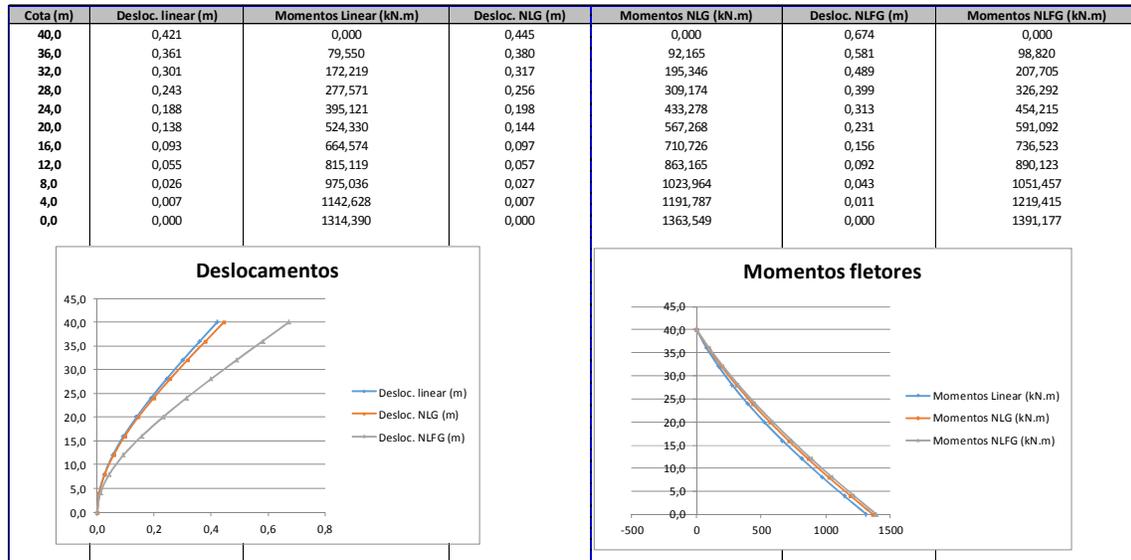


Figura 7 – Resultados da análise não-linear estática com 100% da carga de vento

## 4.2 Análise Dinâmica Não-linear

A seguir apresentam-se os resultados após aplicação de 48% da carga de vento como carga estática, gerando redução de até 37% do produto de rigidez da estrutura. A partir da configuração estática não-linear obtida, apresentam-se os resultados da análise dinâmica considerando 52% da carga de vento como parcela dinâmica aplicando-se o método do Vento Sintético:

Desloc. NLFG (m)	Momentos NLFG (kN.m)	M_rigidez	Porcentagem
0,591	0,000	1505077,903	100,00%
0,509	93,433	1505089,483	100,00%
0,428	193,811	1505089,483	100,00%
0,349	300,872	1505089,483	100,00%
0,273	414,355	1505089,483	100,00%
0,202	533,994	1505089,483	100,00%
0,136	659,510	998780,425	66,36%
0,080	790,642	965628,928	64,16%
0,037	927,085	953094,860	63,33%
0,010	1067,891	947959,171	62,98%
0,000	1210,381	945857,312	62,84%

Figura 8 – Resultados da análise não-linear estática com 48% da carga de vento

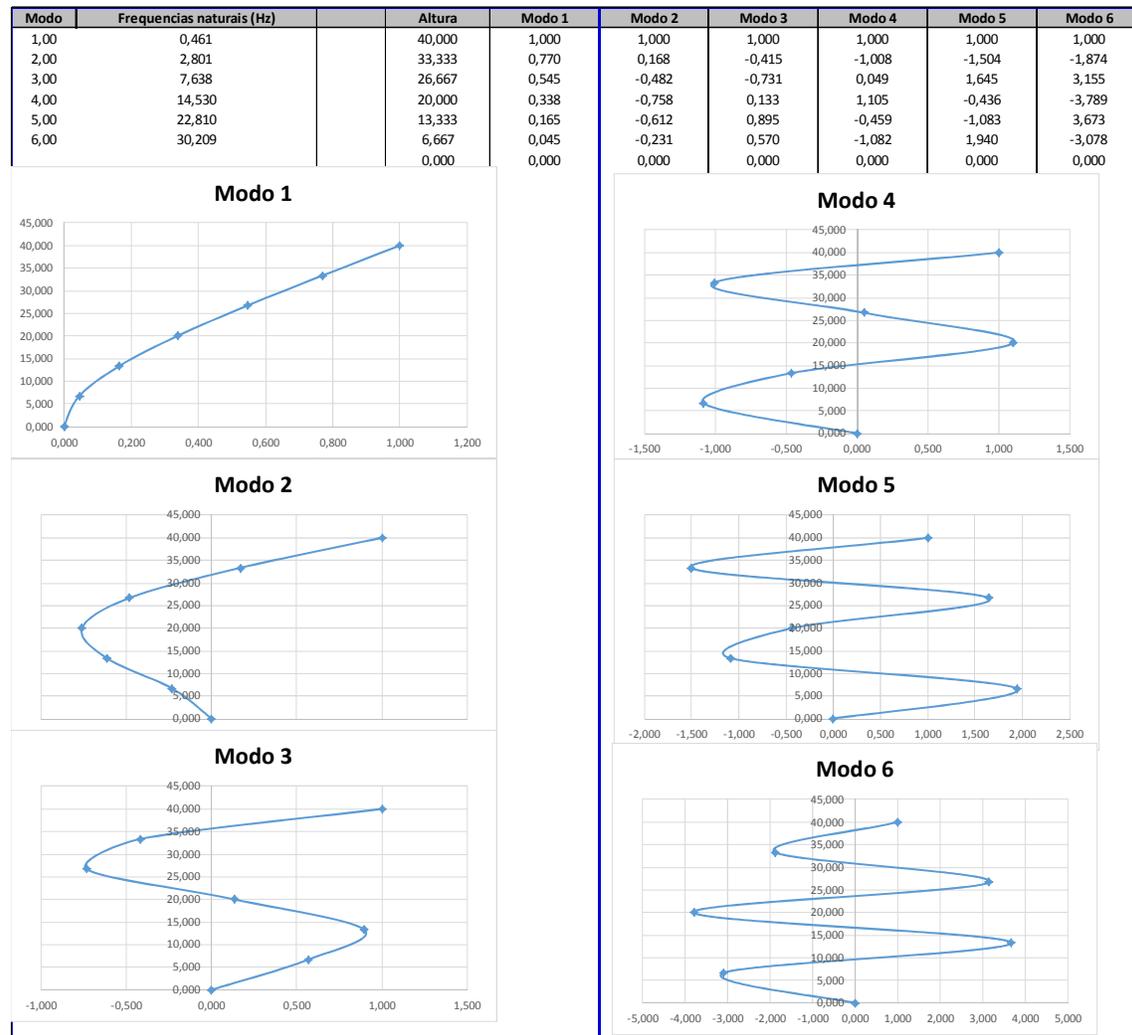


Figura 9 – Análise dos modos a partir da configuração de equilíbrio estática não-linear

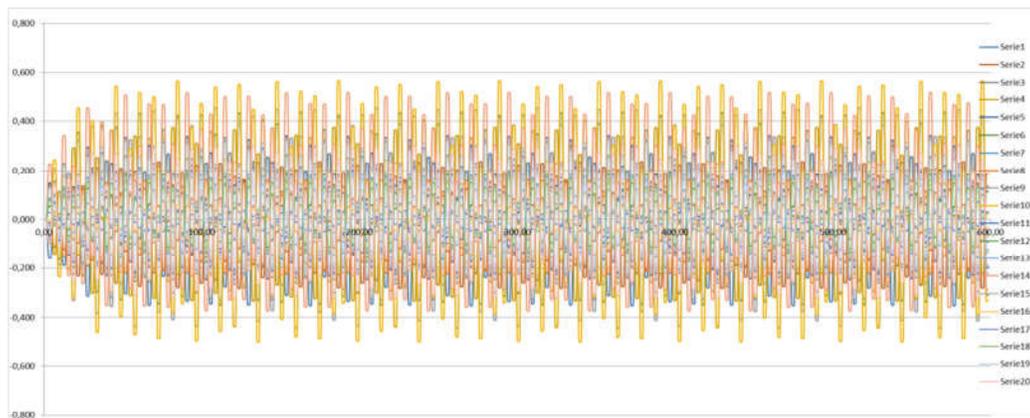


Figura 10 – Resposta dinâmica da estrutura submetida ao vento sintético – Máx. deslocamento = 0,564 m

**Tabela 2 - Deslocamento total da análise dinâmica não-linear**

<b>Cota (m)</b>	<b>Desloc. dinâmico(m)</b>
<b>40,0</b>	1,155
<b>33,3</b>	0,943
<b>26,7</b>	0,735
<b>20,0</b>	0,540
<b>13,3</b>	0,366
<b>6,7</b>	0,227
<b>0,0</b>	0,000

## **5 CONCLUSÕES**

A partir da análise realizada, pôde-se observar que a análise dinâmica não-linear para estruturas esbeltas, como é o caso das torres de telecomunicação em concreto armado, é essencial pois leva a deslocamentos, e portanto esforços na estrutura, até três vezes maiores do que aqueles obtidos pela simples análise estática linear da estrutura. Esta diferença pode ser relacionada ao fato de que os deslocamentos e a frequência natural da estrutura isostática estudada são consideravelmente sensíveis à diminuição do produto de rigidez dos segmentos inferiores da torre.

O método do “vento sintético” sugerido pelo Prof. Mário Franco permite um enfoque estocástico coerente com a aleatoriedade dos efeitos do vento.

## **AGRADECIMENTOS**

Os autores agradecem o apoio proporcionado pela FAPESP, Fundação de Apoio à Pesquisa do Estado de São Paulo, e pelo CNPQ.

## **REFERENCIAS**

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). NBR 6118 – Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento. ABNT. Rio de Janeiro. 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). NBR 6123 – Forças Devido ao Vento em Edificações. ABNT. Rio de Janeiro. 2004.

FRANCO, M “Direct along-wind dynamics analysis of tal structures”, Boletim Técnico da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo BT/PEF/9303, São Paulo, 1993.

Brasil, R. M. L. R. F., Pauletti, R. M.O., Carril Jr, C.F.C e Lanza, E.C. (2003), Efeito do Vento sobre uma Torre para Telecomunicações em Concreto Pré-moldado, V SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, São Paulo.

Silva, M. A. e Brasil, R. M. L. R. F., (2003), Otimização de Torres em Concreto Armado para Telecomunicações, V SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, São Paulo.

Silva, M. A. e Brasil, R. M. L. R. F., (2004a), Técnicas de Otimização Aplicadas a Resultados Experimentais no Estudo da Redução da Rigidez Flexional em Estruturas de Concreto Armado, Boletim Técnico da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, BT/PEF/0401, São Paulo.

Silva, M. A. e Brasil, R. M. L. R. F., (2004b), Nonlinear Dynamic Analysis Based on Experimental Results of RC Towers for Telecommunication Subjected to Wind Loading, a ser publicado nos anais do DINCON 2004 -3º Congresso Temático de Dinâmica e Controle da SBMAC, Ilha Solteira-SP.

SILVA, M. Araújo; BRASIL R.M.L.R.F; ARORA J.S. Otimização de Torres de Telecomunicações em Concreto Armado Baseada em Resultados Experimentais. São Paulo-SP

W.CLOUGH & JOSEPH PENZIEN (2003), Dynamic of Structures. 3ª Edição. Berkeley, CA 94704. Computers & Structures, Inc. 752 páginas.

Carril C. F. J. (2000), Análise Numérica e Experimental do Efeito Dinâmico do Vento em Torres Metálicas Treliçadas para Telecomunicações, Tese (Doutorado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações. São Paulo-SP.