



## IMPLEMENTAÇÃO DE UMA ROTINA COMPUTACIONAL PARA O MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL EVOLUCIONÁRIA EM AMBIENTE ANSYS®

**Daniele Melo Santos Paulino**

**Rodrigo de Azevedo Neves**

dani.mspaulino@gmail.com

rodrigo.neves@ifma.edu.br

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão.

Av. Getúlio Vargas nº 4, 65030-005, São Luís, Maranhão, Brasil.

**Resumo.** Com o aprimoramento dos recursos computacionais disponíveis no mercado, a utilização de softwares comerciais nos diferentes setores da engenharia tornou-se substancial, auxiliando na demanda por produtos de alta qualidade com diminuição de custos e menor tempo de execução. Neste contexto, diversos métodos de otimização topológica tem sido desenvolvidos visando projetar estruturas que possam minimizar o consumo de matéria-prima de maneira eficiente. Um dos métodos que tem se consolidado na resolução de problemas estruturais é o método denominado Otimização Estrutural Evolucionária (Evolutionary Structural Optimization - ESO), baseado no conceito de remoção gradual do material da estrutura que não apresenta valores consideráveis para o parâmetro indicado. Este método apresenta vantagem pelo baixo rigor matemático, sendo implementado em softwares computacionais com uma maior facilidade. Desta maneira, este trabalho apresenta um algoritmo de otimização topológica, implementado no software ANSYS®, utilizando o Método dos Elementos Finitos para discretização do material. A finalidade principal é a validação do algoritmo, comprovando sua eficiência para determinação da topologia ótima através do método ESO. Para comprovação dos resultados obtidos, o algoritmo será aplicado em alguns exemplos clássicos da literatura.

**Palavras-chave:** Otimização topológica, Otimização estrutural evolucionária, Método dos elementos finitos, ANSYS.

## 1 INTRODUÇÃO

Um dos maiores desafios para o engenheiro, durante a execução de um projeto, é a busca de economia, sem deixar de cumprir todas as exigências de integridade estrutural. Desta maneira, a análise computacional se apresenta como uma ferramenta fundamental na otimização de estruturas, melhorando o tempo dispendido na sua concepção, e auxiliando na adição de valor em qualidade e funcionalidade do projeto. Neste contexto, o ramo da otimização topológica apresenta um papel fundamental, objetivando soluções ótimas para um determinado domínio, buscando reduzir o emprego de material e com isso tornar o projeto mais econômico.

Na literatura, podem ser encontrados diversos métodos e técnicas criados para a solução do problema de *layout*, cabendo citar os Algoritmos Evolucionários, o método SIMP (*Solid Isotropic Microstructure with Penalization*), Otimização Estrutural Evolucionária (ESO do inglês *Evolutionary Structural Optimization*) e os métodos de “Suavização” (SKO do inglês *Soft-kill option*). O método de Otimização Estrutural Evolucionária (ESO) é o apresentado neste trabalho por ser um método que pode ser avaliado de forma empírica, e implementado com relativa facilidade em pacotes computacionais comerciais, como o ANSYS®, devido ao seu baixo rigor matemático. Sua formulação foi deduzida de maneira intuitiva por Xie & Steven (1993), baseada no conceito de remoção gradual de porções do material da estrutura que não apresentam contribuições significativas à estrutura de acordo com o parâmetro considerado.

O objetivo deste trabalho é apresentar o resultado da implementação de um algoritmo do método ESO na plataforma computacional comercial baseada em elementos finitos ANSYS®, usando o recurso disponibilizado por ela, em seu módulo de programação, utilizando a linguagem de programação própria da plataforma, denominada APDL (ANSYS Parametric Design Language).

## 2 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

### 2.1 Método ESO em Nível de Tensões

Conforme LIANG *et al.* (1999 *Apud* LANES *et al.*, 2013, p. 2), a representação matemática do Método de Otimização Estrutural Evolucionária (ESO) para a solução de problemas de otimização topológica pode ser apresentada baseando-se nos conceitos de tensão ou de deslocamentos. Considerando-se o campo das tensões, estabeleceu-se a tensão equivalente de Von Mises como critério de remoção durante o processo evolutivo, baseando-se nos trabalhos de Simonetti (2009) e Lanes & Greco (2013).

A tensão de Von Mises equivalente para o escoamento utiliza o critério da *Energia de Distorção*, proposta por M. T. Huber em 1904 e desenvolvida em 1913 por R. Von Mises e H. Hencky em 1925. (Ugural & Fenster, 2003). A tensão equivalente ou tensão de Von Mises é dada pela Eq. (1), em termos das tensões principais:

$$\sigma_e^{VM} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \quad (1)$$

A tensão máxima de Von Mises é utilizada como um critério de avaliação, a partir da seguinte relação:

$$\sigma_e^{VM} < RR \cdot \sigma_{MAX}^{VM} \quad (2)$$

Nesta fórmula, uma Razão de Rejeição ( $RR$ ) é introduzida para avaliar quais elementos serão removidos durante as iterações ao longo do processo evolutivo, sendo restringida a  $0,0 < RR < 1,0$ . Para um dado valor de  $RR$ , o processo de remoção ocorre até que todos os elementos que atendam a condição dada pela Eq. (2) sejam removidos, atingindo então o equilíbrio da iteração. Este processo é repetido até que o projeto ótimo seja alcançado, onde o valor de  $RR$  é atualizado a cada iteração, seguindo a mesma lógica, até que não existam mais elementos a serem removidos com o novo valor de  $RR$ . Para atualizar a razão de rejeição, adiciona-se uma razão de evolução ( $ER$ ), conforme a relação exposta a seguir:

$$RR_{i+1} = RR_i + ER, \text{ com } i = 0, 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

De acordo com o trabalho de Lanes (2013), Querin (1997) sugere que, para os valores de  $RR$  e de  $ER$ , sejam adotados valores pequenos, de aproximadamente 1%, garantindo assim uma melhor convergência. Para um controle sobre a razão de rejeição, é comum a adoção de um valor limite, representado por  $RR_f$ , para que assim não haja uma remoção exagerada de elementos do domínio.

Segundo Simonetti (2009), a remoção dos elementos é um processo “hard-kill”, podendo ser interpretado como segue:

$$D(j) = \begin{cases} D_0 & \text{se } j \in \Gamma \\ 0 & \text{se } j \in \bar{\Gamma} \end{cases} \quad (4)$$

onde  $D(j)$  é a matriz constitutiva do ponto  $j$ , pertencente ao domínio da estrutura  $\Omega = \Gamma + \bar{\Gamma}$ , sendo  $\Gamma$  o conjunto de elementos não removíveis (sólido) e  $\bar{\Gamma}$  o conjunto de elementos removíveis (vazios), de acordo com a Eq. (2).

## 2.2 Índice de Performance

O método *Performance Based-Optimization* (PBO) é uma metodologia de projeto expressa em termos do objetivo de performance, satisfazendo os requisitos de resistência, trabalhabilidade e custo. O objetivo é apresentar uma redução do peso da estrutura, cujas possíveis restrições de projeto sejam tensões, deslocamentos e flexibilidade (relacionada à energia de deformação, sendo o inverso da rigidez). Desta forma, para o código implementado, utilizou-se o índice de performance em relação à tensão máxima da estrutura.

Segundo Liang *et al.* (2005), para estruturas contínuas com restrição da tensão, o Índice de Performance é definido através da seguinte equação.

$$IP = \frac{\sigma_{0,\max} W_0}{\sigma_{i,\max} W_i} \quad (5)$$

onde  $IP$  representa o índice de performance da estrutura,  $\sigma_{0,\max}$  é a máxima tensão de Von Mises na iteração inicial (tensão inicial),  $W_0$  é o volume inicial da estrutural,  $\sigma_{i,\max}$  é a máxima tensão de Von Mises na  $i$ -ésima iteração e  $W_i$  é o volume na  $i$ -ésima iteração.

O índice de performance é utilizado como critério de convergência, sendo o processo iterativo repetido enquanto o IP for maior que 1.

### 3 METODOLOGIA

O código do método ESO foi implementado em ambiente ANSYS®, através da plataforma programável do sistema (APDL), considerando o método *Performance-Based Optimization*, que utiliza o índice de performance para avaliação da estrutura. A metodologia empregada será detalhada a seguir.

Utilizou-se o procedimento de otimização evolucionária resumido por Simonetti (2009), conforme o fluxograma apresentado a seguir:

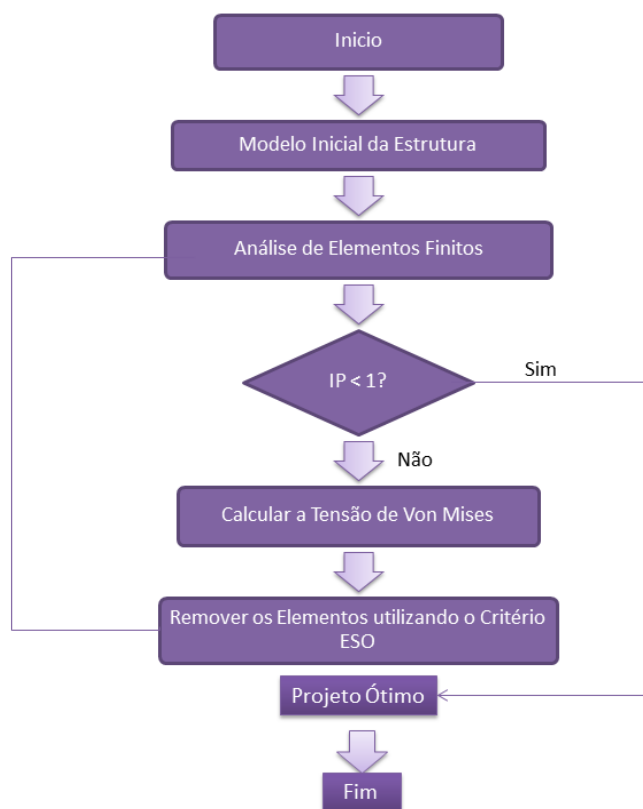


Figura 1. Esquema da Otimização Estrutural Evolucionária usando Índice de Performance (Método ESO)

Fonte: Elaboração Própria

#### 3.1 Inicialização das Variáveis

Primeiramente é definido o modelo a ser analisado, utilizando-se o módulo Mechanical APDL do ANSYS®. O modelo deve conter as condições de contorno e as solicitações aplicadas à estrutura. É feita então a discretização do material, utilizando os elementos disponíveis na biblioteca do programa.

As variáveis do método ESO são inicializadas, como a Razão de Rejeição (RR), Razão de Evolução (ER), a Porcentagem de Volume Retirado por Iteração (PVi) e a Porcentagem de Volume Final (PVt).

#### 3.2 Análise Estrutural

O processo de análise estática por elementos finitos foi realizado através dos recursos disponíveis no ANSYS®, após a definição da malha.

### 3.3 Otimização através do Método ESO

Nesta etapa, implementou-se o código para a retirada de elementos através do método ESO, utilizando-se o critério de Tensão de Von Mises. Após a etapa de análise estrutural, determinam-se as tensões por elemento e avalia-se a máxima tensão da iteração. Então, aplica-se o critério de remoção, conforme a Eq. (2), até que seja atingida a máxima porcentagem de volume retirado na iteração (PVi). A Razão de Rejeição (RR) é então atualizada conforme a Eq. (3), e todo o processo é repetido até que seja atingido o projeto ótimo, de acordo com a porcentagem final de volume desejada (PVt), utilizando o Índice de Performance como critério de convergência, enquanto o valor obtido na iteração for menor que 1.

Um importante recurso utilizado na implementação do código refere-se à metodologia de retirada dos elementos desprezíveis e posterior reanálise do modelo. Uma primeira técnica avaliada foi a real remoção do elemento da malha de elementos finitos e a construção de uma nova malha em cada iteração. Constatou-se, porém, que a escolha dessa técnica levaria a uma constante necessidade de reconstrução da malha, demandando assim um elevado tempo de processamento computacional. Essa técnica foi descartada.

Uma metodologia encontrada na literatura e implementada no código testado foi a manutenção da malha original, com a modificação das características de elasticidade de seu material constituinte, de acordo com certos critérios. Desta forma, no presente artigo são mostrados resultados numéricos de sucessivas iterações, onde nesse processo é modificado de forma impositiva o valor do módulo de elasticidade “ $E$ ” nos elementos que não apresentam contribuição significativa ao critério de desempenho escolhido para a estrutura. No presente caso, foi escolhido um valor muito baixo, tomando-se  $E = 10^{-12}$  nesses elementos pouco importantes, fazendo com que eles sejam estruturalmente desprezíveis a partir daquele instante no processo.

Notou-se que os valores da tensão máxima em relação à interação anterior apresentavam um aumento considerável, havendo então a necessidade da aplicação de um filtro para o valor máximo da tensão na iteração. O recurso utilizado foi a manutenção da tensão máxima através de um filtro considerando a média dos 10 maiores valores, garantindo assim uma melhor convergência do resultado.

### 3.4 Pós-processamento

Para visualização da retirada dos elementos e assim, da nova topologia, foi utilizado um recurso disponível na biblioteca do ANSYS®. Conforme descrito na metodologia, os elementos retirados do domínio apresentam uma mudança no Módulo de Elasticidade ( $E$ ). Desta forma, associou-se ao novo material uma coloração diferente da pertencente ao material original.

Os resultados da simulação são então apresentados em imagens e gerados gráficos com as variáveis do processo iterativo.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES DA ANÁLISE NUMÉRICA

A seguir, são apresentados exemplos da literatura e que demonstram a robustez da técnica empregada.

## 4.1 Exemplo 1

O exemplo 1 utilizado pode ser encontrado no trabalho de Simonetti (2009). O domínio inicial é apresentado na Fig. 2, com geometria e condições de contorno indicados, e considerando um material isotrópico com módulo de elasticidade  $E = 210 \text{ GPa}$  e coeficiente de Poisson  $\nu = 0,3$ . O domínio foi discretizado em 4200 elementos finitos do tipo PLANE183, elementos 2D apresentando deslocamento com comportamento quadrático.

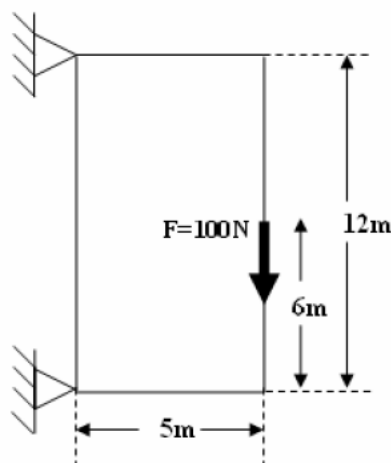


Figura 2. Geometria inicial e condições de contorno para a chapa do Exemplo 1

Fonte: Simonetti (2009)

A razão de rejeição inicial (RR) utilizada foi de 1% e a razão evolucionária (ER) foi de 0,75%. O volume final desejado foi de 40,0% e a porcentagem do volume retirada por iteração foi de 5,0%.

O processo evolutivo resultou em um total de 29 iterações, com a  $RR_f$  igual a 5,5% e um volume final igual a 41% do inicial.

Em termos comparativos, a tabela a seguir apresenta os valores iniciais e os finais obtidos após o processamento da rotina de otimização via ESO.

Tabela 1. Quadro resumo comparativo entre a iteração inicial e a final

Iteração	Elementos na Iteração	Elementos Retirados na iteração	Tensão Máxima de Von Mises	Índice de Performance (IP)	Razão de Rejeição da Iteração (RRi)	Porcentagem de Volume na Iteração (Pvi)
1	4200	0	364,93848	1	0,01	1
29	1669	2531	362,45489	0,9876	0,055	0,4148

A configuração final obtida apresenta-se na Fig. 3. É importante ressaltar que a configuração final apresentada está de acordo com a literatura, visto que o problema é caracterizado com sendo de duas barras.

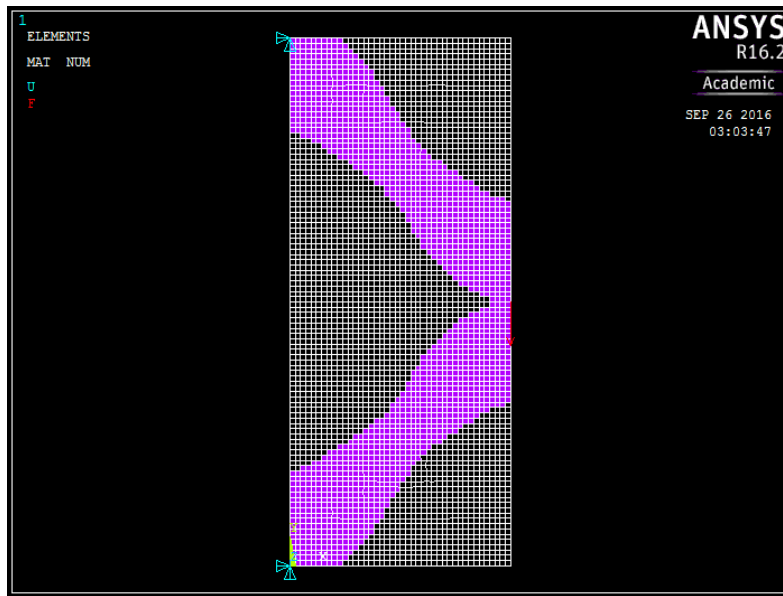


Figura 3. Topologia ótima obtida para um volume final igual a 40%

Para mostrar a evolução de volume, do índice de performance e da tensão máxima de Von Mises, foram plotados os seguintes gráficos:

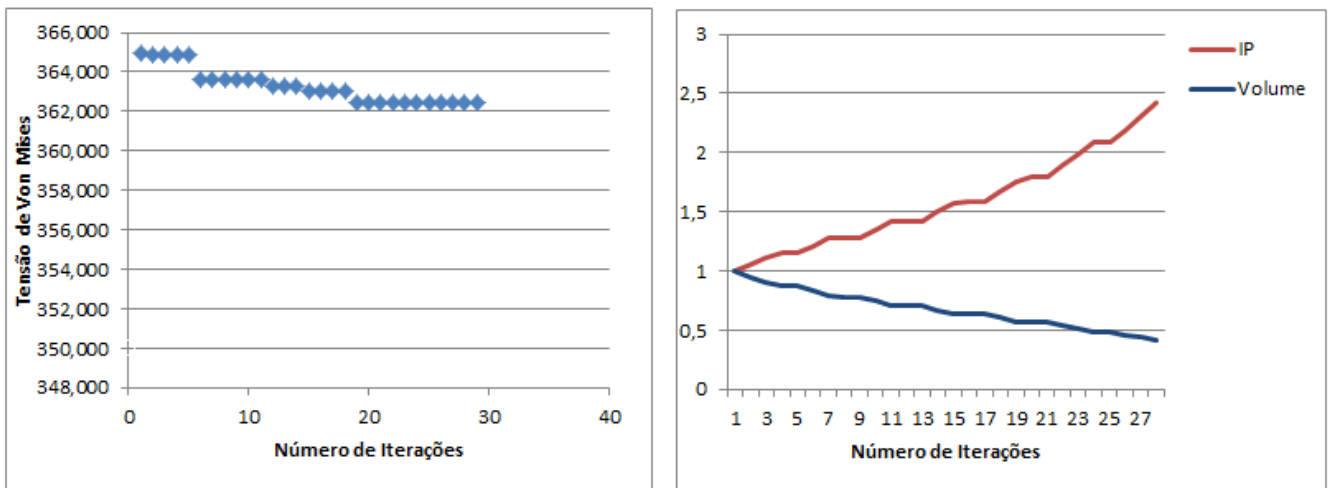


Figura 4. Evolução do Volume, Índice de Performance (a) e Tensão de Von Mises (b) por número de iterações.

Com o objetivo de analisar a influência da geometria inicial na configuração da ótima final, no problema de duas barras, foram alteradas as dimensões do domínio, para uma chapa com altura igual a 10 metros e largura igual a 16 metros.

A razão de rejeição inicial (RR) utilizada foi de 1% e a razão evolucionária (ER) foi de 0,50%. O volume final desejado foi de 40,0% e a porcentagem do volume retirada por iteração foi de 5,0%.

O processo evolutivo resultou em um total de 150 iterações, com a  $RR_f$  igual a 4,5% e um volume final igual a 51% do inicial. A configuração final obtida pode ser observada na Fig. 5.

Diferente dos resultados apresentados por Simonetti (2009), as duas configurações convergiram para uma estrutura similar, do tipo duas barras. Porém, é notória a diferença na evolução dos parâmetros do método ESO quando alterada a geometria da estrutura.

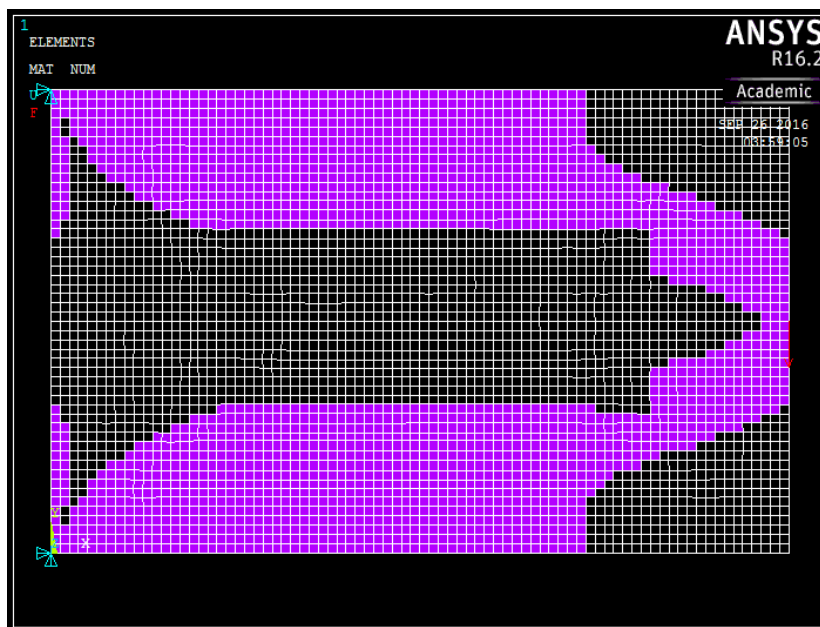


Figura 5. Topologia ótima obtida para um volume final igual a 40 %

Visando comparar os resultados para ambas configurações, os gráficos com a evolução de volume, do índice de performance e da tensão máxima de Von Mises foram plotados e encontram-se na Fig. 6.

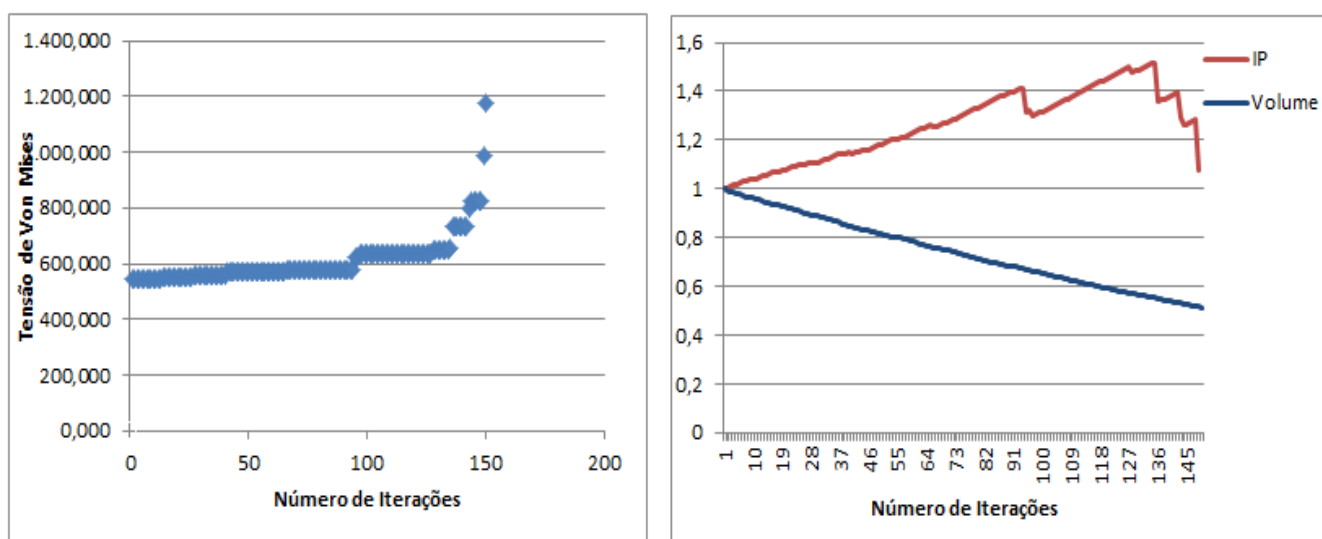


Figura 6. Evolução do Volume, Índice de Performance (a) e Tensão de Von Mises (b) por número de iterações.



## 4.2 Exemplo 2

O exemplo 2 representa um pilar em concreto armado submetido a solicitações múltiplas, conforme apresentado no trabalho de Liang et al. (2002). O domínio inicial é apresentado na Fig. 7, com geometria e condições de contorno indicados, e considerando um material isotrópico com módulo de elasticidade  $E = 28.6 \text{ GPa}$  e coeficiente de Poisson  $\nu = 0,15$ . O domínio foi discretizado em 3140 elementos finitos do tipo SHELL41.

A razão de rejeição inicial (RR) utilizada foi de 1% e a razão evolucionária (ER) foi de 0,5%. O volume final desejado foi de 40% e a porcentagem do volume retirada por iteração foi de 1,75%.

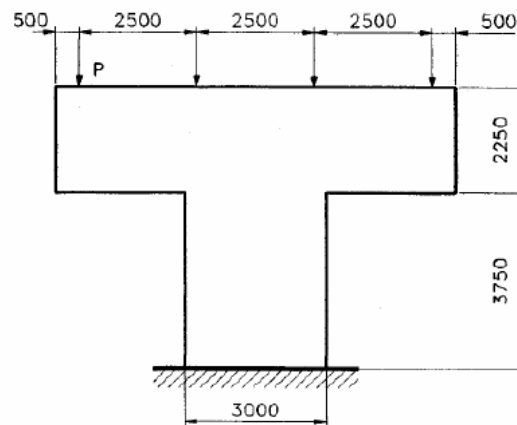


Figura 7. Geometria inicial e condições de contorno para o pilar do Exemplo 2

Fonte: Ling et al. (2002)

O processo evolutivo resultou em um total de 48 iterações, com a  $RR_f$  igual a 7,5% e um volume final igual a 60% do inicial. O processo evolutivo não atingiu o volume desejado, visto que o critério  $IP < 1$  foi atingido.

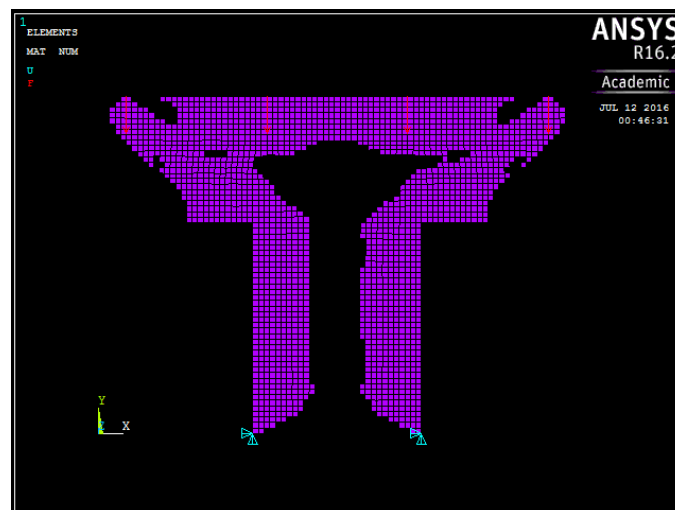


Figura 8. Topologia ótima obtida para um volume final igual a 60%

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Através dos resultados obtidos, em comparação com os estudos da literatura referenciada, conclui-se que a metodologia proposta apresenta resultados coerentes, através de uma técnica simples e de fácil implementação em *softwares* comerciais, como o ANSYS®.

É importante destacar que o código proposto apresenta apenas a formulação básica do método ESO, podendo ser expandido para conter filtros que resultem em um resultado mais preciso e com uma melhor convergência, como a utilização da técnica Nibbling, cuja implementação restringe a criação de uma nova cavidade na estrutura, pois muitas vezes a presença de espaços nas estruturas é desvantajosa. Além disso, existem outros filtros amplamente utilizados na literatura que são responsáveis por diminuir os problemas numéricos presentes na otimização topológica.

### *Agradecimentos*

Os autores agradecem ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão pela bolsa de iniciação científica PIBITI e à FAPEMA pelo apoio financeiro para participação do XXXVII CILAMCE.

## REFERÊNCIAS

- Bendsoe, M. P., & Sigmund, O., 2003. *Topology Optimization: Theory, Methods & Applications*. Berlim: Springer-Verlang.
- Lanes, R. M., & Greco, M., 2013. Aplicação de um Método de Otimização Estrutural Evolucionária desenvolvido em Script Python. *Revista Ciência & Engenharia (Science & Engineering Journal)*, vol. 22, n. 1, pp. 1–11.
- Liang, Q. Q., 2005. *Performance-Based Optimization of Structures: Theory and Applications*. London: Spon Press.
- Liang, Q. Q., Xie, Y. M., & Steven, G. P., 2002. Performed-Based Optimization for Strut-and-tie Modeling of Structural Concrete. *Journal of Structure Engineering*, vol. 128, n. 6, pp. 815–823.
- Simonetti, H. L., 2009. *Otimização Topológica de Estruturas Bidimensionais*. Tese de Mestrado, Universidade Federal de Ouro Preto.
- Ugural, A. C., & Fenster, S. K., 2003. *Advanced Strength and Applied Elasticity*. Pearson Education, Inc.
- Xie, Y. M., & Steven, G. P., 1993. A Simple Evolutionary Procedure for Structural Optimization. *Computers & Structures*, vol. 49, n. 5, pp. 885–896.