



## ROTINAS COMPUTACIONAIS EM PYTHON PARA O ESTUDO DO COMPORTAMENTO DE AMORTECEDORES DE LÍQUIDO SINTONIZADO NA ATENUAÇÃO DE VIBRAÇÕES EM ESTRUTURAS

**Mario Raul Freitas**

**Lineu José Pedroso**

mariofreitas.enc@gmail.com

lineu@unb.com

Universidade de Brasília, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental - Grupo de Dinâmica e Fluido-Estrutura (GDPE). Caixa Postal 04492, Campus Darcy Ribeiro, CEP 70919-970, Brasília-DF

**Resumo.** *Esse trabalho estuda o efeito da atenuação de vibrações em um sistema estrutural constituído por dois graus de liberdade, contendo um amortecedor de líquido sintonizado; e como os parâmetros do amortecedor influenciam nessa atenuação. Foi analisada uma estrutura de pórtico com duas colunas e uma viga horizontal rígida, onde a massa da estrutura está concentrada (“Shear Building”). Sobre esse pórtico encontra-se um amortecedor de líquido sintonizado em forma de tubo em U. Tal sistema é excitado por um sismo simplificado de forma senoidal. Estuda-se, então o efeito do amortecimento para diferentes frequências de vibração e diferentes parâmetros do amortecedor: comprimento, diâmetro e altura de coluna d’água.*

**Palavras-chave:** *Amortecedores, Ações Sísmicas, Diferenças Finitas, Rotinas Computacionais, Python.*

## 1 INTRODUÇÃO

Toda estrutura, especialmente as de maior altura, está sujeita ao efeito de vibração devido à ação de atividade sísmica, ventos e outras possíveis fontes. Os problemas de vibração são de natureza dinâmica e, portanto, diferem-se daqueles de natureza estática em vários aspectos, como, por exemplo, a presença do carregamento de inércia gerado pelo movimento da estrutura. Em prédios esbeltos, a rigidez à flexão tende a diminuir e, em função disso, a movimentação lateral da estrutura aumenta, o que pode gerar desconforto às pessoas que estiverem nos andares superiores e, em casos mais extremos, danos à própria estrutura.

Os problemas de vibrações se tornam ainda mais graves quando a estrutura é excitada em sua frequência natural de vibração. Esse fenômeno é chamado de ressonância. Quando isso ocorre, o deslocamento sofrido pelo edifício aumenta rapidamente a cada ciclo, podendo até mesmo provocar a ruptura da estrutura em pouco tempo. É necessário, portanto, amenizar a movimentação da estrutura utilizando-se de mecanismos que amortecem a vibração, como um Amortecedor de Líquido Sintonizado, também conhecido como TLD (Tuned Liquid Damper). Esse consiste em uma coluna d'água colocada no topo do edifício com função de contrabalancear o movimento da estrutura e que é configurada para agir com máxima eficiência na frequência natural de vibração da estrutura.

O objeto de estudo utilizado foi uma estrutura de pórtico com viga rígida e colunas flexíveis com um TLD em forma de U montado sobre ele. Utilizando rotinas computacionais em Python e o Método das Diferenças Finitas (MDF), estudou-se o efeito de cada um dos parâmetros do TLD sobre o amortecimento da estrutura sob a ação de um sismo.

As equações de movimento para sistemas estruturais mecânicos comportando sólidos e fluidos, e suas soluções, com e sem amortecimento, podem ser encontradas em vários textos de literatura, como em Belvins (1990), Pedroso (1992), (2000), (2003), (2005), Naudascher (1994), Chopra (1995), Tedesco (1999) e Clough (2003). Além disso, estudos de TLD têm sido objeto de pesquisa por vários autores, em diversos países do mundo, tais como Cassolato (2007) e Tait (2008).

## 2 METODOLOGIA

O sistema mecânico em estudo é constituído por dois graus de liberdade, o primeiro sendo o movimento horizontal da viga  $x_s$  e o segundo sendo o movimento vertical da coluna d'água  $x_f$ , como pode ser verificado na figura 1. Para estudar o movimento desse sistema foi necessário definir os parâmetros básicos da estrutura e do TLD e todas as propriedades que derivam desses parâmetros. Para a estrutura, assumiu-se colunas de concreto com uma seção transversal quadrada de 0,25 m de lado e altura  $H$  de 10 m e viga infinitamente rígida com massa de 10 toneladas. Assumiu-se ainda que toda a massa concentrava-se na viga. Para o TLD, assumiu-se um valor padrão de 1,5 m de altura de coluna d'água  $h$ , 6 m de comprimento  $b$  e 60 cm de diâmetro  $D$ . À partir desses dados, calculou-se a rigidez da estrutura  $k_s$ , massa  $m_f$ , rigidez equivalente  $k_f$  e amortecimento do fluido  $c_s$ , frequência natural de vibração  $\omega$  da estrutura, entre outros dados importantes para a resolução do problema. Assumiu-se também que a estrutura possuía amortecimento próprio  $c_s$  equivalente a 2,5% do seu amortecimento crítico. Já o sismo que excita a estrutura  $\ddot{x}_g$  foi considerado como sendo senoidal e de aceleração equivalente a 10% da aceleração da gravidade.

Com todos esses dados, montou-se o sistema de Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs) que rege o movimento de vibração forçada da estrutura amortecida pelo TLD. Tudo isso foi implementado em uma rotina computacional em Python que utiliza o MDF para resolver o sistema de EDOs e encontrar o deslocamento em cada grau de liberdade em função do tempo. Essa rotina, então, foi executada em *loop* em um outro *script*, variando a frequência do sismo e os parâmetros do TLD para gerar um gráfico capaz de mostrar o efeito de cada parâmetro no amortecimento da estrutura.

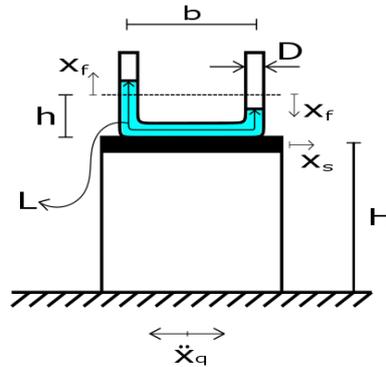


Figura 1 – Modelo de Estrutura com TLD em forma de U estudado.

### 3 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

#### 3.1 Princípio do Equilíbrio Dinâmico de D'Alembert

O estudo das vibrações baseia-se no Princípio do Equilíbrio Dinâmico de D'Alembert, o qual é uma interpretação da 2ª lei de Newton para o caso dinâmico. Desse modo, a força resultante sobre um sistema elástico amortecido é função da massa  $m$ , coeficiente de amortecimento  $c$ , rigidez  $k$ , deslocamento  $x$  e suas derivadas, força externa  $F$  e tempo  $t$ .

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t) \quad (1)$$

Com base nesses parâmetros, define-se a frequência natural de vibração angular  $\omega$  como:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2)$$

#### 3.2 Força Equivalente do Sismo

Quando uma estrutura está sob ação de um terremoto, não há uma força sendo diretamente aplicada à estrutura, mas um deslocamento da base da mesma. No entanto, de acordo com Chopra (1995), é possível calcular uma força equivalente aplicada à estrutura como sendo a massa da estrutura  $m_s$  multiplicada pela aceleração do sismo  $\ddot{x}_q$ , a qual pode ser modelada em função da frequência de excitação  $\Omega$  e amplitude de excitação  $A$  como a seguir:

$$\ddot{x}_q(t) = -\Omega^2 A \sin(\Omega t) \quad (3)$$

Logo, a força equivalente do sismo  $F_{eq}$  é dada por:

$$F_{eq}(t) = -m_s \Omega^2 A \sin(\Omega t) \quad (4)$$

### 3.3 Sistema com Dois Graus de Liberdade e Modelagem do TLD

Como o objeto de estudo dessa pesquisa trata-se de um sistema com dois graus de liberdade, a aplicação do Princípio do Equilíbrio Dinâmico de D'Alembert resulta em um sistema linear de EDOs. Sendo assim, para calcular o deslocamento da estrutura, basta encontrar cada um dos parâmetros do sistema e resolver o sistema de EDOs. A massa da estrutura  $m_s$  é um valor dado e sua rigidez  $k_s$  pode ser calculada aplicando-se um deslocamento unitário na direção do primeiro grau de liberdade. A constante de amortecimento da estrutura  $c_s$  foi estimada como sendo 2,5% do amortecimento crítico. Quanto ao fluido, sua massa  $m_f$  foi calculada multiplicando o volume de água no tubo pela massa específica da água  $\rho$ . Sua constante de amortecimento  $c_f$  foi obtida pela perda de carga do fluido ao se movimentar dentro do tubo, que é função da viscosidade  $\nu$ . Para isso, foi assumido um regime laminar, o que garante linearidade à equação. Já a rigidez equivalente do fluido  $k_f$  é função da densidade do líquido  $\rho$ , e da aceleração da gravidade  $g$ . Essa foi obtida pela conservação de energia mecânica, igualando a energia potencial máxima à energia cinética máxima, como é feito em French (2001). A equação a seguir mostra sistema de EDOs resultante e como é calculado cada um dos parâmetros do sistema:

$$\begin{bmatrix} m_s + m_f & \frac{b}{L} m_f \\ \frac{b}{L} m_f & m_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_s(t) \\ \ddot{x}_f(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_s & 0 \\ 0 & c_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_s(t) \\ \dot{x}_f(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_s & 0 \\ 0 & k_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_s(t) \\ x_f(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{sq}(t) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

$$m_f = (b + 2h) \cdot (0.25\pi D^2) \cdot \rho; c_s = 0.0025 \cdot (2\omega_s(m_s + m_f));$$

$$c_f = 8\pi\nu\rho \cdot (b + 2h); k_s = 24EI/H^3; k_f = 0.5\rho g\pi D^2.$$

## 4 MÉTODO DE SOLUÇÃO E ASPECTOS COMPUTACIONAIS

O sistema linear de EDOs obtido anteriormente pode ser resolvido pelo MDF com o auxílio de uma rotina computacional. Assim, pode-se calcular o vetor deslocamento em um tempo  $i+1$  ( $x_{i+1}$ ) através da seguinte equação, apresentada em Tedesco (1999):

$$\{x_{i+1}\} = [\gamma]^{-1}(\{F_i\} - [\beta]\{x_i\} - [\alpha]\{x_{i-1}\}) \quad (6)$$

$$[\alpha] = \left[ \frac{[m]}{\Delta t^2} - \frac{[c]}{2\Delta t} \right]; [\beta] = \left[ [k] - \frac{2[m]}{\Delta t^2} \right]; [\gamma] = \left[ \frac{[m]}{\Delta t^2} + \frac{[c]}{2\Delta t} \right]$$

Para começar do tempo  $t_i = 0$ , é necessário saber  $x_{-1}$ , que pode ser obtido pela equação:

$$\{x_{-1}\} = \{x_0\} - \{\dot{x}_0\}\Delta t + \frac{\{\ddot{x}_0\}\Delta t^2}{2} \quad (7)$$

Com os valores de  $x_{-1}$  e  $x_0$  determinados, basta rodar a iteração em um *loop* para obter cada valor de  $x_i$ . Ao fazer isso, obtêm-se o deslocamento nos dois graus de liberdade em função do tempo para um dado conjunto de parâmetros do TLD. Para visualizar o efeito da variação dos parâmetros do TLD, esse procedimento foi realizado diversas vezes, em outro *loop*, variando um dos parâmetros do TLD e a fração  $r$  entre a frequência angular de vibração do sismo  $\Omega$  e a frequência angular natural de vibração da estrutura  $\omega$ . De cada iteração tomou-se o valor máximo do deslocamento em um ponto em que a vibração já estava em regime permanente e dividiu-se esse valor pela deformação equivalente quando a força aplicada é estática. A esse parâmetro deu-se o nome de Fator de Amplificação Dinâmica (DMF).

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Constatou-se que o comprimento e diâmetro do tubo são diretamente proporcionais ao aumento do amortecimento, enquanto a altura da coluna de líquido é inversamente proporcional. Além disso, o parâmetro que mais afetou o amortecimento foi o diâmetro do tubo, seguido do comprimento e por último a altura de coluna d'água, cujo efeito é praticamente desprezível se comparado aos outros. Entretanto, o aumento do diâmetro gerou uma grande perda de eficiência na atenuação da amplitude dos deslocamentos para excitações próximas à frequência natural de vibração do líquido. A variação de todos os parâmetros também gera uma alteração na frequência natural de vibração da estrutura, o que pode ser observado pelo deslocamento lateral do pico das curvas em direção a maiores valores de  $r$ .

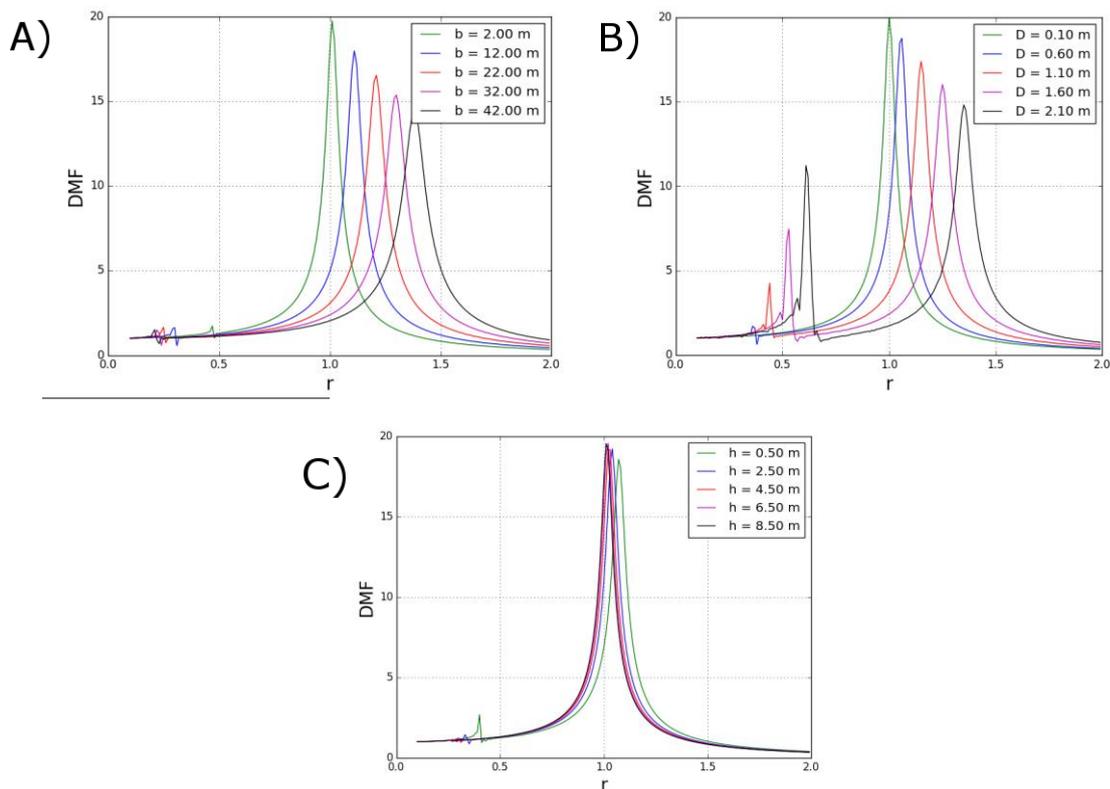


Figura 2 – Variação de  $DMF$  em função de  $r$  e **A)** do comprimento  $b$ ; **B)** do diâmetro  $D$ ; **C)** da altura de coluna d'água  $h$ .

## 6 CONCLUSÕES

Em função dos resultados obtidos com a variação paramétrica do TLD, pode-se concluir que maiores diâmetros e comprimentos do tubo e uma menor coluna de líquido são desejáveis no projeto de uma estrutura equipada com TLD. No entanto, é necessário atentar-se ao aumento do diâmetro, pois esse pode gerar grande perda de eficiência da atenuação em frequências próximas à frequência natural de vibração do líquido. Além disso, o aumento do diâmetro provoca um aumento quadrático da massa do fluido, que será transferido à estrutura e à fundação. Dessa forma, o projeto de estruturas altas e esbeltas deve ser realizado em conjunto com a análise dinâmica para que haja compatibilidade entre os dois, tanto no sentido de a estrutura suportar o peso extra do TLD quanto no sentido de otimizar a eficiência desse.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço aos meus professores e colegas que me incentivaram e me apresentaram assuntos correlacionados à esse artigo. Agradeço em especial também ao professor Michael Tait, da McMaster University, que me introduziu ao conceito de Amortecedores de Líquido Sintonizados e me acolheu em suas pesquisas, permitindo que eu tivesse contado direto e ajudasse na realização dos experimentos.

## **REFERÊNCIAS**

- Belvins, R., 1990. *Flow-Induced Vibration*. Krieger Publishing Company.
- Cassolato, M. 2007. *The Performance of a Tuned Liquid Damper Equipped with Inclined and Oscillating Screens*. McMaster University
- Chopra, A., 1995. *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*. Prentice Hall.
- Clough, R., Penzin, J., 2003. *Dynamics of Structures*. Computers and Structures, Incorporated.
- French, A., 2001. *Vibrações e Ondas*. Editora Universidade de Brasília
- Tedesco, J., McDougal, W., Ross, C., 1999 *Structural Dynamics: Theory and Applications*. Addison Wesley Longman.
- Naudascher, E., Rockwell, D., 1994. *Flow-Induced Vibrations – An Engineering Guide*. International Association for Hydraulic Research.
- Pedroso, J., 1992. *Analogia Mecânica para um Estudo de uma Coluna Oscilante de Fluido Incompressível Comportando Efeitos de Rigidez e Dissipação*. Grupo de Dinâmica e Fluido-Estrutura – Universidade de Brasília.
- Pedroso, J., 2000. *Publicação Didática (Parte I) – Introdução a Dinâmica de Estruturas*. Universidade de Brasília – Faculdade de Tecnologia / Departamento de Engenharia Civil e Ambiental
- Pedroso, J., 2003. *Interação Fluido-Estrutura (Notas de Aula e Apostila Interna de Curso); versão preliminar*. Universidade de Brasília – Faculdade de Tecnologia / Departamento de Engenharia Civil e Ambiental
- Pedroso, J., 2005. *Formulação das Equações de Movimento e Determinação das Frequências Naturais para SSIGL*. Grupo de Dinâmica e Fluido-Estrutura – Universidade de Brasília.
- Tait, M., 2008. *Modelling and Preliminary Design of a Structure-TLD System*. Engineering Structures – Elsevier.