



OTIMIZAÇÃO DE TOPOLOGIA APLICADA AO ESTUDO DO COMPORTAMENTO DAS ESTRUTURAS DE PONTES

Nathália Cândida Pires

Sylvia Regina Mesquita de Almeida

n.candidapires@gmail.com

sylvia@ufg.br

Escola de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade Federal de Goiás

Av. Universitária, n 1488, Qd86, Setor Universitário, Goiânia, GO, 74605-220, Brasil

Resumo. Nos anos recentes técnicas de otimização de topologia têm sido usadas para resolver o problema de obter o layout inicial da estrutura em vários problemas de engenharia. Na fase conceitual de projeto, a estrutura pode ser entendida como um arranjo de material no espaço e as técnicas de otimização de topologia visam obter a melhor solução para esse problema dados as condições de apoio e carregamento. Este trabalho apresenta a aplicação do chamado método da densidade para obtenção da distribuição de forças em pontes. Exemplos são apresentados para ilustrar tanto o comportamento dos sistemas frente aos diversos carregamentos a que são submetidos como a obtenção de soluções conceituais de projeto.

Palavras-chave: Otimização de topologia, Método da densidade, Projeto de pontes, Carga Móvel.

1 INTRODUÇÃO

A otimização de topologia é o processo utilizado para a determinação da forma, das conectividades e da localização de vazios dentro de um dado domínio de projeto (Deaton & Grandhi, 2014). Segundo Beghini *et al.* (2014), esse tipo de otimização permite, por exemplo, a minimização do consumo de material na estrutura e a geração de um modelo alternativo que abrange, não só o design almejado pelo arquiteto, mas também a eficiência projetada pelo engenheiro. Assim, seu objetivo é a obtenção de um conjunto de variáveis de projeto que, ainda na fase de concepção, forneça o *layout* da estrutura com o melhor desempenho possível segundo um critério estabelecido pelo projetista. Nos métodos de densidade, o layout estrutural é definido pela distribuição de material na região do espaço que pode conter a estrutura, denominada domínio estendido.

Na concepção estrutural de pontes devem ser levadas em consideração as diferentes condições de carregamento. Além das ações permanentes, as ações variáveis devidas à carga móvel são de fundamental importância. Por carga móvel entende-se o sistema de cargas representativo dos valores característicos dos carregamentos provenientes do tráfego a que a estrutura está sujeita em serviço. Trata-se portanto de um problema em que há múltiplas combinações de carregamento, gerando múltiplas solicitações sobre um único layout estrutural.

Este trabalho apresenta a aplicação de conceitos de otimização de topologia para estudar a variação do layout ótimo em pontes para cada uma das várias combinações de carregamento a que estas estruturas estão submetidas.

2 MÉTODO DE DENSIDADE EM OTIMIZAÇÃO DE TOPOLOGIA

Neste estudo foi utilizado o método da densidade, o mais utilizado na área de otimização de topologia. A análise estrutural utiliza o método dos elementos finitos (MEF) em sua formulação elástica linear. Um domínio de projeto fixo, denominado domínio estendido (Ω) é discretizado em elementos de estado plano de tensões e a função objetivo representa a flexibilidade média da estrutura. As variáveis de projeto são pseudo densidades associadas a cada elemento da malha, onde a unidade representa o material sólido e o valor nulo representa o vazio. Dessa maneira, a Eq. (1) representa a formulação aninhada do problema, onde a análise estrutural é feita fora do algoritmo de otimização. Para prevenir problemas de instabilidade na solução do sistema de equações do MEF, adota-se um limite inferior ρ_{min} muito pequeno para as variáveis de projeto ρ_e .

$$\begin{aligned}
 &\text{Obter} && \boldsymbol{\rho} \\
 &\text{Que minimiza} && c(\boldsymbol{\rho}) = \mathbf{U}(\boldsymbol{\rho})^T \mathbf{F} \\
 &\text{Tal que} && \frac{V(\boldsymbol{\rho})}{V_{\Omega}} = f \\
 & && 0 < \rho_{\min} \leq \rho_e \leq 1 \quad e = 1, \dots, nel \\
 &\text{Com} && \mathbf{K}(\boldsymbol{\rho}) \mathbf{U}(\boldsymbol{\rho}) = \mathbf{F}
 \end{aligned} \tag{1}$$

Onde: $\boldsymbol{\rho}$ é o vetor das variáveis de projeto ρ_e associadas a cada elemento e ; \mathbf{U} é o vetor dos deslocamentos nodais da estrutura; \mathbf{K} é a matriz de rigidez da estrutura; \mathbf{F} é o vetor das forças

nodais aplicadas; $V(\mathbf{p})$ é o volume de material distribuído no domínio estendido Ω ; V_Ω é o volume do domínio estendido; e f é a fração de volume de material prescrita pelo projetista.

O uso de densidades discretas associadas a cada elemento do domínio estendido parece intuitivo à primeira vista. Contudo, um problema assim formulado não teria solução, pois o aumento na discretização do domínio estendido introduziria novas regiões vazias (Sigmund & Petersson, 1998). O problema é solucionado com o uso de uma variação contínua do campo de densidades. Contudo, essa abordagem conduziria a uma solução com valores intermediários de densidade que ou não têm significado físico ou seria de difícil manufatura. A primeira proposta de solução para esse problema surgiu com o modelo de material *Solid Isotropic Material with Penalization* (SIMP) (Bendsøe, 1989), apresentado na Eq. (2). O coeficiente penalizador P torna os valores de densidade diferentes de 0 e 1 desfavoráveis no processo de otimização, pois torna o ganho de rigidez pequeno em relação ao dispêndio de material.

$$E_e(\rho_e) = \rho_e^P E_0 \quad (2)$$

Onde $E_e(\rho_e)$ é o módulo de elasticidade do elemento e ; E_0 é o módulo de elasticidade do material sólido; e P um coeficiente de penalização que deve ser maior ou igual a 3 para que o material resultante atenda os limites de Hashin-Strickman.

Os algoritmos de otimização baseados na teoria matemática dos mínimos de função necessitam que os gradientes da função objetivo e das restrições em relação às variáveis de projeto sejam avaliados a cada iteração. No problema apresentado na Eq. (1), as restrições são funções explícitas das variáveis de projeto ρ_e . Contudo, na função objetivo os deslocamentos nodais \mathbf{U} são função indireta das variáveis de projeto, obtidos pela solução do sistema de equações $\mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{F}$. Assim, a sensibilidade da função objetivo em relação às variáveis de projeto é dada pela Eq. (3).

$$\frac{\partial c}{\partial \rho_e} = -\mathbf{U}_e^T \frac{\partial \mathbf{K}_e}{\partial \rho_e} \mathbf{U}_e = -P \rho_e^{P-1} \mathbf{U}_e^T \mathbf{K}_0 \mathbf{U}_e \quad (3)$$

Onde $\mathbf{U}_e(\rho)$ é vetor de deslocamentos nodais do elemento e , extraído de \mathbf{U} ; \mathbf{K}_e é a matriz de rigidez do elemento e , calculada com o módulo de elasticidade conforme a Eq. (2); e \mathbf{K}_0 é a rigidez do elemento constituído com material sólido.

A solução do problema apresentado na Eq. (1) sofre com instabilidades numéricas como as soluções em tabuleiro de xadrez, formação de ilhas etc. O filtro de sensibilidade (Sigmund, 2001) é um processo heurístico que evita o surgimento dessas soluções indesejáveis. Assim, a sensibilidade analítica em relação a densidade de um determinado elemento e é corrigida partir de uma média ponderada das sensibilidades da função objetivo em relação às densidades dos elementos circunvizinhos e ele, conforme Eq. (4).

$$\frac{\partial \hat{c}}{\partial \rho_e} = \frac{1}{\rho_e \sum_{f=1}^{ne} H_f^e} \sum_{f=1}^{ne} H_f^i \rho_f \frac{\partial c}{\partial \rho_f} \quad (4)$$

$$H_j^e = \begin{cases} r_{\min} - \text{dist}(e, f) & \text{se } f \in \Omega_e \mid \text{dist}(e, f) \leq r_{\min} \\ 0 & \text{se } f \notin \Omega_e \mid \text{dist}(e, f) \leq r_{\min} \end{cases} \quad (5)$$

Onde H_f^e é o operador convolução (fator peso); $dist(e,f)$ é a distância entre os centros dos elementos e e f ; Ω_e é uma região circular com centro coincidente com o centro do elemento e e raio igual a r_{min} .

3 APLICAÇÕES

A fim de ilustrar a aplicação da técnica de otimização de topologia para estudo do comportamento de estruturas submetidas a vários carregamentos, estuda-se o caso de uma ponte com domínio estendido apresentado na Figura 1(a), considerando as posições para o tabuleiro da ponte apresentadas nas Figuras 1(b), (c) e (d).

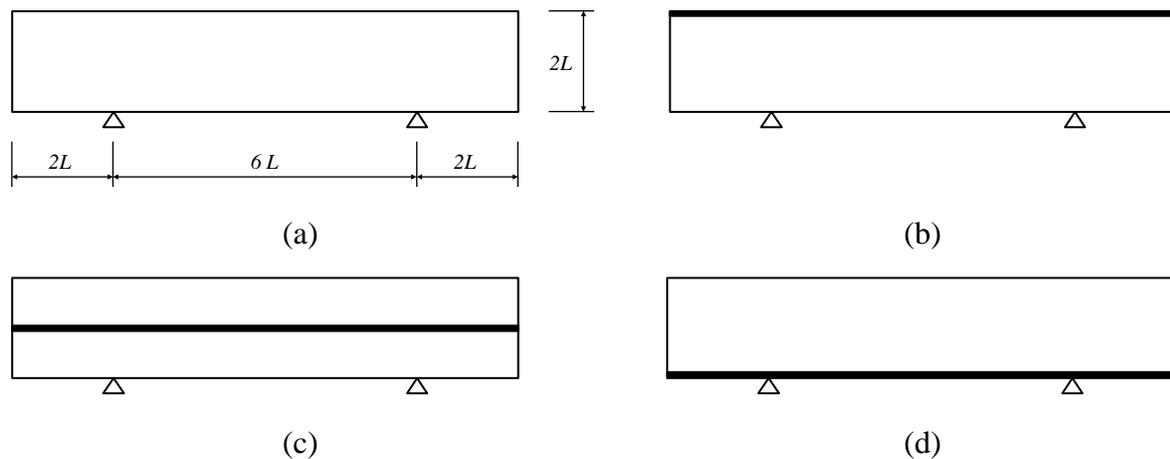


Figura 1. Domínio estendido e as posições do tabuleiro da ponte: (a) domínio estendido; (b) pista de rolamento na parte superior; (c) pista de rolamento no centro; (d) pista de rolamento na parte inferior.

Os resultados apresentados nesta seção foram obtidos com o uso do código educacional 99 lines (Sigmund, 2001) alterado pelos autores para as condições do problema analisado. Os parâmetros adotados foram $L = 30$, fração de volume 18%, raio mínimo 2 de elementos, coeficiente de penalização 3 e uma faixa de 2 elementos passivos na espessura no tabuleiro.

As Figs. 2(a), 2(b) e 2(c) apresentam a distribuição de material necessária para carga pontual na extremidade esquerda do domínio estendido à altura do tabuleiro, simulando a situação em que o veículo entra na ponte. Conforme esperado, não há distribuição de material no balanço à direita. Essa situação é simétrica àquela que simula a saída do veículo da ponte, representada por uma carga pontual na extremidade direita do domínio estendido.

As Figs. 2(d), 2(e) e 2(f) apresentam a distribuição de material necessária para carga pontual no meio da estrutura à altura do tabuleiro, simulando a situação em que o veículo se encontra à meia distância na travessia. Conforme esperado, não há distribuição de material em ambos os balanços.

As Figs. 2(g), 2(h) e 2(i) apresentam a distribuição de material necessária para carga uniformemente distribuída ao longo de toda o tabuleiro, simulando a situação de carga permanente. Conforme esperado, formam-se nesse caso os layouts comumente encontrados na literatura. Ressalta-se porém que nessa situação a distribuição de material entre os elementos estruturais é mais homogênea. No entanto, as demais situações apontam para a necessidade de uma maior quantidade de material em alguns elementos de sustentação do tabuleiro.

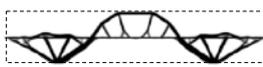
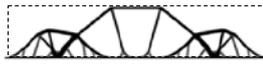
| Posição da carga | Posição do tabuleiro | | |
|---------------------------|---|--|---|
| | Parte interior | A meia altura | Parte superior |
| Pontual na extr esq |  |  |  |
| | (a) | (b) | (c) |
| Pontual na seção central |  |  |  |
| | (d) | (e) | (f) |
| Distr. em toda a extensão |  |  |  |
| | (g) | (h) | (i) |

Figura 2. Resultados: (a) tabuleiro superior e carga pontual à esquerda; (b) tabuleiro no centro e carga pontual à esquerda; (c) tabuleiro inferior e carga pontual à esquerda; (d) tabuleiro superior e carga pontual no centro; (e) tabuleiro no centro e carga pontual no centro; (f) tabuleiro inferior e carga pontual no centro; (g) tabuleiro superior e carga uniformemente distribuída; (h) tabuleiro no centro e carga uniformemente distribuída; (i) tabuleiro inferior e carga uniformemente distribuída.

4 CONCLUSÕES

Este artigo mostra como a otimização de topologia pode ser usada para o ensino do comportamento de estruturas que envolvem múltiplos carregamentos a estudantes de engenharia. É possível observar que as soluções obtidas condizem com as práticas de projeto de pontes, contudo o tabuleiro apresenta-se muito fino para uma definição de layout. Sugere-se, então, para análises posteriores, a utilização de uma faixa maior de elementos passivos de espessura para a definição da faixa de rolamento e a utilização de uma abordagem em múltiplos carregamentos no mesmo processo de otimização.

REFERÊNCIAS

- Beghini, L. L., & Beghini, A., & Katz, N., & Baker, W. F., & Paulino, G. H., 2014. Connecting architecture and engineering through structural topology optimization. *Eng Struct*, vol.59, n.1, pp. 718-726.
- Bendsøe, M. P., 1989. Optimal shape design as a material distribution problem. *Struct Optimiz*, vol. 1, n. 4, pp. 193-202.
- Deaton, J. D., & Grandhi, R. V., 2015. A survey of structural and multidisciplinary continuum topology optimization: post 2000. *Struct Multidisc Optimiz*, vol. 49, n.1, pp. 1-38.
- Sigmund, O. A 99 line Topology Optimization Code written in MATLAB. *Struct Multidisc Optimiz*, v 21, n. 2 p 120-127. 2001.
- Sigmund, O., & Petersson, J., 1998. Numerical instabilities in topology optimization: a survey on procedures dealing with checkerboards, mesh-dependencies and local-minima. *Struct Multidisc Optimiz*, vol. 16, n.1, pp. 68-75.