



XXXVII IBERIAN LATIN AMERICAN CONGRESS  
ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING  
BRASÍLIA - DF - BRAZIL

## INFLUÊNCIA DOS MODELOS DE TENSÕES RESIDUAIS PRESCRITOS EM CÓDIGOS NORMATIVOS NO COMPORTAMENTO DE PERFIS I

**Ígor José Mendes Lemes**

**Jéssica Lorrany e Silva**

**Everton André Pimentel Batelo**

**Ricardo Azoubel da Mota Silveira**

igorjml@hotmail.com

jessicalorrany05@hotmail.com

everton.batelo@gmail.com

ricardo@em.ufop.com

Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil (Propec/Deciv/EM), Universidade Federal de Ouro Preto, Campus Universitário s/n, Morro do Cruzeiro, 35400-000, Ouro Preto, MG, Brasil

**Resumo.** *O resfriamento não uniforme de perfis metálicos durante o processo de fabricação gera um estado de tensões residuais na seção transversal. Códigos normativos descrevem a distribuição dessas tensões de formas diferentes. Este trabalho visa investigar numericamente a influência desses modelos no comportamento de seções transversais de aço I isoladas e mistas através das curvas: rigidez à flexão-momento fletor, relação momento-curvatura e curvas de interação (início de plastificação e plastificação completa). Tais procedimentos são de grande importância para o estudo das curvas simplificadas utilizadas em algumas metodologias de análise do Método da Rótula Plástica Refinado (MRPR). Para a realização das análises será utilizado o Método da Compatibilidade de Deformações (MCD), onde, se conhecida a deformada da seção transversal, obtém-se a rigidez axial e a rigidez à flexão utilizando o módulo de elasticidade tangente oriundo das relações constitutivas dos materiais. Cria-se então um algoritmo de discretização por meio de um modelo de fibras e em seguida as tensões residuais são inseridas explicitamente nas fibras de forma automática.*

**Palavras-chave:** Perfil I, Tensões Residuais, Códigos Normativos, MCD

## 1 INTRODUÇÃO

No âmbito da análise de estruturas metálicas alguns fatores, como as imperfeições geométricas e as tensões residuais, podem contribuir para redução da capacidade resistente do sistem. As tensões residuais aparecem com o resfriamento desigual das diversas partes dos perfis, seja depois da laminação, seja por causa do corte a maçarico seguido de soldagem, seja por causa da soldagem de chapas laminadas em tiras, e também devido ao resfriamento após dobramento a quente ou nos tubos depois de serem estrudados ou trefilados (Alvarenga, 2005). Segundo Alvarenga e Silveira (2006), diversos ensaios de laboratório permitiram o aparecimento de modelos simplificados que são usados para representar as tensões residuais. No entanto, nas peças reais, o comportamento individual é bastante variável e apresenta um campo de pesquisas ainda extenso a ser explorado.

A consideração das tensões residuais influencia diretamente no comportamento não linear físico (NLF) de seções metálicas. Dessa forma, a transição do regime elástico para o plástico ocorre gradativamente. No contexto da NLF, o Método da Rótula Plástica Refinado (MRPR) se destaca como solução rápida e precisa na simulação de sistemas metálicos (Chan e Chui, 2000), de concreto (Lemes *et al.*, 2015) e mistos de aço e concreto (Fong e Chan, 2012; Lemes, 2015). Ainda assim na literatura (Chan e Chui, 2000; Liew *et al.* 1993a,b) são usadas curvas simplificadas para a descrição de um limite elástico para a seção dentro do diagrama esforço normal-momento fletor.

No contexto MRPR, Li *et al.* (2015) estudaram seções tubulares retangulares e perfis I soldados. Os autores utilizaram uma metodologia baseada em métodos *quasi*-Newton para a análise da seção transversal (Chen *et al.*, 2001). Nesse último trabalho, os autores se basearam em modelos de tensões residuais específicas para os tipos de perfis avaliados e fornecem as curvas de início (CIP) e de plastificação (CPT) total da seção. Com esse estudo abre-se a discussão de como as CIP devem ser obtidas.

Zubydan(2011) faz um estudo específico de perfis de aço I e H submetidos a flexão em torno do eixo de menor inércia. No referido estudo, o autor propôs uma formulação empírica para o cálculo do módulo de elasticidade tangente desses perfis.

Chiorean (2013) faz um breve estudo do comportamento de perfis I totalmente revestidos com concreto considerando os modelos de tensões residuais do AISC-LRFD (2010) e do EC3 (1992). Porém, como o autor trabalha com as rigidezes generalizadas (utilizando o módulo de elasticidade tangente dos materiais) não há necessidade da avaliação das CIPs. Essas curvas são de fundamental importância na definição do limite do comportamento linear da rigidez à flexão no contexto do MRPR considerando elementos finitos híbridos para simulação da plasticidade (Chan e Chui, 2000).

Normas de projeto como o EC3 (1992) e o AISC-LRFD (2010) apresentam modelos diferentes para a descrição da distribuição das tensões residuais ao longo da seção transversal de aço. Tais diferenças podem ser determinantes no comportamento estrutural, principalmente após o início de escoamento de um ou mais elementos estruturais. O objetivo do presente trabalho é estudar a influência dos modelos prescritos em códigos normativos para as tensões residuais e avaliá-los no contexto local, a nível da seção transversal. Serão estudadas seções de aço isoladas e também mistas de aço e concreto. Como resultado, serão fornecidas curvas que auxiliam as duas metodologias de análise que se enquadram no contexto no MRPR. Uma utilizando as CIP e outra usando as curvas que correlacionam a rigidez à flexão e o momento fletor aplicado.

## 2 ANÁLISE DA SEÇÃO TRANSVERSAL

### 2.1 Discretização automática

Para fazer a análise da condição deformada da seção transversal e obter a capacidade resistente e sua rigidez, uma discretização da seção é feita. No estudo de estruturas planas, a discretização em fatias é bastante satisfatória (Lemes, 2015). Porém, no presente trabalho, as tensões residuais serão introduzidas explicitamente no perfil metálico. Assim, será feita a discretização em fibras, como ilustrado na Fig. 1(b).

Aplica-se então o conceito de sub-regiões. Através de um gerador de malha estruturada seção transversal é dividida em regiões menores. Embora na Fig. 1(b) seja ilustrada apenas uma seção mista totalmente revestida, o algoritmo é aplicado a diversas tipologias de seções mistas, metálicas e de concreto armado.

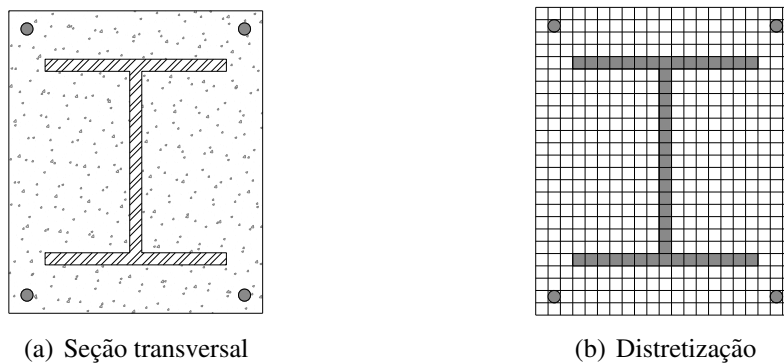


Figura 1: Discretização da seção transversal em fibras

A discretização tem como parâmetro inicial o número de divisões nas duas direções, fornecidos como dados de entrada. Após a obtenção das sub-regiões, é feita uma busca visando encontrar trechos que apresentam áreas maiores. O objetivo principal dessa metodologia é gerar uma malha de fibras com tamanhos aproximadamente iguais em toda a seção transversal, e assim minimizar o erro para a obtenção da rigidez à flexão da seção.

Após a discretização, alguns dados são substanciais para a construção da relação momento-curvatura, via Método de Newton-Raphson. Os mais importantes são as áreas das fibras e suas respectivas posições. As coordenadas  $x$  e  $y$  de cada fibra é referenciada ao centroide plástico (CP) da seção, sendo que assim problemas de convergência são minimizados (Chen *et al.*, 2001; Sfakianakis, 2002).

Segundo Roik e Bergmann (1990), a posição do CP da seção é obtida da seguinte forma:

$$x_{CP} = \frac{x_c A_c \gamma f_{cd} + x_a A_a f_{yd} + x_b A_b f_{ybd}}{A_c \gamma f_{cd} + A_a f_{yd} + A_b f_{ybd}} \quad (1)$$

$$y_{CP} = \frac{y_c A_c \gamma f_{cd} + y_a A_a f_{yd} + y_b A_b f_{ybd}}{A_c \gamma f_{cd} + A_a f_{yd} + A_b f_{ybd}} \quad (2)$$

com  $A_c$ ,  $A_a$  e  $A_b$  sendo as áreas de concreto, do perfil metálico e da armadura longitudinal;  $\gamma$  é um coeficiente que indica se o concreto está confinado ( $\gamma = 1,0$ ) ou não ( $\gamma = 0,85$ );  $x_c$ ,  $x_a$ ,  $x_b$ ,  $y_c$ ,  $y_a$  e  $y_b$  são as coordenadas do centroide, das respectivas áreas, no eixo das ordenadas, em

relação a um sistema de referência; e  $f_{cd}$ ,  $f_{yd}$  e  $f_{ybd}$  são a resistência de cálculo do concreto, as resistências de escoamento de cálculo do perfil e das armaduras, respectivamente.

## 2.2 Modelos de tensões residuais

O EC3 (1992) utiliza o modelo ilustrado na Fig. 2(b). Nesse modelo as tensões residuais são dispostas em todas as chapas do perfil por meio de uma distribuição bilinear. Além disso, os valores de  $\sigma_r$  dependem diretamente da relação entre a altura e a base da seção transversal.

$$\sigma_r = \begin{cases} 0,5f_y, & h/b \leq 1,2 \\ 0,3f_y, & h/b > 1,2 \end{cases} \quad (3)$$

em que  $h$  é a altura total da seção transversal e  $b$  é a largura das mesas.

Já o AISC-LFRD (2010) descreve as tensões residuais de forma semelhante nas mesas, porém com valores máximos de tração e compressão diferentes, ou seja:

$$\begin{cases} \sigma_{rc} = 0,3f_y \\ \sigma_{rt} = \sigma_{rc} \left[ \frac{bt}{bt + w(h - 2t)} \right] \end{cases} \quad (4)$$

sendo  $t$  a espessura da mesa e  $w$  a espessura da alma. Na alma a distribuição é adotada constante.

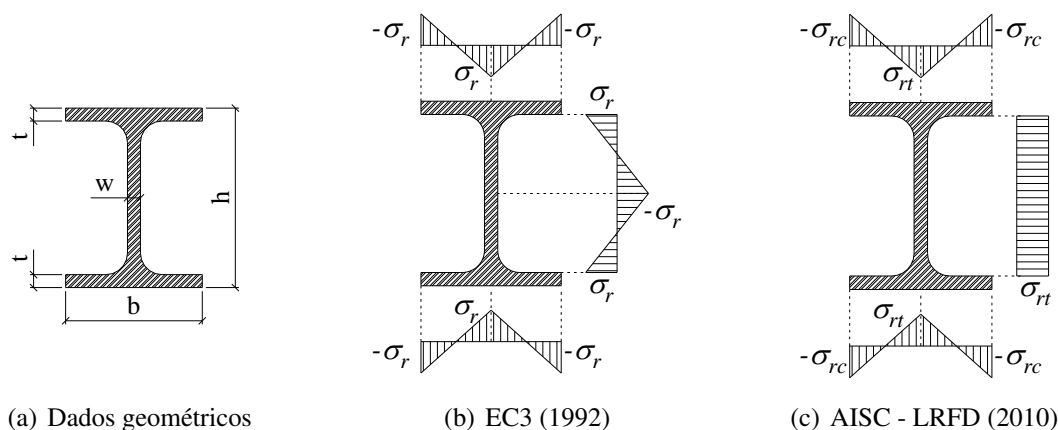


Figura 2: Modelos normativos para a descrição das tensões residuais

## 2.3 Comportamento uniaxial do aço

O comportamento do aço será descrito através do modelo constitutivo bilinear ilustrado na Fig. 3. Deve-se ressaltar a possibilidade da consideração do encruamento do material. Uma característica do aço é a isotropia, ou seja, seu comportamento à tração é igual ao de compressão. Assim, na Fig. 3 é mostrado apenas o trecho referente ao primeiro quadrante da relação constitutiva.

$$\sigma = \begin{cases} -f_y + E_{a2}(\varepsilon + \varepsilon_y), & -\varepsilon_u \leq \varepsilon \leq -\varepsilon_y \\ E_a \varepsilon, & -\varepsilon_y < \varepsilon < \varepsilon_y \\ f_y + E_{a2}(\varepsilon - \varepsilon_y), & \varepsilon_y \leq \varepsilon \leq \varepsilon_u \end{cases} \quad (5)$$

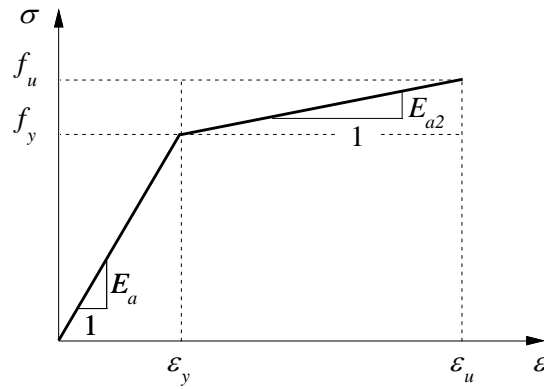


Figura 3: Relação constitutiva do aço

em que  $f_y$ ,  $f_u$ ,  $\varepsilon_y$  e  $\varepsilon_u$ , são respectivamente as tensões e deformações de escoamento e última do aço,  $E_a$  é o módulo de elasticidade no regime elástico e  $E_{a2}$  é o módulo de elasticidade na fase de encruamento.

## 2.4 Comportamento uniaxial do concreto

O concreto tem propriedades mecânicas distintas na tração e na compressão. Quando traçãoado, esse material apresenta resistência máxima  $f_{cr}$  (Fig. 4(b)). Destaca-se, também, que ao atingir a resistência  $f_{cr}$  inicia-se o processo de fissuração. Para deformações superiores a  $\varepsilon_{cr}$  o concreto perde resistência. Assim, diversos pesquisadores e até mesmo as normas de projeto desconsideram sua contribuição quando traçãoado. No presente trabalho a relação constitutiva proposta por Chiorean (2013), ilustrada na Fig. 4, é utilizada para descrever o comportamento do concreto tanto à compressão quanto à tração. Dessa forma, tem-se:

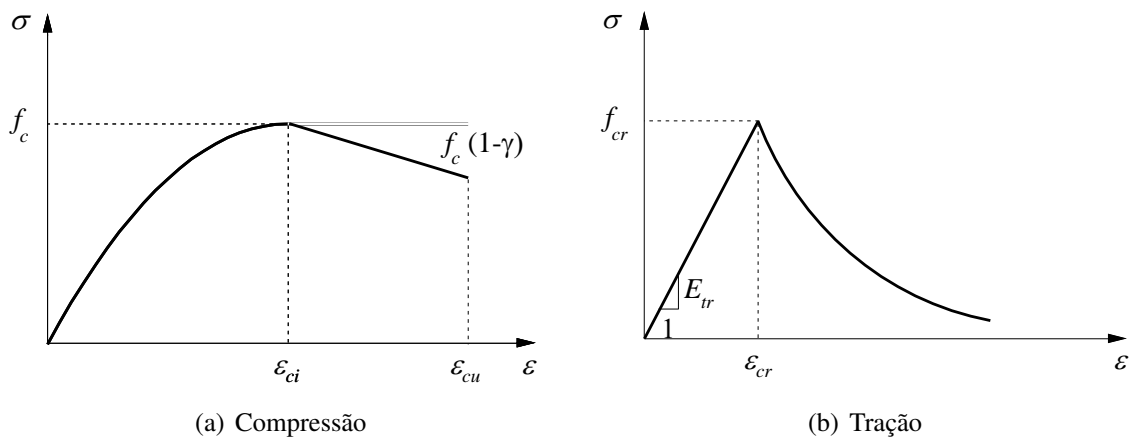


Figura 4: Relações constitutivas do concreto: compressão e tração

$$\sigma_c = \begin{cases} E_{tr}\varepsilon, 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{cr} \\ f_{cr} \frac{\alpha_1 \alpha_2^2}{1 + \sqrt{500\varepsilon}}, \varepsilon > \varepsilon_{cr} \\ \left[ \frac{2\varepsilon}{\varepsilon_{ci}} - \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{ci}} \right)^2 \right] f_c, \varepsilon_{ci} < \varepsilon \leq 0 \\ f_c \left[ 1 - \gamma \left( \frac{\varepsilon - \varepsilon_{ci}}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{ci}} \right) \right], \varepsilon_{cu} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{ci} \end{cases} \quad (6)$$

sendo  $\varepsilon_{ci}$ ,  $\varepsilon_{cu}$  e  $\varepsilon_{cr}$  a deformação limite do trecho de comportamento não linear do concreto, a deformação última do concreto à compressão, e a deformação de início de fissuração, respectivamente;  $f_{cr}$  é a resistência à fissuração do concreto tomada como  $1,4(f_c/10)^{2/3}$ ;  $E_{tr}$  é o módulo de elasticidade do concreto à tração antes da fissuração; já  $\alpha_1$  é o fator que considera a interação das barras longitudinais com o concreto, e  $\alpha_2$  considera os efeitos de duração da carga e cargas cíclicas; por fim,  $\gamma$  é o parâmetro associado ao amolecimento do concreto.

## 2.5 Relação momento-curvatura

Neste trabalho, optou-se por utilizar o método iterativo de *Newton-Raphson* para a obtenção da relação momento-curvatura ( $M - \phi$ ). Para um valor fixo de esforço axial,  $N$ , são dados incrementos no momento fletor solicitante,  $M$ , até que o momento último resistente seja atingido. A estratégia de incrementos utilizada foi baseada na proposta de Zubyan (2013), ou seja:

$$M_{j+1} = M_j + d\phi EI \quad (7)$$

em que  $d\phi$  é um valor constante fornecido como dado de entrada e  $EI$  é a rigidez à flexão.

A Figura 5 ilustra a distribuição de deformações em um perfil I para uma combinação de esforços axial e de momento fletor. Assim, a deformação axial na  $i$ -ésima fibra,  $\varepsilon_i$ , é dada por:

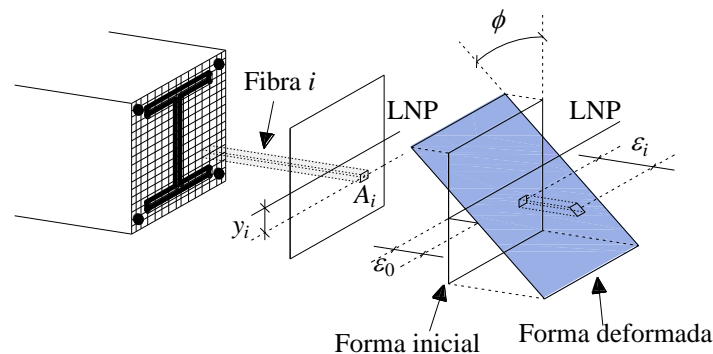


Figura 5: Campo linear de deformações sem curvatura no eixo y

$$\varepsilon_i = \varepsilon_0 + \varepsilon_r + \phi y_i \quad (8)$$

em que  $y_i$  é a distância entre os centroides plásticos da fibra analisada e da seção transversal,  $\varepsilon_0$  é a deformação axial no CP da seção,  $\varepsilon_r$  é a deformação devido às tensões residuais (se houver aço na fibra), e  $\phi$  a respectiva curvatura.

Para a notação matricial adotada a seguir, as variáveis  $\varepsilon_0$  e  $\phi$  serão posições do vetor de deformações  $\mathbf{X} = [\varepsilon_0 \quad \phi]^T$ . Chiorean (2013) ressalta que, adotando-se  $\mathbf{X} = \mathbf{0}$  na primeira

iteração, a convergência é atingida rapidamente. Numericamente, pode-se dizer que o equilíbrio da seção é obtido quando a seguinte equação é satisfeita:

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}) = \mathbf{f}_{ext} - \mathbf{f}_{int} \cong 0 \quad (9)$$

em que o vetor de forças externas  $\mathbf{f}_{ext}$  é dado pelo esforço axial,  $N$ , e de momento fletor,  $M$ . Na forma matricial, a equação anterior é descrita como:

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n_{fib}} \sigma[\varepsilon_i(\varepsilon_0, \phi)] A_i \\ \sum_{i=1}^{n_{fib}} \sigma[\varepsilon_i(\varepsilon_0, \phi)] y_i A_i \end{bmatrix} \quad (10)$$

na qual,  $n_{fib}$  é o número de fibras geradas pela discretização da seção.

Já o vetor de forças internas é dado por expressões integrais clássicas para o esforço axial,  $N_{int}$ , e momento fletor,  $M_{int}$ . Uma vez conhecidas as áreas,  $A_i$ , e posições,  $y_i$ , de cada fibra, a integral passa a ser o somatório descrito na Eq. 10.

Embora seja eficiente iniciar o processo com  $\mathbf{X} = \mathbf{0}$ , a convergência só é atingida na primeira iteração se os esforços externos forem nulos. Assim, para a iteração seguinte,  $k + 1$ , o vetor de deformações é dado por:

$$\mathbf{X}^{k+1} = \mathbf{X}^k + \mathbf{F}'(\mathbf{X}^k)^{-1} \mathbf{F}(\mathbf{X}^k) \quad (11)$$

com  $\mathbf{F}'$  sendo a matriz Jacobiana do problema não linear (Eq. 9), isto é:

$$\mathbf{F}' = \left( \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}} \right) = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n_{fib}} E_{T,i} A_i & \sum_{i=1}^{n_{fib}} E_{T,i} y_i A_i \\ \sum_{i=1}^{n_{fib}} E_{T,i} y_i A_i & \sum_{i=1}^{n_{fib}} E_{T,i} y_i^2 A_i \end{bmatrix} \quad (12)$$

em que  $E_{T,i}$  é o módulo de elasticidade tangente retirado diretamente da relação constitutiva do material componente da  $i$ -ésima fibra.

O critério de convergência adotado neste trabalho é baseado na razão das normas Euclidianas do vetor de forças desequilibradas,  $\mathbf{F}$ , e do vetor de forças externas,  $\mathbf{f}_{ext}$ . Assim, escreve-se:

$$\frac{\|\mathbf{F}\|}{\|\mathbf{f}_{ext}\|} \leq Tol \quad (13)$$

com  $Tol$  sendo uma dada tolerância, que é assumida aqui  $10^{-5}$ .

## 2.6 Curvas de interação

Quando, para um dado esforço axial, é atingido o momento máximo da relação momento-curvatura, tem-se a plastificação total da seção. Define-se então que esse par de esforços é um ponto da curva de interação esforço normal-momento fletor. A curva de início de plastificação também é obtida da relação momento-curvatura. Quando a primeira fibra da seção apresentar deformação axial,  $\epsilon$ , maior que a deformação de início de escoamento do aço (do perfil e das barras longitudinais) e/ou a deformação de início de plastificação do concreto, a fibra inicia o processo de degradação e conseqüentemente a seção perde rigidez. O momento responsável por esse fato é tido como momento de início de plastificação.

### 3 EXEMPLOS NUMÉRICOS

#### 3.1 Seção de aço

Zubydan (2011) faz análises da variação do módulo de elasticidade tangente do aço constituinte de perfis I (UB) e H (UC) em relação ao aumento do momento fletor atuante na seção. Vale ressaltar que o autor se dedica ao estudo de elementos metálicos fletidos em torno do eixo de menor inércia. Assim, o mesmo utiliza as considerações do EC3 (1992) para a definição das tensões residuais. A seguir são apresentadas as respostas obtidas no presente trabalho utilizando os modelos de tensões residuais descritos na seção 2.2. Os dados são apresentados na Tab. 1.

**Tabela 1: Dados do material**

Aço		
$f_{yd}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$E_a$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$\varepsilon_u$
25	20000	0,010

Nas Figuras 6-9 são apresentadas as relações momento-curvatura e curvas momento fletor-rigidez à flexão tanto para seções UC e UB utilizando as considerações do EC3 (1992) e do AISC-LRFD (2010). Através das Figs. 7 e 9 verifica-se a boa concordância entre os resultados obtidos considerando o modelo de tensões residuais do EC3 (1992) com os resultados de Zubydan (2011), tanto para os perfis UB quanto UC. Com a utilização do modelo do AISC-LRFD (2010) vê-se uma boa proximidade com os demais resultados para os perfis UB. Tais seções transversais apresentam a altura maior em relação à base, com isso as tensões residuais de compressão nas extremidades das mesas se equivalem às tensões  $\sigma_r$  do EC3 (1992) aproximando consideravelmente as respostas (Fig. 7).

A Figura 9 não apresenta a mesma convergência entre os resultados utilizando as abordagens normativas descritas no item 2.2. Verificou-se que em todos os casos analisados, as seções com o modelo de tensões residuais do AISC-LRFD (2010) começaram a perder rigidez à flexão para valores maiores de momento fletor do que as seções com o modelo do EC3 (1992). Essa situação ocorre pois nos perfis UC, equivalentes aos perfis H, a prescrição do EC3 (1992) define o valor de  $\sigma_r$  como  $0,5f_y$  e no AISC-LRFD (2010) os mesmos valores atribuídos às seções I são utilizados neste caso, ou seja,  $\sigma_{rc} = 0,3f_y$ . Como as tensões de tração são sempre menores que a de compressão, pode-se afirmar que o AISC-LRFD (2010) apresenta uma margem maior para que a seção transversal trabalhe dentro do regime elástico.

Para validar a afirmação feita anteriormente são ilustradas as curvas de interação entre o esforço normal e o momento fletor nas Figs. 10(a)-11(f). Verifica-se que as abordagens já presentes na literatura (Chan e Chui, 2000; Silva, 2009) se equiparam com as CIPs obtidas usando o modelo de distribuição das tensões residuais do EC3 (1992) em elementos fletidos em torno do eixo de maior inércia. Ao verificar as CIPs considerando o modelo do AISC-LRFD (2010), uma assimetria em relação ao eixo horizontal pode ser observada. Tal fato é determinado pela distribuição constante de tensões residuais de tração na alma do perfil. Sob esforços normais de tração os valores de  $\sigma_{rt}$  são determinantes na obtenção da CIP e o valor de  $\sigma_{rc}$  quando sob compressão, tal fato colabora para uma maior região elástica nos diagramas NM.



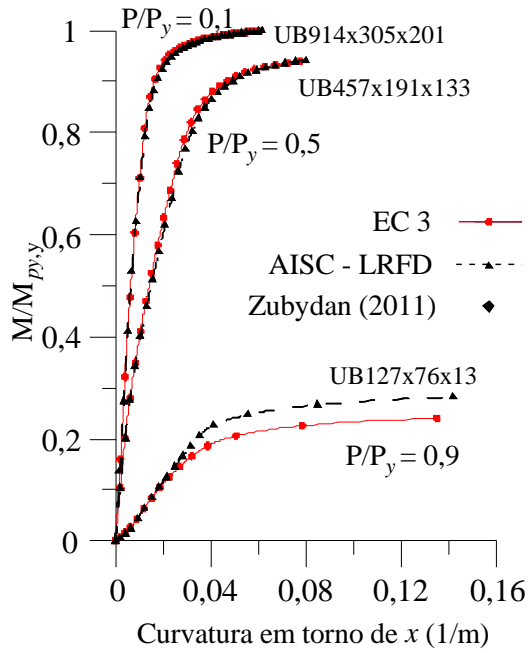


Figura 6: Relações momento-curvatura

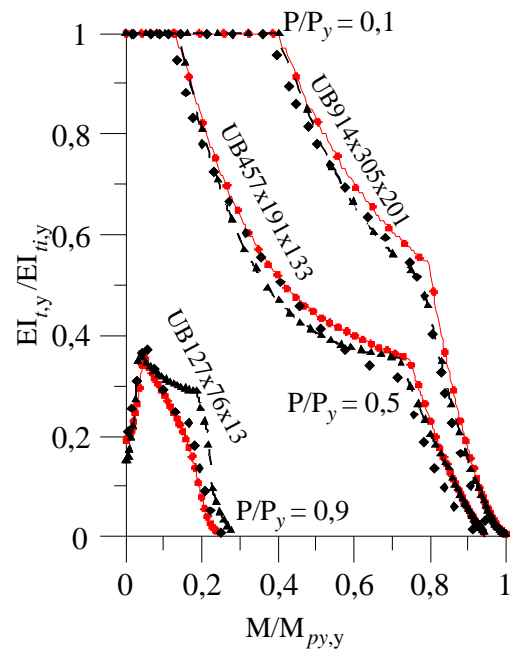


Figura 7: Variações M x EI<sub>y</sub>

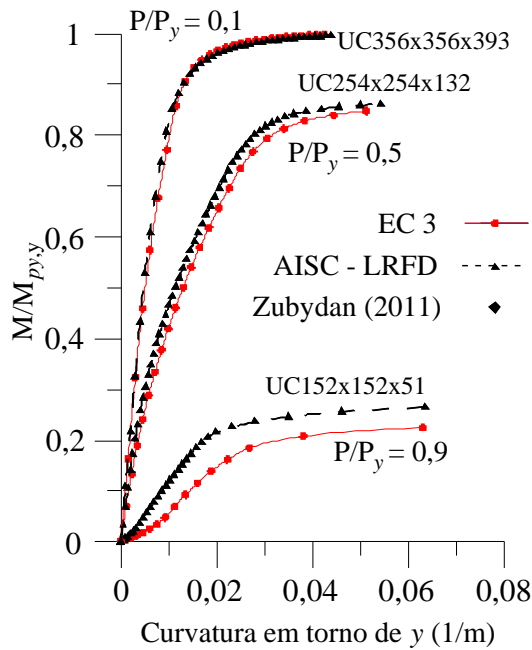


Figura 8: Relações momento-curvatura

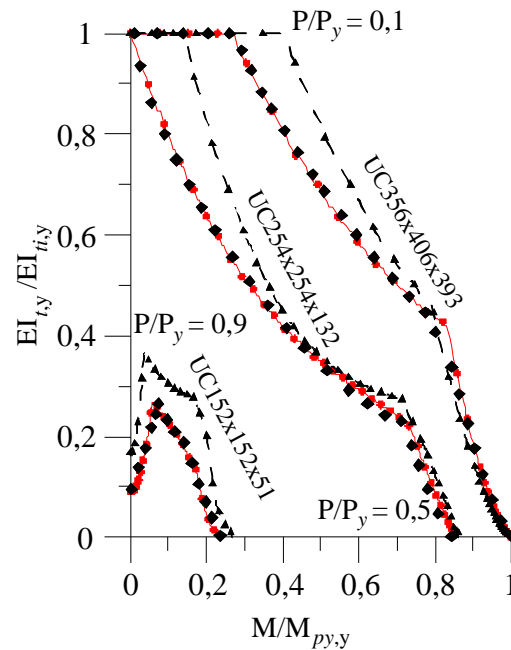


Figura 9: Variações M x EI<sub>y</sub>

Porém, ao analisar as CIPs no eixo de menor inércia a assimetria no eixo horizontal é mais acentuada. Percebe-se então uma divergência no comportamento das curvas obtidas para os eixos de maior e menor inércia. Verificou-se que o comportamento ilustrado nas curvas provém dos modelos apresentarem suas maiores tensões de tração na alma e no centro das mesas, sobre o centroide plástico da seção. Assim, sob cargas de compressão, o comportamento é perfeitamente linear com maior influencia do momentofletor. Sob tração, a carga axial se torna mais relevante, mudando completamente a forma da curva.

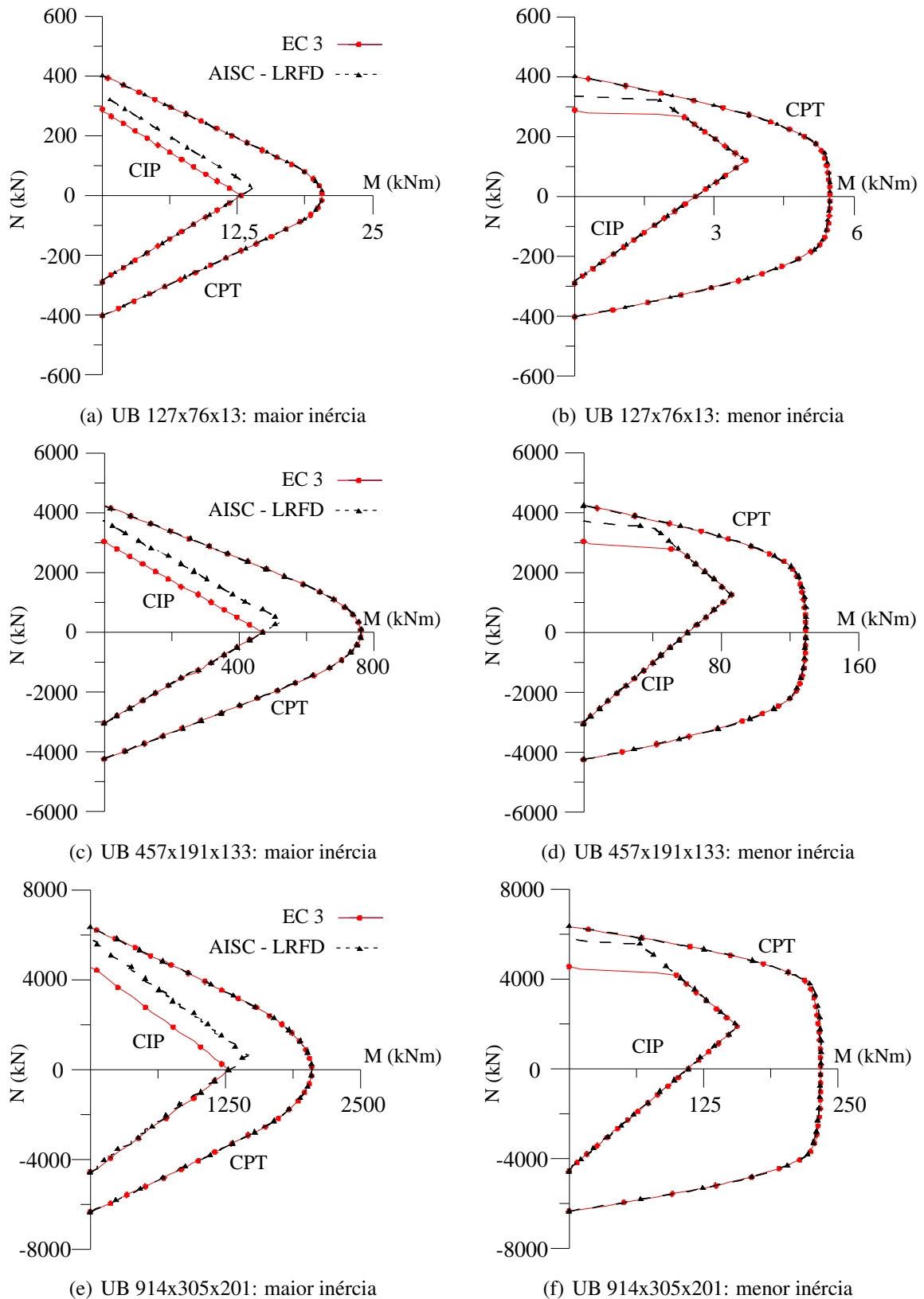


Figura 10: Curvas de interação esforço normal-momento fletor

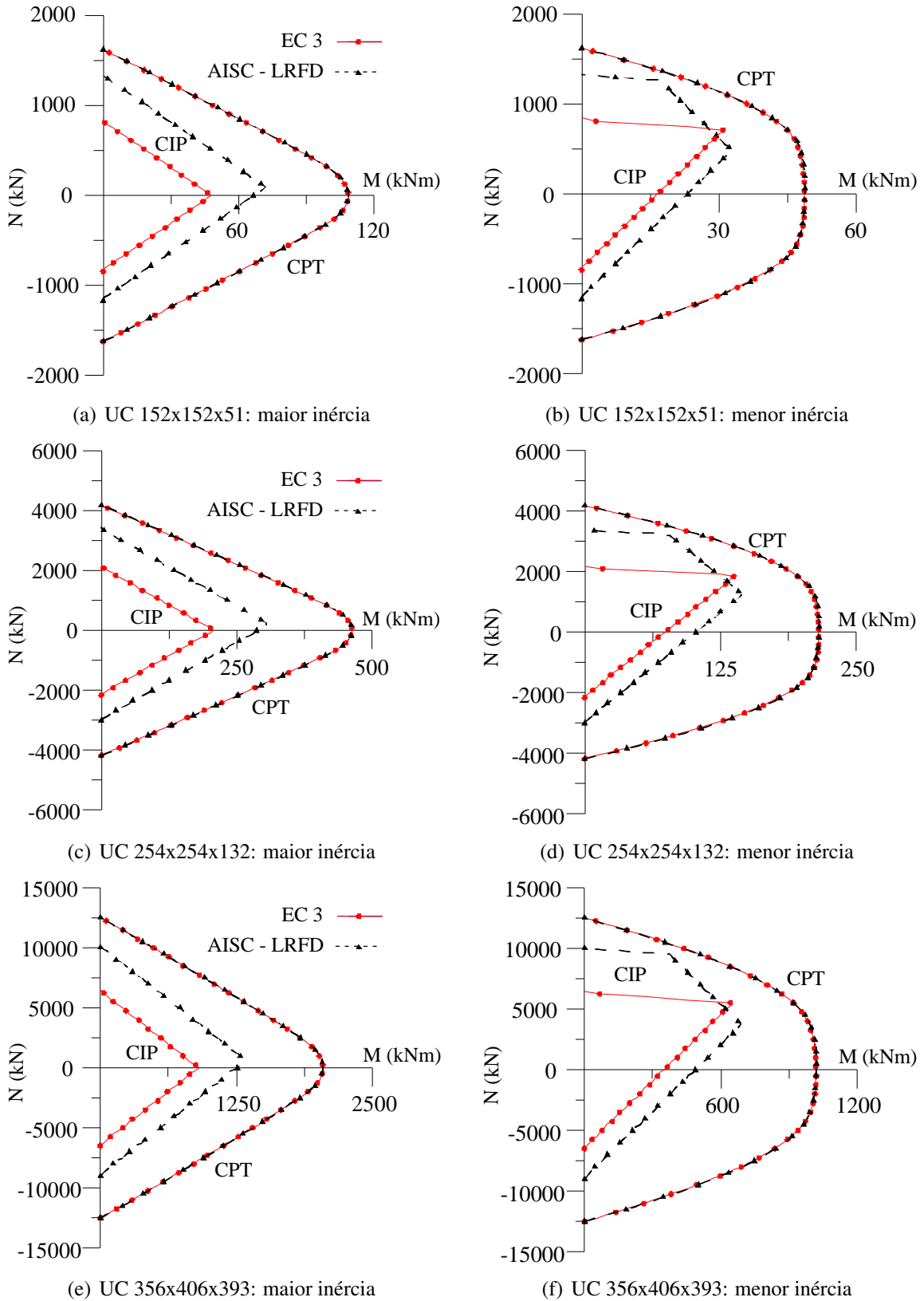


Figura 11: Curvas de interação esforço normal-momento fletor

### 3.2 Seção mista de aço e concreto

Chiorean (2013) apresentou um estudo da influência dos modelos de tensões residuais no comportamento da seção mista de aço e concreto ilustrada na Fig. 12. Trata-se de uma perfil W12x120 totalmente revestido com concreto e armado com quatro barras de 20mm de diâmetro. O dados dos materiais utilizados na seção transversal são dados na Tabela 2. Além disso, destaca-se que as deformações limites do concreto  $\varepsilon_{ci}$  e  $\varepsilon_{cu}$  foram tomadas como 0,002 e 0,0035, respectivamente, tal como a deformação última do aço,  $\varepsilon_u$ , tida como 0,01. O amolecimento do concreto foi simulado através do parâmetro  $\gamma = 0,15$  e para a descrição do comportamento à tração do concreto foi considerado  $\alpha_1 = 1$  e  $\alpha_2 = 0,75$ .

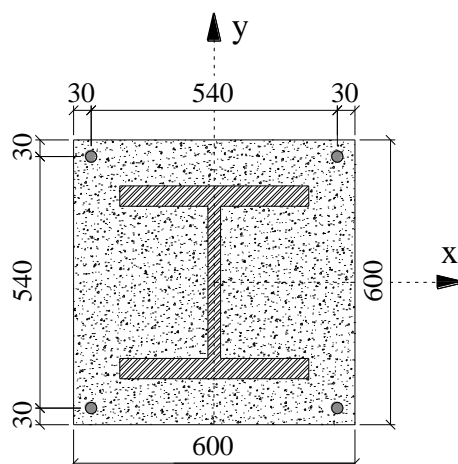


Figura 12: Perfil W12x120 totalmente revestido com concreto

Tabela 2: Dados dos materiais

Aço do perfil		Aço das barras		Concreto
$f_{yd}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$E_a$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$f_{ybd}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$E_b$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$f_{cd}$ (kN/cm <sup>2</sup> )
30	20000	40	20000	2

Chiorean (2013) realizou várias análises usando tanto a distribuição de tensões residuais do EC3 (1992) quanto do AISC-LRFD (2010). Todas essas análises foram feitas também no presente trabalho com o intuito de calibrar os modelos e assim aferir as CIPs e CPTs da seção mista estudada. Outro objetivo nas análises desta seção, está na avaliação da influência da proposta da deformação limite do regime elástico do concreto ( $\varepsilon_{ci}/2$ ), proposta por Fong e Chan (2012) sobre os modelos de tensões residuais na definição das CIPs.

A seguir são apresentadas as relações momento-curvatura (Figs. 13 e 15) e curvas rigidez à flexão - momento fletor (Figs. 14 e 16) para o eixo de maior inércia e, em todos os casos, os resultados foram comparados com a literatura. Para cada uma das curvas foram fixados valores de esforço normal, tais como: 4000 kN, 8000 kN e 12000 kN, e assim o procedimento descrito no item 2.5 foi utilizado.

Em todas as análises foram observadas boas concordâncias com os resultados obtidos por Chiorean (2013). Vale destacar que em alguns casos as relações momento-curvatura encontradas no presente trabalho são menos dúcteis do que as da literatura. Embora os procedimentos

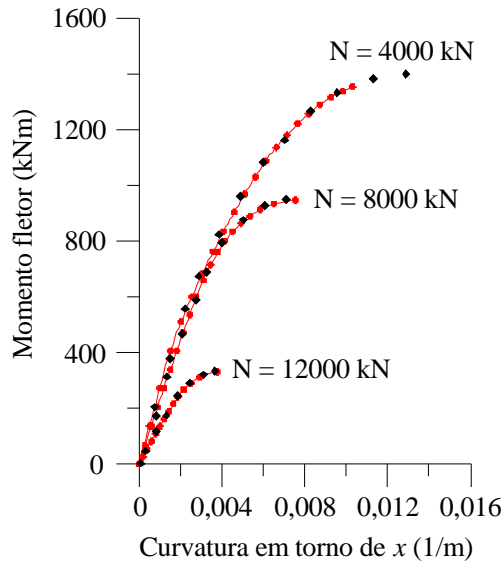


Figura 13: Relações momento-curvatura - EC3

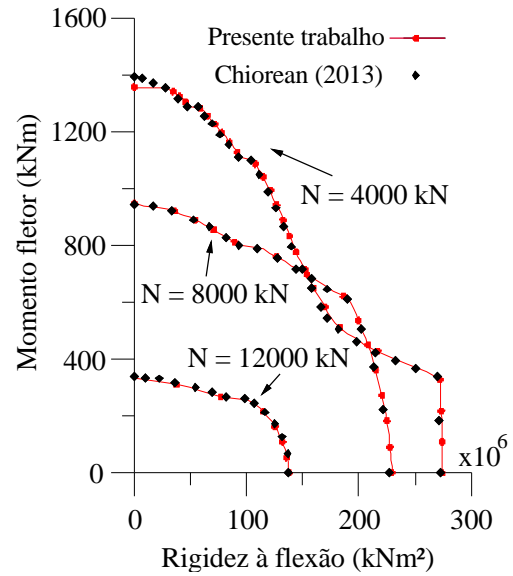


Figura 14: Variações  $M \times EI_x$  - EC3

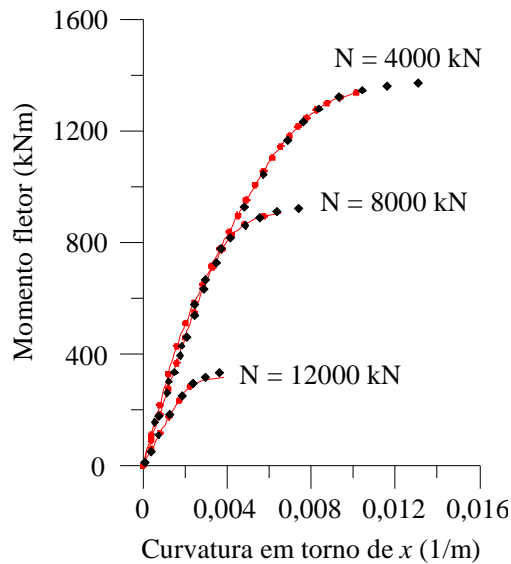


Figura 15: Relações momento-curvatura - AISC

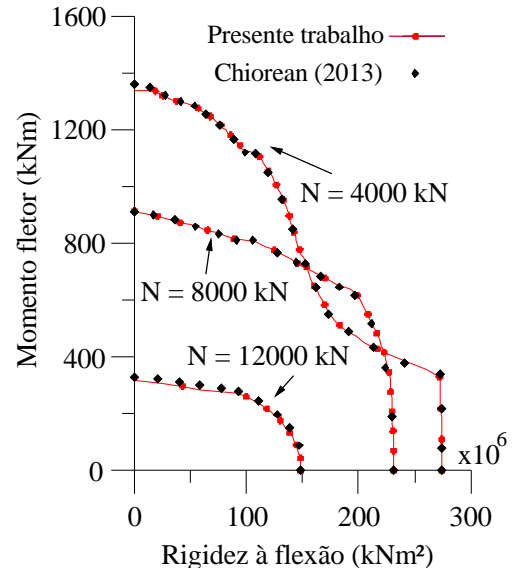


Figura 16: Variações  $M \times EI_x$  - AISC

utilizados sejam semelhantes, os critérios de parada são diferentes influenciando diretamente no ponto limite das relações momento-curvatura.

As curvas das Figs. 14 e 16 demonstram em todos os casos uma queda de rigidez acentuada. Essa queda está relacionada com o início da fissuração nas fibras mais tracionadas e a consequente diminuição do módulo de elasticidade tangente do concreto. Note que nas abordagens da literatura para estruturas mistas (Fong e Chan, 2012; Lemes, 2015) esse fato é considerado de forma aproximada, como por exemplo, a redução de 40% da rigidez à flexão da seção de concreto armado (Lemes, 2015). Assim, para eliminar essa aproximação deveria haver três curvas dentro do diagrama NM, ou seja, além das CPT e CIP, há a necessidade de uma curva de início de fissuração (CIF) para uma simulação mais realista.

Nas Figuras 17(a) e 17(b) são apresentadas tanto as CIPs quanto as CPTs obtidas utilizando as prescrições do EC3 (1992) e do AISC-LRFD (2010). Nota-se pouca variação em relação às CPTs, como discutido mais adiante, porém as CIPs foram bastante diferentes.

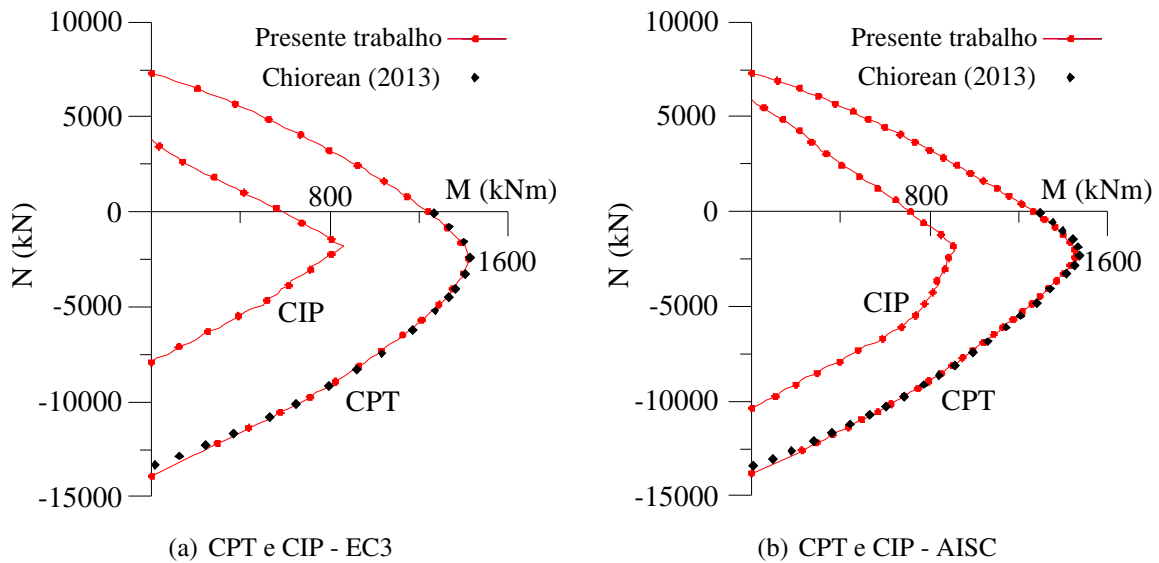


Figura 17: Seção mista: curvas de interação esforço normal-momento fletor - eixo de maior inércia

A comparação das relações momento-curvatura (Fig. 18) e das curvas  $M \times EI_x$  (Fig. 19) mostram uma leve divergência nas repostas usando o EC3 (1992) e o ASIC-LRFD (2010).

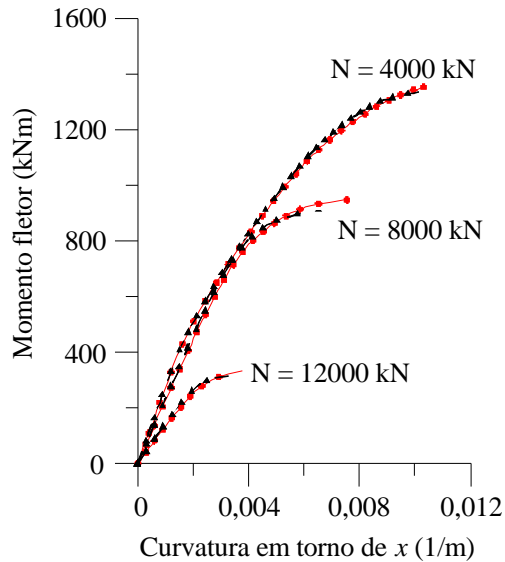


Figura 18: Relações momento-curvatura

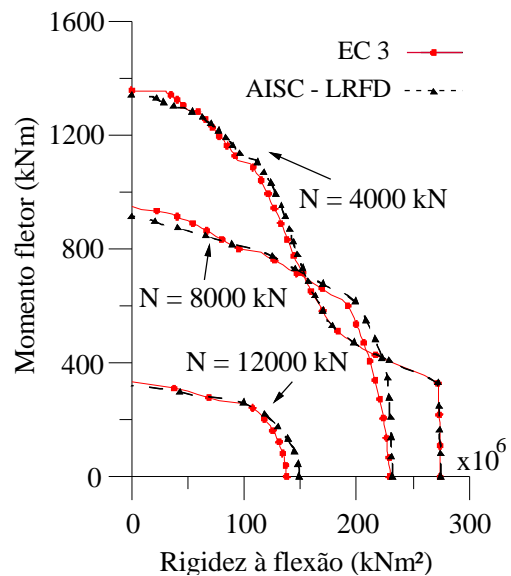


Figura 19: Variações  $M \times EI_x$

As mesmas observações feitas para as análises em torno do eixo de maior inércia podem ser feitas, agora, para o eixo de menor inércia (Figs. 20-26), que, embora apresente curvas com valores diferentes, o comportamento observado é bastante semelhante.

As comparações das curvas CIPs e CPTs usando as duas normas são apresentadas nas Fig. 27(a) e Fig. 27(b). Como pode-se observar há uma leve diferença nas CPTs usando os tensões

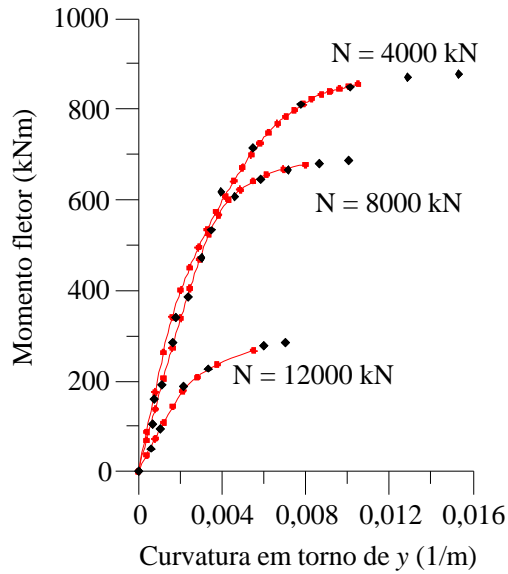


Figura 20: Relações momento-curvatura - EC3

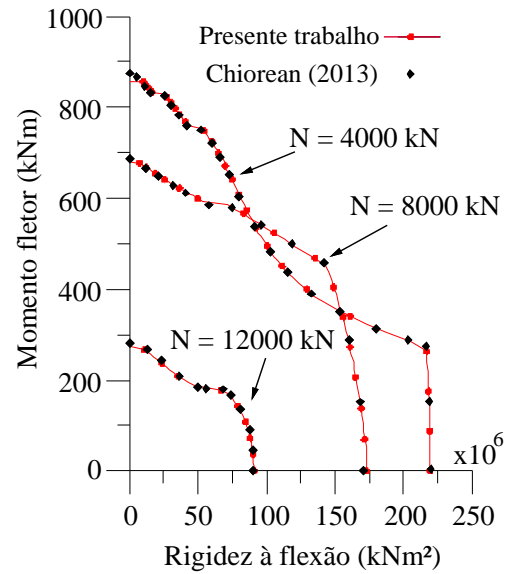


Figura 21: Variações M x EI<sub>y</sub> - EC3

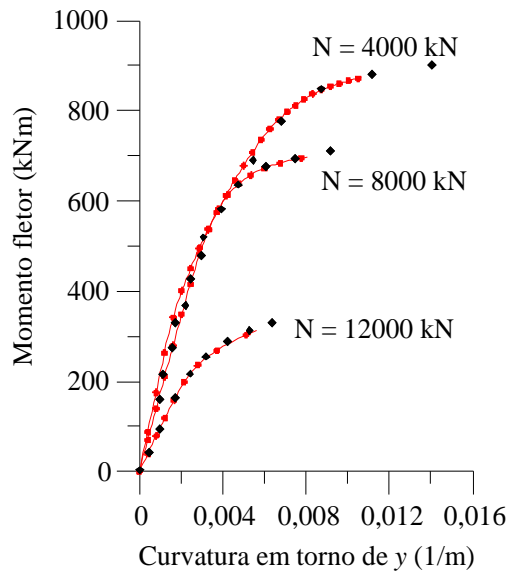


Figura 22: Relações momento-curvatura - AISC

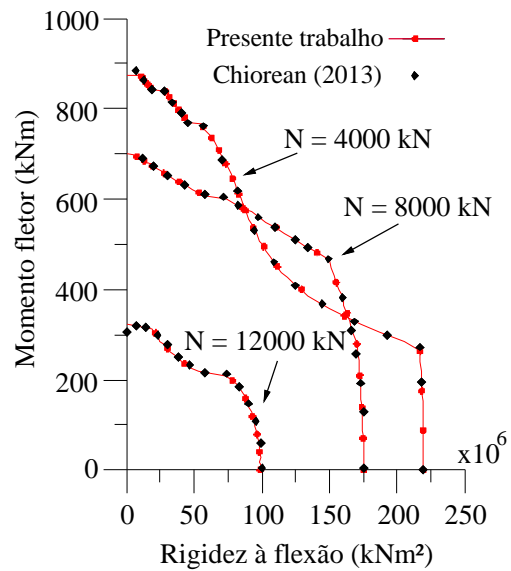


Figura 23: Variações M x EI<sub>y</sub> - AISC

residuais do EC3 (1992) e do AISC-LRFD (2010). O fator principal das comparações está nas CIPs. Verifica-se uma divergência significativa para os eixos de menor e maior inércia, e nas duas situações o modelo do AISC-LRFD (2010) proporcionou uma região de comportamento elástico maior dentro dos diagramas NM.

#### 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresentou um estudo comparativo de modelos para as descrições das tensões residuais baseados nas normas AISC-LRFD (2010) e EC3 (1992). A metodologia utilizada nas análises foi desenvolvida com base no Método da Compatibilidade de Deformações (MCD), onde a partir de um procedimento de análise não linear diversos estudos podem ser feitos sobre o comportamento da seção transversal.

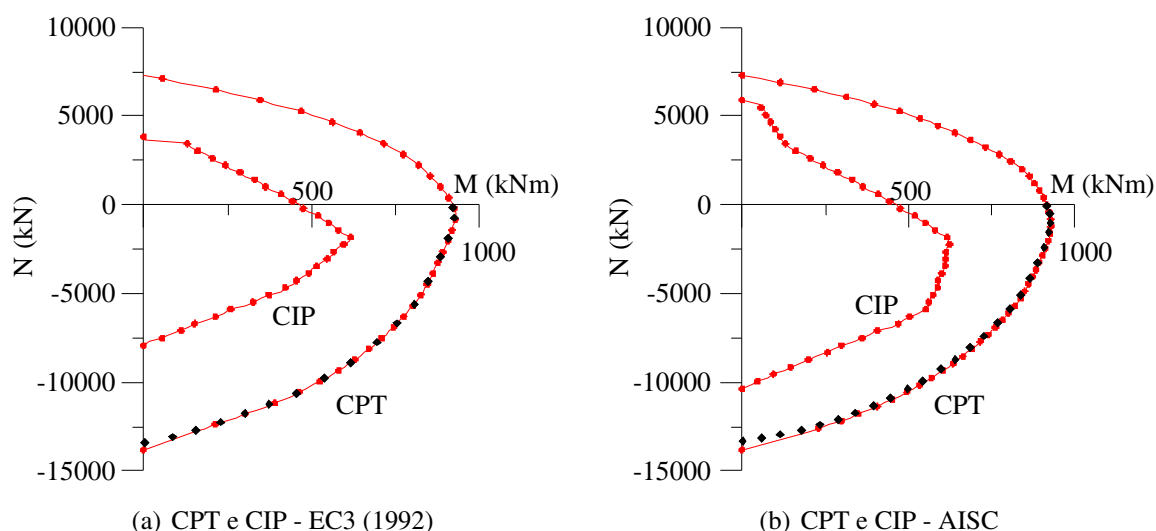


Figura 24: Seção mista: curvas de interação esforço normal-momento fletor - eixo de menor inércia

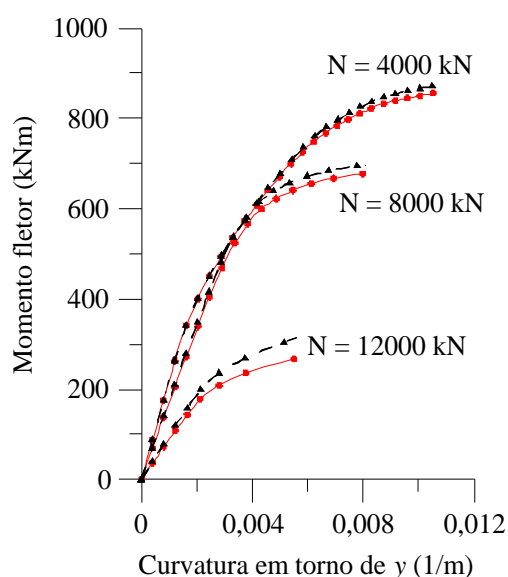


Figura 25: Relações momento-curvatura

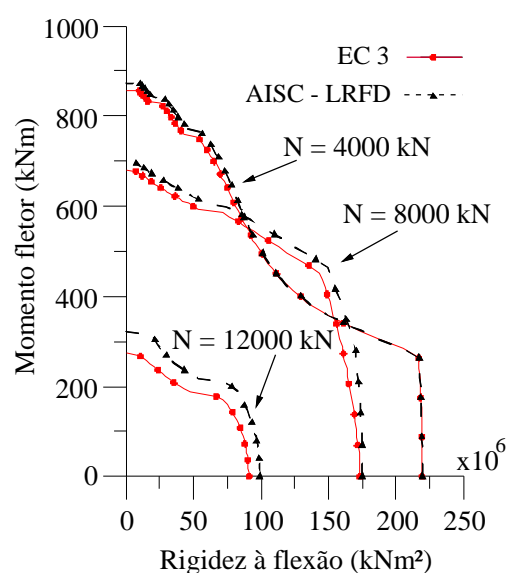


Figura 26: Variações  $M \times EI$

As curvas obtidas e plotadas focaram nas duas metodologias de simulação da plasticidade do Método da Rótula Plástica Refinado (MRPR): a utilização da relação momento-curvatura e as curvas de início e plastificação total. Verificou-se um conservadorismo no modelo descrito na norma europeia perante a AISC-LRFD (2010). Dessa forma a abordagem americana define uma maior região elástica dentro dos diagramas NM.

Com o estudo das curvas CIP, verificou-se que há uma necessidade de revisão das curvas simplificadas para representar o início de plastificação das seções transversais, principalmente sob flexão em torno do eixo de menor inércia. Futuramente, pretende-se estudar uma metodologia simplificada para a correção das CIPs e aplicá-las ao MRPR.

Além disso, pretende-se avaliar futuramente a necessidade da inclusão de uma nova curva dentro do diagrama NM quando houver concreto na seção transversal. Essa nova curva terá



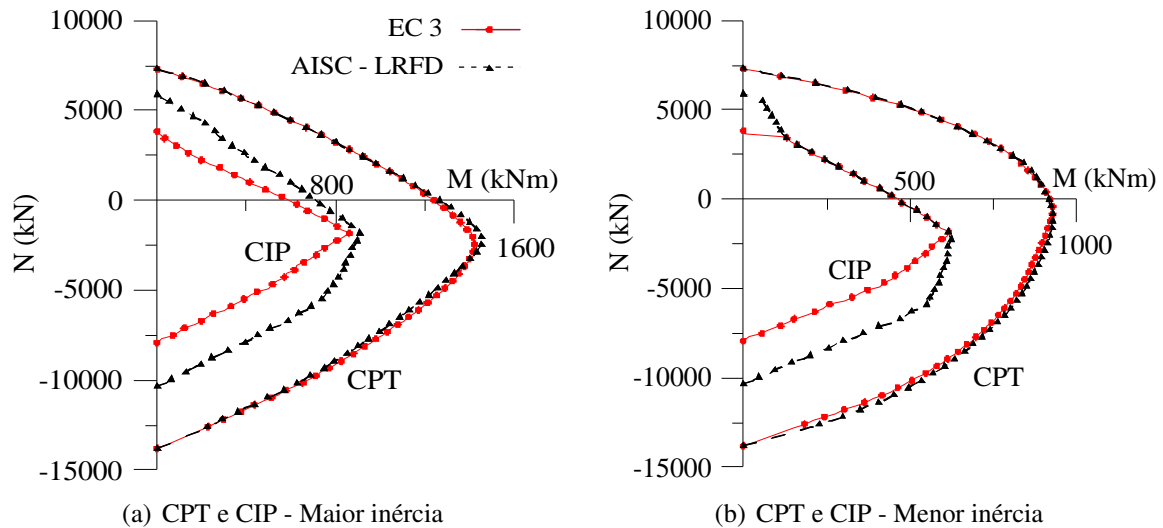


Figura 27: Seção mista: curvas de interação esforço normal-momento fletor

como objetivo descrever o início da fissuração do concreto nas regiões com maiores deformações de tração.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à CAPES, ao CNPq, à Fapemig, à Fundação Gorceix, ao PROPEC/UFOP e à Propp/UFOP o apoio fornecido para o desenvolvimento desta pesquisa.

## REFERÊNCIAS

- AISC LRFD, 2010. Specification for structural steel buildings. 1a Ed., Chicago, Illinois.
- Alvarenga, A.R., 2005. *Aspectos Importantes na Análise Avançada com Zona Plástica de Portais Planos de Aço*. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto.
- Alvarenga, A.R. & Silveira, R.A.M., 2006. Efeito das Tensões Residuais na Análise de Estruturas Simples de Aço. *XXXII Jornadas Sulamericanas de Engenharia Estrutural*.
- Chan, S.L. & Chui, P., 2000. *Non-linear static and cyclic analysis of steel frames with semi-rigid connections*. Oxford, Elsevier.
- Chen, S., Teng, J.G. & Chan, S.L., 2001. Design of Biaxially Loaded Short Composite Columns of Arbitrary Section. *Journal of Structural Engineering*, vol. 127, n. 6, pp. 678-685.
- Chiorean, C.G., 2013. A Computer Method for Nonlinear Inelastic Analysis of 3D Composite Steel-Concrete Frame Structures. *Engineering Structures*, vol. 57, pp. 125-152.
- EC3, 1992. CEN EUROCODE 3 Design of steel structures. Vol. Part 1, European Committee for Standardization, ENV 1993-1-1, Brussels.
- Fong M. & Chan, S.L., 2012. Advanced analysis of steel-concrete composite beam-columns by refined plastic-hinge method. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, vol.12.

- Lemes, Í.J.M., 2015. *Análise Avançada via MRPR de Estruturas Mistas de Aço e Concreto*. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto.
- Lemes, Í.J.L, Silva, A.R.D, Silveira, R.A.M., Rocha, P.A.S., 2015. Acomplamento MCD/MRPR para Análise de Estruturas Metálicas, de Concreto e Mistas. *XXXVI Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering*.
- Li, T.J., Liu, S.W. & Chan, S.L., 2015. Direct Analysis for High-Strength Steel Frames with Explicit-Model of Residual Stresses. *Engineering Structures*, vol. 100, pp. 342-355.
- Liew, J., White, D. & Chen, W., 1993a. Second-Order Refined Plastic Hinge Analysis for Frame Design: part 1. *Journal of Structural Division*, vol. 119, n. 11, pp. 3196-3216.
- Liew, J., White, D. & Chen, W., 1993b. Second-Order Refined Plastic Hinge Analysis for Frame Design: part 2. *Journal of Structural Division*, vol. 119, n. 11, pp. 3217-3237.
- Roik, B. & Bergmann, R. 1990. Design method for composite columns with unsymmetrical cross-section *Journal of Constructional Steel Research*, vol. 33, pp. 227-242.
- Silva, A.R.D, 2009. *Sistema Computacional para Análise Avançada Estática e Dinâmica de Estruturas Metálicas*. Tese de Doutorado. Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto.
- Sfakianakis, M.G., 2002. Biaxial Bending with Axial Force of Reinforced, Composite and Repaired Concrete Section of Arbitrary Shape by Fiber Model and Computer Graphics. *Advances in Engineering Software*, vol. 33, pp. 227-242.
- Zubydan, A.H., 2011. Inelastic Second Order Analysis of Steel Frame Elements Flexed About Minor Axis. *Engineering Structures*, vol. 33, pp. 1240-1250.
- Zubydan, A.H., 2013. Inelastic Large Deflection Analysis of Space Steel Frames Including H-shaped Cross Sectional Members. *Engineering Structures*, vol. 48, pp. 155-165.