



MOMENTO CRÍTICO ELÁSTICO À FLAMBAGEM LATERAL COM DISTORÇÃO DE VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO

Thais Vervloet Amaral

thaisvervloetamaral@gmail.com

Universidade Federal do Espírito Santo (UFES)

Av. Fernando Ferrari – 514, 29075-910, Espírito Santo, Vitória, Brasil

Faculdade Multivix

R. José Alves, 301 – 29075-080, Espírito Santo, Vitória, Brasil.

Janaina Pena Soares de Oliveira

janainapenas@gmail.com

Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)

Av. Presidente Antônio Carlos – 6627, 31270-901, Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil

FAESA

Av. Vitória - 2220, 29053-360, Espírito Santo, Vitória, Brasil

Adenilcia Fernanda Grobério Calenzani

afcalenzani@gmail.com

UFES

Ricardo Hallal Fakury

fakury@dees.ufmg.br

UFMG

Resumo. Nas regiões de momento negativo de vigas mistas contínuas pode ocorrer a flambagem lateral com distorção (FLD). A verificação à FLD pela ABNT NBR 8800:2008 tem como procedimento inicial determinar o momento crítico elástico que depende, dentre outros fatores, da distribuição do momento fletor no vão analisado, considerada por meio do parâmetro de modificação C_{dist} . Para avaliar a formulação analítica prescrita pela norma ABNT NBR 8800:2008, nesse trabalho, modelos numéricos em elementos finitos, que representam o comportamento à FLD de vigas mistas foram desenvolvidos. As diferentes condições de contorno apresentadas na ABNT NBR 8800:2008 foram modeladas, o que permitiu avaliar o parâmetro de modificação C_{dist} . Dessa forma, a influência da distribuição do momento fletor foi analisada e importantes conclusões foram obtidas, como por exemplo, que a formulação proposta pela ABNT NBR 8800:2008 pode conduzir a resultados contrários à segurança para vãos internos de vigas mistas contínuas cujos vãos adjacentes estejam solicitados somente a momentos negativos.

Palavras-chave: Momento crítico elástico, Flambagem lateral com distorção, Vigas mistas.

1 INTRODUÇÃO

As principais vantagens do uso de vigas mistas de aço e concreto contínuas são a redistribuição dos momentos fletores ao longo do seu comprimento, o que permite o uso de perfis de aço de menores dimensões e o aumento da rigidez global da estrutura, proporcionando maior estabilidade lateral da edificação. Porém, as vigas mistas contínuas estão sujeitas a momentos negativos nos apoios internos, podendo sofrer flambagem lateral por distorção (FLD).

Nas regiões de momento negativo das vigas mistas contínuas, a mesa inferior fica comprimida, o que faz com que a mesma tenha tendência a flambar em relação ao seu eixo de maior inércia, já que a flambagem em relação ao seu eixo de menor inércia é impedida pela alma. A mesa superior está fixada na laje pelos conectores de cisalhamento, o que impede um giro do perfil como um todo. Se a alma do perfil não tiver rigidez suficiente para evitar a flexão lateral, ela distorcerá gerando um deslocamento lateral na mesa comprimida acompanhado de torção, caracterizando um estado limite último chamado de flambagem lateral com distorção (FLD), mostrado na Fig. 1.

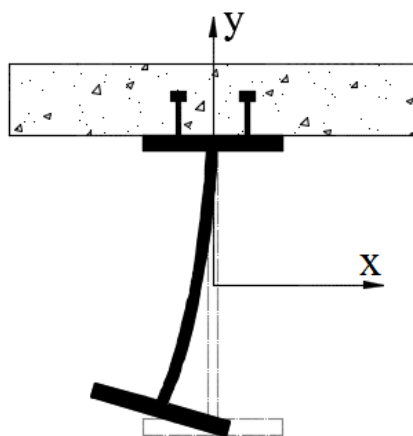


Figura 1. Flambagem lateral com distorção

Para verificação do estado limite último à FLD, a ABNT NBR 8800:2008 fornece um procedimento aproximado, similar ao da norma europeia EN 1994-1-1:2004, que consiste na determinação do momento crítico elástico, M_{cr} , como passo inicial para obtenção do momento fletor resistente de cálculo. A Equação (1) do M_{cr} é prescrita pela ABNT NBR 8800:2008 e foi obtida por Roik, Hanswille e Kina (1990) através do método de aproximação de energia.

$$M_{cr} = \alpha_g \frac{C_{dist}}{L} \sqrt{\left(GJ + \frac{k_r L^2}{\pi^2} \right) EI_{afy}} \quad (1)$$

em que G é o módulo de elasticidade transversal do aço; L é o comprimento da viga entre apoios verticais (exige-se que ambas as mesas do perfil de aço possuam contenção lateral nesses apoios); J é a constante de torção do perfil de aço; I_{afy} é o momento de inércia da mesa inferior do perfil de aço em relação ao eixo y (Fig. 1); C_{dist} é um coeficiente que depende da distribuição de momentos fletores no comprimento L ; k_r é a rigidez rotacional da viga mista; α_g é um fator relacionado à geometria da seção transversal da viga mista.

Para perfis duplamente simétricos, o fator α_g é determinado pela seguinte expressão:

$$\alpha_g = \frac{\left(\frac{h_0 I_x}{I_{ax}} \right)}{\left(\frac{h_0^2}{4} + \frac{I_{ax} + I_{ay}}{A_a} \right) \frac{e}{h_0}} \quad (2)$$

onde:

$$e = \frac{A I_{ax}}{A_a y_c (A - A_a)} \quad (3)$$

sendo y_c a distância do centro geométrico do perfil de aço à metade da altura da laje de concreto; I_x é o momento de inércia da seção mista na região de momento negativo (perfil de aço mais a armadura da laje) com relação ao eixo x ; I_{ax} e I_{ay} são os momentos de inércia da seção de aço com relação a seus eixos baricêntricos; A_a é a área do perfil de aço; A é a área da seção mista na região de momento negativo (perfil de aço mais armadura da laje); h_0 é a distância entre os centros geométricos das mesas do perfil de aço.

Para obter a Eq. (1) do momento crítico elástico, Roik, Hanswille e Kina (1990) consideraram a resposta à FLD do mecanismo “U” invertido, formado por duas vigas adjacentes e pela laje na qual os perfis de aço são fixados (Fig. 2-a). Na Figura 2-b é apresentado o modelo simplificado de uma viga mista de vão L sujeita a momentos de extremidade de sentidos opostos adotado por Roik, Hanswille e Kina (1990). Nesse modelo simplificado, a rigidez rotacional da viga mista (k_r) é aplicada a uma mola situada na mesa superior do perfil de aço que permite reproduzir a influência do mecanismo “U” na resistência à FLD, considerando a flexão da laje, a distorção da alma e a deformação da conexão de cisalhamento.

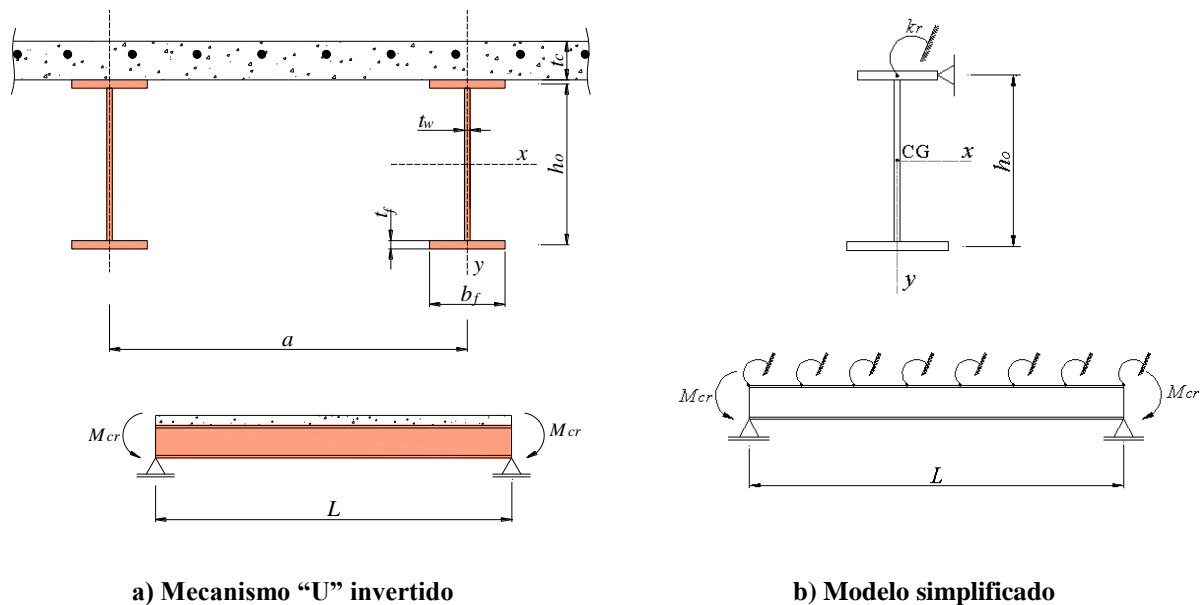


Figura 2. Modelos para obtenção do momento crítico elástico

A rigidez rotacional do mecanismo “U” invertido é fundamental para o cálculo do M_{cr} . Essa rigidez, k_r , é determinada com base na rigidez de molas ligadas em série, considerando as rigidezes da laje de concreto (k_1), da alma do perfil de aço (k_2), e da conexão de cisalhamento (k_3). Para perfil de aço com alma plana a rigidez k_3 apresenta um valor elevado comparado as demais rigidezes, podendo ser desprezada no cálculo da rigidez k_r . Dessa forma, a rigidez rotacional k_r para perfis de alma plana é obtida pela seguinte expressão:

$$k_r = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \tag{4}$$

sendo,

$$k_1 = \frac{\alpha(EI)_2}{a} \tag{5}$$

e,

$$k_2 = \frac{Et_w^3}{4h_0(1-\nu_a^2)} \tag{6}$$

onde α é o coeficiente que depende da posição da viga. Se a viga se situa na extremidade da laje, α é igual a 2 e se a viga é interna, α é igual a 3 (para vigas internas com quatro ou mais vigas similares, pode-se adotar α igual a 4). O parâmetro $(EI)_2$ é a rigidez à flexão da seção mista homogeneizada da laje, desprezando o concreto tracionado, por unidade de comprimento da viga, tomada como o menor valor entre as rigidezes no meio do vão e no apoio interno; a é a distância entre as vigas paralelas (Fig. 2-a); E é o módulo de elasticidade do perfil de aço; t_w é a espessura da alma do perfil (Fig. 2-a); h_0 é a distância entre os centros geométricos das mesas do perfil de aço (Fig. 2-b); ν_a é o coeficiente de Poisson do aço.

Na Equação (1) é possível observar que o momento crítico é influenciado pela forma da distribuição do momento fletor, sendo levado em consideração pelo coeficiente C_{dist} . Os valores desse coeficiente para vigas mistas contínuas de alma plana foram determinados por meio de análises numéricas em elementos finitos e são apresentados em forma de tabelas na ABNT NBR 8800:2008, como a Tabela 1 que representa os valores de C_{dist} para vãos com cargas transversais distribuídas.

Tabela 1. Valores de C_{dist} da ABNT NBR 8800:2008 para vãos com cargas transversais distribuídas

Condições de carregamento e apoio	Diagrama de momento fletor ¹⁾	C_{dist}								
		$\psi=0,50$	$\psi=0,75$	$\psi=1,00$	$\psi=1,25$	$\psi=1,50$	$\psi=1,75$	$\psi=2,00$	$\psi=2,25$	$\psi=2,50$
		41,5	30,2	24,5	21,1	19,0	17,5	16,5	15,7	15,2
		33,9	22,7	17,3	14,1	13,0	12,0	11,4	10,9	10,6
		28,2	18,0	13,7	11,7	10,6	10,0	9,5	9,1	8,9
		21,9	13,9	11,0	9,6	8,8	8,3	8,0	7,8	7,6

¹⁾ M_o é o momento máximo solicitante de cálculo, considerando o tramo analisado como biapoiado.

Estudos recentes foram realizados para avaliar o momento crítico elástico à FLD de vigas mistas contínuas. Chen e Wang (2012) analisaram numericamente o comportamento estrutural de vigas mistas contínuas com e sem enrijecedores transversais soldados à alma do perfil de aço. Com auxílio do *software* Ansys, modelos em elementos finitos foram implementados para estudar o comportamento da região de momento negativo dessas vigas. Os seguintes parâmetros que podem afetar a capacidade resistente da viga foram analisados: rigidez à flexão da laje de concreto, rigidez da alma enrijecida, esbeltez da alma do perfil de aço e razão entre a distância dos enrijecedores e o vão da viga. Chen e Wang (2012) realizaram análises de flambagem (*buckling analysis*) e análises não lineares. Para a análise de flambagem foi adotado um modelo constituído por uma viga de aço soldada simplesmente apoiada, submetida a momento negativo, com restrição rotacional e lateral aplicada à mesa superior. A restrição rotacional no modelo foi imposta por molas com rigidez rotacional (k_r) obtida através da formulação proposta pela EN 1994-1-1:2004. Nos estudos paramétricos, Chen e Wang (2012) compararam as vigas de mesma seção transversal com e sem enrijecedor, constatando que os enrijecedores na alma do perfil de aço aumentam o momento crítico elástico das vigas mistas e reduzem o deslocamento lateral da mesa comprimida.

Oliveira *et al.* (2016) propuseram um procedimento para obtenção do momento crítico elástico à FLD de vigas mistas de aço e concreto com perfis de alma senoidal, considerando os resultados da análise numérica de modelos que representavam o mecanismo “U” invertido. O procedimento proposto utiliza a equação de Roik, Hanswille e Kina (1990) considerando as propriedades geométricas de um perfil de aço com alma senoidal. Além disso, Oliveira *et al.* (2016) recomenda adotar no cálculo da rigidez rotacional a formulação proposta por Calenzani *et al.* (2012). Novos valores para o coeficiente de C_{dist} foram propostos por Oliveira *et al.* (2016) para vigas mistas contínuas com perfis de alma senoidal sujeitos a cargas transversais distribuídas e vigas sem carregamento transversal. Os resultados para o momento crítico de vigas mistas de aço e concreto com perfis de alma senoidal usando o procedimento proposto por Oliveira *et al.* (2016) mostrou boa concordância com os resultados numéricos obtidos com auxílio do *software* Ansys.

No presente trabalho, foram implementados modelos numéricos, com auxílio do *software* Ansys 15.0 (2013), que retratam o comportamento em regime elástico à flambagem lateral com distorção de vigas mistas de aço e concreto com o intuito de analisar a influência do parâmetro de modificação de momento fletor (C_{dist}) no valor do momento crítico elástico. A modelagem numérica foi aferida tomando como referência os resultados numéricos de Chen e Wang (2012). Para analisar a formulação analítica do M_{cr} prescrita pela ABNT NBR 8800:2008, foram modeladas vigas mistas com diferentes condições de contorno, resultando em setenta e dois modelos numéricos.

2 AFERIÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

Para a análise numérica foi utilizado o *software* de elementos finitos ANSYS 15.0 (2013), determinando a carga crítica de flambagem por meio da análise de flambagem elástica (*buckling analysis*). Na determinação do momento crítico elástico à FLD, utilizou-se o modelo numérico em elementos finitos, conforme descrito no subitem 2.1. A análise dos resultados da aferição do modelo numérico, subitem 2.2, foi realizada comparando os resultados obtidos numericamente com os modelos estudados por Chen e Wang (2012).

2.1 Descrição do modelo numérico

No modelo numérico da viga mista de aço e concreto utilizado neste trabalho não foi modelado a laje de concreto armado nem os conectores de cisalhamento. Para garantir o mecanismo “U” invertido foi adicionado uma mola de rigidez rotacional, k_r , e uma restrição total ao deslocamento lateral, ambas aplicadas à mesa superior, ao longo de todo o comprimento da viga. Similar a Oliveira (2014), o modelo numérico é constituído pelo perfil de aço de alma plana, modelado com o elemento de casca *Shell 181* e pelas molas, modeladas com o elemento *Spring Combin 14* (Fig. 3). O valor da rigidez k_r foi tomada igual ao valor da rigidez da laje (k_1), obtida pela Eq. (5), uma vez que a rigidez da alma (k_2) já está considerada no modelo por meio dos elementos de casca *Shell 181* que compõem a alma do perfil de aço.

Para geração da malha dos modelos numéricos, optou-se pela geração mapeada com tamanho máximo igual a 3 cm (Fig. 3). Essa dimensão foi definida no estudo de malha de Oliveira (2014) como sendo o tamanho a partir do qual os resultados deixam de apresentar melhora significativa.

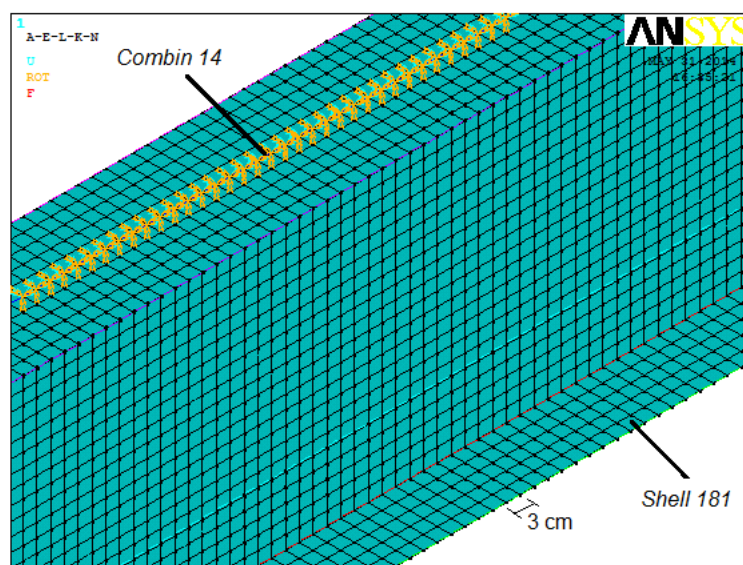


Figura 3. Malha do modelo numérico de Oliveira (2014)

Para simular as condições de contorno em um vão biapoiado, conforme descrito por Oliveira (2014), os deslocamentos nas direções globais X, Y e Z foram impedidos em uma das extremidades da mesa inferior do perfil. Já na outra extremidade, apenas o deslocamento na direção global Y foi restringido (Fig. 4). Para simular o vínculo de garfo e impedir o giro das seções transversais dos apoios, os deslocamentos na direção X foram restringidos nos quatro nós extremos da mesa superior e inferior. Enrijecedores transversais, modelados nas seções transversais dos apoios foram usados para anular qualquer influência de deformações locais nessa região.

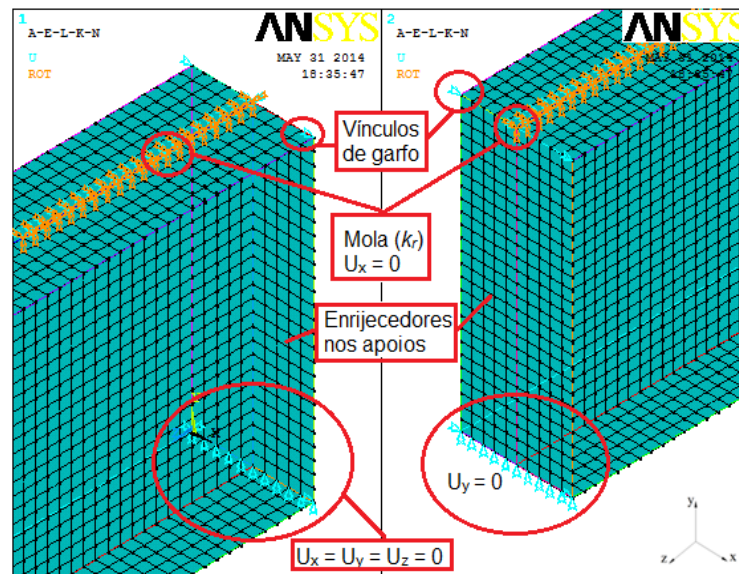


Figura 4. Condições de contorno do modelo numérico de Oliveira (2014)

Para aferição do modelo numérico, utilizaram-se os resultados obtidos do estudo paramétrico descrito em Chen e Wang (2012). O modelo de elementos finitos adotado por Chen e Wang (2012) consiste em uma viga de aço soldada simplesmente apoiada, submetida a momento negativo constante ao longo do vão, com restrição rotacional e lateral aplicada à mesa superior (Fig. 5-a). A restrição rotacional no modelo foi imposta por molas, conforme representado na Fig. 5-b. O modelo numérico de Chen e Wang (2012) foi validado através da comparação dos seus resultados obtidos numericamente com os obtidos na análise numérica das vigas mistas de seção I de Ng e Ronagh (2004).

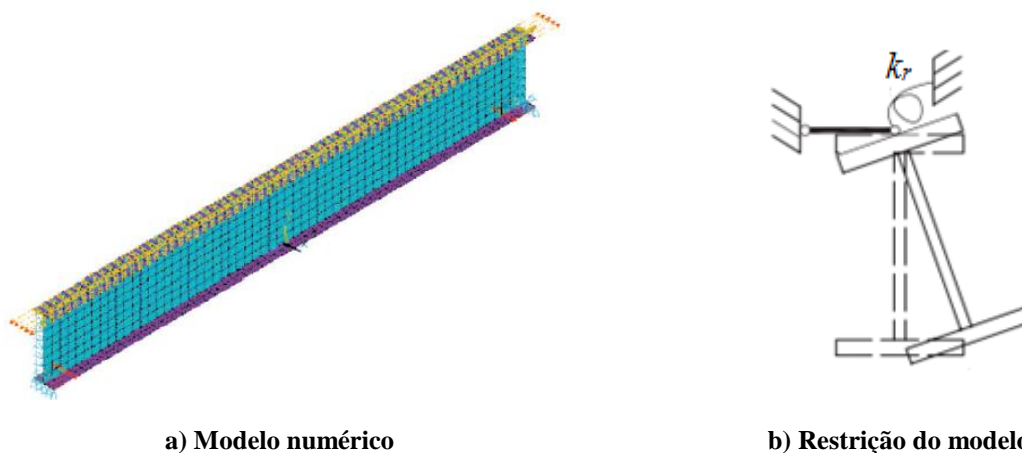


Figura 5. Modelo numérico de Chen e Wang (2012)

No estudo paramétrico, Chen e Wang (2012) utilizaram perfil de aço com altura da seção transversal (d) igual a 800 mm, largura das mesas (b_f) de 320 mm, e espessura das mesas (t_f) e da alma (t_w) iguais 16 mm e 10 mm, respectivamente. Diferentes razões entre o vão da viga (L) e a altura da seção (d) foram analisadas por Chen e Wang (2012).

Para aferir o modelo numérico deste trabalho, foram modeladas vigas biapoiadas com as mesmas características geométricas de Chen e Wang (2012), com razões entre vão da viga e altura da seção (L/d) iguais a 8 e 12. O coeficiente de Poisson e o módulo de elasticidade do aço foram tomados iguais a 0,3 e 20000 kN/cm², respectivamente.

2.2 Análise dos resultados da aferição

Para aferição do modelo numérico, foram necessários implementar modelos com elementos de mola com rigidez rotacional infinita para determinar o momento crítico elástico considerando a laje de rigidez infinita ($M_{cr,\infty}$) e modelos com mola de rigidez igual a rigidez da laje (k_1), para determinar o momento crítico elástico (M_{cr}). Na Tabela 2, é apresentada os exemplos analisados para a aferição do modelo numérico deste trabalho, com a razão k_1/k_2 e $M_{cr}/M_{cr,\infty}$ extraída dos gráficos de Chen e Wang (2012). A rigidez da laje k_1 foi calculada a partir das razões k_1/k_2 descrita por Chen e Wang (2012), sendo a rigidez à flexão da alma do perfil de aço (k_2) igual a 70,08 kNm/m, determinada por meio da Eq. (6).

Tabela 2. Resultados de Chen e Wang (2012) e resultados numéricos deste trabalho

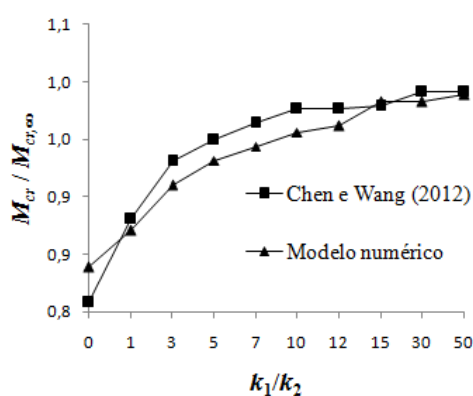
a) razão $L/d = 8$

Chen e Wang (2012)			Resultado Numerico	
K_1/k_2	K_1	$M_{cr}/M_{cr,\infty}$	$M_{cr}/M_{cr,\infty}$	Desvio Relativo (%)
0,00	0,00	0,808	0,839	4%
0,90	62,87	0,880	0,871	-1%
2,93	205,46	0,931	0,910	-2%
4,97	348,25	0,949	0,931	-2%
6,92	484,84	0,964	0,944	-2%
9,93	696,01	0,976	0,956	-2%
11,97	838,91	0,976	0,962	-1%
14,90	1043,92	0,979	0,983	0%
29,88	2093,85	0,991	0,982	-1%
49,91	3497,99	0,991	0,989	0%

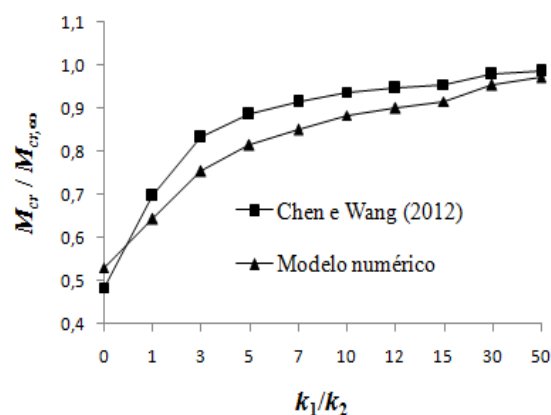
b) razão $L/d = 12$

Chen e Wang (2012)			Resultado Numerico	
K_1/k_2	K_1	$M_{cr}/M_{cr,\infty}$	$M_{cr}/M_{cr,\infty}$	Desvio Relativo (%)
0,00	0,00	0,484	0,530	9%
1,02	75,09	0,697	0,642	-9%
2,98	219,01	0,833	0,754	-10%
5,02	369,19	0,885	0,814	-9%
6,97	513,11	0,914	0,850	-8%
9,95	732,12	0,937	0,883	-6%
11,99	882,29	0,946	0,899	-5%
14,97	1101,30	0,955	0,915	-4%
29,93	2202,61	0,979	0,954	-3%
49,91	3673,10	0,986	0,971	-1%

Pelos gráficos da Fig. 6, observa-se que os resultados do modelo numérico apresentam um comportamento similar ao de Chen e Wang (2012), com valores próximos, obtendo um desvio máximo de 4% para os modelos com razão L/d igual a 8 (Tabela 2) e um desvio máximo igual 10% para os modelos com L/d igual a 12 (Tabela 2).



a) razão $L/d = 8$



b) razão $L/d = 12$

Figura 6. Comparação entre os resultados de Chen e Wang (2012) e os numéricos

Diante do exposto, pode-se perceber que a modelagem numérica desse trabalho pode ser considerada aferida e se mostra eficiente na determinação do momento crítico elástico à flambagem lateral com distorção, pois apresenta diferenças percentuais relativamente pequenas em relação aos resultados obtidos por Chen e Wang (2012).

3 ESTUDO PARAMÉTRICO

No estudo paramétrico foram variados as condições de contorno do modelo numérico, considerando um vão biapoiado, representando o modelo simplificado de Roik, Hanswille e Kina (1990) e modelos com dois e três vãos, simulando, respectivamente, vãos extremos e vãos internos da viga mista. Para avaliar a influência do parâmetro C_{dist} no cálculo do M_{cr} , as condições de carregamento foram consideradas conforme descrito no subitem 3.1. Os resultados numéricos obtidos para o momento crítico elástico na região de momento negativo foram confrontados com os da formulação prescrita pela ABNT NBR 8800:2008, sendo eles apresentados no subitem 3.2.

3.1 Modelos de parametrização

No estudo paramétrico, adotou-se a viga mista de aço e concreto de seção transversal representada pela Fig. 7-a, sendo a flambagem lateral com distorção estudada nesse artigo pelo modelo numérico simplificado da Fig. 7-b. A rigidez da laje mista (k_1) é igual a 772,16 kNm/m, calculada pela Eq. (5). O comprimento do vão (L) é de 1500 cm (aproximadamente $25h$) e a distância entre vigas (a) adotada é igual a 200 cm.

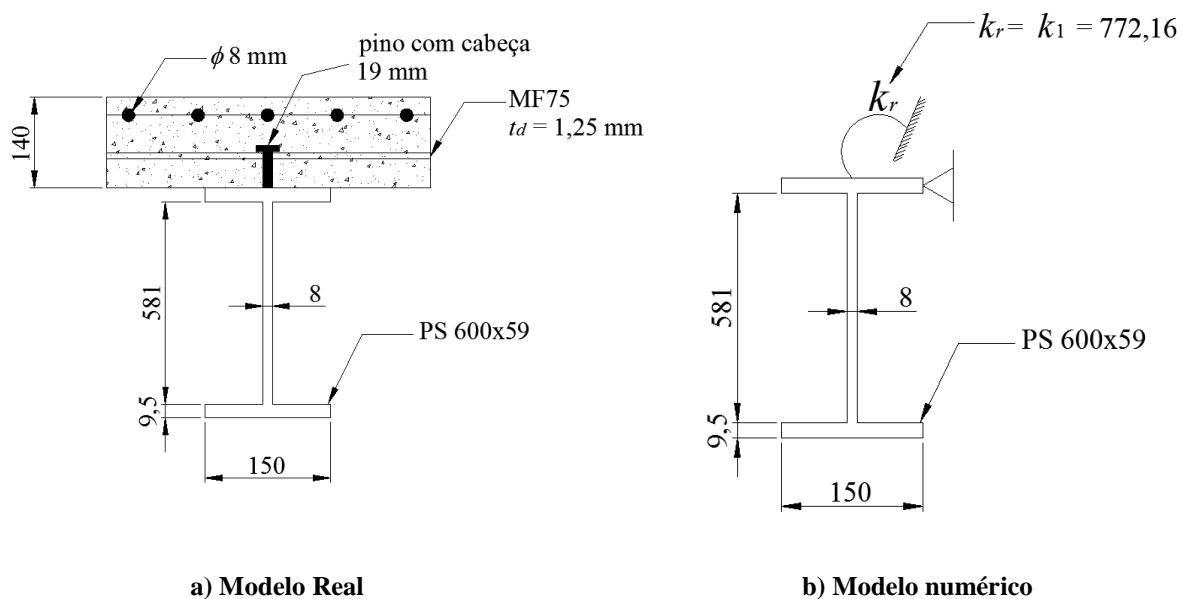


Figura 7. Modelo utilizado no modelo numérico

Foram avaliados todos os casos da Tabela 1 de vigas mistas contínuas com carregamento transversal distribuído, sendo M_0 o momento fletor máximo solicitante de cálculo no meio do vão, considerando o tramo analisado como biapoiado, e o momento fletor na extremidade da viga igual a ψM_0 . Para o vão interno de vigas mistas contínuas foram estudadas as três possíveis situações da relação entre o momento fletor máximo solicitante de cálculo (M_0) e o momento fletor na extremidade das vigas: $0,5 \psi M_0$, $0,75 \psi M_0$ e ψM_0 .

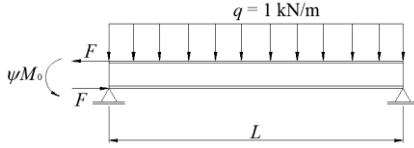
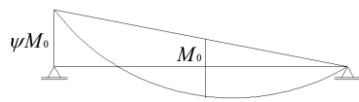
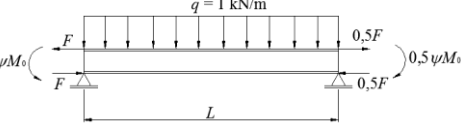
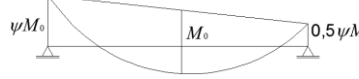
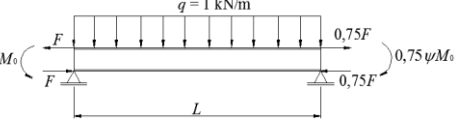
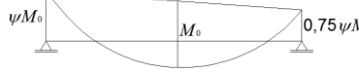
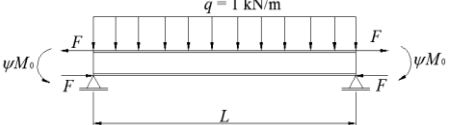
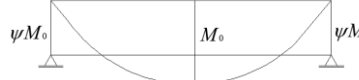
Para representar vãos extremos das vigas mistas contínuas, foram processados modelos simplificados, considerando uma viga mista de aço e concreto biapoiada com momento fletor aplicado em uma extremidade através das forças F (Tabela 3, modelos M1 a M9). Os modelos simplificados dos vãos internos são obtidos de forma similar ao do vão extremo, porém com momento fletor aplicado nas duas extremidades, conforme representado na Tabela 3, modelos

M10 a M36. O valor da força F , para simular o momento fletor aplicado na extremidade da viga, é obtido através da Eq. (7).

$$F = \frac{\psi q L^2}{8n h_0} \tag{7}$$

sendo, n igual ao número de nós na mesa do perfil de aço do modelo numérico.

Tabela 3. Modelos numéricos biapoiados

Condições de contorno		Diagrama de momento fletor	ψ	F (kN)
M1			0,5	3,97
M2			0,75	5,95
M3			1	7,94
M4			1,25	9,92
M5			1,5	11,91
M6			1,75	13,89
M7			2	15,88
M8			2,25	17,86
M9			2,5	19,85
M10			0,5	3,97
M11			0,75	5,95
M12			1	7,94
M13			1,25	9,92
M14			1,5	11,91
M15			1,75	13,89
M16			2	15,88
M17			2,25	17,86
M18			2,5	19,85
M19			0,5	3,97
M20			0,75	5,95
M21			1	7,94
M22			1,25	9,92
M23			1,5	11,91
M24			1,75	13,89
M25			2	15,88
M26			2,25	17,86
M27			2,5	19,85
M28			0,5	3,97
M29			0,75	5,95
M30			1	7,94
M31			1,25	9,92
M32			1,5	11,91
M33			1,75	13,89
M34			2	15,88
M35			2,25	17,86
M36			2,5	19,85

Para analisar a influência do vão adjacente das vigas mistas contínuas com carregamento uniformemente distribuído, também foram modeladas vigas com dois e com três vãos de igual comprimento (L), simulando, respectivamente, vãos extremos e vãos internos. Para vãos extremos (modelos M37 a M45 da Tabela 4), foi possível obter uma relação entre as cargas distribuídas q_1 e q_2 , utilizando as equações dos três momentos. Considerando a carga no vão analisado q_2 igual a 1 kN/m, tem-se:

$$q_1 = (2\psi - 1) q \tag{8}$$

Os modelos do vão interno (M46 a M72 da Tabela 4) são obtidos de forma similar ao do vão extremo, com as relações de carregamento determinadas pela equação dos três momentos para as três variações do diagrama de momento fletor. Considerando os momentos fletores nas extremidades do vão analisado iguais a ψM_0 e $0,5 \psi M_0$, têm-se:

$$q_1 = (2,25\psi - 1)q_2 . \tag{9}$$

$$q_3 = (1,5\psi - 1)q_2 . \tag{10}$$

Para momentos fletores nas extremidades do vão analisado iguais a ψM_0 e $0,75 \psi M_0$, as relações entre as cargas ficam:

$$q_1 = (2,375\psi - 1)q_2 . \tag{11}$$

$$q_3 = (2\psi - 1)q_2 . \tag{12}$$

Finalmente, para momentos fletores nas extremidades do vão analisado iguais a ψM_0 , têm-se:

$$q_1 = q_3 = (2,5\psi - 1)q_2 . \tag{13}$$

Tabela 4. Modelos numéricos com dois e três vãos

Condições de contorno	Diagrama de momento fletor	ψ	Cargas	
			q_1 (kN/m)	q_3 (kN/m)
M37		0,5	0	-
M38		0,75	0,50	-
M39		1	1,00	-
M40		1,25	1,50	-
M41		1,5	2,00	-
M42		1,75	2,50	-
M43		2	3,00	-
M44		2,25	3,50	-
M45		2,5	4,00	-
M46			0,5	0,13
M47	0,75		0,69	0,13
M48	1		1,25	0,50
M49	1,25		1,81	0,88
M50	1,5		2,38	1,25
M51	1,75		2,94	1,63
M52	2		3,50	2,00
M53	2,25		4,06	2,38
M54	2,5		4,63	2,75
M55			0,5	0,19
M56		0,75	0,78	0,50
M57		1	1,38	1,00
M58		1,25	1,97	1,50
M59		1,5	2,56	2,00
M60		1,75	3,16	2,50
M61		2	3,75	3,00
M62		2,25	4,34	3,50
M63		2,5	4,94	4,00
M64			0,5	0,25
M65	0,75		0,88	0,88
M66	1		1,50	1,50
M67	1,25		2,13	2,13
M68	1,5		2,75	2,75
M69	1,75		3,38	3,38
M70	2		4,00	4,00
M71	2,25		4,63	4,63
M72	2,5		5,25	5,25

3.2 Análise de resultados

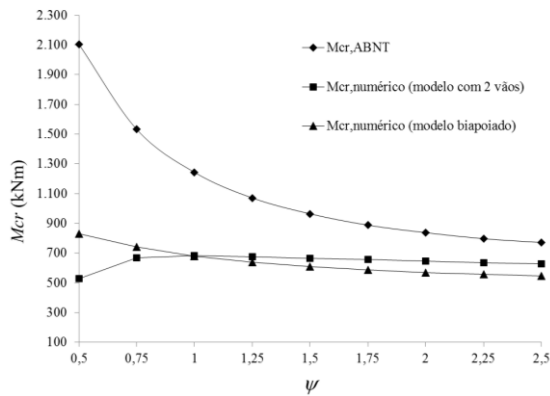
A Tabela 5 apresenta os resultados obtidos numericamente para os modelos simplificados (M1 a M36) e para os modelos com mais de um vão (M37 a M72). Os resultados obtidos para os modelos simplificados ($M_{cr,s}$) e para os modelos com mais de um vão ($M_{cr,v}$) são confrontados com os obtidos pela Eq. (1), proposta por Roik, Hanswille e Kina (1990), sendo essa equação a mesma usada pela ABNT NBR 8800:2008 ($M_{cr,ABNT}$).

Tabela 5. Resultados numéricos e resultado analítico

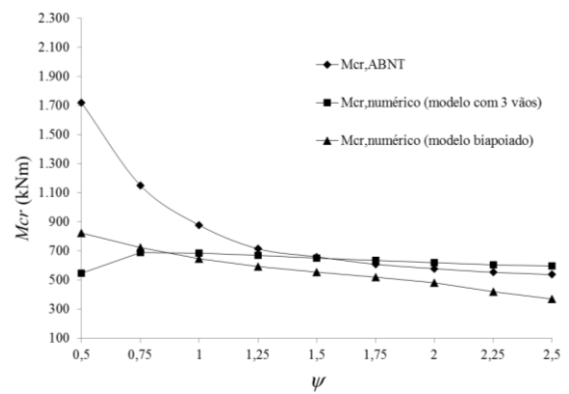
Modelos		ψ	$M_{cr,ABNT}$	$M_{cr,s}$ (kN.m)	$M_{cr,v}$ (kN.m)	$M_{cr,s}/M_{cr,ABNT}$	$M_{cr,v}/M_{cr,ABNT}$
Simplificados 1 vão	com 2 ou 3 vãos						
M1	M37	0,5	2105	828	529	0,39	0,25
M2	M38	0,75	1532	741	666	0,48	0,43
M3	M39	1	1242	679	682	0,55	0,55
M4	M40	1,25	1070	637	676	0,60	0,63
M5	M41	1,5	964	607	666	0,63	0,69
M6	M42	1,75	887	586	655	0,66	0,74
M7	M43	2	837	569	645	0,68	0,77
M8	M44	2,25	796	556	636	0,70	0,80
M9	M45	2,5	771	546	628	0,71	0,82
M10	M46	0,5	1719	821	548	0,48	0,32
M11	M47	0,75	1151	722	689	0,63	0,60
M12	M48	1	877	648	685	0,74	0,78
M13	M49	1,25	715	594	668	0,83	0,93
M14	M50	1,5	659	553	650	0,84	0,99
M15	M51	1,75	609	519	633	0,85	1,04
M16	M52	2	578	481	618	0,83	1,07
M17	M53	2,25	553	419	606	0,76	1,10
M18	M54	2,5	538	369	595	0,69	1,11
M19	M55	0,5	1430	818	628	0,57	0,44
M20	M56	0,75	913	712	695	0,78	0,76
M21	M57	1	695	631	683	0,91	0,98
M22	M58	1,25	593	571	660	0,96	1,11
M23	M59	1,5	538	465	637	0,87	1,19
M24	M60	1,75	507	377	617	0,74	1,22
M25	M61	2	482	318	599	0,66	1,24
M26	M62	2,25	461	276	583	0,60	1,26
M27	M63	2,5	451	245	570	0,54	1,26
M28	M64	0,5	1111	814	548	0,73	0,49
M29	M65	0,75	705	701	689	1,00	0,98
M30	M66	1	558	612	685	1,10	1,23
M31	M67	1,25	487	434	668	0,89	1,37
M32	M68	1,5	446	337	650	0,75	1,46
M33	M69	1,75	421	276	633	0,66	1,50
M34	M70	2	406	235	618	0,58	1,52
M35	M71	2,25	396	206	606	0,52	1,53
M36	M72	2,5	385	183	595	0,47	1,54

$M_{cr,s}$ = Momento crítico numérico do modelo simplificado com um vão biapoiado
 $M_{cr,v}$ = Momento crítico numérico do com dois ou três vãos

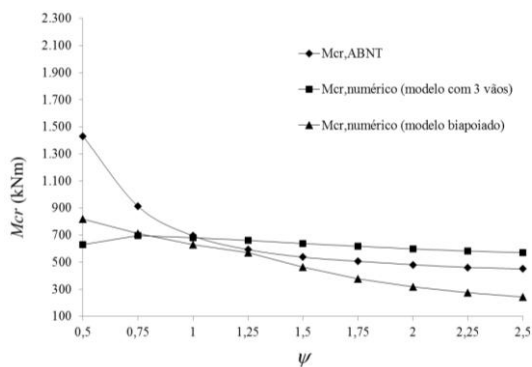
Pela Figura 8, é possível observar que o modelo simplificado apresenta a mesma tendência de comportamento que a obtida pela equação da ABNT NBR 8800:2008, ou seja, M_{cr} decresce com o aumento de ψ . No entanto, a declividade da curva obtida pela equação da ABNT NBR 8800:2008 é mais acentuada e os resultados numéricos apresentam valores abaixo dos obtidos pela Eq. (1), razão $M_{cr,s}/M_{cr,ABNT}$ de 0,47 a 1,0 para vão interno (excetuando o modelo M30 que apresentou razão de 1,1) e de 0,39 a 0,71 para vão extremo.



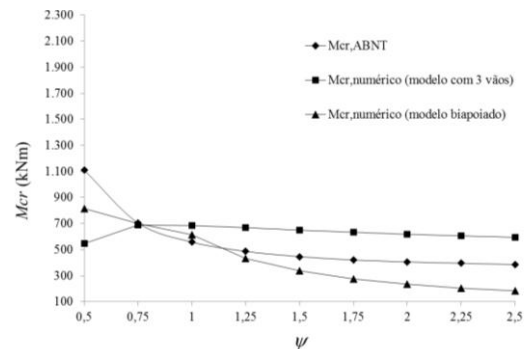
a) modelos vão extremo (M1 a M9 e M37 a M45)



b) modelos vão interno (M10 a M18 e M46 a M54)



c) modelos vão interno (M19 a M27 e M55 a M63)



d) modelos vão interno (M28 a M36 e M64 a M72)

Figura 8. M_{cr} x ψ para vigas mistas contínuas com cargas distribuídas

Segundo Jonhson e Anderson (2004), o método de Roik, Hanswille e Kina (1990) é satisfatório para vãos internos, mas menos precisos para vãos extremos, chegando a fornecer resultados contra a segurança acima de 30%. Ao comparar os resultados numéricos dos modelos com mais de um vão com os da norma, observa-se que essa afirmação é comprovada nos modelos de vão extremo (M37 a M45), onde a razão $M_{cr,v}/M_{cr,ABNT}$ varia de 0,25 a 0,82. Para vãos internos (modelos M46 a M72), observa-se uma maior aproximação dos resultados numéricos com os obtidos pela formulação da ABNT NBR 8800:2008, razão $M_{cr,v}/M_{cr,ABNT}$ variando de 0,78 a 1,52 para valores de ψ acima de 1,0.

Na Figura 8, pode-se notar que a modelagem com mais de um vão e valores de ψ abaixo de 1,0 apresenta um comportamento inverso ao obtido pela ABNT NBR 8800:2008 e pelos modelos numéricos simplificados (M_{cr} cresce com o aumento de ψ). Isso confirma o que foi

observado por Oliveira (2014), onde para valores de ψ abaixo de 1,0 a condição de carregamento ocasiona uma menor região de momento fletor negativo no vão analisado. Como o vão adjacente ao analisado fica na sua maior parte submetido a momento fletor negativo, isso influencia nos resultados obtidos para o M_{cr} . A ABNT NBR 8800:2008 e os modelos numéricos simplificados consideram um único vão biapoiado para análise das vigas contínuas, por isso não levam em consideração a influência do momento negativo do vão adjacente, resultando em maiores valores para o M_{cr} .

Percebe-se que nas vigas mistas contínuas há uma considerável influência do vão adjacente em relação ao vão analisado. Quando ψ está abaixo de 1,0 o valor do M_{cr} é reduzido, devido à presença de momento negativo em grande parte do vão adjacente. Quando ψ está acima de 1,0, o vão adjacente passa a ter uma região de momento positivo considerável, que promove um efeito estabilizador e os resultados para o M_{cr} chegam até serem maiores que os da norma para vãos internos. Recomenda-se avaliar o momento crítico por meio do modelo completo, considerando dois ou três vãos da viga mista contínua, por ser um modelo mais realístico que considera a influência de vãos adjacentes.

4 CONCLUSÃO

Nesse trabalho, modelos numéricos em elementos finitos, que representam o comportamento à FLD de vigas mistas de aço e concreto submetidas a carga distribuída foram desenvolvidos. As diferentes condições de contorno apresentadas na ABNT NBR 8800:2008 foram modeladas, o que permitiu avaliar o parâmetro de modificação C_{dist} . A influência da distribuição do momento fletor foi analisada, permitindo concluir que a formulação proposta pela ABNT NBR 8800:2008, que trabalha com um modelo simplificado de vão biapoiado, pode conduzir a resultados contrários à segurança para vãos de vigas mistas contínuas cujos vãos adjacentes estejam solicitados na maior parte a momentos negativos. Observou-se que o vão adjacente nas vigas mistas contínuas influencia os resultados do M_{cr} , uma vez que para valores de ψ abaixo de 1,0, o vão adjacente está submetido na maior parte por momento fletor negativo, reduzindo o valor de M_{cr} . Por outro lado, quando o vão adjacente possui região de momento positivo considerável (ψ maior que 1,0), há um aumento no valor de M_{cr} . Recomenda-se uma revisão nos valores de C_{dist} propostos pela norma ABNT NBR 8800:2008, considerando os modelos numéricos de vigas mistas contínuas com mais de um vão apresentados nesse trabalho.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), à Fundação de Amparo à Pesquisa do Espírito Santo (FAPES) e à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) pelo apoio para o desenvolvimento desta pesquisa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ansys, INC., 2011. *Release 15.0 Documentation for ANSYS*. Canonsburg: [s.n.].

Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT. ABNT NBR 8800:2008 *Projeto de estrutura de aço e de estrutura mista de aço e concreto de edifícios*. Rio de Janeiro.

Calenzani, A.F.G., Fakury, R.H., Paula, F.A., Rodrigues, F.C., Queiroz, G. & Pimenta, R.J., 2012. Rotational stiffness of continuous composite beams with sinusoidal-web profiles for torsional buckling. *Journal of Constructional Steel Research*, n.79, p. 22-33.

CEN, EN 1994-1-1:2004. Eurocode 4: *Design of composite steel and concrete structures - Part 1-1: general rules and rules for buildings*. Bruxelas, Bélgica.

Chen, S. & Wang, X., 2012. Finite Element Analysis of Distortional Lateral Buckling of Continuous Composite Beams with Transverse Web Stiffeners. *Advances in Structural Engineering*, vol. 15, pp. 1607-1616.

Johnson, R.P., Anderson, D. Designer's Guide to EN 1994-1-1 *Eurocode 4: Design of Composite Steel and Concrete Structures*. Londres, 2004.

Ng, M.L.H. & Ronagh, H.R., 2004. An analytical solution for the elastic lateral-distortional buckling of I-section beams. *Advances in Structural Engineering*, vol. 7, p. 189-200.

Oliveira, J.P.S., 2014. *Determinação do momento crítico de flambagem lateral com distorção em vigas mistas contínuas de aço e concreto com perfis de alma senoidal*. Dissertação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.

Oliveira, J.P.S., Calenzani, A.F.G., Fakury, R.H. & Ferreira, W.G., 2016. Elastic critical moment of continuous composite beams with a sinusoidal-web steel profile for lateral-torsional buckling. *Engineering Structures*, n. 113, p. 121-132.

Roik, K., Hanswille, G. & Kina, J., 1990. Solution for the lateral torsional buckling problem of composite beams. *Stahlbau*, n-59, 327 – 332 (em alemão).