

INFLUÊNCIA DE CARGAS AXIAIS SOBRE AS FREQUÊNCIAS NATURAIS EM PÁS DE TURBINA EÓLICA

Fernanda Almeida Leite de Oliveira – UnB
Maura Angelica Milfont Shzu- UnB
Marcus Vinicius Girão- UnB

Resumo. Este artigo contempla o estudo da influência de cargas axiais nos valores de frequências naturais de pás de uma turbina eólica. Para isto, reduziu-se a pá a um modelo de viga engastada-livre. Foram conduzidas análises analítica e numérica por meio do método dos elementos finitos (MEF), no ANSYS®. Os resultados analíticos aproximados foram obtidos através do método de Galerkin e comparados com o modelo de Blevins (1984) e a solução numérica no ANSYS®. Para o cálculo da frequência foram considerados os efeitos das cargas axiais referentes ao peso próprio da estrutura. A posição da viga muda a configuração dinâmica do elemento, sua solicitação segue um percurso senoidal que passa por uma condição de compressão pura para uma de tração pura, tendo suas frequências naturais, neste caso, variando de forma crescente, neste intervalo. Os resultados obtidos apresentaram o comportamento esperado: maiores valores de frequências naturais para cargas de tração e valores menores para cargas de compressão em todos os casos.

Palavras-chave: Turbina Eólica, Carga Axial, Análise Dinâmica, Método de Galerkin, Método dos Elementos Finitos.

Abstract. This paper analysis the influence of axial loads on the values of natural frequencies of wind turbine blades. For this, the blade was reduced to a model of the cantilever-free beam. Analytical and numerical analyzes were conducted using the finite element method (FEM) in ANSYS®. The approximate analytical results were obtained using the Galerkin method and compared with the model Blevins (1984) and the numerical solution in ANSYS®. In order to calculate the frequency were considered the effects of the axial loads related to its own weight of the structure. The beam position changes the dynamic configuration of the element, its application follows a sinusoidal path as it passes through a pure compression condition for a pure traction, having its natural frequency, in this case, varying incrementally in this range. The results showed the expected behavior: higher values of natural frequencies for traction loads and lower values for compression loads in all cases.

Keywords: Wind Turbine, Axial Load, Dynamic Analysis, Galerkin Method, Finite Element Method.

1 INTRODUÇÃO

A energia do vento foi extraída ao longo de centenas de anos com projetos históricos denominados moinhos, Schubel e Crossley (2012). Porém, estes eram ineficientes devido ao peso e tamanho elevado, e foram substituídos no século 19 por combustíveis fósseis. A evolução de estudos aerodinâmicos e de materiais levou ao retorno da utilização da energia eólica a partir da metade do século 20. De 1990 até 2002, o vento foi a fonte de energia que mais rápido cresceu no mundo percentualmente, com uma média anual de 30%, Nunes (2008).

Desde que o Protocolo de Kyoto entrou em vigor em 2005, vários países têm expandido seus esforços para reduzir as emissões de gases, Kang *et al.* (2014). A utilização de turbinas eólicas agrega diversas vantagens como gerar energia de forma limpa, renovável e com um baixo impacto ambiental, apesar de fatores como a poluição visual ainda serem discutidos.

As turbinas eólicas possuem diferentes configurações, porém, é basicamente composta pelas pás, a nacelle, que agrega diversos componentes, e a torre. Devido à geometria e a elevada altura das torres, estas são suscetíveis a excessivos níveis de vibração, causados tanto pela própria operação da turbina, bem como por cargas de vento, Avila *et al.* (no prelo). Os mesmos problemas ocorrem nas pás, e outros efeitos devido a sua rotação podem ser adicionados a estas, como por exemplo, o surgimento de forças centrífugas e giroscópicas. A força centrífuga possui natureza trativa, portanto proporciona um aumento no valor da frequência natural devido o aumento de rigidez, Li *et al.* (2011).

Outro fator que possui influência nos estudos de vibrações e que por muitas vezes não é considerado nas análises é o peso próprio da estrutura. Dependendo do posicionamento dos elementos da turbina, o peso próprio resulta em cargas de tração ou de compressão, e estas adicionam ou retiram rigidez da estrutura, influenciando nos valores de frequências naturais, conforme observado por Oliveira *et al.* (2014).

A força centrífuga é função da velocidade de rotação e a carga axial resultante do peso próprio é função da posição da viga, que é uma função cíclica dependente também da velocidade de rotação. Estas compõe a força axial resultante ao longo da pá, e causam excitação paramétrica. A inclusão destes fenômenos nas equações de movimento das pás resulta em termos que caracterizam a equação de Mathieu.

A equação de Mathieu é um caso especial da equação diferencial homogênea linear de segunda ordem e possui diversas aplicações na física e na engenharia, como por exemplo, o problema do pêndulo invertido e a estabilidade de corpos flutuantes, Ruby (1996).

Portanto, a análise modal simples não é suficiente no estudo da dinâmica de aerogeradores. A fim de aplicar os efeitos decorrentes da rotação, diversos autores utilizam de simplificações na modelagem do problema devido à complexidade geométrica e das cargas atuantes nas pás de aerogeradores.

Modelos de vigas engastadas-livres rotativas são amplamente utilizados como simplificação de pás de turbinas eólicas. Chung e Yoo (2002) utilizam deste modelo para estudar a influência da força centrífuga utilizando o método de elementos finitos.

Bambill *et al.* (2012) consideram uma viga com seção transversal não uniforme e fazem uso do método da quadratura diferencial para calcular as frequências naturais de vibração transversal, a fim de solucionar equações diferenciais parciais não lineares. A consideração da seção transversal não uniforme torna a simplificação mais próxima do modelo real de uma pá de um aerogerador.

Wright *et al.* (1982) calculam as frequências e modos de vibração de vigas rotativas, com rigidez à flexão e distribuição de massa que variam linearmente, a partir do método de Frobenius.

Ramakrishnam e Feeny (2011) descrevem a equação de movimento no plano de uma pá de turbina eólica sujeita a cargas axiais e aerodinâmicas utilizando o princípio de Hamilton estendido. A equação é reduzida assumindo um modo de uma viga engastada-livre, obtendo-se uma única equação diferencial ordinária (EDO) de segunda ordem.

O presente trabalho consiste no estudo dos efeitos da inclusão do peso próprio em análises modais. Adotou-se um modelo simplificado de viga para a representação da pá de um aerogerador, cuja seção retangular se apresenta constante ao longo de seu comprimento. Esta pá está submetida apenas a uma carga axial distribuída triangularmente como representação de seu peso próprio. Os resultados analíticos obtidos com o método de Galerkin foram comparados com os obtidos a partir do modelo desenvolvido por Blevins (1984), e também com os encontrados computacionalmente, através do software ANSYS[®], via MEF.

É necessário enfatizar que a solução analítica foi implementada a fim de validar o procedimento de aplicação no software comercial ANSYS[®], com intuito de verificar a qualidade dos resultados obtidos. Após verificar a solução em um modelo de pá simplificado,

descrito por uma viga de seção constante, aplicou-se a mesma metodologia numérica para resolver um modelo de pá eólica real.

1.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

A pá de um aerogerador possui geometria complexa, cujas seções variam ao longo de seu comprimento. Tal característica onera a análise numérica computacional e dificulta o estudo analítico de seu comportamento. Desta forma, optou-se por simplificar o sistema em um modelo de viga engastada-livre com uma carga axial distribuída triangularmente, a fim de representar o peso próprio da estrutura, conforme ilustrado na Figura 1.

Considerou-se uma viga de seção retangular com módulo de elasticidade, E , igual a $210e9 Pa$, densidade, γ , igual a $7.8e3 kg/m^3$, e coeficiente de Poisson, ν , de 0.3. As dimensões da base, b , e altura, h , da seção transversal adotadas foram de $0.001 m$ e seu comprimento, L , no valor de $1 m$.

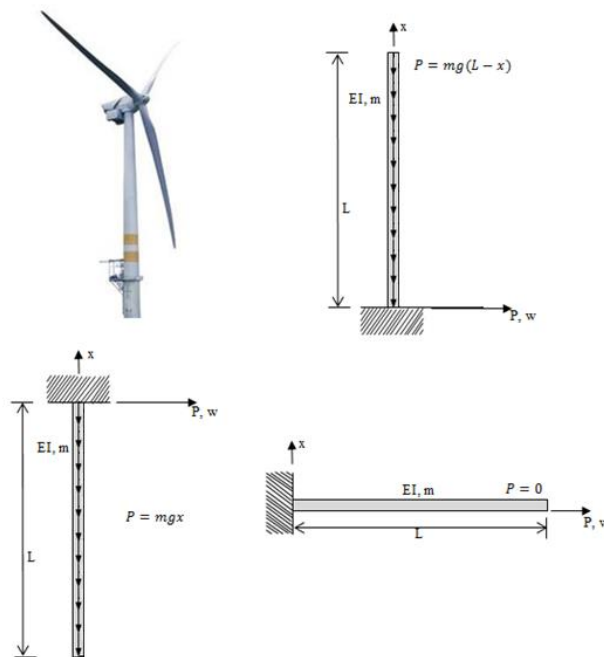


Figura 1 – (a) Turbina Eólica. (b) Viga engastada-livre com carga axial distribuída triangular de compressão. (c) Viga engastada-livre com carga axial distribuída triangular de tração. (d) Viga engastada-livre com carga axial nula (flexão).

O peso próprio em ambos os casos é uma função linear dado pela Eq. 1, para o modelo da pá.

$$P = mg(L - x) \quad (1)$$

sendo m a massa por unidade de comprimento da pá, g a aceleração da gravidade, L o comprimento da pá.

Portanto, têm-se a equação diferencial de movimento para o modelo da pá:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] + m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left[P(x) \frac{\partial w}{\partial x} \right] = f(x, t) \quad (2)$$

sendo $w(x, t)$ a deflexão lateral.

E para a vibração livre de uma viga de seção uniforme, a Eq. 2 reduz-se a:

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left[P(x) \frac{\partial w}{\partial x} \right] = 0 \quad (3)$$

2.METODOLOGIA

2.1. SOLUÇÃO ANALÍTICA PELO MÉTODO DE GALERKIN

É vantajoso reduzir um sistema mecânico contínuo em um sistema discreto, Avila *et al.* (no prelo). De acordo com o método de Galerkin, Païdoussis (2004), a solução aproximada da Eq. 3 pode ser expressa por:

$$w(x, t) \simeq w_N(x, t) = \sum_{j=1}^N \psi_j(x) q_j(t) \quad (4)$$

sendo $\psi_j(x)$ funções testes que pertençam ao domínio $\mathbb{D} = [0, L]$ e satisfaçam as condições de contorno, e $q_j(t)$ são coordenadas generalizadas do sistema discretizado.

Utiliza-se a forma modal de uma viga engastada-livre simples como funções teste:

$$\psi_j(x) = \cosh \lambda_j x - \cos \lambda_j x - \sigma_j (\sinh \lambda_j x - \sin \lambda_j x) \quad (5)$$

sendo $\sigma_j = (\sinh \lambda_j L - \sin \lambda_j L) \div (\cosh \lambda_j L + \cos \lambda_j L)$ e $\lambda_j L$ as raízes da equação transcendental $\cos \lambda_j L \cdot \cosh \lambda_j L = -1$. Os autovalores λ_j obtidos correspondem às frequências naturais e as autofunções ψ_j correspondem às formas modais.

Para uma viga engastada-livre tem-se que $\lambda_1 L = 1.875104$, $\lambda_2 L = 4.694091$, $\lambda_3 L = 7.854757$ e $\lambda_4 L = 10.995541$. Ao substituir a solução aproximada, dada pela Eq. 4, na Eq. 3, o resultado não será zero, mas sim em uma função erro $\mathbb{E}[w_N]$, Païdoussis (2004):

$$\mathbb{E}[w_N(x, t)] = \sum_{j=1}^N m\psi_j \ddot{q}_j + EI\psi_j^{iv} q_j - \frac{\partial}{\partial x} [P(x)\psi_j'] q_j \quad (6)$$

O método de Galerkin requer que, no domínio $\mathbb{D} = [0, L]$, a integral da função erro ponderada por $\psi_i(x)$ seja zero:

$$\int_0^L \mathbb{E}[w_N] \psi_i(x) dx = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (7)$$

Como as autofunções são ortogonais têm-se, pelas propriedades de ortogonalidade, que:

$$\int_0^L \psi_i(x)\psi_j(x) dx = L\delta_{ij} \quad (8)$$

sendo δ_{ij} a função delta de Kronecker (0 quando $i \neq j$ e 1 quando $i = j$).

Substituindo a Eq. 6 na Eq. 7, têm-se:

$$\sum_{j=1}^N mL\delta_{ij} \ddot{q}_j + EI\lambda_j^4 L\delta_{ij} q_j - \int_0^L P(x)\psi_j'\psi_i' dx q_j = 0 \quad (9)$$

Portanto, o sistema contínuo reduziu-se a um número discreto de equações diferenciais ordinárias, e pode ser escrito na seguinte forma matricial:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + (\mathbf{K}_m - \mathbf{K}_g)\mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (10)$$

sendo \mathbf{M} a matriz de massa, \mathbf{K}_m e \mathbf{K}_g as matrizes de rigidez material e geométrica, respectivamente. A matriz de rigidez geométrica, dependendo da natureza da carga $P(x)$, adiciona ou retira rigidez do sistema, influenciando assim nos valores de frequências naturais.

Utilizando uma aproximação com quatro modos ($N = 4$) e $P = mg(L - x)$, a Eq. 10 pode ser escrita na forma:

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} mL & 0 & 0 & 0 \\ 0 & mL & 0 & 0 \\ 0 & 0 & mL & 0 \\ 0 & 0 & 0 & mL \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \\ \ddot{q}_4 \end{Bmatrix} \\
& + \left\{ EI \begin{bmatrix} \lambda_1^4 L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^4 L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^4 L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_4^4 L \end{bmatrix} \right. \\
& \left. - mg \begin{bmatrix} 1.57088 & -0.42232 & -1.07208 & -0.833138 \\ -0.42232 & 8.64714 & 1.89008 & -3.64338 \\ -1.07208 & 1.89008 & 24.9521 & 8.33828 \\ -0.833138 & -3.64338 & 8.33828 & 51.4591 \end{bmatrix} \right\} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{Bmatrix} = \vec{0}
\end{aligned} \tag{11}$$

Portanto, este sistema pode ser resolvido como um problema de autovalor e autovetor.

2.1. SOLUÇÃO ANALÍTICA PELO MODELO DE BLEVINS

As frequências naturais flexionais de uma viga simples, segundo Blevins (1984), são obtidas segundo a equação:

$$f_i = \frac{\lambda_i}{2\pi L^2} \left(\frac{EI}{m} \right)^{\frac{1}{2}}; \quad i = 1, 2, 3, \dots \tag{12}$$

sendo f_i a frequência natural referente ao modo i em hertz, E o modulo de elasticidade transversal, I o momento de inércia da viga, m a massa por unidade de comprimento e L o comprimento total da viga.

O termo λ_i considera diferentes configurações de condições de contorno e cargas. Neste caso, analisou-se o modelo da pá de um aerogerador reduzido a uma viga engastada-livre sob esforço axial devido o seu peso próprio.

No caso da carga axial ser nula em uma das extremidades da viga, as constantes λ_i são função das condições de contorno e do parâmetro de tração axial α :

$$\alpha = \frac{wL^3}{EI} \tag{13}$$

sendo w a força por unidade de comprimento da viga. Em casos de forças compressivas w é negativo, e no caso de forças de tração w é positivo.

Segundo Blevins, os valores de α para o caso de tração e para o caso de compressão, respectivamente, são: $\alpha = 4.46$ e $\alpha = -4.46$.

Os valores de λ_i em função de α são mostrados nas Tab. 1 e 2:

Tabela 1 - Valores de λ_i em função de α para $\alpha \geq 0$.

α	0	200	400	600	800	1000
λ_1	1.8751	4.2155	4.9762	5.4905	5.8898	6.2205
λ_2	4.6941	6.8154	7.8375	8.5586	9.1288	9.6062
λ_3	7.8548	9.6222	10.6904	11.4853	12.1295	12.6768

Fonte: Blevins (1984, p. 155)

Tabela 2 - Valores de λ_i em função de α para $\alpha \leq 0$.

α	0	-2	-4	-6	-7.5
λ_1	1.8751	1.7424	1.5694	1.3059	0.8550
λ_2	4.6941	4.6517	4.6081	4.5631	4.5285
λ_3	7.8548	7.8289	7.8027	7.7762	7.7562

Fonte: Blevins (1984, p. 155)

Os termos λ_i para $\alpha = 4.46$ e $\alpha = -4.46$, contemplados na Tab. 3, foram obtidos a partir de uma interpolação realizada no software MATLAB[®] com os valores disponíveis nas Tab. 1 e 2:

Tabela 3 - Valores de λ_i interpolados.

α	4.46	-4.46
λ_1	1.9564	1.5226
λ_2	4.7603	4.5979
λ_3	7.9054	7.8167

A partir dos valores obtidos para λ_1 , λ_2 e λ_3 e da Eq. 13, calculou-se os valores das três primeiras frequências naturais da viga descrita.

3. ANÁLISE DOS DADOS

3.1. MODELO SIMPLIFICADO DA PÁ

Na modelagem numérica simplificada da pá como elemento de viga o elemento linear BEAM3, formulado a partir da teoria de clássica de Euler-Bernoulli. Por se tratar de um elemento bidimensional, cada nó possui 3 graus de liberdade: translações nos eixos x e y, e rotação em torno do eixo z. A estrutura foi discretizada em 100 elementos finitos.

Primeiramente, realizou-se uma análise modal simples, sem a consideração do efeito do peso próprio, a fim de verificar o aumento ou diminuição das frequências devido à natureza da carga axial.

Para o cálculo das frequências naturais considerando o efeito do peso próprio sobre a viga, é necessário realizar primeiramente uma análise estática para o cálculo do estado de tensão devido este carregamento. O peso próprio pode ser modelado com a inserção da aceleração gravitacional, sendo que, neste caso utilizou-se o valor de $a = 9.80665 \text{ m/s}^2$. Os casos de cargas axiais de tração e compressão foram abordados e em seguida considerou-se a viga em várias posições variando o ângulo θ formado pela viga e o eixo y , conforme ilustrado na Figura 2:

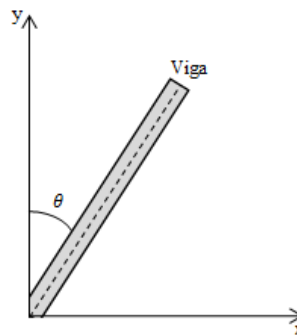


Figura 2 – Posicionamento da viga.

Esta variação tem como objetivo simular as diversas posições em que as pás das turbinas eólicas podem se encontrar.

1.4.2. Modelo da pá de Araújo et al (2014)

As análises realizadas com o modelo simplificado, no qual consideram os efeitos de tração pura e compressão pura devido o peso próprio, foram aplicadas a pá, agora, considerando sua geometria, tal como ela se apresenta na prática. Para isto, utilizou-se a modelagem apresentada por Araújo *et al.* (2014).

A modelagem numérica da pá, considerando sua complexidade geométrica a um baixo custo computacional, foi conduzida por Araújo *et al.* (2014), no ANSYS[®], com a utilização do elemento linear BEAM188. Este elemento possui 6 graus de liberdade por nó (as translações e rotações nos eixos x , y e z).

Araújo *et al.*, (2014), utilizou o software AUTOCAD[®] como base para a construção geométrica da pá e importou estas informações para o ANSYS[®]. Depois de concluída a geometria, aplicou-se a malha e processaram-se as análises.

A pá tem formato sólido HTUC de aço inox 304 com módulo de elasticidade transversal $E = 193e9$ Pa, coeficiente de Poisson $\nu = 0.3$ e densidade $\rho = 8000$ kg/m³. A pá possui 4.49m de comprimento. O modelo obtido no ANSYS® está ilustrado na figura abaixo:

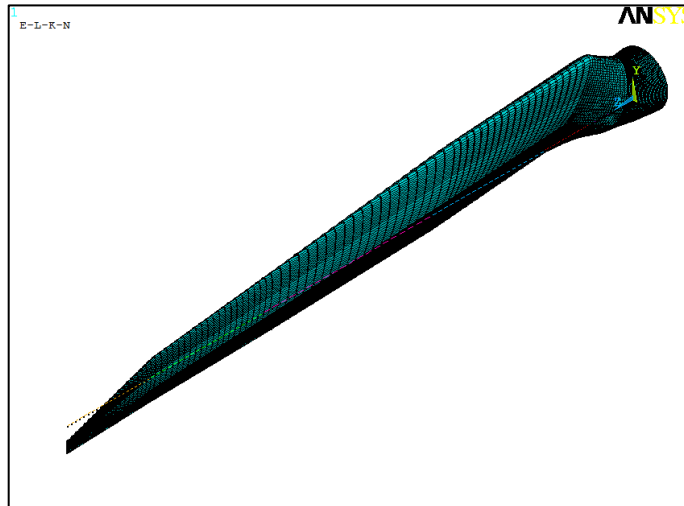


Figura 3 – Modelo da pá obtida no Ansys®. Fonte: Araújo *et al.*, (2014).

Os resultados de frequência obtidos considerando a influência do peso próprio foram comparados com os apresentados por Araújo *et al.*, (2014), que na ocasião, não considerou esta carga.

6. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Apresentam-se os resultados de uma pá simplificada descrita por uma viga de seção constante. Sobre a luz de uma solução analítica aproximada baseada no método de Galerkin, o modelo de elementos finitos é verificado. Após esta fase de verificação do procedimento de modelagem numérica pelo programa comercial ANSYS®, apresentam-se os resultados de uma pá eólica real, assegurando-se assim a qualidade dos resultados obtidos.

6.1 Modelo Simplificado da pá

As Tabelas 4, 5 e 6 apresentam os resultados de frequências naturais obtidas para uma viga sem carga atuante e sob carga de compressão e de tração devido seu peso próprio, respectivamente. Estes foram obtidos a partir do método de Galerkin, do modelo de Blevins e via elementos finitos com a utilização do software ANSYS®.

Tabela 4 – Valores das frequências naturais em *Hz* obtidas sem carga atuante.

Modo	Método de Galerkin				Ansys	Blevins
	1 forma modal	2 formas modais	3 formas modais	4 formas modais		
1	0.8380	0.8380	0.8380	0.8380	0.83816	0.8380
2	---	5.2518	5.2518	5.2518	5.2518	5.2518
3	---	---	14.7052	14.7052	14.7050	14.7052
4	---	---	---	28.8163	28.816	---

Tabela 5 – Valores das frequências naturais em *Hz* obtidas com carga de compressão atuante.

Modo	Método de Galerkin				Ansys	Blevins
	1 forma modal	2 formas modais	3 formas modais	4 formas modais		
1	0.5589	0.5585	0.5582	0.5579	0.55761	0.5526
2	---	5.0433	5.0432	5.0430	5.0429	5.0388
3	---	---	14.4931	14.4927	14.493	14.5630
4	---	---	---	28.5938	28.593	---

Tabela 6 – Valores das frequências naturais em *Hz* obtidas com carga de tração atuante.

Modo	Método de Galerkin				Ansys	Blevins
	1 forma modal	2 formas modais	3 formas modais	4 formas modais		
1	1.0452	1.0450	1.0449	1.0449	1.0453	0.9123
2	---	5.4525	5.4524	5.4523	5.4524	5.4010
3	---	---	14.9145	14.9143	14.9140	14.8954
4	---	---	---	29.0374	29.0370	---

A Figura 4 ilustra o comportamento da primeira frequência natural em função da posição da viga:

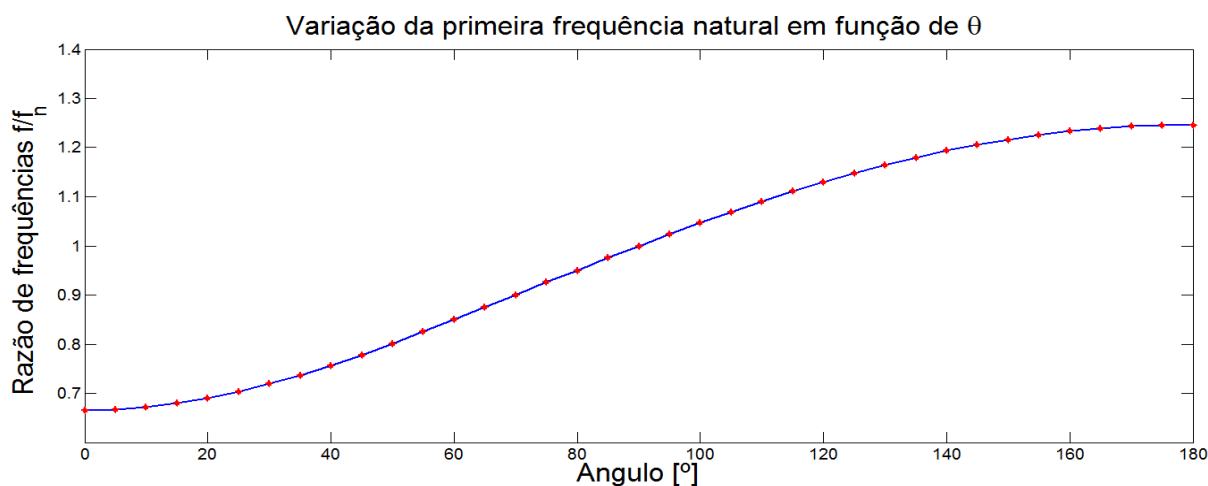


Figura 4 – Comportamento da primeira frequência natural da viga em função de sua posição.

6.2 Modelo da pá de Araújo et al (2014)

A Tabela 7 apresenta os valores de frequências naturais para o modelo da pá de uma turbina eólica, considerando os dois casos: com carga de compressão e com carga de tração devido o seu peso próprio. Estes resultados foram comparados com os obtidos por Araújo *et al.* (2014), que analisou a pá sem influência de cargas axiais.

Tabela 7 – Valores das frequências naturais em *Hz* da pá.

Modo	Tração	Compressão	Araújo <i>et al.</i> (2014)
1	12.4566	12.4462	12.45136
2	36.8506	36.8416	36.84612
3	50.6281	50.6245	50.6263

7 CONCLUSÃO

Primeiramente pode-se concluir que há influência do peso próprio nos valores de frequências naturais. Observa-se, tanto no caso da viga quanto da pá de uma turbina eólica, que quando estas estão sob carga de compressão, devido seu peso próprio, as frequências naturais são menores se comparadas às frequências obtidas sem considerar este efeito. E quando estas estão sob carga de tração, as frequências são maiores.

A influência de uma carga axial $P(x)$, utilizando o método de Galerkin, apresenta-se na forma de uma matriz de rigidez geométrica. Ela adiciona ou retira rigidez do sistema de acordo com a natureza de sua carga. No modelo de Blevins isto se dá por meio de um termo λ_i , que é função da carga e das condições de contorno, ponderando os valores das frequências naturais. Por fim, o modelo via elementos finitos adiciona este efeito através da realização de

uma análise estática anterior a análise modal, incluindo os efeitos da gravidade sobre a estrutura.

As três formas de solução apresentam baixas variações, com exceção da primeira frequência da viga sob tração no modelo de Blevins. Esta diferença pode ser atribuída à interpolação realizada para obter os valores de λ_1 , λ_2 e λ_3 .

Na Figura 4 pode-se observar o comportamento crescente das frequências. Em $\theta = 180^\circ$ há o registro da maior frequência, caso de tração pura, e em $\theta = 0^\circ$ há o registro da menor frequência, caso de compressão pura. Em $\theta = 90^\circ$, os valores das frequências naturais são exatamente os obtidos na simulação sem considerar o efeito do peso próprio, por não ter nenhuma carga axial atuando. Os valores intermediários são resultados de uma decomposição da força gravitacional em uma componente axial e uma componente transversal a viga. Nota-se que não há influência da componente transversal nos valores das frequências naturais. Na pá da turbina observa-se o mesmo comportamento.

As análises realizadas são do ponto de vista estático. Ao considerar a pá rotativa acrescerá a força centrífuga que possui natureza trativa. Como a componente axial devido ao peso próprio depende da posição da pá e a força centrífuga depende da rotação, a carga axial resultante será função do tempo, obtendo-se como resultado a equação de Mathieu.

REFERÊNCIAS

- Araújo, D. C., Morais, M. V. G., Avila, S. M., & Shzu, M. A. M. (2014). *Análise Modal de uma Pá de Turbina Modelada como Elemento de Viga utilizando a Plataforma Ansys*. Proceedings of the XXXV Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, ABMEC, Fortaleza, CE, Brazil, november 23-26, 2014.
- Avila, S. M., Shzu, M. A. M., Pereira, W. M., Santos, L. S., Morais, M. V. G., & Prado, Z. J. G. N. del (no prelo). *Numerical Modeling of the Dynamics Behavior of a Wind Turbine Tower*. Journal of Advances in Vibration Engineering (AVE).
- Bambill, D. V., Felix, D. H., Rossi, R. E., & Ratazzi, A. R. (2012). *Free Vibration Analysis of Centrifugally Stiffened Non Uniform Timoshenko Beams*. Mechanical Engineering, Dr. Murat Gokcek (Ed.).
- Blevins, R. D. (1984). *Formulas for Natural Frequency and Mode Shape*. Flórida: Krieger.
- Chung, J., & Yoo, H. H. (2002). *Dynamic Analysis of a Rotating Cantilever Beam by Using the Finite Element Method*. Journal of Sound and Vibration, vol. 249, pp. 147-164.
- Kang, N., Park, S. C., Park, J., & Atluri, A. N. (2014). *Dynamics of Flexible Tower-Blade and Rigid Nacelle System: Dynamic Instability due to their Interactions in Wind Turbine*. Journal of Vibration and Control, published online.

- Li, J., Chen, J., & Chen, X. (2011). *Dynamic Characteristics Analysis of the Offshore Wind Turbine Blades*. Journal of Marine Science and Application.
- Nunes, E. R. Jr. (2008). *Metodologia de Projeto de Turbinas Eólicas de Pequeno Porte* (Dissertação de Mestrado). UERJ, Rio de Janeiro, Brasil.
- Oliveira, F. A. L. de, Shzu, M. A. M., Araújo, D. C., & Morais, M. V. G. de (2014). *Influência de Cargas Axiais nos Valores de Frequências Naturais em um Modelo de Viga Engastada-Livre e em uma Pá de uma Turbina Eólica*. VI Encontro de Ciência e Tecnologia, UnB – FGA, DF, Brasil.
- Païdoussis, M. (2004). *Fluid Structure Interactions. Slender Structures and Axial Flow* (Vol.1). Londres: Elsevier Academic Press.
- Schubel, P. J., & Crossley, R. J. (2012). *Wind Turbine Blade Design*. Journal Energies 2012, vol. 5, pp. 2425-3449.
- Ramakrishnan, V., & Feeny, B. F. (2011). *In-Plane Nonlinear Dynamics of Wind Turbine Blades*. International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference, Washington, United State of America.
- Ruby, L. (1996). *Applications of the Mathieu Equation*. American Journal of Physics, vol. 64, pp. 39-44.
- Wright, A. D., Smith, C. E., Thresher, R. W., & Wang, J. L. C. (1982). *Vibration Modes of Centrifugally Stiffened Beams*. Journal of Applied Mechanics, vol. 49, pp. 197-202.