



INTELIGÊNCIA COMPUTACIONAL APLICADA AO CONTROLE DO AEDES AEGYPTI

Laura E. M. Santos

Carlos A. Silva

lauraesantos@hotmail.com

carlos.silva@ifmg.edu.br

Instituto Federal de Minas Gerais

Av. Serra da Piedade nº 299 - Morada da Serra, 34515-640, MG, Sabará, Brasil

Lillia S. Barsante

José L. A. Fernandes

lilliabarsante@gmail.com

acebal@dppg.cefetmg.br

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Av. Amazonas nº 7675 - Nova Gameleira, 30510-000, MG, Belo Horizonte, Brasil

Resumo. *O vetor *Aedes aegypti* é o principal responsável pela disseminação de diversas arboviroses como a dengue, a febre chikungunya e o zika vírus, cuja gravidade é variável. Atualmente não existe um método eficaz para erradicação destas arboviroses e controle deste vetor. Desta forma, buscamos minimizar o custo derivado da ação do controle químico e biológico em seu ciclo de vida, utilizamos o algoritmo de vaga-lume, uma técnica de inteligência computacional baseada em inteligência por enxames. Para verificar a eficiência de desempenho deste algoritmo analisamos variações de seus principais parâmetros: atratividade entre os vaga-lumes, absorção da luz pelo meio e aleatoriedade do movimento dos insetos. Os resultados encontrados pelo algoritmo de vaga-lume foram melhores do que os da literatura, o que em devidas proporções podem causar uma significativa redução de gastos no controle do vetor.*

Palavras-chave: *Aedes aegypti, Otimização, Algoritmo de vaga-lume*

1 INTRODUÇÃO

De acordo com o Ministério da Saúde até a 21^o semana epidemiológica de 2016 foram registrados no Brasil 1.294.583 casos de dengue, 122.762 casos de febre de chikungunya e 161.241 casos de zika vírus. Dentre as espécies de mosquitos do gênero *Aedes* cujas fêmeas podem servir como vetores destas arboviroses, no Brasil destacam-se o *Aedes aegypti* (Linnaeus, 1762) e o *Aedes albopictus* (Skuse, 1894). Ambos pertencem ao RAMO *Arthropoda* (pés articulados), CLASSE *Hexapoda* (três pares de patas), ORDEM *Diptera* (um par de asas anterior funcional e um par posterior transformado em halteres) e FAMÍLIA *Culicidae* (FUNASA, 2001).

Apesar dos investimentos e avanços nas pesquisas com vacinas, campanhas educativas, monitoramento e controle destes vetores, ainda não existe um método eficaz para erradicação destas arboviroses e controle e monitoramento do *Aedes aegypti*. O ciclo de vida completo destes mosquitos é composto pelas fases imatura e alada. A primeira fase contempla a população de ovos, larvas e pupas. A fase alada é representada pela população de mosquitos adultos machos e fêmeas. A dispersão geográfica destas populações ao longo de todo ano está relacionada a diversos fatores, como condições ambientais favoráveis, facilidade dos meios de transporte e inexistência de saneamento básico em determinadas regiões (Silva & Silva, 2000).

Buscando reduzir a população destes vetores à níveis aceitáveis no ambiente foi utilizado um algoritmo de inteligência por enxame, o algoritmo de vaga-lume (AV), para resolver o problema de controle ótimo que contempla um modelo de otimização com efeito da utilização do controle químico (inseticidas) e biológico (machos estéreis) em seu ciclo de vida. Este algoritmo baseia-se no comportamento dos vaga-lumes na natureza. Cada solução no algoritmo representa um vaga-lume e são levados em considerações três parâmetros básicos: atratividade entre os vaga-lumes, absorção da luz pelo meio e aleatoriedade do movimento dos insetos. O desempenho do AV foi baseado no resultado de 30 execuções para cada 125 variações destes três parâmetros, considerando um cenário específico.

Este trabalho está dividido da seguinte forma. Na seção 2 apresentamos o modelo de otimização que será a base da simulação para o algoritmo de vaga-lume. Na seção 3 apresentamos as principais características do algoritmo implementado, bem como o seu pseudocódigo. Na seção 4 serão apresentados os resultados computacionais das simulações do algoritmo, além de uma análise e discussão destes resultados. Por fim, concluímos o trabalho na seção 5.

2 MODELO

O modelo entomológico matemático computacional utilizado neste trabalho foi proposto por (Esteve & Yang, 2005). A população dos mosquitos *Aedes aegypti* é composta por aquática (ovos, larvas e pupas) $A(t)$, fêmeas imaturas $I(t)$, machos naturais $M(t)$, machos estéreis $S(t)$, fêmeas acasaladas férteis $F(t)$ e fêmeas acasaladas removidas $U(t)$. O diagrama compartimental que representa o ciclo entomológico destes mosquitos está ilustrado na Fig. 1.

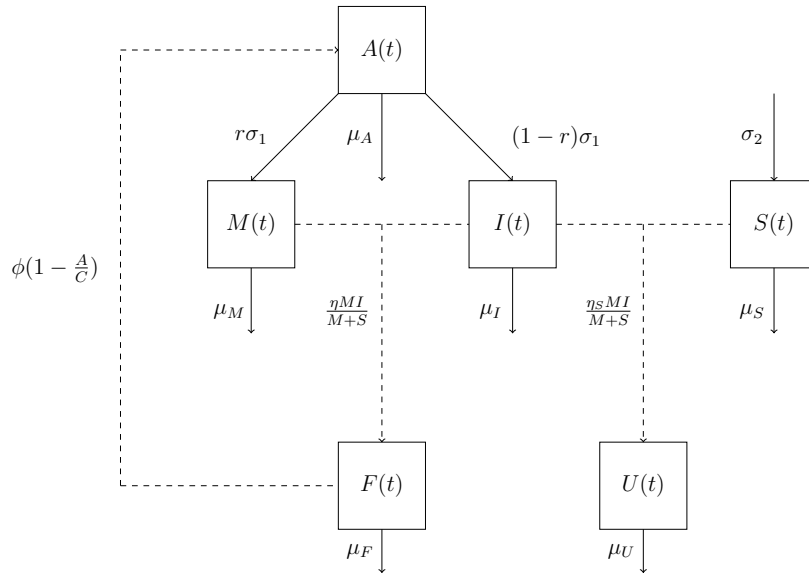


Figura 1: Diagrama ilustrando a dinâmica das populações do ciclo de vida do *Aedes aegypti* com 6 compartimentos: aquática (ovos + larvas + pupas) $A(t)$, fêmeas acasaladas férteis $F(t)$ e fêmeas acasaladas removidas $U(t)$, machos naturais $M(t)$, machos estéreis $S(t)$ e fêmeas imaturas $I(t)$. O parâmetro σ_1 representa a taxa de desenvolvimento do mosquito da fase imatura para fase alada; ϕ a taxa de oviposição; C a capacidade do meio; η a taxa de acasalamento entre machos naturais e fêmeas imaturas; η_S a taxa de acasalamentos entre machos estéreis e fêmeas imaturas; r é a porção da fase imatura que transforma em fêmea imatura; σ_2 taxa de inserção de machos estéreis; μ a taxa de mortalidade natural em cada compartimento.

O sistema de equações diferenciais não-lineares que representa a dinâmica do ciclo de vida do *Aedes aegypti* é descrito por:

$$\begin{cases} \dot{A} &= \phi \left(1 - \frac{A}{C}\right) F - (\sigma_1 + \mu_A) A \\ \dot{I} &= r\sigma_1 A - \left(\frac{(\eta + \eta_S)M}{M+S} + \mu_I\right) I \\ \dot{F} &= \frac{\eta MI}{M+S} - \mu_F F \\ \dot{U} &= \frac{\eta_S SI}{M+S} - \mu_U U \\ \dot{M} &= (1-r)\sigma_1 A - \mu_M M \\ \dot{S} &= \sigma_2 - \mu_S S \end{cases} \quad (1)$$

Biologicamente não faz sentido dizer que as populações do modelo (1) são negativas, portanto, $\Gamma = \{(A, M, I, F, U, S) : A, M, I, F, U, S \geq 0 \text{ e } 0 \leq A \leq C\}$.

A população de machos estéreis é introduzida de forma externa no meio ambiente a uma taxa constante σ_2 . A população de fêmeas acasaladas removidas está desacoplada deste sistema, uma vez que seus ovos não são viáveis para dar continuidade ao ciclo de vida natural do *Aedes aegypti*.

A dinâmica do modelo (1) utilizando controle ótimo foi abordada em Thomé (2007), onde as variáveis de decisão do problema de controle ótimo são representadas pelo controle químico (aplicação de inseticidas) $u_1(t)$ e controle biológico (inserção de machos estéreis) $u_2(t)$. O diagrama compartimental que representa este controle na fase alada destes mosquitos está ilustrado na Fig. 2.

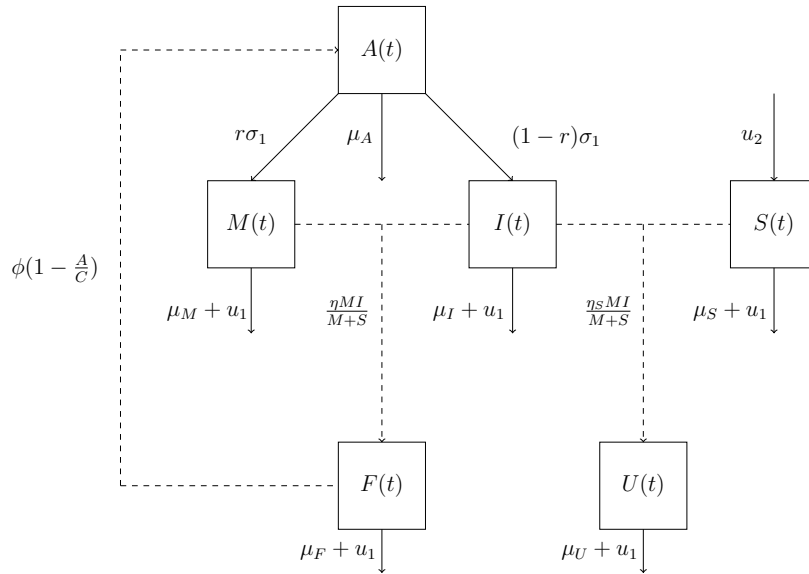


Figura 2: Diagrama ilustrando a dinâmica das populações do ciclo de vida do *Aedes aegypti* com 6 compartimentos: aquática (ovos + larvas + pupas) $A(t)$, fêmeas imaturas $I(t)$, machos naturais $M(t)$, machos estéreis $S(t)$, fêmeas acasaladas férteis $F(t)$ e fêmeas acasaladas removidas $U(t)$ com inserção de controle químico (inseticidas) u_1 e de controle biológico (machos estéreis) u_2 na dinâmica da população alada do *Aedes aegypti*.

O sistema de equações diferenciais não-lineares que representa a dinâmica utilizando controle ótimo é dado por:

$$\begin{cases} \dot{A} &= \phi \left(1 - \frac{A}{C}\right) F - (\sigma_1 + \mu_A) A \\ \dot{I} &= r\sigma_1 A - \left(\frac{(\eta + \eta_S)M}{M+S} + \mu_I + u_1\right) I \\ \dot{F} &= \frac{\eta MI}{M+S} - (\mu_F + u_1) F \\ \dot{U} &= \frac{\eta_S SI}{M+S} - (\mu_U + u_1) U \\ \dot{M} &= (1-r)\sigma_1 A - (\mu_M + u_1) M \\ \dot{S} &= u_2 - (\mu_S + u_1) S \end{cases} \quad (2)$$

3 ALGORITMO DE VAGA-LUMES

O algoritmo de vaga-lume (AV) proposto por Yang (2008) é baseado no comportamento social dos vaga-lumes e seu funcionamento segue as propriedades:

- Todos os vaga-lumes são unissexuais, ou seja, qualquer vaga-lume pode ser atraído por outro.
- A atratividade é proporcional ao seu brilho, e para quaisquer dois vaga-lumes, o menos brilhante será atraído pelo mais brilhante.
- A intensidade luminosidade do brilho é inversamente proporcional à distância entre os vaga-lumes.

- Se não houver brilho, então o vaga-lume move-se aleatoriamente.
- A luminosidade de um vaga-lume é determinada pela função objetivo.

De acordo com Yang (2008), o movimento de um vaga-lume i atraído por um outro vaga-lume j de maior brilho é determinado por:

$$x_i^{t+1} = x_i^t + \beta_0 e^{-\gamma r_{ij}^2} (x_j^t - x_i^t) + \alpha_k \epsilon_i^t, \quad (3)$$

em que β_0 é a atratividade na distância $r = 0$, e o segundo termo é devido à atração. O terceiro termo é a aleatoriedade, sendo $\alpha \in [0, 1]$ o parâmetro de aleatoriedade e ϵ_i são variáveis aleatórias i.i.d., r_{ij} é a distância entre os vaga-lumes x_i e x_j .

A descrição do Algoritmo 1 segue de Couto et al. (2015) o qual foi base para a implementação do método aplicado ao problema deste trabalho.

Algoritmo 1: ALGORITMO DE VAGA-LUME

Entrada: $n, MaxGen, \beta, \alpha, \gamma$ { número de vaga-lumes, número máximo de gerações, parâmetros de atratividade, aleatoriedade e absorção de luz }

Saída: g^* { melhor solução obtida pelos vaga-lumes }

início

Calcula função objetivo $f(x)$ para $x = (x_1, \dots, x_d)^T$

Gera população inicial de vaga-lumes $x^i, i = 1, 2, \dots, n$

Defina a intensidade de luz como: $I_i = f(x^i)$

enquanto $gerações \leq MaxGen$ **faça**

para todos os vaga-lumes x_i e x_j **faça**

se $I_i < I_j$ **então**

 | Mova o vaga-lume x_i para o x_j de acordo com Eq. (3)

fim

 Varia a atratividade com a distância r via $e^{-\gamma r^2}$

 Calcula novas soluções e atualiza a intensidade luminosa

fim

 Ordena os vaga-lumes e encontra a melhor solução g^*

fim

fim

retorna g^*

A eficiência desta metaheurística bio-inspirada, de acordo com Yang & He (2013), se dá pela subdivisão automática do método e a capacidade de tratar a existência de várias soluções, permitindo que os vaga-lumes possam encontrá-las simultaneamente. Além disso, os parâmetros do algoritmo podem ser ajustados para controlar a aleatoriedade de modo a acelerar a convergência do método.

4 SIMULAÇÃO

Para analisar a minimização do custo da utilização do controle químico $u_1(t)$ e controle biológico $u_2(t)$ no ciclo de vida do *Aedes aegypti*, utilizamos o funcional (4) descrito por Thomé (2007):

$$\begin{aligned}
 \text{Minimizar: } J[u_1, u_2] &= \frac{1}{2} \int_0^T (c_1 u_1^2 + c_2 u_2^2 + c_3 F^2 - c_4 S^2) dt & (4) \\
 \text{sujeito a: } & \text{modelo (2)} \\
 & u_1 > 0 \\
 & u_2 > 0 \\
 A(0) &= \frac{C(R-1)}{R} \\
 I(0) &= \frac{r\sigma_1 A(0)}{(\mu_I + \eta)} \\
 F(0) &= \frac{CA(0)(\sigma_1 + \mu_A)}{\phi(C - A(0))} \\
 M(0) &= \frac{(1-r)\sigma_1 A(0)}{\mu_M} \\
 S(0) &= 0 \\
 R &= \frac{\phi r \sigma_1 \beta}{(\sigma_1 + \mu_A)(\eta + \mu_I)\mu_F}
 \end{aligned}$$

No problema (4) a variável c_1 representa o peso relativo ao custo com inseticidas, c_2 representa o peso relativo ao custo com a produção e liberação de mosquitos estéreis, c_3 representa o peso relativo ao custo social provocado pelas fêmeas fertilizadas e c_4 representa o peso relativo ao custo com a preservação de mosquitos estéreis.

A Tabela 1 ilustra os parâmetros em ($dias^{-1}$) utilizados nas simulações do modelo (1). Adotamos $r = 0.5$.

Tabela 1: Descrição e valor dos parâmetros adotados no modelo (1). Fonte: (Thomé, 2007)

Parâmetro	Descrição	Valor
C	Capacidade do meio	13
σ_1	Taxa de desenvolvimento do mosquito da fase imatura para fase alada	0.07
ϕ	Taxa de oviposição	0.5
η_S	Taxa de acasalamentos entre machos estéreis e fêmeas imaturas	0.7
η	Taxa de acasalamento entre machos naturais e fêmeas imaturas	1
μ_S	Taxa de mortalidade natural da população de machos estéreis	0.1
μ_A	Taxa de mortalidade natural da população aquática	0.05
μ_I	Taxa de mortalidade natural da população de fêmeas imaturas	0.05
μ_F	Taxa de mortalidade natural da população de fêmeas acasaladas férteis	0.05
μ_M	Taxa de mortalidade natural da população de machos naturais	0.1

Considerando o cenário com $c_1 = 1$, $c_2 = 10$, $c_3 = 100$ e $c_4 = 1$, ou seja, custo barato com inseticida e com preservação de machos estéreis; custo elevado com número de fêmeas fertilizadas e produção cara de machos estéreis e no horizonte de 120 dias, Thomé (2007) encontrou o funcional relativo a cada variável de controle através do Princípio do Máximo de Pontryagin. Por considerar inviável a estratégia ótima de liberar mosquitos estéreis ao longo do tempo, Thomé (2007) propõe uma ação de controle alternativa, considerando as variáveis de decisão do problema $u_1(t)$ e $u_2(t)$ constantes no tempo. Para isso, foi utilizada a regra de Simpson para calcular a área abaixo dos funcionais relativos as variáveis de decisão do problema $u_1(t)$ e $u_2(t)$ resultando em $u = [0.0931 \ 0.0156]$ e $J(u) = 41386.1685$.

Nos trabalhos de (Barsante et al., 2011) e (Xavier, 2012) propõem-se por meio de mecanismo de otimização mono-objetivo minimizar o funcional (4). Ambos os trabalhos utilizaram Algoritmo Genético Real Polarizado (AGRP) para resolver numericamente este funcional considerando o cenário com $c_1 = 1$, $c_2 = 10$, $c_3 = 100$ e $c_4 = 1$, horizonte de 120 dias, $[0 \ 0.1]$ e $[0 \ 0.02]$ como o domínio das variáveis de decisão $u_1(t)$ e $u_2(t)$, respectivamente; taxa de crossover de 90% e taxa de mutação de 5%. No trabalho de (Barsante et al., 2011) foi considerado 1000 como número máximo da população; 750 como número máximo de gerações de uma população e após 30 execuções do AGRP o valor mínimo da variável de decisão é dado por $u = [0.0991 \ 0.00015]$ e $J(u) = 25615.0100$. No trabalho de (Xavier, 2012) foi considerado 500 como número máximo da população; 500 como número máximo de gerações de uma população e após 30 execuções do AGRP o valor mínimo da variável de decisão é dado por $u = [0.0999 \ 0.00015]$ e $J(u) = 25456.9270$.

Neste trabalho utilizamos o AV para minimizar o funcional (4). Assim como nos trabalhos de (Barsante et al., 2011) e (Xavier, 2012) variáveis de decisão do problema de controle $u_1(t)$ e $u_2(t)$ geradas no AV foram consideradas constantes no horizonte de estudo. Para as simulações computacionais foi utilizado o *software* MatLab®R2009a, 64-bits, versão 7.8.0.347, executado em sistema operacional Windows 10 de 64 bits, na arquitetura de processador Intel®Core™ i5-4200M CPU 2.50GHz com memória de 4 GB. Foram realizadas 30 simulações do AV com a configuração de 100 número de vaga-lumes e 250 como número máximo de gerações. Para verificar a performance do AV foram considerados 125 variações dos parâmetros de aleatoriedade (α), de atratividade (β) e de absorção da luz pelo meio (γ) conforme apresentado na Tab. 2.

Tabela 2: Configurações dos parâmetros α, β e γ

Parâmetros	Configurações				
α	0	0.25	0.50	0.75	1.00
β	0	0.25	0.50	0.75	1.00
γ	0	0.25	0.50	0.75	1.00

Esta divisão das configurações representa casos extremos, bem como medianos e intermediários dos valores dos parâmetros. Nas figuras 3, 4 e 5 analisamos o comportamento das médias das soluções de acordo com a variação principal dos parâmetros do AV.

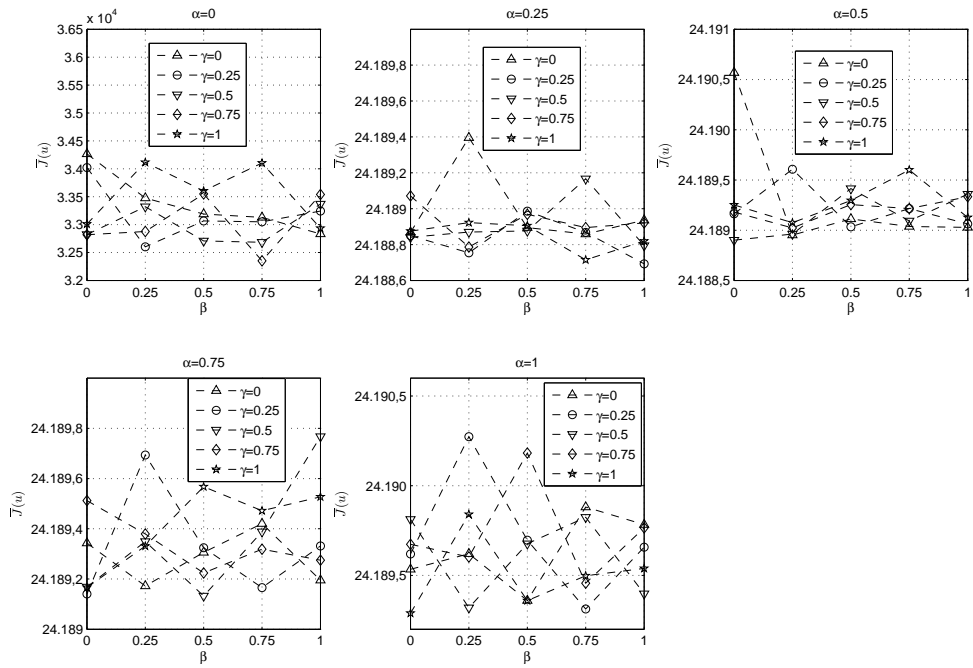


Figura 3: Comportamento das médias de $J(u)$ de acordo com a variação principal do parâmetro de aleatoriedade α .

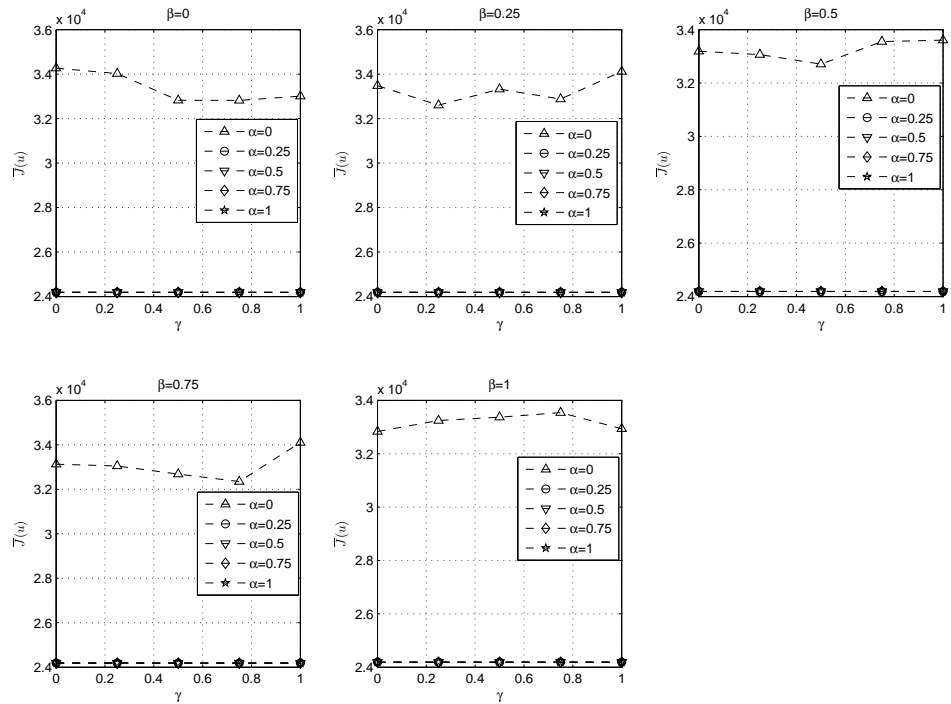


Figura 4: Comportamento das médias de $J(u)$ de acordo com a variação principal do parâmetro de atratividade β .

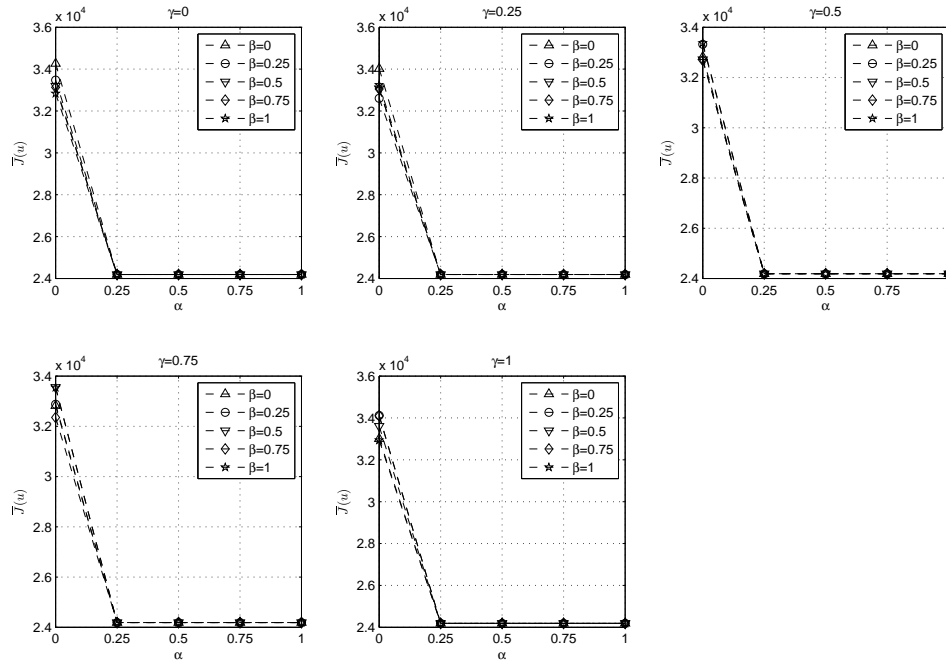


Figura 5: Comportamento das médias de $J(u)$ de acordo com a variação principal do parâmetro de absorção de luz γ .

Na Figura 3 percebemos que no cenário de ausência de aleatoriedade ($\alpha = 0$) é onde se encontram as soluções que apresentaram os maiores valores de J dentre os simulados. Para um comportamento com alto grau de dispersão dos vaga-lumes, ou seja, com alto grau de aleatoriedade ($\alpha = 1$), percebe-se um desvio médio das soluções maior do que as das soluções com grau de aleatoriedade intermediária ($\alpha = 0.25; 0.5$ e 0.75). Portanto, um grau de aleatoriedade razoável seria um grau mediano ou pouco abaixo da média, pois apresentam menos dispersão e menores valores, como é o caso do $\alpha = 0.25$.

A Figura 4 ilustra que o comportamento das médias das soluções não apresentaram grande impacto na resolução do problema, com exceção da configuração que associa uma ausência de aleatoriedade. Nestes casos, a solução do algoritmo distanciou consideravelmente das melhores soluções obtidas pelo método. Nos casos extremos de atratividade, $\beta = 0$ e $\beta = 1$, a solução apresentou comportamento descendente e ascendente respectivamente, com exceção do cenário de total absorção da luz ($\gamma = 1$).

Na Figura 5 verificou-se que a variação principal do parâmetro de absorção da luz pelo meio não apresentou um impacto significativo na obtenção da solução $J(u)$.

Após as 30 execuções em cada uma das 125 combinações de (α, β, γ) do AV, na média o algoritmo foi capaz de superar o resultado apresentado por (Thomé, 2007). E em praticamente todas as configurações dos parâmetros, exceto quando $\alpha = 0$, o AV superou os resultados de (Barsante et al., 2011) e (Xavier, 2012). O valor mínimo da variável de decisão é dado por $u = [0.1 \ 0.00015520121]$ e $J(u) = 24188.4628$, correspondendo a combinação $(0.25, 0.5, 1)$. Este valor de $J(u)$ foi aproximadamente 41.55% menor que o encontrado por Thomé (2007), aproximadamente 5.57% menor que o encontrado por Barsante et al. (2011) e aproximadamente

4.98% menor que o encontrado por Xavier (2012). Este fato evidencia uma melhor performance do AV em relação aos resultados encontrados por estes autores.

As figuras 6-10 ilustram a evolução das populações do sistema (2) considerando o valor mínimo da variável de decisão simulada pelo AV e os da literatura no horizonte de 120 dias. O comportamento das populações aquáticas, fêmeas imaturas, fêmeas fertilizadas, machos naturais e machos estéreis produzida pelo AV foram similares aos encontrados por Barsante et al. (2011) e Xavier (2012). Apesar do número de indivíduos em cada população do sistema (2) geradas por Thomé (2007) ser menor a partir de um certo instante de tempo, verifica-se pela Fig.10 que esta inferioridade pode estar ligada a grande quantidade de machos estéreis, o que representa um custo significativamente elevado em relação aos outros autores.

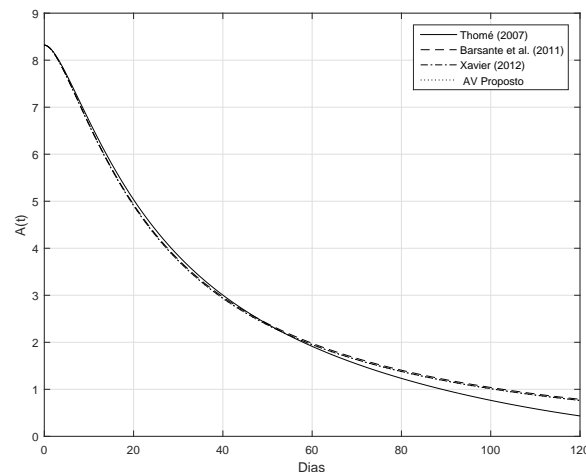


Figura 6: Evolução da população Aquática do modelo (2) no horizonte de estudo.

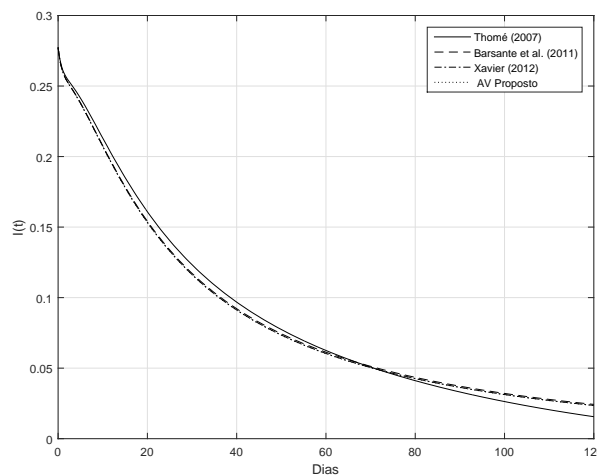


Figura 7: Evolução da população de Fêmeas Imaturas do modelo (2) no horizonte de estudo.

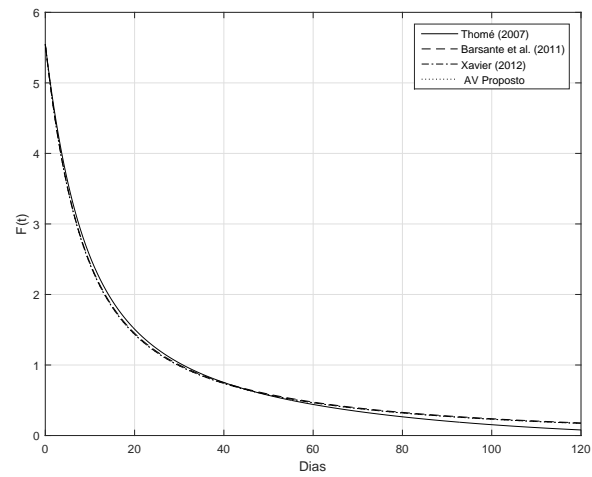


Figura 8: Evolução da população de Fêmeas Fertilizadas do modelo (2) no horizonte de estudo.

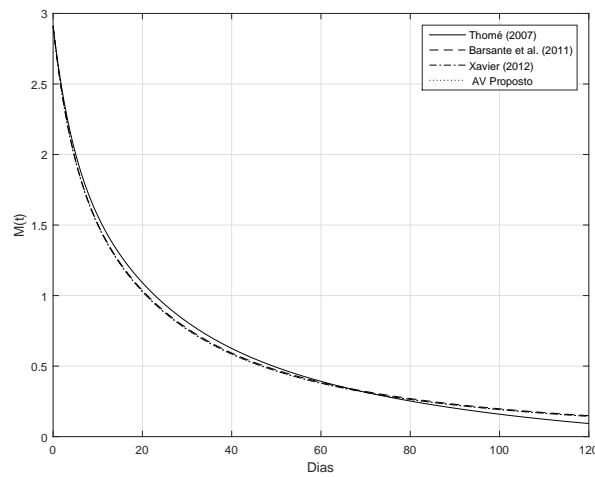


Figura 9: Evolução da população de Machos Naturais do modelo (2) no horizonte de estudo.

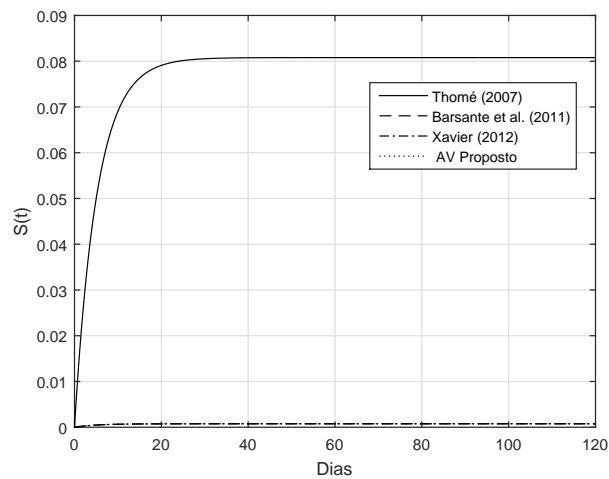


Figura 10: Evolução da população de Machos Estéreis do modelo (2) no horizonte de estudo.

5 CONCLUSÃO

Neste trabalho buscamos minimizar o funcional proposto por Thome (2007) que representa o custo relativo ao controle químico e biológico realizado sob o ciclo de vida do *Aedes aegypti*. A minimização deste custo pode reduzir significativamente os custos da gestão pública no controle e monitoramento deste vetor. Para resolver o problema proposto utilizamos o algoritmo de vaga-lume, um algoritmo baseado em inteligência de enxame e que apresenta três parâmetros principais: aleatoriedade (α), atratividade (β) e absorção de luz (γ). Cada parâmetro variou entre 0 e 1 de tal forma que pudéssemos classificá-los com faixas de intensidade baixa (0), médio-baixa (0.25), média (0.5), média-alta (0.75) e alta (1). Foram feitas simulações com 125 configurações dos parâmetros α , β e γ , sendo que algoritmo proposto foi capaz de superar os resultados da literatura em praticamente todas as configurações dos parâmetros do algoritmo, exceto quando a aleatoriedade apresenta baixa intensidade. O mínimo obtido pelo AV é dado pela configuração de parâmetro de média-baixa aleatoriedade, média atratividade e alta absorção de luz. Neste valor, o AV lançou a quantidade máxima de inseticida e pouca quantidade de machos estéreis no ambiente, refletindo assim em um menor valor para o funcional estudado.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao Instituto Federal de Minas Gerais - campus Sabará pelo apoio despendido ao desenvolvimento deste trabalho.

REFERÊNCIAS

- Barsante, L. S., Cardoso, R. T. N. e Acebal, J. L., 2011. Otimizando custos no combate da dengue através de algoritmos genéticos. *X Simpósio Brasileiro de Automática*.
- Couto, D. C. F. ; Barsante, L. S. ; Silva, C, A., 2015. Otimização de funções multimodais via técnica de inteligência computacional baseada em Colônia de Vaga-lumes. *In: XXXVI Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, RJ, Brasil*.
- Esteva, L., Yang, H. M., 2005. Mathematical Model to Asses the Control of *Aedes aegypti* Mosquitoes by the Sterile Insect Technique. *Mathematical Bioscience*, v. 198, pp. 132-147.
- FUNASA - Fundação Nacional de Saúde, 2001. *Dengue: Instruções para pessoal de combate ao vetor*. Rev. ed. Brasília, DF, Brasil.
- Silva, H. H. G. e Silva, I. G., 2000. Estudo do ciclo evolutivo do *Aedes aegypti* (linnaeus,1762) (Diptera: Culicidae) a partir de ovos com quatro meses de estocagem em laboratório. *Rev. Pat. Trop.*, 29(1), pp. 95–100.
- Thomé, R. C. A., 2007. *Controle ótimo aplicado na estratégia de combate ao Aedes aegypti utilizando inseticida e mosquitos estéreis*. Tese do Programa de Pós-Graduação: Doutorado em Matemática Aplicada — Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, Campinas, SP, Brasil.
- Yang, X. S., 2008. *Nature-Inspired Metaheuristic Algorithms*. Addison-Wesley, Luniver Press, UK.
- Yang, X. S., He, X., 2013. Firefly algorithm: recent advances and applications. *International Journal of Swarm Intelligence*, 1(1), pp.36-50.

Xavier, G. A., 2012. *Otimização multiobjetivo no controle integrado do vetor da dengue*. Dissertação do Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional — Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - CEFET-MG, Belo Horizonte, MG, Brasil.