REVISTA INTERDISCIPLINAR DE PESQUISA EM ENGENHARIA

CILAMCE 2016

XXXVII IBERIAN LATIN AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING
BRASÍLIA - DF - BRAZIL

OTIMIZAÇÃO DE FORMA UTILIZANDO UM MODELO DE TRELIÇA

Elton Santos Cardoso

Marcelo Araujo da Silva

elton.cardoso@aluno.ufabc.edu.br

marcelo.araujo@ufabc.edu.br

Universidade Federal do ABC

Rua Arcturus, 03 (Jd Antares) – Edifício Delta – Sala 386, CEP: 09606-070, São Bernardo do Campo-SP., Brazil

Reyolando M.L.R.F. Brasil

reyolando.brasil@ufabc.edu.br

Universidade Federal do ABC

Resumo. *O presente trabalho buscará estudar e implementar computacionalmente a otimização de forma de estruturas formadas por chapas metálicas submetidas aos carregamentos externos que foram projetadas para suportar. Para tanto o domínio da estrutura será discretizado em nós e para cada nó do domínio serão lançadas barras de treliça que atingirão todos os outros nós do domínio sem sobreposição de barras. Será definido um critério de eliminação de barras de treliças (filtro) que eliminará em cada iteração uma determinada quantidade de barras até que se chegue a uma configuração que não seja mais possível a eliminação das barras. Esta configuração final será a chapa otimizada em sua forma utilizando-se as barras de treliça. Serão utilizados conceitos de elementos finitos de treliça e de otimização estrutural.*

Palavras-chave: *Otimização de Forma, Treliças, Método dos Elementos Finitos, Estruturas Aeroespaciais*

1 INTRODUÇÃO

A otimização é um assunto extremamente relevante, pois trata, dentre outras abordagens, da melhoria da forma e custo das estruturas. Neste trabalho, o exemplo a ser analisado inclui o projeto ótimo de uma estrutura, usual na prática da Engenharia Aeroespacial, submetida a um carregamento estático. Uma ênfase especial será dada à área de chapas metálicas, onde pretende-se realizar o projeto ótimo de forma utilizando um modelo de treliça.

Trata-se de um assunto na fronteira atual na área de aplicação de Métodos Numéricos à Engenharia de Estruturas. Para resolver problemas de otimização estrutural é necessário se dispor de um grande número de Métodos Numéricos, tais como o Método dos Elementos Finitos (MEF) e Técnicas de Otimização, que serão as ferramentas a serem abordadas ao longo desse trabalho.

No trabalho de Harasaki e Arora (2001) foi tratado o problema de otimização de forma utilizando-se o conceito de carga transferida ao longo da estrutura. Os diagramas de esforços internos da estrutura mostram quais elementos estão realmente trabalhando para transferir as cargas aplicadas para os apoios. Elementos que não transferiam cargas eram extraídos do sistema e então o sistema era rodado novamente até se atingir uma forma ótima. No presente trabalho, os autores adotaram um procedimento semelhante, entretanto uma placa analisada foi substituída por barras de treliças e as barras com menores valores de forças axiais foram extraídas do domínio. A configuração final de barras obtidas é o projeto de forma ótimo.

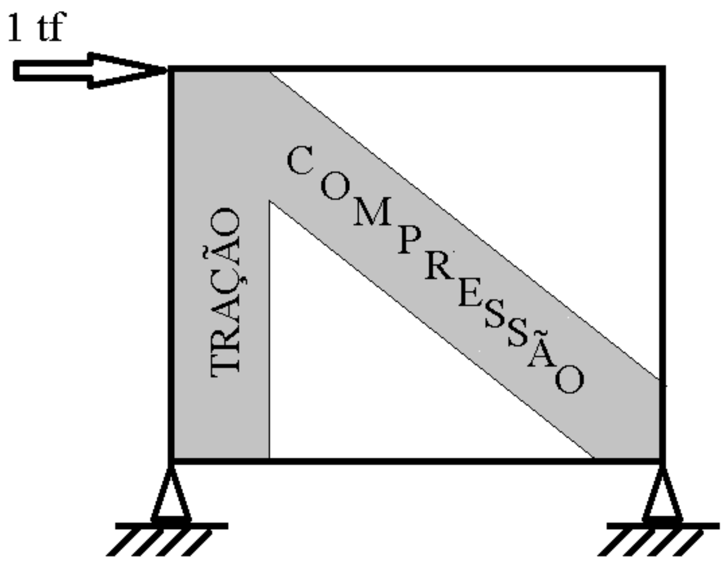

Figura 1 – Chapa metálica a ser otimizada

Para resolver os problemas discutidos aqui foram adotados procedimentos descritos na ABNT (2008). No caso da otimização topológica foi adotado um procedimento proposto pelos autores. Demais conceitos de otimização foram baseados nos trabalhos de Chahande e Arora (1994) e Arora (2012). O presente trabalho apresenta os relatórios iniciais de um projeto de pesquisa em andamento.

2 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Treliças são estruturas constituídas por nós que são ligados através de barras, nesse tipo de estrutura as forças desenvolvidas são de tração e compressão, onde as forças externas são aplicadas nos respectivos nós. As treliças planas são geralmente compostas por estruturas triangulares, o que lhes transfere alta estabilidade quando submetidas aos carregamentos externos, sendo assim, seu uso é muito amplo.

Neste trabalho, uma placa retangular com uma carga unitária aplicada em seu canto superior esquerdo será analisada e definida a treliça que representa sua forma ótima. A placa em questão é mostrada na Figura 1. Observa-se nesta figura que teremos uma região submetida à compressão e uma outra submetida a tração. Intuitivamente esta será a forma que deverá apresentar a treliça obtida no projeto ótimo seguindo o procedimento aqui definido.

3 ANÁLISE NUMÉRICA

A partir da placa mostrada na Figura 1 será lançada uma treliça cobrindo o seu domínio e respeitando as condições de contorno que são os deslocamentos restritos nos apoios e a carga aplicada. Serão definidos nós ao longo do domínio e lançadas barras de cada um dos nós em direção aos nós subsequentes. No procedimento aqui adotado não haverá barras sobrepostas. Uma vez realizada a discretização, obter-se-á o sistema de equações:

$$\boldsymbol{Ku} = \boldsymbol{f} \tag{1}$$

onde $\boldsymbol{K}$ é a matriz de rigidez, $\boldsymbol{u}$ e $\boldsymbol{f}$ são respectivamente os vetores deslocamento e força externa. Uma vez obtidos os deslocamentos $\boldsymbol{u}$, calcula-se as deformações, tensões, esforços internos e reações de apoio.

3.1 Procedimento de otimização topológica

O procedimento proposto aqui é resolver o sistema dado pela Eq. (1) e extrair nr barras, que apresentam os menores valores de força axial (em valor absoluto). Então rodar o sistema remanescente novamente e repetir o processo de se extrair as barras com os menores valores de forças axiais até que o sistema se torne instável. Os elementos finitos aqui utilizados são de dois nós e nas barras com nós intermediários estes nós serão ignorados. Dado um número de barras ne, inicialmente é calculado

$$nr = \text{int}(ne/10) + 1. \tag{2}$$

nr é o número de barras que devem ser extraídas no início do processo de otimização. Se num dado passo do processo iterativo o sistema se torna instável com um número de elementos extraídos $j < nr$, toma-se $nr = j$ -1. O sistema será considerado instável quando

$$d_j = \mathrm{Det}(\boldsymbol{K}_j) = 0. \quad (3)$$

onde $\boldsymbol{K}_j$ é a matriz de rigidez no passo j com o corrente número de barras. Adota-se todas as barras com a mesma área A.

O problema de otimização topológica é resumido no procedimento:

Passo 0 – Faça $k = 0$, $ne(k) = ne$, $nr(k) = \mathrm{int}(ne/10) + 1$;

Passo 1 – Compute as forças axiais N_i nas barras para todas as k barras;

Passo 2 – Classifique N_i em ordem crescente; considere que a ordem crescente seja dada como $j = 1, \ldots, ne(k)$;

Passo 4 – Para $j = 1$ a $nr(k)$, compute $dj(k)$; se $dj(k) \neq 0$ extraia o $j^{\text{ésimo}}$ elemento; senão não extraia o $j^{\text{ésimo}}$ elemento, faça $nr(k) = j - 1$; vá ao Passo 5;

Passo 5 – Se $nr(k) = 0$ pare o processo, senão faça $k = k + 1$, $ne(k) = ne(k\text{-}1) - nr(k\text{-}1)$ e vá ao Passo 1.

O domínio final obtido neste processo é a forma otimizada da treliça a ser adotada no método proposto. Observe que o valor inicial de *nr* é dado pela Eq. (2). Diferentes regras podem ser adotadas para nr, inclusive a definição de uma boa regra é um dos objetivos da presente pesquisa. No Passo 4 é importante checar a singularidade da matriz $\boldsymbol{K}_j$, não necessariamente pelo determinante.

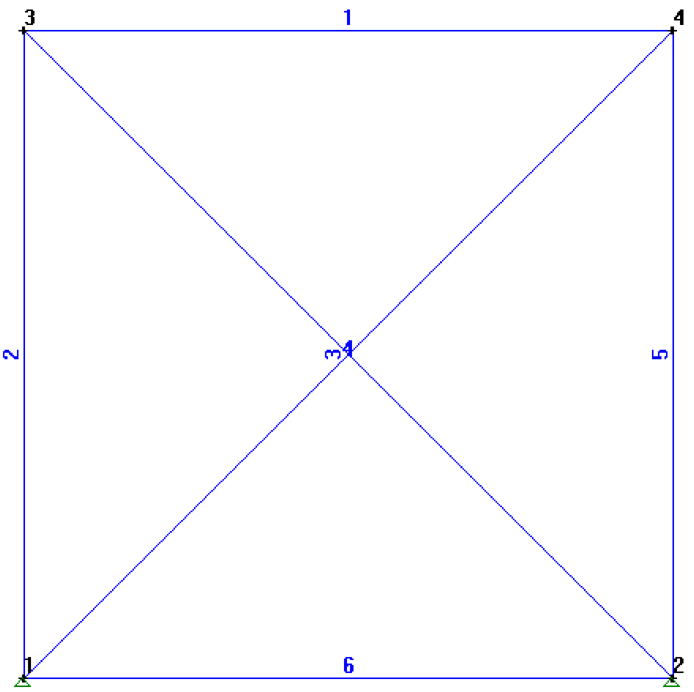

Figura 2 – Primeira discretização adotada para a treliça

3.2 Exemplo analisado

Uma primeira discretização, bem "simples", é mostrada na Figura 2. Neste caso tem-se 4 nós e 6 barras, onde consequentemente *nr* = 1.

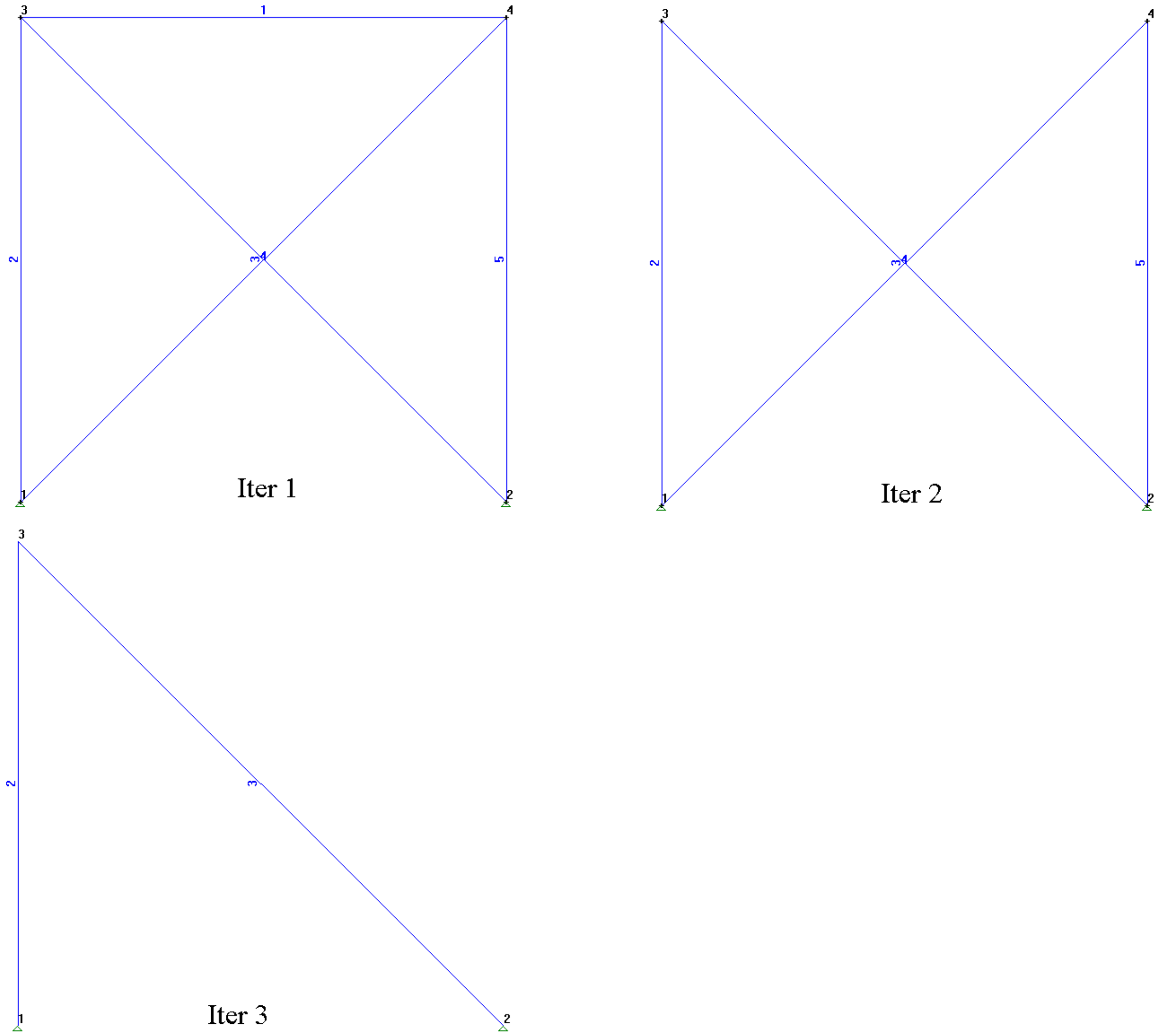

Figura 3 – Evolução do processo de otimização

Barras com valores nulos de força axial também devem ser removidas do processo, é o que acontece da iteração 2 para a iteração 3 onde as barras 4 e 5 foram removidas na mesma iteração. A configuração de barras mostrada na iteração 3 é a forma ótima obtida para a treliça, o que bate com a parte hachurada da Figura 1.

Aumentando-se o número de nós para 9 e de barras para 24, obteve-se a discretização mostrada na Figura 4. Neste caso obteve-se *nr* = 3. Observa-se na Figura 5 que a solução ótima, mesmo aumentando o número de barras, convergiu para a mesma solução já mostrada na Figura 3. Outras discretizações mais refinadas (com nós igualmente espaçados) foram adotadas e todas convergiram para o mesmo resultado das Figuras 3 e 5.

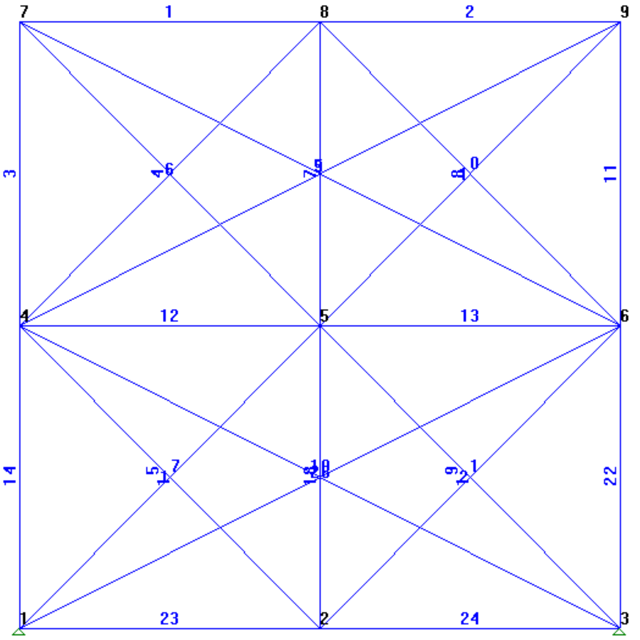

Figura 4 – Segunda discretização adotada para a treliça

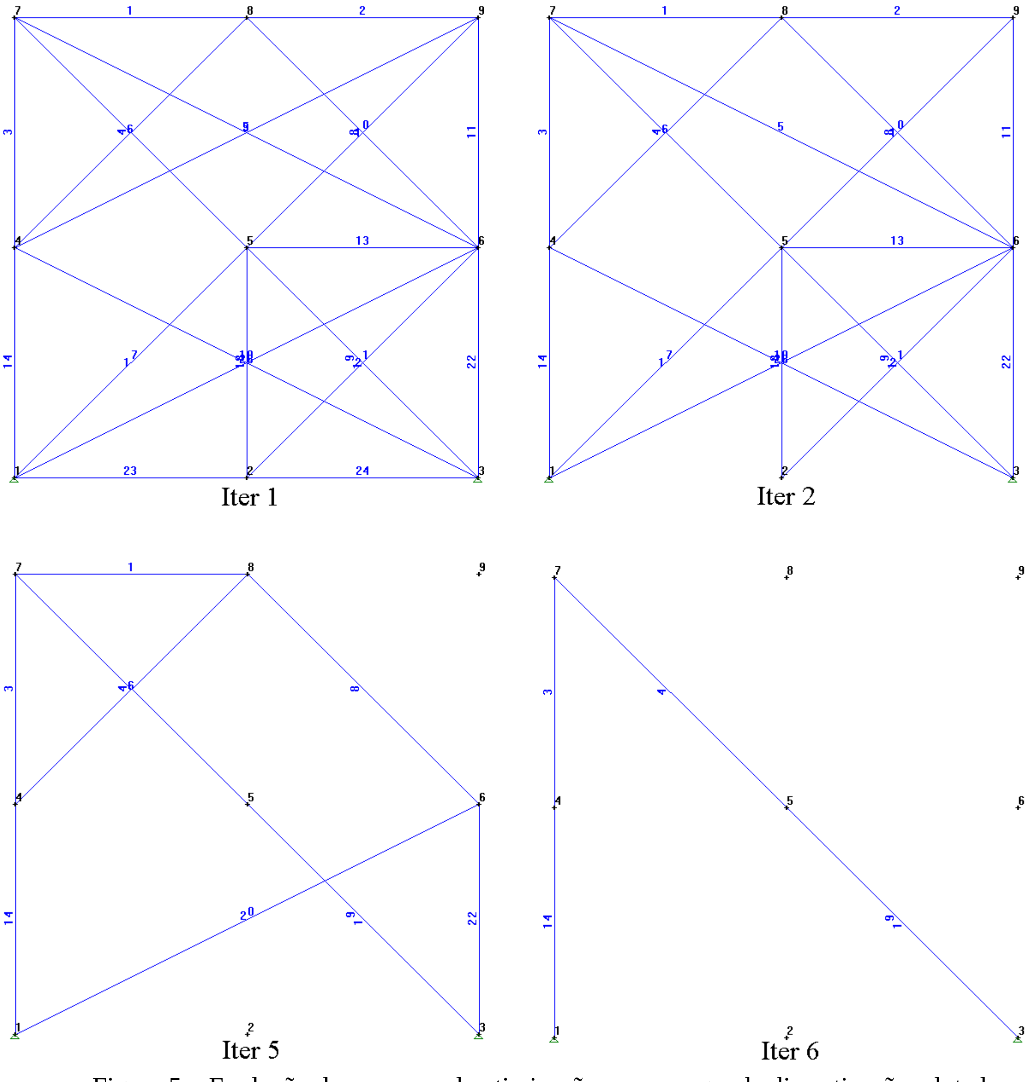

Figura 5 – Evolução do processo de otimização para a segunda discretização adotada

Observou-se nos estudos realizados até agora que o método é bastante sensível à regra adotada para o cálculo de *nr*.

4 CONCLUSÕES

Foi apresentado um método para realizar a otimização topológica de uma placa metálica utilizando-se o conceito de treliças. A estrutura foi discretizada utilizando-se o método dos elementos finitos. A otimização da forma consistiu em analisar as barras menos carregadas e extraí-las do modelo, repetindo-se o processo até que se obtivesse a forma de treliça ótima para o problema. O critério de parada adotado foi quando a estrutura se tornasse instável o processo cessaria. O método se mostrou bastante sensível à regra de definição do número de elementos a ser extraído em cada iteração. Foram adotadas duas discretizações diferentes para um mesmo problema e ambas discretizações convergiram para um mesmo domínio final. Como sugestão para futuros trabalhos fica o estudo de diferentes regras para o número de barras a ser extraída em cada iteração e a análise de diferentes pontos de aplicação de cargas externas na estrutura.

REFERÊNCIAS

ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas, (2003), Ações e segurança nas estruturas - NBR 8681.

ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas, (2008), Projeto de estrutura de aço e de estrutura mista de aço e concreto de edifícios - NBR 8800.

Arora, J. S., (2012), Introduction to Optimum Design, Third Edition, Elsevier Inc..

Brasil, R. M. L. R. F. e Silva, M. A., (2006). RC Large Displacements: Optimization Applied To Experimental Results, Computer and Structures 84 (2006), Elsevier, pp. 1164-1171.

Chahande, A. I. e Arora, J. S., (1994). Optimization of large structures subjected to dynamic loads with the multiplier method, International Journal For Numerical Methods in Engineering, 37, pp. 413-430.

Harasaki, H. e Arora, J. S., 2001, New concepts of transferred and potential transferred forces in structures, COMPUT METH, 191(3-5), 2001, pp. 385-406

Silva, M. A. e Brasil, R. M. L. R. F., (1999), Augmented Lagrangian Optimization of Steel Plates Under Dynamic Loading, Boletim Técnico BT/PEF/9906 da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.