



## IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS DO SUBSISTEMA PROPULSIVO DA PLATAFORMA MULTI-MISSÃO USANDO MÍNIMOS QUADRADOS

**Leonardo Leite Oliva<sup>1</sup>**

**Helio Koiti Kuga<sup>1,2</sup>**

[leonardoleite.oliva@gmail.com](mailto:leonardoleite.oliva@gmail.com)

[helio.kuga@inpe.br](mailto:helio.kuga@inpe.br)

<sup>1</sup>INPE – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais

Av. dos Astronautas, 1758 – Jd. Granja. CEP 12227-010, São José dos Campos, Brasil.

<sup>2</sup>ITA – Instituto Tecnológico de Aeronáutica

Pça Marechal Eduardo Gomes, 50 - 12228-900, São José dos Campos, SP, Brasil.

**Resumo.** Este artigo visa implementar o método dos Mínimos Quadrados (MQ) na identificação de parâmetros de uma parte do subsistema propulsivo da Plataforma Multimissão (PMM). Os dados e modelos do subsistema são baseados no trabalho de mestrado desenvolvido ao longo do ano de 2012 pelo autor [1]. A introdução apresenta uma breve introdução aos conceitos fundamentais, explicando o que são modelos baseados em fluxos físicos e informacionais. A metodologia é subdividida em quatro partes: descreve-se o método dos mínimos quadrados, contextualizando-o no estudo do subsistema em questão; a seguir é feita uma breve descrição geral do subsistema, destacando os principais fenômenos envolvidos; na sequência descreve-se o submodelo analítico mais geral, que servirá de base para a identificação de parâmetros; e finalmente é feita a aplicação do método. Na seção de resultados e discussão apresentam-se gráficos e tabelas de empuxo e vazão mássica de propelente para diversos erros considerados. A conclusão destaca a importância de se levar em conta o desvio padrão, revelando que o erro de medição de uma variável geralmente afeta outras, levando a um efeito multiplicador que deve ser levado em conta nos modelos computacionais.

**Palavras-chave:** Propulsão aeroespacial; Modelagem física; Modelagem informacional; Validação; Mínimos quadrados.

# 1 INTRODUÇÃO

O presente artigo foi baseado na dissertação de mestrado envolvendo a construção de dois modelos – um em AMESim e outro em MatLab/Simulink – do subsistema propulsivo da Plataforma Multimissão (PMM) desenvolvida conjuntamente pelo INPE e pela empresa brasileira Fibraforte. A construção de dois modelos para estudar o mesmo subsistema foi realizada com o intuito de realizar a comparação entre dois tipos de abordagem: por fluxos físicos e por fluxos informacionais. A primeira se baseia no fluxo de grandezas físicas. Nela a base do modelo são os componentes físicos do subsistema e suas interações (fenômenos), que podem ser de diferentes domínios físicos. Esta abordagem, por se basear em grandezas físicas, considera o fluxo bidirecional de variáveis, que nada mais é do que a lei causa-efeito que governa o universo físico. A segunda abordagem é mais conhecida no mundo da simulação computacional e envolve entidades não físicas – que podem representar componentes físicos. Trata-se da abordagem informacional, cuja representação mais usual, para sistemas contínuos, é feita através da simbologia de diagramas de blocos. Como as variáveis são adimensionais (booleano, real, inteiro), isto é, sem unidade, os fluxos são originalmente unidirecionais, desconsiderando a lei de causa-efeito (Figura 1).

Nos últimos anos diversos sistemas físicos foram simulados baseados na abordagem informacional, pois a ausência de uma *simbologia adequada* impedia a inserção de relações bidirecionais de forma simples, o que permitiria a construção de modelos com maior grau de fidelidade. Outro motivo consistia na ausência de *ferramentas computacionais* que levassem em consideração as relações de causalidade. Com isso muitos engenheiros e especialistas acabaram utilizando como artifício ferramentas já existentes, mais adequadas ao mundo eletrônico e do controle, como o MatLab e o MATRIX X. No entanto, com o aumento do grau de *complexidade* dos sistemas, a necessidade de representar sistemas físicos de forma mais clara se tornou uma obrigatoriedade. A partir desse contexto surgiram ferramentas de modelagem e simulação baseada em fluxos físicos, como o AMESim e o 20Sim.

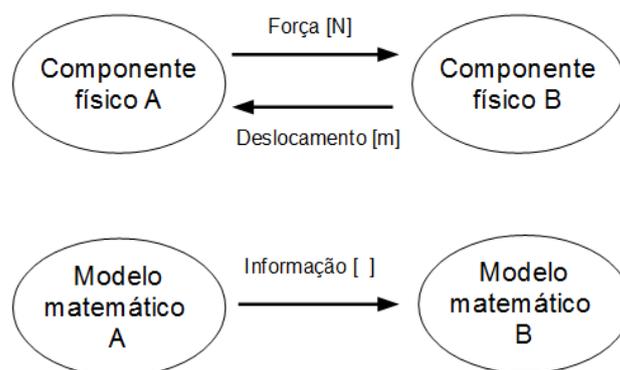


Figura 1. Características de modelos físicos e informacionais

Quanto ao trabalho original temos duas fases. O primeiro momento consistiu no desenvolvimento paralelo de dois modelos, – cada um com sua abordagem intrínseca – seguida da inserção dos mesmos parâmetros e condições iniciais; com a rodada de uma série de corridas de simulação com o objetivo de *comparar* saídas, isto é uma validação *inter-modelos*. Num segundo momento foram coletados dados de teste para comparar com a saída de cada um dos modelos (*validação*). Aliado a esses dados, foram fornecidos três pontos de empuxo e vazão mássica esperada para três pressões de tanque. Com essas informações foi possível estabelecer uma comparação entre partes dos dois modelos – a vazão na válvula solenoide, o empuxo, a velocidade de escape dos gases, por exemplo – com informações do fabricante. No entanto, não foram dadas informações adicionais sobre os três pontos fornecidos como, por exemplo, o *erro de medição*. Dessa forma *a dissertação foi desenvolvida desconsiderando a existência de erros* – o que é uma simplificação. Esse artigo visa explorar quais as consequências práticas nos resultados de simulação (saídas) considerando a existência de erros nas medições de variáveis-chave.

## 2 METODOLOGIA

Devido ao grande número de variáveis envolvidas e às grandes restrições impostas a sistemas aeroespaciais, é de fundamental importância saber como um subsistema pode se comportar em condições inesperadas. Para isso é importante assumir que cada medição de variáveis apresentará erros de diversas grandezas. Esses erros devem ser considerados na elaboração de modelos para que o sistema tenha maior probabilidade de ser validado – e consequentemente reutilizado para novos desenvolvimentos, estudo de missões, manutenção, entre outros. As técnicas de extração da informação e de obtenção de estimativas dos parâmetros de um sistema podem ser englobadas nos métodos da *inferência estatística*. Esses métodos fazem a associação entre a realidade física de um conjunto de observações e a concepção abstrata de um modelo probabilístico prescrito para uma variável aleatória. Para iniciar a estimação necessita-se de um conjunto de medidas relacionadas ao que se pretende estimar. Em seguida faz-se necessário construir um modelo para *revelar* como essas medidas se *relacionam* com os parâmetros a serem estimados. Essa etapa talvez seja a mais importante, já que antecede a aplicação dos métodos de estimação e influenciam na análise dos resultados finais.

Quanto aos métodos, o algoritmo de *mínimos quadrados* é um dos mais utilizados pela comunidade científica, seja pela sua *simplicidade* ou pela sua *confiabilidade*. Em linhas gerais o algoritmo visa minimizar uma função custo (perdas) do quadrado do resíduo – que são as perdas. Sua forma algébrica é

$$L = (y - Hx)^T (y - Hx) \quad (1)$$

no qual  $y$  é o vetor contendo  $m$  *medidas*,  $x$  é o vetor com  $n$  *parâmetros* e  $H$  é a matriz  $m \times n$  que relaciona as medidas com os parâmetros.

## 2.1 Descrição do Subsistema

O subsistema propulsivo da PMM é composto por: 6 propulsores de empuxo nominal de 5N, uma válvula de control de pressão, 2 válvulas de abastecimento (Gás Nitrogênio e Hidrazina), um transdutor de pressão, um filtro e um tanque de armazenamento (Figura 2).

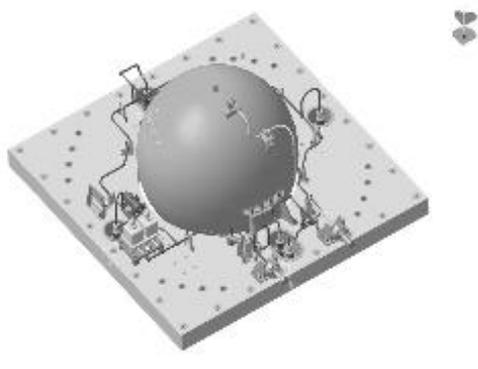


Figura 2. Vista tridimensional do subsistema propulsivo da PMM.

O tanque esférico se encontra no centro e é preenchido com – aproximadamente – 42 kg de Hidrazina. Com uso de gás Nitrogênio preso num diafragma, esse combustível é mantido sob uma pressão de 22 bar no início de sua vida operacional. À medida que são executadas manobras de atitude e correção de órbita o propelente vai sendo consumido e a pressão exercida sobre o combustível no tanque diminui. O subsistema foi projetado de tal forma que, ao atingir pressão mínima de 5,5 bar, a Hidrazina tenha se esgotado – fim de vida útil.

O tanque esférico se encontra no centro e é preenchido com 42 kg de Hidrazina. Com uso de gás Nitrogênio preso num diafragma, esse combustível é mantido sob uma pressão de 22 bar no início de sua vida operacional. À medida que são executadas manobras de atitude e correção de órbita o propelente vai sendo consumido e a pressão exercida sobre o combustível no tanque diminui. O subsistema foi projetado de tal forma que, ao atingir a pressão mínima de 5,5 bar, a Hidrazina tenha se esgotado – fim de vida útil.

O componente mais complexo dentre todos é o propulsor (Figura 3), que se divide em três partes: a Válvula de Controle de Fluxo (*Flow Control Valve - FCV*), a Câmara Catalítica (*Catalytic Chamber*) e o Bocal Convergente-Divergente (*Nozzle*). Ele possui importantes interfaces com outros subsistemas, como o de Controle de Atitude e Órbita (AOCS) e o de Controle e Distribuição de Energia Elétrica (PDCU). No propulsor também ocorrem os principais fenômenos físicos e químicos, como o acionamento da válvula solenoide, a reação de decomposição de Hidrazina em Gás Hidrogênio e Nitrogênio, e o escoamento compressível pelo bocal.

O escopo deste trabalho é *revelar a influência dos erros nas variáveis de saída do modelo adotado*. Isso será feito a partir da relação entre força de empuxo, vazão mássica e velocidade de escape. A técnica de estimação será implementada baseada nos conceitos e exemplos adquiridos na disciplina de Otimização em Sistemas Dinâmicos II, ministrada no INPE.

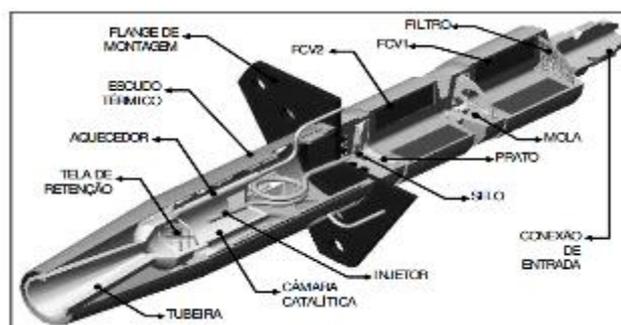


Figura 3. Detalhes do propulsor da PMM.

## 2.2 Modelo do subsistema

O modelo analítico do subsistema partiu de dados fornecidos pelo fabricante, que se dispôs a dar três valores de empuxo e de vazão mássica esperada para as respectivas pressões: uma de início de vida útil (22 bar), outra intermediária (12 bar) e uma no estágio terminal (5,5 bar), conforme mostrado (Tabela 1).

Tabela 1. Valores de empuxo e vazão esperados.

P [bar]	F [N]	$\dot{m}$ [g/s]
22,0	5,00	2,25
12,0	3,50	1,50
5,5	1,50	0,80

De acordo com literatura especializada, a relação entre empuxo e pressão é linear, ao passo que a relação entre velocidade de exaustão e pressão é uma função potência [4]. No entanto, percebeu-se que esta última não possui uma precisão boa após os parâmetros terem sido calculados no trabalho original (ver Tab. 3). Por esse motivo decidiu-se estudar a possibilidade de um modelo polinomial de 2o grau – que será visto mais adiante.

$$F = k_1 \cdot P + k_2 \quad (2)$$

$$v = k_3 \cdot P^{(k_4)} \quad (3)$$

Para se chegar à velocidade de exaustão esperada partiu-se de uma relação simplificada da equação de empuxo.

$$F = \dot{m} \cdot v \quad (4)$$

Em que  $\dot{m}$  é a vazão mássica,  $v$  a velocidade de exaustão média dos gases e  $F$  a força de empuxo. A relação (5) nada mais é do que uma expressão simplificada da equação do empuxo completa (5):

$$F = \lambda \cdot \dot{m} \cdot v + (P_s - P_{amb}) \cdot A_s \quad (5)$$

Com a aplicação dos dados da Tabela 1 na Equação 4 chega-se a um conjunto de valores esperados para a velocidade de exaustão média dos gases (Tabela 2).

**Tabela 2. Valores de velocidade de exaustão esperados**

P [bar]	v [m/s]
22,0	2.222
12,0	2.333
5,5	1.875

A partir desse ponto é possível bifurcar a análise em duas frentes: a primeira visando estimar os parâmetros do empuxo (2) e a segunda visando estimar os parâmetros da velocidade de exaustão (3).

### 2.3 Aplicação do método

Estimar os parâmetros da equação de empuxo é simples e, portanto, não será tratada nesse estudo. Para estimar os parâmetros da equação de velocidade de ejeção decidiu-se adotar um modelo diferente: uma equação de segundo grau com parâmetros **a**, **b** e **c**.

$$v = a \cdot p^2 + b \cdot p + c \quad (6)$$

A Tabela 3 trata da velocidade média obtida adotando-se pares de coeficientes  $k_3$  e  $k_4$  específicos. Para se chegar aos valores desses coeficientes foi feita uma manipulação algébrica [1] – que não será desenvolvida aqui por não ser escopo deste trabalho. Com essa manipulação foi possível definir três casos – cada qual com um par de coeficientes  $k_3$  e  $k_4$  – que apresentaram erros relativos específicos para cada pressão (Tab. 3).

Para chegar a um conjunto de coeficientes finais para usar no modelo obteve-se uma média ponderada dos casos que apresentaram menor erro em cada faixa de pressão. Quanto ao método em si, partiu-se da equação de empuxo simplificada (4) para obter a expressão do desvio-padrão da velocidade de escape.

**Tabela 3. Velocidades calculadas para cada par de coeficientes (k3 e k4).**

Pressão [bar]	Caso (I)		Caso (II)		Caso (III)	
	v (m/s)	Erro (%)	v (m/s)	Erro (%)	v (m/s)	Erro (%)
22	2.140	8,2	2.317	4,2	2.581	16,2
12	2.142	8,2	2.151	7,8	2.178	6,7
5,5	2.280	21,6	1.956	4,3	2.178	6,7

Sabe-se que,

$$v = F / \dot{m} \quad (7)$$

Para obter o desvio padrão de v deve-se aplicar a regra de diferenciação.

$$\sigma_v = (F \cdot \sigma_{\dot{m}} - \dot{m} \cdot \sigma_F) / (\sigma_{\dot{m}})^2 \quad (8)$$

Através da expressão (7) é possível determinar o desvio padrão da velocidade de escape para cada par empuxo-vazão e seus respectivos desvios-padrões. Decidiu-se gerar aleatoriamente 100 valores de empuxo e vazão, baseado no comando de geração baseado numa curva Normal, que percorrem o espectro de pressão que englobam valores entre 5,5 e 22 bar. As médias foram variadas ao longo dos pontos para manter a relação. Já os desvios-padrão  $\sigma_F$  e  $\sigma_{\dot{m}}$  foram considerados constantes na faixa de pressão. Obtendo o desvio-padrão da velocidade calcula-se a mesma a partir da seguinte operação:

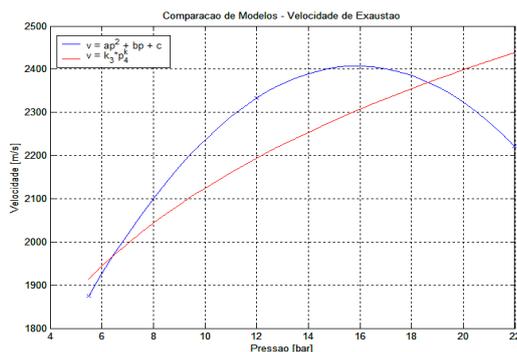
$$v = (F / \dot{m}) + \sigma_v \quad (9)$$

Com os valores de v obtidos considerando erros obteve-se uma nuvem de pontos. Essa nuvem pode variar de forma a cada geração de variáveis e/ou alterando um ou ambos os valores de desvio-padrão (empuxo e vazão). Partindo desse ponto foi possível traçar um envelope de operação considerando erros de medição do fabricante, e assim antever como outras variáveis podem ser afetadas.

Uma hipótese simplificadora foi considerar o desvio padrão igual em toda faixa de medidas, uma vez que não há motivos fortes que indiquem que o erro da medição se altere consideravelmente à medida que o empuxo ou velocidade de escape diminui (ou aumenta).

### 3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os parâmetros (a,b,c) encontrados para a velocidade de escape no modelo polinomial de 2º grau foram: (a,b,c) = (4,9; 157; 1161,2). Traçando a curva do modelo original (com os melhores parâmetros obtidos) com a curva do novo modelo percebe-se que este descreve de forma mais fiel aquele – ao menos nos três pontos críticos. Isso indica que o modelo comumente adotado para relacionar a pressão do tanque à velocidade de ejeção dos gases em sistemas monopropelentes provavelmente não é o melhor.



**Figura 4. Comparação entre o modelo original e o novo modelo**

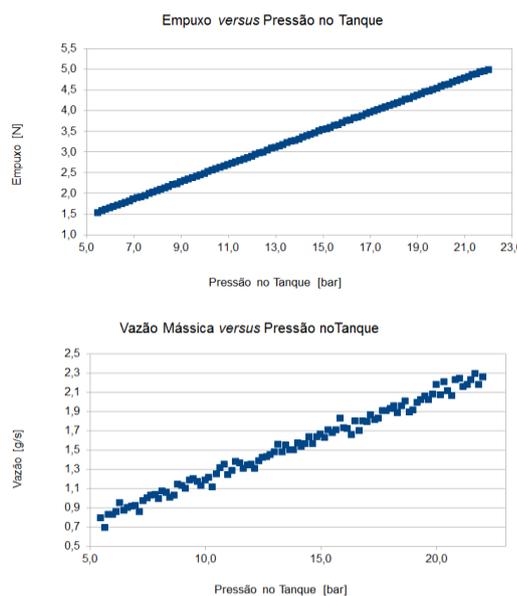
O segundo passo consistiu em gerar 100 pontos de empuxo e vazão com os erros pré-definidos. Os números aleatórios foram gerados usando a função **INV.NORM** do Excel. Os valores obtidos podem ser visualizados nos gráficos abaixo (Fig. 5).

Os valores obtidos levaram em consideração um decréscimo incremental de **0,035 N** e **0,0145 g/s** para cada **0,167 bar** de redução de pressão. O desvio-padrão nessa análise inicial foi:

$$\sigma_F = 0,1 N$$

$$\sigma_{\dot{m}} = 0,05 g/s$$

Ou seja, no início de vida útil do subsistema (BOL) o erro relativo do empuxo foi 2%, e no fim (EOL) 6,7%. Quanto à vazão, os mesmos erros foram de 1% e 6,25% respectivamente. Com isso os pontos gerados foram plotados juntamente com a curva obtida por MQ (Figura 4).



**Figura 5. Empuxo e vazão obtidos aleatoriamente ao longo da faixa de operação do subsistema.**

Para a variação dos parâmetros deve-se levar em consideração que o desvio-padrão da vazão mássica não deve ser considerado nulo (pois é o denominador de 8) nem ser considerado próximo à zero. Por outro lado, valores excessivamente altos tendem a afastar a nuvem da curva, sendo o estudo desses intervalos irrelevantes. Decidiu-se usar como referência a soma dos módulos dos erros (diferença entre a curva e a nuvem) como parâmetro para avaliar o quanto de erro total pode ser apresentado em função dos erros assumidos.

Para avaliar o quanto o desvio padrão afasta ou aproxima a nuvem de pontos da curva obtida, decidiu-se variar primeiramente o erro do empuxo (erro de vazão fixo) e comparar resultados; em seguida fez-se o complementar, variando o erro da vazão (erro do empuxo fixo). Os resultados de erros absolutos foram tabelados para cada caso (Tabela 4).

**Tabela 4. Erro da velocidade de escape em função do: desvio-padrão do empuxo, em N (DP vazão fixo); desvio-padrão da vazão mássica, em mg/s (DP empuxo fixo).**

$\sigma_F$	$\sigma_v$	$\sigma_m$	$\sigma_v$
0,20	13,8	0,10	10,1
0,10	8,8	0,05	8,10
0,05	7,4	0,03	12,0
0,03	6,8	0,02	20,7
0,02	6,5	0,01	181,0
0,01	6,2	-	-

## 4 CONCLUSÃO

O método dos Mínimos Quadrados demonstrou ser de grande utilidade para melhorar a fidelidade dos resultados do modelo da velocidade de ejeção dos gases. Esse modelo poderá servir de referência para comparar resultados de modelos detalhados do propulsor em diversas faixas de pressão. Isso pode levar a adoção de novas hipóteses (ou estimação de parâmetros) nos modelos da câmara catalítica, da válvula solenoide ou do bocal, conduzindo a validação de outras partes do submodelo.

A tabela 4 revela que o erro cometido em relação à velocidade de ejeção diminui com a diminuição do desvio-padrão do empuxo. O gráfico abaixo (Fig. 6) mostra que essa redução é grande no início, mas diminui a uma taxa menor para valores de desvio de empuxo menores do que 0,03 N.

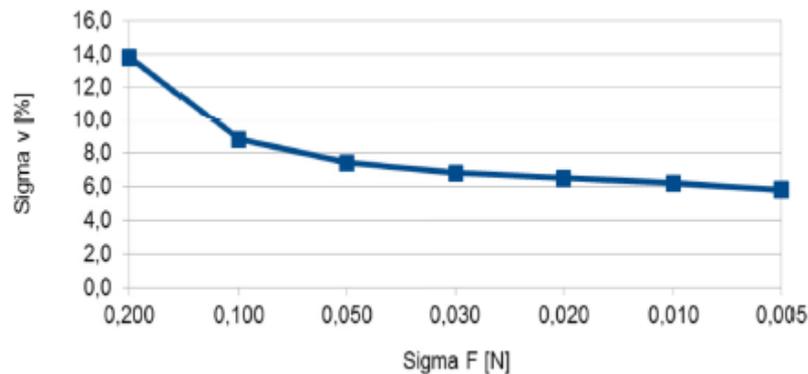
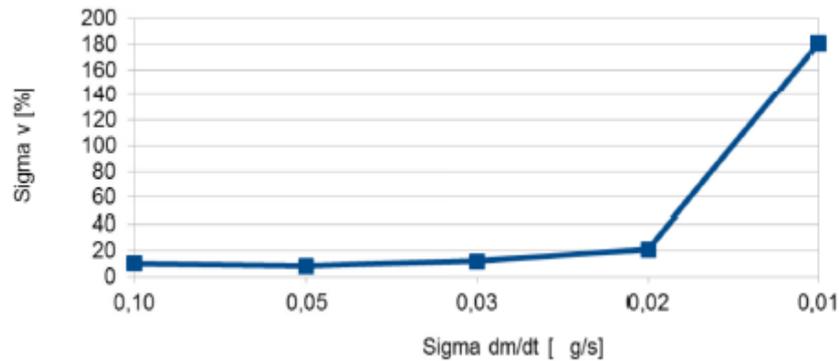


Figura 6. Erro da velocidade de escape *versus* DP do empuxo.

A diminuição do DP da vazão mássica, por outro lado, aumenta o erro da velocidade de escape (Figura 7).

Os resultados para desvios de empuxo mostram que um alto DP causa erros significativos na velocidade de escape, que leva a estimativas de vida útil bem diferentes. Basta imaginar que um satélite que necessite de correção de atitude constante dê milhares de jatos, e cada vez existe um gasto – ou economia – que se soma ao longo da vida útil do satélite.

Quanto ao DP da vazão, observa-se que variando o erro de 0,10 a 0,02 g/s não existe uma alteração significativa no erro da velocidade de escape em termos macros – que pode ser considerado constante nessa faixa. Para valores de vazão muito pequenos, no entanto, esse erro dispara. A explicação matemática se encontra na expressão (8), onde vê-se que o DP da velocidade é inversamente proporcional ao quadrado do DP da vazão. Fisicamente não podemos explicar como um pequeno erro de vazão causa um grande erro na velocidade de escape – deveria ser o oposto.



**Figura 7. Erro da velocidade de escape versus DP da vazão.**

Conclui-se com este estudo o seguinte: o “erro crítico” – ou seja, aquele a ser considerado em simulação – deve ser  $\sigma F$ , que pode levar  $\sigma v$  a variar de 14,0% a 6,0%. Quanto à vazão mássica, observou-se que sua variação de 0,10 a 0,03 g/s influi em  $\sigma v$ , sendo o ponto de mínimo em 0,05 g/s (8,1%). Talvez seja possível fazer um estudo de mais casos nessa faixa de valores a título de identificar como se dá em detalhe o comportamento desse erro.

Quanto ao modelo que relaciona pressão do tanque com velocidade de escape, é recomendável o estudo de expressões analíticas mais adequadas, como aquela adotada aqui, que leve em consideração os pontos fornecidos.

## REFERÊNCIAS

[http://www.cprm.gov.br/publique/media/cap6-est\\_para.pdf](http://www.cprm.gov.br/publique/media/cap6-est_para.pdf). **Hidrologia Estatística**, Cap. 6

KUGA, H.K.; **Noções Práticas de Técnicas em Estimção** - Notas de Aula; Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2005.

OLIVA, L.L. **Comparação da Modelagem e Simulação do Subsystema Propulsivo da PMM Orientada por Fluxos Físicos e Fluxos de Informação**. Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais. INPE, 2012.

THUNNISSEN, D.P.; ENGELBRECHT, C.S.; WEISS, J.M. **Assessing model uncertainty in the conceptual design of a monopellant propulsion system**. In: AIAA/ASME/SAE/ASEE. Joint Propulsion Conference and Exhibit, 39., Huntsville, 2003. Proceedings. Huntsville, Alabama, 2003.