



OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA E UMA NOVA ABORDAGEM DE CRIAÇÃO DE CAVIDADES

TOPOLOGY OPTIMIZATION AND A NEW APPROACH FOR CREATING CAVITIES

Hélio Luiz Simonetti

helio.simonetti@ifmg.edu.br

Instituto Federal de Minas Gerais – IFMG

Campus Betim, Rua Itamarati, 140, São Caetano Betim, MG-Brasil, 32677-564

Valério Silva Almeida

valerio.almeida@usp.br

Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP)

São Paulo – SP-Brasil.

Francisco de Assis das Neves

fassis@em.ufop.br

Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto

Campus Morro do Cruzeiro, Bauxita, 35400-000, Ouro Preto-MG-Brasil.

Luttgardes de Oliveira Neto

lutt@feb.unesp.br

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Faculdade de Engenharia-FE, UNESP,

Bauru, São Paulo - Brasil.

***Abstract.** This paper deals with applications in topological optimization problems via numerical technique SESO - Smooth ESO. In particular, non-trivial problems of specific*

projects of two-dimensional elastic structures are simulated. These problems have different characteristics and are also treated with different approaches in this work. A restriction called Nibbling allows the SESO technique performing changes in shape / perimeter of the structure topology. Such constraint technique has been implemented and coupled into the optimization process in order to control inappropriate creation of cavities in extended fixed domain. The influence of the number of cavities, created in that domain due to the variation of the insertion rate of cavities called TIC, is discussed. In addition, the technique of topology optimization SESO has been extended to consider regions as non-design domain. Classic examples of topological optimization are presented and proving the efficiency of SESO technique and of new implementations described in this paper.

Keywords: *Topology optimization, Smooth Evolutionary Structural Optimization, Nibbling.*

1 INTRODUÇÃO

A Otimização Estrutural é um processo numérico/matemático que visa a obtenção de uma configuração da estrutura que resulta em uma performance ótima segundo alguma medida de desempenho pré-definida (mínima massa, máxima rigidez, máxima carga de flambagem, etc.). Além disso, devem ser satisfeitas restrições, tanto sobre as variáveis de projeto quanto sobre o comportamento da estrutura (tensão de falha, frequência natural crítica, deslocamentos permitidos, etc.). Entende-se por estrutura qualquer sistema cujo objetivo seja transmitir esforços mecânicos, estáticos ou dinâmicos. Além disso, entende-se por problemas não-triviais reais aqueles problemas não comuns da engenharia cuja resposta pode não estar ligada diretamente ao campo inicial do problema. Neste caso, a busca pela solução ótima seria constantemente frustrada, resultando em respostas inadequadas para projetos de engenharia.

Um problema clássico em projetos de engenharia consiste em encontrar uma configuração geométrica de um domínio que maximiza ou minimiza a função-objetivo ao mesmo tempo em que satisfaz as restrições de projeto. Para resolver este tipo de problema, a ferramenta mais utilizada é a otimização topológica, que permite não só mudar a forma da estrutura, mas a sua topologia pela inserção de vazios no seu domínio fixo estendido, isto é, o domínio original do projeto sem retirada ou introdução de elementos, ver Figura 1a.

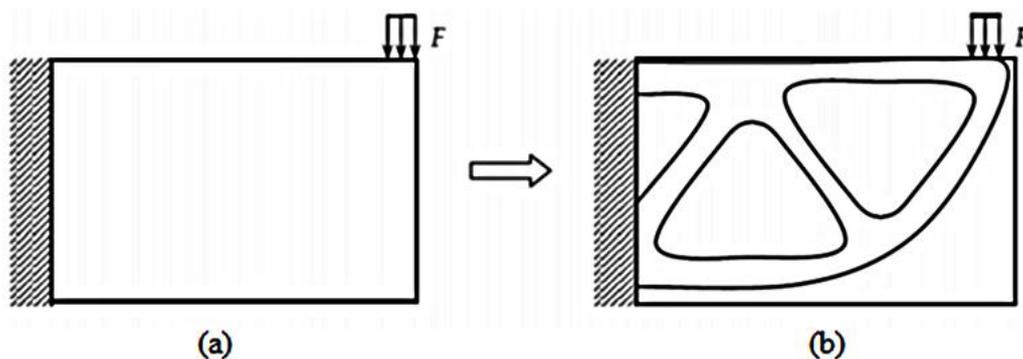


Figura 1 – (a) Domínio fixo estendido. (b) Configuração ótima dentro do domínio fixo estendido.

A técnica numérica SESO acoplada ao MEF tem uma abordagem simples e é baseada na remoção de elementos ineficientes da estrutura; sua heurística de remoção é uma suavização na heurística de remoção do método de otimização evolucionária ESO, cujas teoria e formulação se devem a Xie e Steven [1,2,3], Steven *et al.* [4], Querin [5], Tanskanen [6].

Com o objetivo de propor uma ferramenta para o engenheiro em problemas reais de soluções não triviais, será usada neste trabalho a técnica de otimização topológica SESO - Smooth ESO, desenvolvida em Simonetti [7] e expandida com os trabalhos Simonetti *et al.* [8, 9,10], Almeida *et al.* [11, 12], mostrando-se eficiente e robusta. Trata-se de uma variante do método ESO, cuja filosofia baseia-se na observação de que se o elemento não for realmente necessário à estrutura, naturalmente sua contribuição de rigidez diminui progressivamente, até que ele não tenha mais influência. Isto é, sua remoção é feita de forma suave, atenuando os valores da matriz constitutiva do elemento como se este estivesse em processo de danificação.

São apresentados alguns exemplos obtidos na literatura que demonstram que o procedimento desenvolvido é robusto e capaz de resolver os problemas de otimização estrutural de soluções não triviais reais.

A seguir são apresentados cinco (5) itens assim distribuídos: O primeiro versa sobre a técnica SESO, o segundo sobre o Nibbling SESO, o terceiro trata da formulação do índice de performance da estrutura durante o processo de otimização, o quarto mostra os resultados numéricos dos problemas considerados não triviais reais e no quinto apresentam-se as conclusões obtidas pela pesquisa.

2 SUAUVIZAÇÃO DA OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL EVOLUCIONÁRIA (SESO)

Xie e Steven [1] desenvolveram uma maneira bem simples de impor modificações na topologia da estrutura, feita mediante heurística de remoção gradual e sistemática de elementos finitos da malha, correspondentes a regiões que não contribuem efetivamente para o bom desempenho da estrutura.

Define-se inicialmente uma malha de elementos finitos que circunscreve toda a estrutura, denominado de domínio estendido do projeto, de forma a incluir as condições de contorno em forças e deslocamentos, cavidades e demais condições iniciais. Em um processo iterativo, avaliam-se os parâmetros de interesse de otimização; neste artigo em especial é a diminuição da massa mediante um critério de tensão máxima da estrutura. Assim, avaliam-se as tensões de cada elemento, conforme o uso da inequação:

$$\sigma_e^{vm} < RR_k \cdot (\sigma_{i,max}^{vm}) \quad (1)$$

$$RR_{k+1} = RR_k + RE \quad (2)$$

com σ_e^{vm} e $\sigma_{i,max}^{vm}$ sendo, respectivamente, as tensões principais de Von Mises do elemento “e” e máximas da estrutura na iteração efetiva “i”, RR_k é Razão de Rejeição do k-ésimo estado de equilíbrio, que é uma taxa utilizada para controlar a retirada dos elementos da estrutura e RE é a razão evolucionária. Este procedimento, também é conhecido como um método “hard-kill” e pode ser interpretado como segue:

$$D(j) = \begin{cases} D_0 & \text{se } j \in \Gamma \\ 0 & \text{se } j \in \bar{\Gamma} \end{cases} \quad (3)$$

onde $D_i(j)$ é a matriz constitutiva do elemento $j \in \Omega$ na i-ésima iteração, D_0 é a matriz constitutiva inicial do projeto, a qual é definida pra cada elemento finito, $\Omega = \Gamma_i + \bar{\Gamma}_i$ é o domínio da estrutura, tal que $\Gamma_i = \{\Omega / (\sigma_e / \sigma_{VM}^{MAX}(\Omega)) \geq RR_i\}$ é o conjunto dos elementos que não serão removidos, e $\bar{\Gamma}_i = \Omega - \Gamma_i = \{\Omega / (\sigma_e / \sigma_{VM}^{MAX}(\Omega)) < RR_i\}$ é o conjunto dos elementos que serão removidos da estrutura (criação do vazio), todos na i-ésima iteração.

Querin [5] apresentou uma variante do ESO, o BESO - Bidirectional ESO, neste método ele combina ESO com AESO (*additive evolutionary structural optimisation*) prevendo a possibilidade de remoção e inserção do elemento no domínio de projeto, mas está inerente o maior custo computacional. O SESO se baseia nessa filosofia sendo, porém, matematicamente consistente e mais eficiente. O procedimento de suavização aplica uma

ponderação sobre a matriz constitutiva, de forma que o elemento que *a priori* seria eliminado no ESO, seja mantido e receba uma relaxação. A relaxação se processa aplicando-se uma degradação no valor de sua rigidez inicial, de forma que o mesmo permaneça no domínio de projeto, e naturalmente, ao longo do processo de remoção, sua influência contribua para sua permanência ou, por outro lado, fortaleça sua retirada em definitivo do domínio de projeto.

Os elementos que estão próximos ao limite pela esquerda desta tensão máxima são mantidos na estrutura, definindo assim um procedimento de retirada “não radical” e sim, de forma suave. O procedimento “soft-kill” usado no SESO pode ser interpretado assim:

$$D_i(j) = \left\{ \begin{array}{l} D_0 \text{ se } j \in \Gamma_i \\ D_0 \cdot \eta_j(\bar{\Gamma}) \text{ se } j \in \Gamma_{GS} \\ 0 \text{ se } j \in \Gamma_{LS} \end{array} \right\} \quad (4)$$

onde $\bar{\Gamma} = \Gamma_{LS} + \Gamma_{GS}$ é o domínio dos elementos que atendem a inequação (1), Γ_{LS} é o domínio dos elementos que devem ser excluídos efetivamente, Γ_{GS} o domínio dos elementos que são devolvidos a estrutura, $0 \leq \eta(\bar{\Gamma}) \leq 1$ é uma função reguladora que pondera o valor da razão $\sigma_e^{VM} / \sigma_{VM}^{MAX}$ dentro do domínio $\bar{\Gamma}$.

A proposta da suavização é desempenhada por uma função constante $\eta(j) = \alpha * EY(j)$ onde $EY(j)$ é o módulo de elasticidade do elemento j .

2.1 NIBBLING SESO

A técnica SESO naturalmente cria cavidades na estrutura, quando elementos ineficientes são removidos, independentemente da sua localização no domínio, minimizando a instabilidade numérica e correspondente surgimento do efeito tabuleiro de xadrez. O Nibbling SESO é uma adaptação da técnica SESO; isto é, uma aplicação da técnica SESO com restrição no domínio de projeto. O objetivo dessa técnica é evitar a criação excessiva de buracos, desnecessários no processo de otimização de domínio.

Neste trabalho, o Nibbling SESO foi utilizado de maneira associada à técnica SESO de forma a atenuar os problemas de instabilidade numérica e a proporcionar uma estrutura final mais racional para problemas não triviais reais. A cada iteração, o campo das tensões é avaliado segundo a equação:

$$TIC_i = \frac{(\sigma_e^{VM})_i}{(\sigma_{VM}^{MAX})_i} \quad (5)$$

onde TIC_i é a taxa de inserção de cavidade na iteração i , $(\sigma_e^{VM})_i$ é a tensão de von Mises do elemento na iteração i e $(\sigma_{VM}^{MAX})_i$ é a tensão máxima de von Mises na iteração i .

A TIC é então comparada com a função dada pela Eq. (6), segundo a desigualdade 7

$$\Phi = RR * e^{-RR * \left| \sigma_{vm}^{max}(i) \right|} \quad (6)$$

$$TIC_i \leq \Phi \quad (7)$$

Se a função for definida como zero, isto é, $\Phi = 0$, a desigualdade da Eq. 7 é falsa e nenhuma cavidade será criada no domínio, o que implica apenas na atuação da técnica Nibbling [2], ou seja, apenas para elementos de contorno.

Quando $0 < \Phi < 1$, isto é, a TIC atenderá à desigualdade da Eq. 7 indicando o lugar onde há a necessidade de se criar uma cavidade no domínio. Esta cavidade será iniciada se a iteração corrente estiver fora dos limites de iteração definidos. As tensões nos pontos próximos à cavidade criada aumentam naturalmente, então, o Nibbling SESO começa a atuar para aumentar forma e tamanho da cavidade até que haja necessidade da criação de uma nova cavidade, como pode ser observado na Figura 2. Assim, é possível controlar em que momento do processo iterativo a cavidade será criada.

Se a função Φ é definida como um, isto é, $\Phi = 1$, implica que a TIC sempre atenderá à desigualdade da Eq. 7. Então é definido o clássico SESO, criando o número máximo ideal de cavidades.

Em geral à medida que o valor de Φ aumenta, o número de cavidades aumenta, como é mostrado na Figura 2 e na Figura 14. No entanto, neste exemplo de viga em balanço com uma malha de 64×40 , totalizando 5120 elementos finitos triangulares a função Φ apresentou um comportamento anômalo para valores entre 0,1 e 0,2. Também é mostrado na Figura 2 que a mesma solução ótima é alcançada embora os valores de Φ sejam diferentes. Além disso, para valores de Φ entre $0.2 \leq \Phi \leq 1.0$ as topologias ótimas são semelhantes, possuindo uma pequena variação, insignificante para o processo de fabricação, e ainda possuem o mesmo volume final de 39,5%.

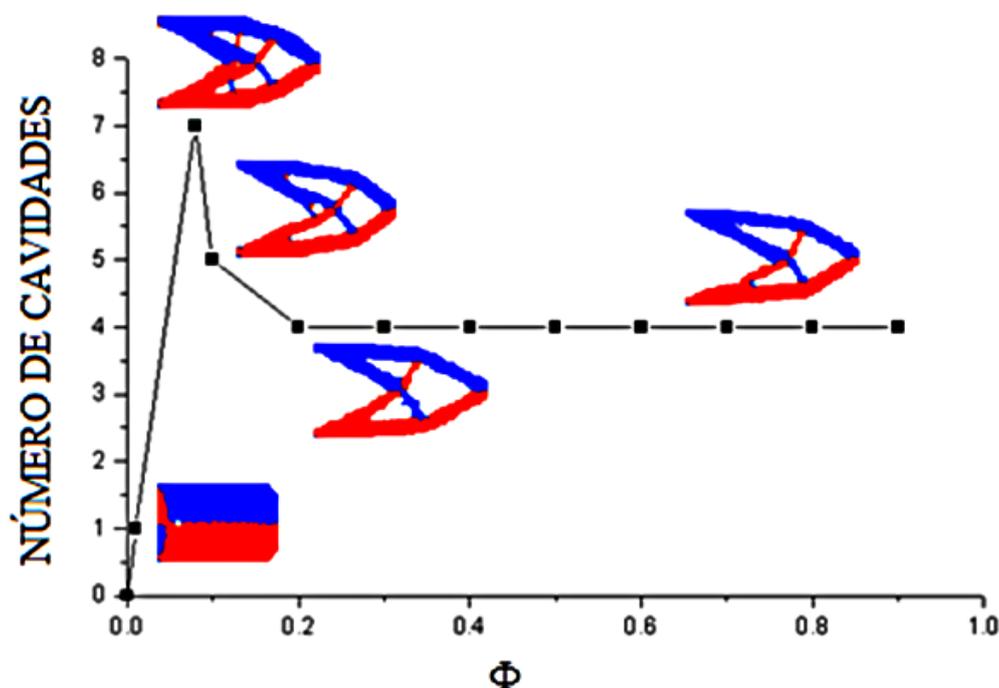
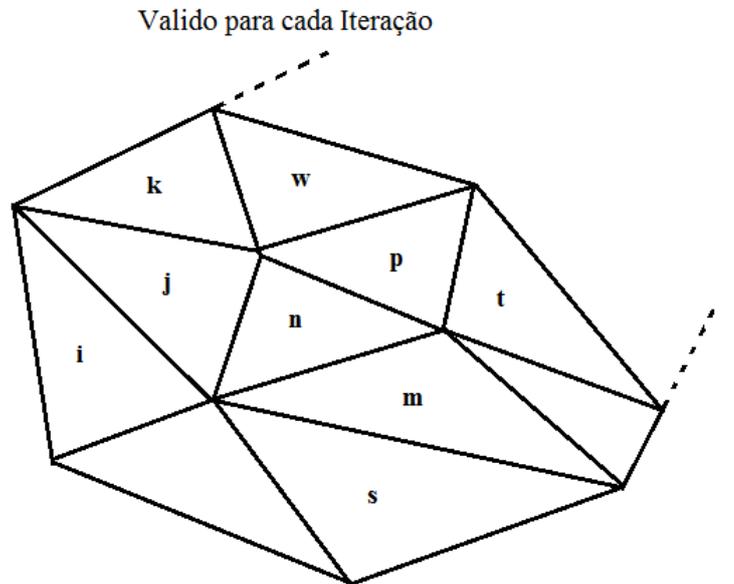


Figura 2 – Número de cavidades por Φ

O procedimento do Nibbling SESO está ilustrado na Figura 3 e resumido no fluxograma da Figura 4:



Se $\sigma_i < RR * \sigma_{\max}^{vm}$ {SESO com ou sem NIBBLING} \rightarrow REMOVIDO

Se $\sigma_n < RR * \sigma_{\max}^{vm}$ {SESO com NIBBLING} \rightarrow $\begin{cases} \text{Se } \lim_{\inf} < \text{iter} < \lim_{\sup} \rightarrow \text{Permanece} \\ \text{Se } \text{iter} \leq \lim_{\inf} \text{ ou } \text{iter} \geq \lim_{\sup} \rightarrow \text{Remove} \end{cases}$

Figura 3 – Atuação do Nibbling SESO

A proposta apresentada neste trabalho difere da proposta apresentada por Kim *et al.* [2], uma vez que o seu ICR (insert cavity ratio) é calculado pela expressão (8):

$$ICR = \frac{\sigma_{VM \min}}{\sigma_{VM b, \min}} \quad (8)$$

onde $\sigma_{VM, \min}$ é a tensão mínima de Von Mises para os elementos de domínio e $\sigma_{VMb, \min}$ é a tensão mínima de Von Mises para elementos do contorno.

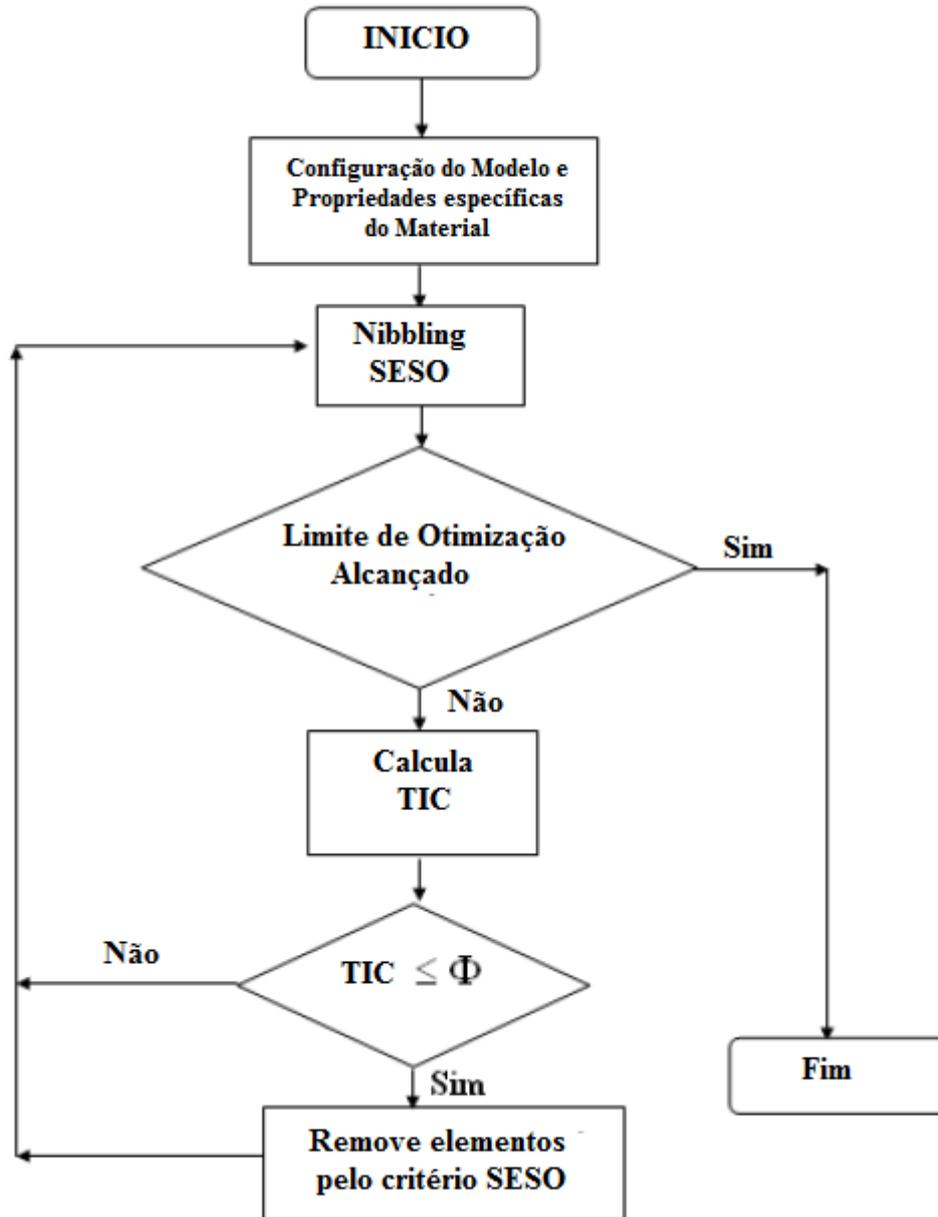


Figura 4 – Fluxograma: Procedimento de Criação de Cavidade

3 ÍNDICE DE PERFORMANCE PARA A FORMULAÇÃO SESO

O índice de performance (IP) é um parâmetro adimensional que mede a performance da estrutura. O problema consiste na minimização da função objetivo em termos do peso, sujeito a uma restrição de tensão admissível ($\sigma^{projecto}$), que é definida como:

$$\begin{aligned} \text{minimize } W &= \sum_{e=1}^{NE} w_e(t_e) \\ \text{sujeito a } \sigma_{j,\max}^{vm} - \sigma^{project} &\leq 0 \end{aligned} \quad (9)$$

onde NE é o número total de elementos finitos.

O índice IP foi proposto por Liang *et al.* [14] como:

$$IP = \left(\frac{\sigma_{0,\max}^{vm}}{\sigma_{i,\max}^{vm}} \right) \cdot \frac{W_0}{W_i} = \left(\frac{\sigma_{0,\max}^{vm}}{\sigma_{i,\max}^{vm}} \right) \cdot \frac{\rho_0 \cdot V_0}{\rho_i \cdot V_i} = \left(\frac{\sigma_{0,\max}^{vm}}{\sigma_{i,\max}^{vm}} \right) \cdot \frac{V_0}{V_i} \quad (10)$$

onde V_0 e V_i são o volume inicial e o volume da i -ésima iteração, $\sigma_{0,\max}^{vm}$ e $\sigma_{i,\max}^{vm}$ são a tensão inicial e a tensão máxima de Mises na i -ésima iteração, ρ_0 e ρ_i são o peso específico inicial e o peso específico na i -ésima iteração, com valores iguais, já que se trata de um material incompressível. A suavização gerada devido à Eq. (4) em termos da matriz constitutiva pode ser escrita em termos de espessura, devido à relação de dependência linear entre elas. Neste contexto, o índice IP é dado pela Eq. (11), que leva em conta a expressão 10 em termos de espessura e cada função reguladora do procedimento SESO:

$$IP = \left(\frac{\sigma_{0,\max}^{vm}}{\sigma_{i,\max}^{vm}} \right) \cdot \frac{A_0 \cdot t_0}{\sum_{j=1}^{NE} A_j \cdot t_j} = \left(\frac{\sigma_{0,\max}^{vm}}{\sigma_{i,\max}^{vm}} \right) \cdot \frac{A_0 \cdot t_0}{\sum_{j=1}^{NE} A_j \cdot t_j \cdot \eta(j)} \quad (11)$$

onde t_0 é a espessura inicial e t_j é a espessura do elemento na iteração j . O controle do ótimo é feito por este índice IP, pois ele é um fator de “monitoramento” da região ótima de projeto. O controle da maximização deste parâmetro refere-se ao controle de minimização do volume. Assim, caso este índice caia de forma acentuada é uma forte indicação que se passou por uma configuração ótima ou um ótimo estacionário é alcançado. No entanto, não se pode garantir que este ótimo é um ótimo global, mas sim uma configuração ótima de projeto de engenharia.

4 EXEMPLOS NUMÉRICOS

O principal objetivo do desenvolvimento de técnicas de otimização é proporcionar aos engenheiros uma ferramenta avançada que possa ser utilizada na prática de projetos estruturais. A técnica SESO tem a capacidade não só de gerar uma configuração ótima de projeto, mas também de monitorar o desempenho dessas topologias resultando em um processo de otimização confiável e robusto. Isso permite ao projetista adequar o projeto a um nível otimizado de desempenho estrutural, estético e construtivo. Neste trabalho, a técnica SESO é usada para gerar topologias ótimas de problemas não triviais reais, dando sequência às aplicações já realizadas com modelos de bielas e tirantes em [7, 11, 12].

Destarte, introduziu-se um algoritmo de discretização automática para malhas não estruturadas baseada na triangularização de Delaunay para agilizar o processo de pré-processamento e permitir geometrias mais complexas, como a formação de poligonais fechadas não convexas e multiplamente conexas. Além disso, devido à necessidade de resolver o sistema linear centenas de vezes no processo iterativo, programou-se um conjunto de sub-rotinas em linguagem Fortran otimizadas para resolver sistemas lineares esparsos e simétricos, indicado por Duff e Reid [15]. Assim, resultados numéricos são apresentados para a avaliação e comparação das configurações obtidas nos exemplos de um gancho, uma chave inglesa e uma viga em balanço.

4.1 Exemplo 1 – Gancho

Este exemplo consiste no projeto de um gancho para suportar uma carga. O problema é considerado bidimensional e será indicado neste contexto como um problema não trivial, pois o domínio inicial de projeto não gera uma configuração ótima previsível, ver Figura 5a. No domínio inicial é apresentada uma região retangular com as dimensões de 100 mm × 150 mm com um furo circular utilizado para introduzir um parafuso, que liga o gancho aos mecanismos de elevação, e uma abertura de carregamento usada no ponto de acesso. A espessura é de $t = 1\text{mm}$, o módulo de Young é $E = 1\text{Pa}$, coeficiente de Poisson é $\nu = 0.30$. O histórico da evolução do processo de otimização e a configuração ótima obtida por Cisilino *et al.* [16] com frações de volume, respectivamente, iguais a 60%, 40% e 30% (Figuras 5b, 5c e 5d). Destaca-se que [16] realiza o procedimento de otimização via Método dos Elementos de Contorno com um taxa de remoção de 1%.

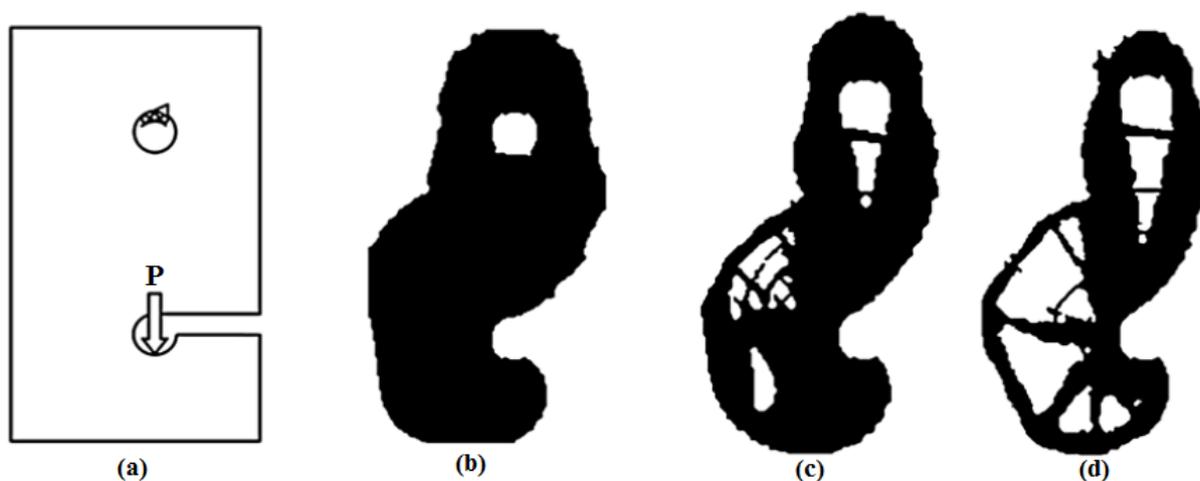


Figura 5 – 5(a) - Domínio de projeto, 5(b) topologia com volume de 60%, 5(c) topologia com volume de 40% e 5(d) Topologia ótima com volume de 30% obtidas por [16].

Este problema foi resolvido com a presente formulação usando uma malha fina de 11.015 elementos finitos triangulares de alta ordem [13], uma razão de remoção de 1% e a razão evolucionária também de 1%. A função de ponderação igual a $\eta(\Gamma) = 10^{-2}$ e atuação do Nibbling SESO com limite inferior e superior, respectivamente, nas iterações 3 e 5. Deste modo, a configuração ótima alcançada para este problema ocorreu com uma fração de volume mínimo de material igual 32%, conforme é indicada no gráfico da Figura 7. Observa-se que, apesar das diferenças entre a técnica numérica SESO e o Método dos Elementos de Contorno, a configuração ótima apresentada na Figura 6c possui características semelhantes e volumes finais próximos.

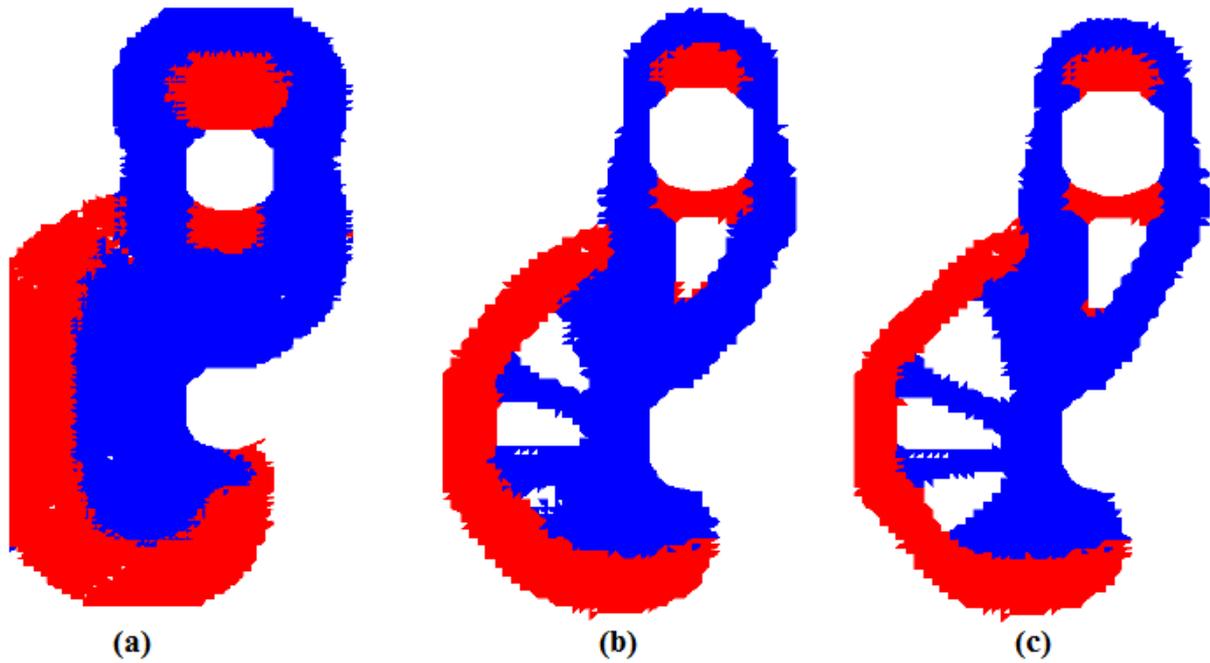


Figura 6 – Histórico de Otimização: 6(a) topologia com 57%; 6(b) topologia com 44% e 6(c) topologia ótima com 32%

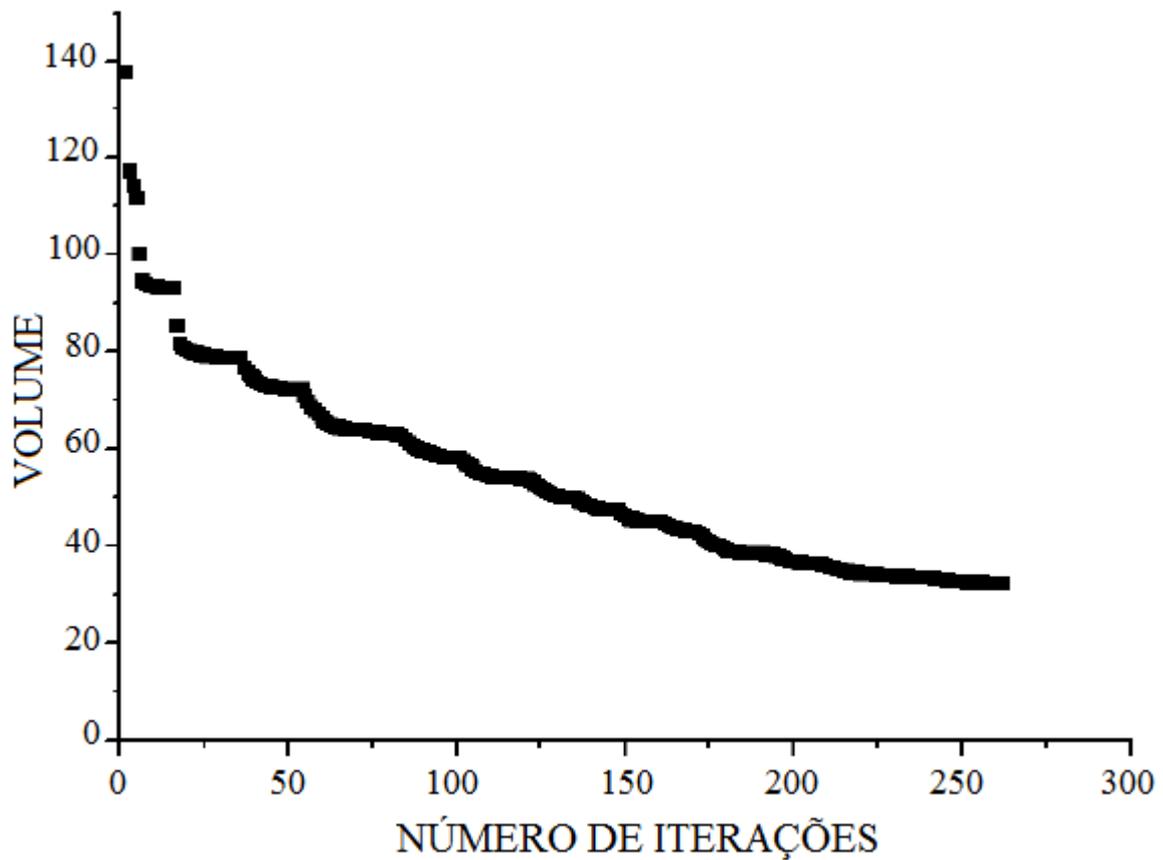


Figura 7 – Volume por número de iterações

Na Figura 8 está representada a evolução do índice de performance (IP) da estrutura de um gancho. Consta-se que o IP da estrutura é igual 3,45, obtido na iteração 266.

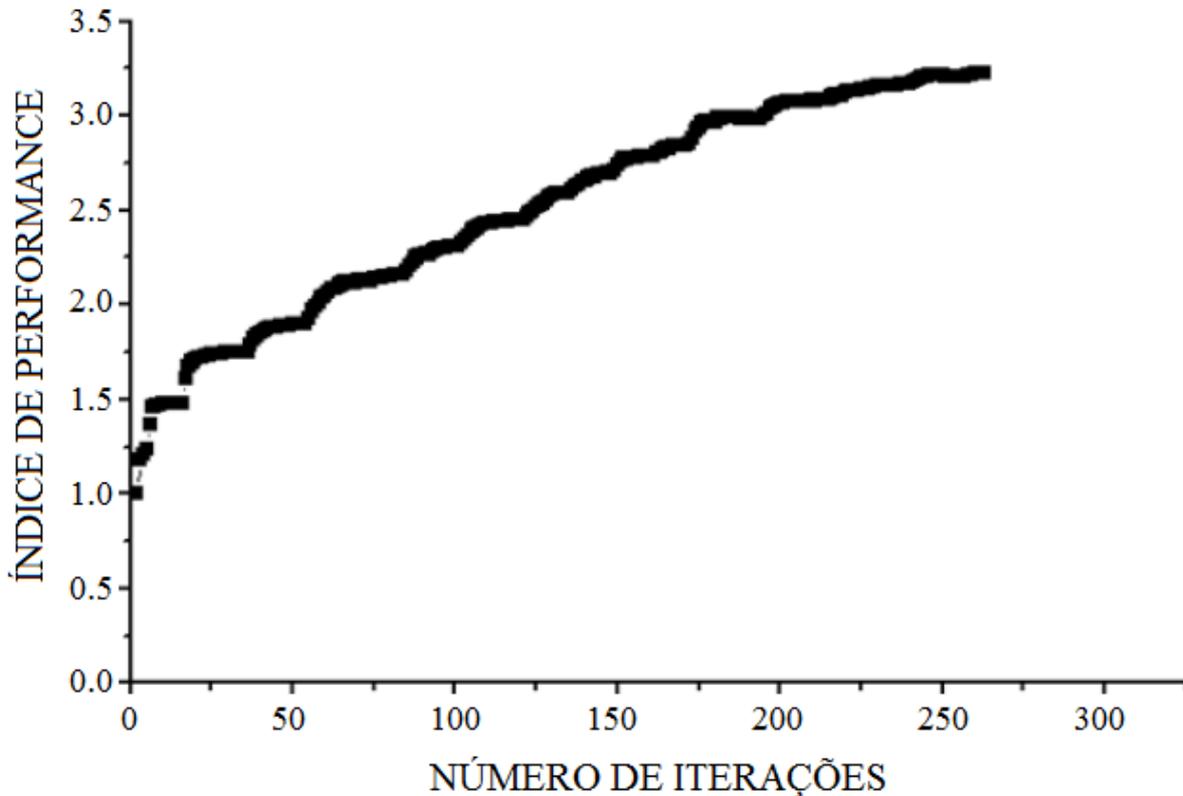


Figura 8 – Índice de performance IP por número de iterações

4.2 Exemplo 2 – Chave Inglesa

Este exemplo trata a otimização topológica de uma chave inglesa e, devido a sua natureza e a sua forma de utilização, certas restrições adicionais foram introduzidas no programa para criação de uma região de não-domínio de projeto, uma vez que o cabo deve ser sólido e sem buracos. A geometria, as condições de contorno e o carregamento podem ser vistos na Figura 9. O material utilizado foi de aço com módulo de elasticidade igual a $E = 210GPa$, coeficiente de Poisson igual a $\nu = 0.30$, espessura igual a $t = 10mm$. Os elementos finitos utilizados foram triangulares e totalizaram 12.215. O carregamento distribuído é de $q = 2 N/mm$, ver Figura 9.

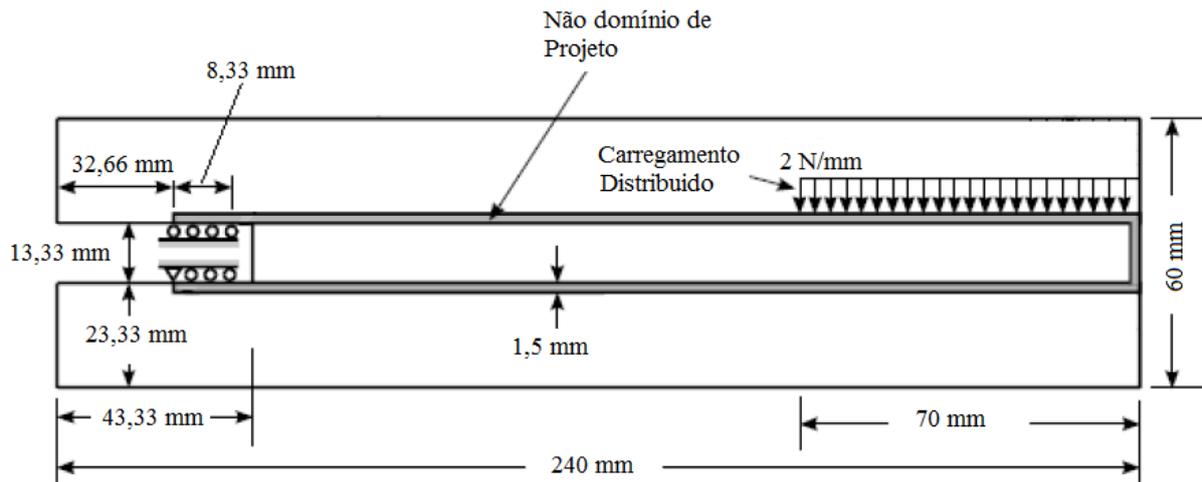


Figura 9 – Domínio de Projeto [5].

Nas figuras 10(a) e 10(b) têm-se os históricos das topologias ótimas da chave inglesa com a presente formulação, destacando a região em azul (elementos tracionados) e em vermelho (elementos comprimidos). Nas Figuras 10(c) e 10(d) têm-se os históricos das topologias ótimas obtidas por [5] utilizando elementos finitos quadrilaterais. Pode-se afirmar que esta configuração final é semelhante à alcançada com a técnica numérica SESO conforme se observa nestas figuras, constatando assim a eficiência e robustez desta técnica aplicada a problemas estruturais não triviais. Neste exemplo, o Nibbling SESO tem limite inferior igual a zero, isto é, atua desde a primeira iteração e superior na iteração 280 evidenciando apenas a otimização de forma sem a criação de buracos no domínio.

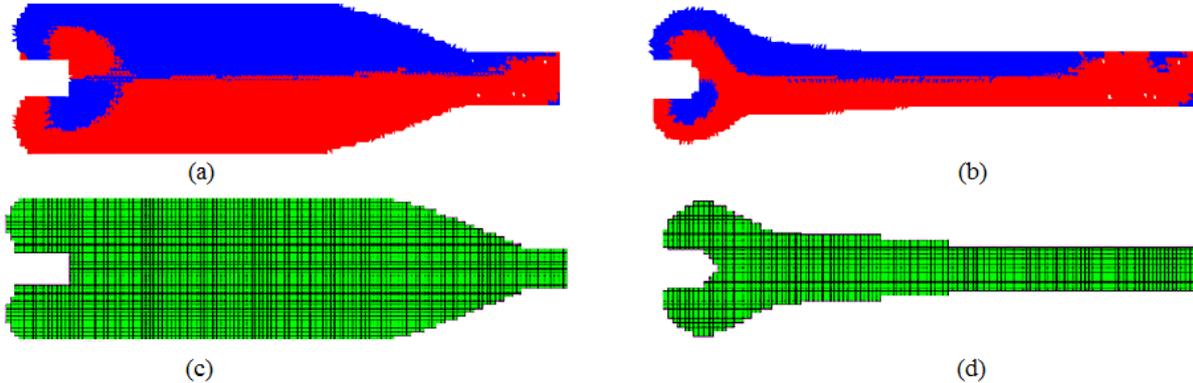


Figura 10 – Topologia ótima chave inglesa: 10 (a) topologia na iteração 40; 10(b) topologia na iteração 277, 10(c) topologia iteração 9; 10(d) topologia na iteração 156.

Na Figura 11 tem-se o gráfico do volume por iteração indicando um volume de 59,3% para a topologia ótima alcançada na iteração 277 com a presente formulação. Destaca-se que, o volume estimado para a topologia ótima alcançada por [5] foi de 39%. Conforme é apresentado na figura 12, o índice performance que monitora o desempenho da estrutura chegou ao seu valor máximo de 2,38 na iteração 277.

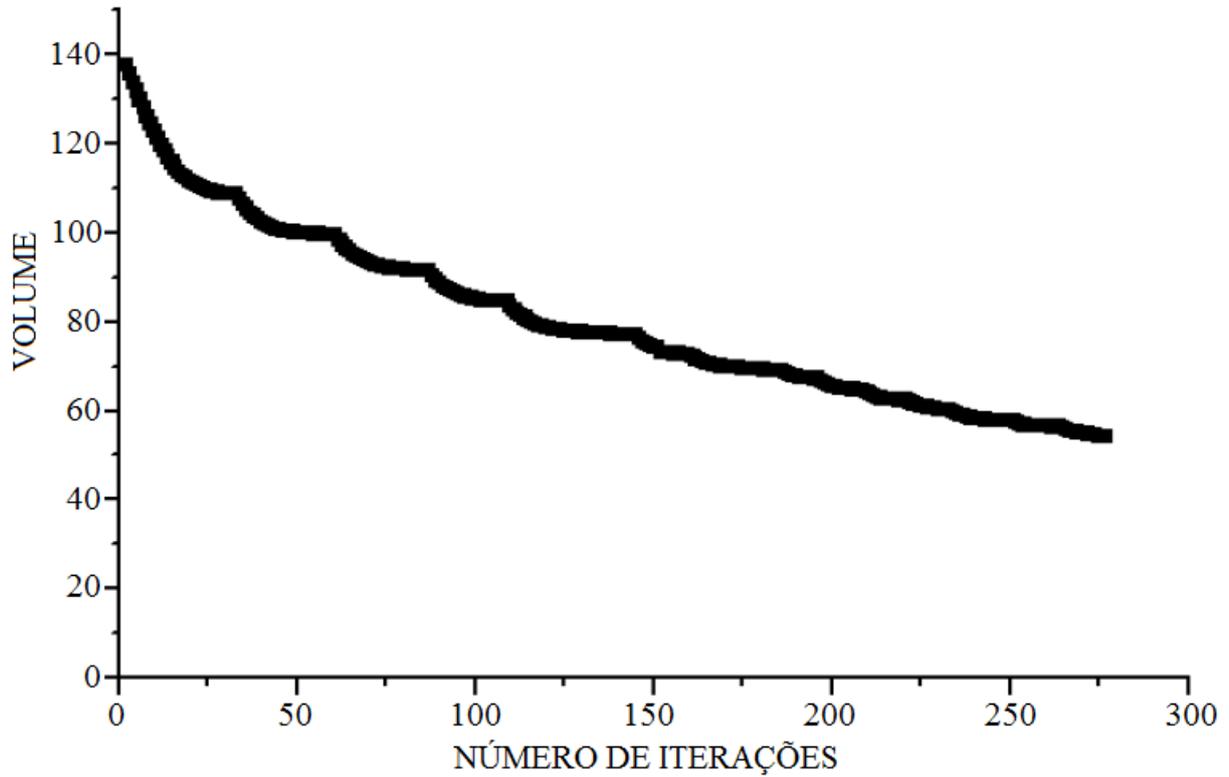


Figura 11 – Volume por número de iterações.

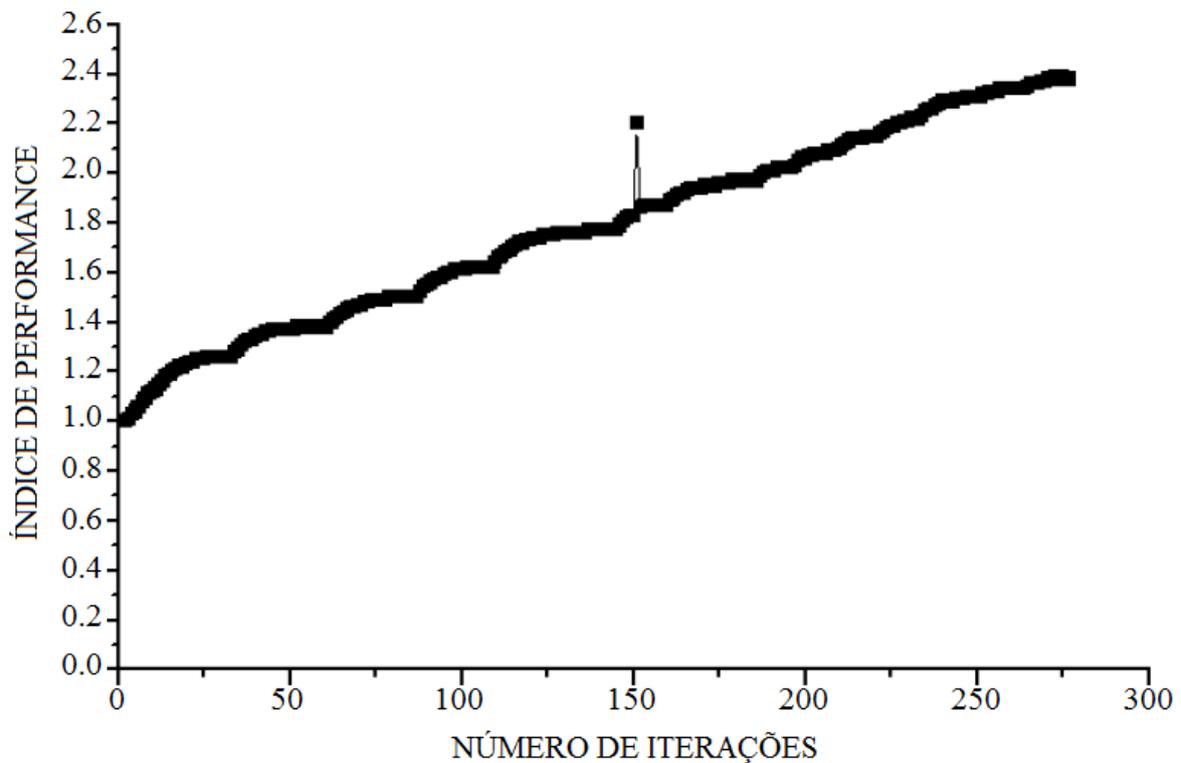


Figura 12 – Índice de performance por número de iterações.

4.3 Exemplo 3 – Viga Biapoçada em Balanço

Este exemplo proposto por [2] trata a otimização topológica de uma viga em balanço cujo domínio de projeto, condições de contorno e carregamento são apresentados na Figura 13. O material utilizado foi de aço com módulo de elasticidade igual a 210Gpa, coeficiente de Poisson igual a $\nu = 0,30$, espessura igual a $t = 10mm$. Os limites de atuação do Nibbling SESO ocorreram nas iterações 15 e 25, respectivamente, inferior e superior. A razão de rejeição igual a 1% e a evolucionária de 1.3%.

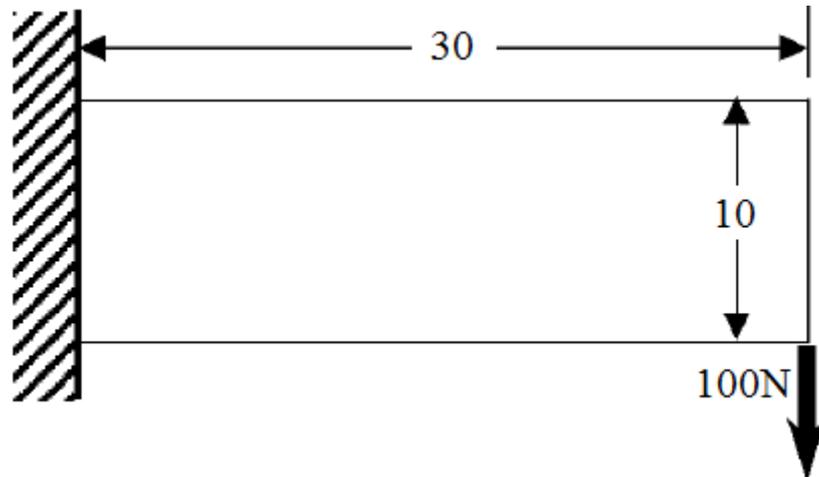


Figura 13 – Domínio de projeto por [2]

A tabela 1 mostra as variações da função Φ para a malha de 60x20 totalizando 2400 elementos finitos triangulares de alta ordem. O objetivo desta análise é mostrar a influência da função Φ na criação de cavidades.

Tabela 1 - Número de Cavidades com a variação de Φ .

| Malha | Φ | Número de Cavidades | Tensão Máxima | Volume % | Tempo (segundos) | Número de iterações |
|-------|--------|---------------------|---------------|----------|------------------|---------------------|
| 60x20 | 1,0 | 4 | 0,640 | 53,375 | 83,2 | 62 |
| 60x20 | 0,90 | 4 | 0,640 | 53,375 | 83,2 | 62 |
| 60x20 | 0,80 | 4 | 0,640 | 53,375 | 83,2 | 62 |
| 60x20 | 0,70 | 3 | 0,630 | 51,25 | 44,03 | 36 |
| 60x20 | 0,65 | 3 | 0,630 | 51,25 | 44,03 | 36 |
| 60x20 | 0,60 | 2 | 0,640 | 52,41 | 42,87 | 36 |
| 60x20 | 0,40 | 1 | 0,320 | 53,375 | 42,87 | 36 |
| 60x20 | 0,20 | 1 | 0,320 | 53,375 | 42,87 | 36 |

| | | | | | | |
|-------|---|---|-------|-------|-------|------|
| 60x20 | 0.0 | 0 | 0,630 | 100,0 | 743,0 | 1000 |
| 60x20 | $\Phi = RR * e^{-RR * \left \sigma_{vm}^{MAX}(i) \right }$ | 4 | 0,640 | 52,50 | 54,01 | 44 |

Na Figura 14 tem-se o gráfico do número de cavidades pela função Φ para uma malha de 60x20 totalizando 2400 elementos finitos triangulares. Constata-se ainda que os resultados obtidos com a presente formulação são semelhantes aos resultados obtidos por [2] (configurações em cinza) usando a malha de 1200 elementos finitos quadrilaterais e obtendo volumes próximos de 52,6%. A função Γ (gama) usada por [2] tem os mesmos valores da função Φ expressos na tabela 1.

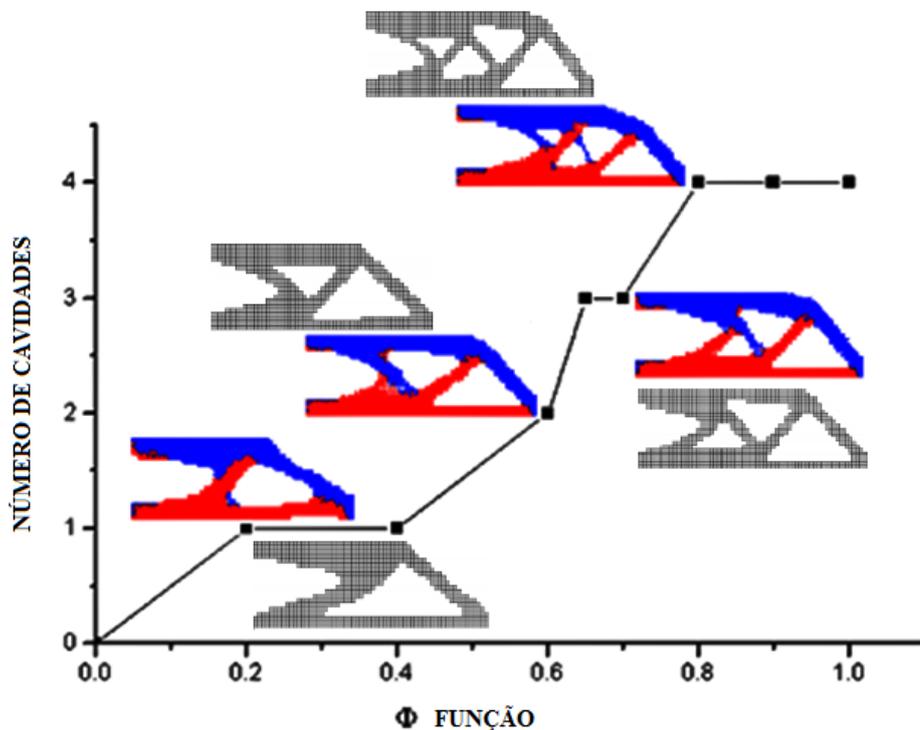


Figura 14 - Número de cavidades por Φ

A tabela 2 mostra as variações de variação da função Φ para as malhas de 90x30 e 120x40 com, respectivamente, 5400 e 9600 elementos finitos triangulares de alta ordem. O objetivo desta análise é mostrar a influência da função Φ na criação de cavidades. Assim, é possível verificar que para $\Phi = k$ com $0 \leq k \leq 1$ ocorre uma variação no número de cavidades na primeira iteração.

Para valores de $\Phi = RR * e^{-RR * \left| \sigma_{vm}^{MAX}(i) \right|}$ ou $\Phi = RR$, que não representa um valor constante durante o processo iterativo, isto é, a função Φ varia durante do procedimento evolucionário, o número de cavidades, neste caso, cresce durante o processo e o custo computacional aumenta.

Tabela 2 – Número de cavidades com a variação de Φ .

| Malha | Φ | Número de Cavidades | Tensão Máxima | Volume % | Tempo (segundos) | Número de iterações |
|--------|---|---------------------|---------------|----------|------------------|---------------------|
| 90x30 | 1,0 | 4 | 0,867 | 51,2 | 60 | 18 |
| 90x30 | 0,8 | 4 | 0,867 | 51,2 | 56 | 18 |
| 90x30 | 0,6 | 4 | 0,867 | 51,2 | 52 | 18 |
| 90x30 | 0,4 | 4 | 0,867 | 51,2 | 57 | 18 |
| 90x30 | 0,2 | 4 | 0,867 | 51,2 | 52,7 | 18 |
| 90x30 | 0,1 | 2 | 0,630 | 48,7 | 36,2 | 18 |
| 90x30 | 0,05 | 9 | 0,625 | 60,87 | 68,3 | 22 |
| 90x30 | $\Phi = RR * e^{-RR * \left \sigma_{vm}^{MAX(i)} \right }$ | 3 | 0,948 | 50,6 | 123,3 | 76 |
| Malha | Φ | Número de Cavidades | Tensão Máxima | Volume % | Tempo (segundos) | Número de iterações |
| 120x40 | 1,0 | 5 | 0,636 | 43,9 | 126,7 | 18 |
| 120x40 | 0,8 | 5 | 0,636 | 43,9 | 84,5 | 18 |
| 120x40 | 0,6 | 4 | 0,636 | 43,9 | 84,5 | 18 |
| 120x40 | 0,4 | 4 | 0,636 | 43,9 | 84,5 | 18 |
| 120x40 | 0,2 | 6 | 0,636 | 44,2 | 130,3 | 18 |
| 120x40 | 0,1 | 6 | 0,636 | 43,25 | 86,0 | 18 |
| 120x40 | 0,05 | 5 | 0,930 | 50,6 | 36,5 | 24 |
| 120x40 | $\Phi = RR * e^{-RR * \left \sigma_{vm}^{MAX(i)} \right }$ | 3 | 0,614 | 40,0 | 508,6 | 92 |

Observando os dados da tabela 2 verifica-se que o número de cavidades aumenta com a densidade da malha. Além disso, a geometria do elemento sendo menor permite uma retirada em menor variação, proporcionando um refinamento na otimização e um número

maior de cavidades na topologia ótima. Quando $\Phi = RR^* e^{-RR^* \left| \sigma_{vm}^{MAX}(i) \right|}$ nota-se que o processo de otimização é mais lento, uma vez que a comparação entre a TIC e Φ é realizada elemento por elemento considerando, respectivamente, os seus valores numéricos.

Com o objetivo de mostrar o comportamento da função Φ durante o processo de otimização plotou-se o gráfico de superfície das tensões de von Mises nos centroides dos elementos e valores de Φ próximos de 1, figura 15a, entre zero e um, figura 15b e próximos de 0, figura 15c, o que confirma as hipóteses descritas neste artigo.

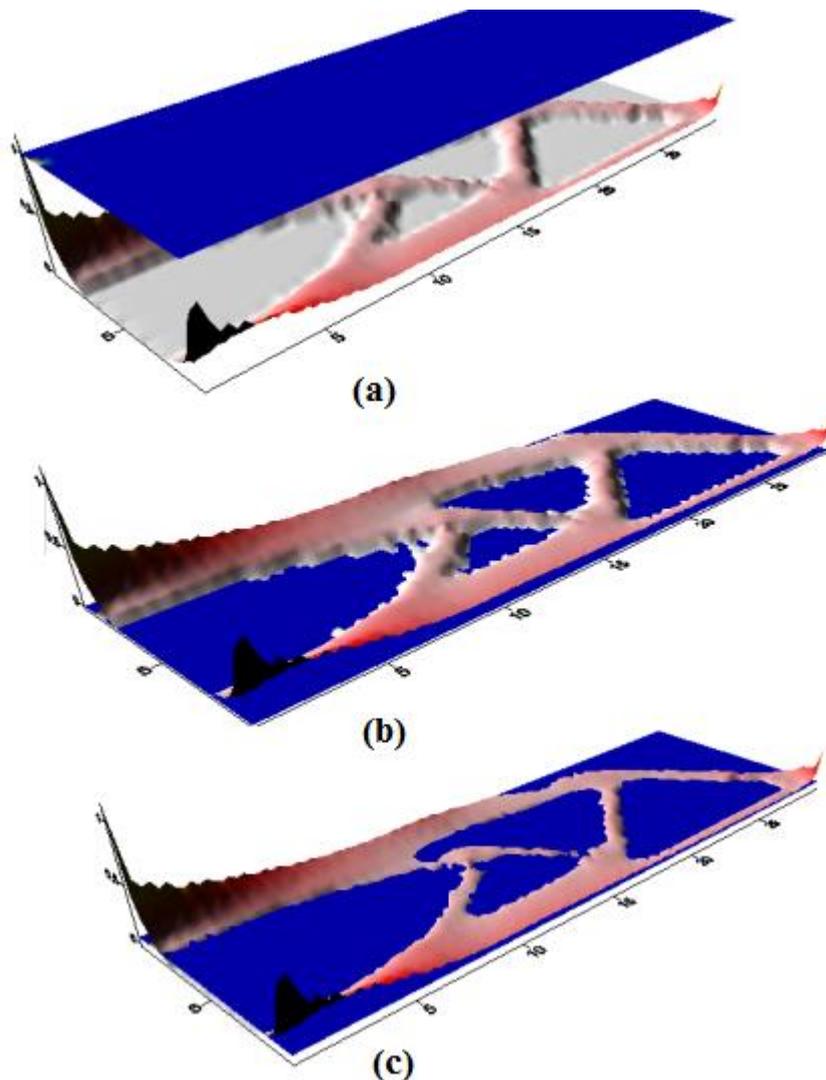


Figura 15 – Gráficos de Superfície – Tensões de von Mises e Φ .

5 CONCLUSÕES

A avaliação do modelo elaborado pelos autores, que utiliza a técnica numérica SESO em problemas de otimização topológica, foi realizada em problemas não triviais. A presente técnica foi estendida para considerar regiões de não-domínio de projeto em elementos estruturais com e sem atuação do Nibbling.

Constatou-se neste estudo que alguns parâmetros influenciam na criação de cavidades dentro do domínio, como: a densidade da malha e a função Φ . Destaca-se que quando a malha é mais densa o número de cavidades aumenta, pois o critério SESO permite a retirada de um número menor de elementos a cada iteração. Num processo evolutivo de otimização topológica conclui-se que quanto maior a densidade da malha maior o número de cavidades criada em seu domínio. Verificou-se ainda que para valores de $\Phi = 0$ não há criação de buracos; quando $\Phi = 1$ define o clássico SESO, criando o número máximo ideal de cavidades.

Conclui-se também que a variação de Φ com uma escolha ideal de malha permite a obtenção de uma topologia ótima com um número de cavidades desejado e com um número pequeno de iterações.

No exemplo de um gancho, mostra-se a eficiência e a robustez da técnica SESO utilizando o procedimento evolucionário acoplado ao MEF produzindo uma topologia ótima semelhante à topologia apresentada utilizando o MEC que tem uma formulação bem diferente. No exemplo da chave inglesa, houve a necessidade de criação de uma região de não-domínio de projeto para o cabo. Esta região de não-domínio deve ser preservada por condição essencial de projeto, uma vez que o cabo deve ser rígido e maciço não permitindo a retirada de elementos nesta região.

6 AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), ao CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e a Universidade Estadual Paulista (UNESP) pelo apoio e pelo suporte financeiro desta pesquisa.

REFERENCIAS

- [1] Xie Y.M., Steven G.P., 1993. A simple evolutionary procedure for structural optimization. *Comput Struct*; 49(5):885–96.
- [2] Kim, H, Querin, O.M., Steven, G.P, Xie, Y.M., 2002. Determination of an Optimal Topology with a Predefined Number of Cavities, *AIAA Journal*, Vol. 40, n. 4, pp 739-744.
- [3] Xie, Y. M., Steven, G. P., 1994.' Optimal design of multiple load case structures using an evolutionary procedure', *Engineering Computations*, 11, pp 295-302.
- [4] Steven, G. P., Querin, O. M., Xie, Y. M., 1993.' Evolutionary structural optimization applied to aerospace structures', *Proceedings of Pacific International Conference on Aerospace Science and Technology*, Tainan, Taiwan, pp. 349-354.
- [5] Querin, O.M., 1997. Evolutionary Structural Optimization stress based formulation and implementation. PhD dissertation, University of Sydney.
- [6] Tanskanen, P., 2002. The evolutionary structural optimization method: theoretical aspects. *Comput Methods Appl Mech Eng* 191:5485–5498.

[7] Simonetti, H.L., 2009. Otimização Topológica de Estruturas Bidimensionais, Dissertação Mestrado - Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil.

[8] Simonetti, H.L.; Almeida, V.S.; Neves, F.A., 2010. Seleção de Topologias Ótimas para Estruturas do Contínuo com minimização de Volume sujeita a restrição de tensão via “Smoothing ESO” (SESO); CILAMCE; Argentina.

[9] Simonetti, H. L.; Almeida, S. A. ; Neves, F.A., 2014. Optimal topology selection for 2D structures with stress constraints via SESO. Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, vol.30, p. 69-76.

[10] Simonetti,H.L.; Almeida,V.S.; Oliveira Neto,L., 2014. A smooth evolutionary structural optimization procedure applied to plane stress problem, Engineering Structures, Vol. 75, p. 248-258.

[11] Almeida,V.S.; Simonetti,H.L.; Oliveira Neto,L., 2011. The strut-and-tie models in reinforced concrete structures analysed by a numerical technique, 53º Congresso Brasileiro do Concreto..

[12] Almeida,V.S.; Simonetti,H.L.; Oliveira Neto,L., 2013. Comparative analysis of strut-and-tie models using Smooth Evolutionary Structural Optimization, Engineering Structures, Vol. 56, p. 1665-1675.

[13] Bergan, P.G.; Felippa, C.A.,1985. A triangular membrane element with rotational degrees of freedom. Comp. Meths. in Appl. Mech. Eng., v.50, p.25-69.

[14] Liang, Q.Q.; Steven, G.P., 2002. A performance-based optimization method for topology design of continuum structures with mean compliance constraints, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 191, 13-14, 1471-1489.

[15] Duff, I.S.; Reid, J.K, 1982. A set of Fortran subroutines for solving sparse symmetric sets of linear equations. Report R10533, AERE Harwell.

[16] Cilisiano, A.P., Bertsch, C., Neches, L.C. and Calvo, N., 2008. Topology Optimization of 2D and 3D Elastic Structures Using Boundary Elements, EngOpt - International Conference on Engineering Optimization,Rio de Janeiro, Brazil.