



XXXVII IBERIAN LATIN AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING BRASÍLIA - DF - BRAZIL

DESIGN CONSTRUTAL APLICADO A UM CANAL COM ALETAS SUBMETIDO A CONVECÇÃO FORÇADA

Bruno Costa Feijó

Martim dos Santos Pereira

Filipe Branco Teixeira

bruno.feijo1989@gmail.com

martimpereyra@gmail.com

fbrancoteixeira@gmail.com

School of Engineering, Universidade Federal do Rio Grande

Av. Itália, km 8, Carreiros, 96203-900 - Rio Grande, RS, Brazil.

Jhon Nero Vaz Goulart

Tiago de Melo

jvaz@unb.br

tiago.melomec@gmail.com

Group of Experimental and Computational of Mechanics, University of Brasilia Gama, DF, 72.405-610, PO box 8114, Brazil.

Luiz Alberto Oliveira Rocha

luizrocha@mecanica.ufrgs.br

Department of Mechanical Engineering, Federal University of Rio Grande do Sul Rua Sarmento Leite, 425, 90050-170 - Porto Alegre, RS, Brazil.

Liércio André Isoldi

Elizaldo Domingues dos Santos

liercioisoldi@furg.br

elizaldosantos@furg.br

School of Engineering, Universidade Federal do Rio Grande

Av. Itália, km 8, Carreiros, 96203-900 - Rio Grande, RS, Brazil.

Resumo. O propósito deste trabalho é apresentar um estudo numérico de um canal bidimensional com duas aletas retangulares submetido a um escoamento no regime laminar com transferência de calor por convecção forçada avaliando a geometria das aletas através do método Design Construtal. Os objetivos principais são maximizar a taxa de transferência de calor e ao mesmo tempo minimizar a diferença de pressões entre a entrada e saída do canal para diferentes dimensões das duas aletas do canal, considerando os mesmos números de Reynolds ($Re_H = 100$) e Prandtl (Pr = 0,71). O problema é submetido a três restrições dadas pelas áreas do canal, aletas e área máxima de ocupação de cada aleta. O sistema ainda possui três graus de liberdade dados pela razão entre altura e comprimento do canal, que é mantida fixa H/L = 0,0625, a razão entre altura e comprimento da aleta frontal (H_3/L_3) situada na superfície inferior do canal e a razão entre altura e comprimento da aleta posterior (H₄/L₄) localizada na superfície superior do canal. Os dois últimos graus de liberdade foram variados neste estudo. Para a abordagem numérica do problema, as equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia são resolvidas com o método dos volumes finitos (MVF). Os resultados mostraram que uma razão de H₄/L₄ igual a 3,0 é a que melhor atende ao multi-objetivo proposto. Também foi observado que razões de H₄/L₄ mais próximas de 0,25 tem melhor desempenho fluidodinâmico, sendo a razão entre o melhor e o pior caso fluidodinâmico igual a 28,79, enquanto que razões de H₄/L₄ próximas à 4.0 tem melhor desempenho térmico, com desempenho 60,62% superior comparado ao pior caso.

Palavras-chave: Design Construtal, convecção forçada, escoamento em canais, aletas retangulares, estudo numérico.

1 INTRODUÇÃO

A transferência de calor em escoamentos internos com aletas inseridas representa uma idealização geométrica para vários problemas e equipamentos térmicos em engenharia. Alguns exemplos incluem trocadores de calor, sistemas de armazenamento de energia solar, como também o espaço entre os componentes eletrônicos em uma placa integrada.

Com uma geometria simples e condições de contorno bem escolhidas, em conjunto com a presença de fenômenos complexos, tais como o descolamento e recolamento de camada limite os problemas de canais aletados, ou mesmo cavidades, tem sido bastante empregados para geração de soluções de referência (Dos Santos et al., 2011).

No presente trabalho tem-se o objetivo de empregar o Design Construtal para avaliar a geometria de aletas inseridas em canais submetidos a escoamentos com transferência de calor por convecção forçada. Tal método é baseado na Lei Construtal. A Lei Construtal afirma que, se um sistema de escoamento de dimensões finitas possui liberdade de se transformar, sua geometria se desenvolverá no tempo de forma a facilitar o acesso das correntes de escoamento internas no sistema (Bejan, 2000; Bejan e Lorente, 2008; Bejan e Zane, 2012).

Exemplos da aplicação do Design Construtal são vistos no clima, na organização do espaço urbano, tráfego, transporte de pessoas e cargas, dinâmicas sociais (Bejan e Merkx, 2007), a economia, a evolução da tecnologia (Bejan e Lorente, 2008) e vários problemas na área de engenharia como: projeto da eletrônica, células de combustível, turbinas, energia das ondas, refrigeração e problemas fundamentais de transferência de calor (Rocha et al. 2013). Portanto, é possível afirmar que a Lei Construtal é o princípio unificador do design para cada sistema submetido a qualquer tipo de movimento/escoamento.

A otimização geométrica das aletas e cavidades tem sido reconhecido como um assunto muito importante para a melhoria da transferência de calor em muitas aplicações de engenharia (Biserni et al, 2004; Lorenzini e Rocha, 2006).

Muitos estudos têm sido desenvolvidos nos âmbitos experimentais e numéricos para obter uma melhor compreensão da dinâmica do fluxo de fluidos em cavidades isotérmicas retangulares considerando tanto regimes laminares quanto e turbulentos (Prasad e Koseff, 1989; Lin et al., 2011). Na área de transferência de calor, foram realizadas várias pesquisas a fim de se obter o comportamento térmico de processos de convecção forçada (Iwatsu e Hyun, 1995; Dos Santos et al, 2008), por convecção mista (Cheng e Liu., 2010; Dos Santos et al., 2011) e os fluxos convectivos naturais (Peng e Davidson, 2001;. Trias et al, 2013).

Neste sentido, a teoria Construtal tem guiado pesquisas em direção à descoberta de estruturas mais eficientes na refrigeração de sistemas para diversos formatos de cavidades e aletas, por exemplo, em forma de C (Biserni et al, 2004; Rocha et al, 2010), T e em forma de Y (Rocha et al., 2005; Xie et al., 2010, Kundu e Bhanja, 2010; Lorenzini et al. 2011a), bem como, arranjos complexos de cavidades e aletas (Lorenzini et al, 2011b; Lorenzini et al, 2012; Hajmohammadi et al., 2013).

Arranjos de canais com fluídos com transferência de calor tem sido estudados (Bejan et al, 2016) e mostram que a geometria do canal é um importante fator para o desempenho de trocadores de calor. Particularmente, o estudo de mini e micro-canais tem recebido bastante atenção. Isto se deve ao fato de que o estudo e desenvolvimento de microchips e outros componentes eletrônicos estar cada vez mais tendendo a miniaturização, exigindo que estes componentes tenham uma melhor performance (Bello-Ochende et al, 2007; Muzychka, 2005; Dhulia, 2015).

No presente trabalho, o principal objetivo é maximizar a transferência de calor das aletas para o escoamento circundante e minimizar a diferença de pressões entre a entrada e a saída do canal, analisando os vários arranjos de geometrias das duas aletas através do método Design Construtal (para definição do espaço de busca) e da busca exaustiva para a otimização do problema. Para todas simulações realizadas, o número de Prandtl e o número de Reynolds são mantidos fixos (Re_H = 100, Pr = 0,71). A geometria é submetida a três restrições: 1) área total das aletas, 2) área de ocupação das aletas, 3) área total do canal. Além disso, o sistema possui dois graus de liberdade: H_3/L_3 (relação entre a altura e comprimento da primeira aleta) e H_4/L_4 (relação entre o altura e comprimento da segunda aleta), onde ambos são variados de uma razão igual a 0,25 até a razão igual a 4. As equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia são resolvidas para todos os casos estudados, utilizando um código comercial com base no método de volumes finitos (FVM) (Patankar, 1980; Versteeg e Malalasekera, 2007; Fluent, 2007).

2 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA E MODELAGEM MATEMÁTICA

2.1 Design Construtal Aplicado ao Canal com Aletas

O problema físico analisado consiste de um canal bidimensional com aletas, conforme representado na Fig. 1. O fluido utilizado no estudo é o ar e seu movimento é gerado pela imposição de um campo de velocidades na superfície esquerda do canal. O objetivo da análise é a determinação da geometria ideal (H_3/L_3 para a aleta 1 e H_4/L_4 para a aleta 2) que maximiza a taxa de transferência de calor (q) entre as aletas e o escoamento do fluido e que minimiza a diferença de pressões entre a entrada e saída do canal (ΔP), ou seja, um problema multiobjectivo. Os graus de liberdade são otimizados para um escoamento laminar com número de Reynolds Re_H = 100 e número de Prandtl Pr = 0,71 e uma temperatura prescrita ($T_{\infty} = 300$ K) na entrada do canal. Além disso, não há fluxo de calor através das paredes, e as aletas estão a uma temperatura prescrita $T_w = 330$ K. Com relação as condições de contorno do problema fluido dinâmico, é considerado que na região lateral direita tem-se uma pressão manométrica ($p_{man} = 0$ Pa) e as superfícies superior e inferior do canal possuem a condição de não-deslizamento e impermeabilidade (u = v = 0 m/s).

Neste estudo será mantida fixa a relação entre a área 1 ($A_1 = H_1 L_1 = 2500 \text{ mm}^2$) e as áreas 2 e 3 das duas aletas ($\phi_2 = \phi_3 = 0,2$). Além disso, foi considerado um canal com um comprimento de L = 800 mm e altura H = 50 mm.

No âmbito do Design Construtal, a otimização do problema estudado está sujeita a três restrições, a área do canal (A), a área de ocupação de cada aleta (AI) e a área das aletas (A2):

$$A = H \times L \tag{1}$$

$$A_1 = H \times L_1 = H \times L_2 \tag{2}$$

$$A_2 = H_3 \times L_3 = H_4 \times L_4 \tag{3}$$



Figura 1. Domínio computacional de um canal com aletas

O processo de otimização foi realizado conforme ilustrado na Fig. 2. Primeiramente, a geometria é otimizada pela variação da razão H_3/L_3 entre os valores de 0,25 à 4,0, mantendose fixo o parâmetro H_4/L_4 . O valor máximo encontrado para a taxa de transferência de calor nas aletas foi denominada de taxa uma vez maximizado, q_m , e a correspondente razão H_3/L_3 foi denominada razão uma vez otimizada, $(H_3/L_3)_o$ para a taxa de transferência de calo e também foi encontrado um valor mínimo para a diferença de pressões (ΔP)_m correspondente a uma razão $(H_3/L_3)_o$. Uma vez que trata-se de um problema multi-objetivo pode ter-se diferentes valores para a razão $(H_3/L_3)_o$, uma para o problema fluido dinâmico e outra para o problema térmico. Em um segundo passo, o processo é repetido novamente para outros valores da razão H_4/L_4 entre 0,25 e 4,0. A máxima taxa de transferência de calor é a taxa duas vezes maximizada, q_{mm} , e a menor diferença de pressão é duas vezes minimizada, $(\Delta P)_{mm}$. Com relação as geometrias ótimas, obtém-se a razão H_4/L_4 uma vez otimizada, $(H_4/L_4)_o$, e a razão H_3/L_3 duas vezes otimizada, $(H_3/L_3)_{oo}$. Para este estudo específico foi realizado um total de 192 simulações.



Figura 2. Ilustração do processo de otimização aplicado ao canal com aletas.

2.2 Modelagem Matemática

A solução das equações de conservação da massa, quantidade de movimento e energia para um escoamento em regime permanente, incompressível, laminar convectivo forçado, juntamente com as condições de contorno e as condições iniciais, é dada respectivamente por (Bejan, 2014):

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0.$$
(4)

$$x: \quad u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial x} + v\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right).$$
(5)

y:
$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial y} + v \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right).$$
 (6)

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{k}{\rho c_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right).$$
(7)

onde *u* e *v* são as velocidades do escoamento (m/s) nas direções *x* e *y*, respectivamente; *p* é a pressão (N/m²), *v* é a viscosidade cinemática (m²/s), ρ é a massa específica do ar (kg/m³), *T* é a temperatura (K), *C*_p é o calor específico a pressão constante (kJ/(kg.K)) e *k* é a condutividade térmica (W/(m.K)).

3 PROCEDIMENTOS NUMÉRICOS

O solver empregado foi baseado na pressão e todas as simulações foram realizadas com esquema *Upwind* de segunda ordem para a equação da conservação da quantidade de movimento e energia para as discretizações espaciais do termo advectivo, já para a pressão foi utilizado o esquema padrão denominado *Standard*.

O acoplamento pressão-velocidade foi realizado pelo método SIMPLEC (Versteeg e Malalasekera, 2007). Além disso, fatores de subrelaxação de 1,0, 0,6 e 0,8 foram impostos para as equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia, respectivamente.

As soluções obtidas aqui foram consideradas convergidas quando os resíduos para as equações de conservação de massa e quantidade de movimento nas direções x e y foram inferiores a $10^{-6} e 10^{-8}$ para a equação de conservação de energia.

Todas as simulações foram realizadas usando um computador com processador de Intel i5 com clock de 3,10 GHz e 8 GB de memória ram. Emprega-se uma Biblioteca de Passagem de Mensagem (MPI – do inglês: *Message Passing Interface*) para paralelização. O tempo de processamento de cada simulação foi de aproximadamente 180 s (3 min). A discretização do domínio foi realizada, primeiramente, empregando o software comercial GAMBIT, sendo gerados aproximadamente 22,000 volumes finitos triangulares. A Figura 3 ilustra a malha empregada no presente trabalho e também as condições de contorno empregadas no domínio.



Figura 3. Discretização espacial aplicada ao canal com aletas.

4 RESULTADOS

Primeiramente os resultados foram analisados do ponto de vista térmico. A partir das simulações realizadas foi possível observar o comportamento da variação das razões H_3/L_3 e H_4/L_4 sobre taxa de transferência de calor (q) nas aletas. A Fig. 4 mostra o efeito da razão H_3/L_3 sobre a taxa de transferência de calor nas duas aletas para diferentes razões de H_4/L_4 . Nas duas razões, apesar de haver um comportamento levemente variado entre as razões 0,25 e 1, há sempre uma tendência de aumento de q com o aumento da razão H_3/L_3 até o limite superior analisado de $H_3/L_3 = 4,0$. A Fig. 5 mostra a contribuição da aleta 1 posicionada a montante no escoamento, Fig. 5(a), e da aleta 2 posicionada a jusante no escoamento, Fig. 5(b), para a taxa de transferência de calor no sistema aletado, visto na Fig. 4. Para ilustrar melhor o estudo térmico, a Fig. 5 mostra o campo de temperaturas obtido para o caso de melhor desempenho térmico, $H_3/L_3 = 4,0$ e $H_4/L_4 = 4,0$.

Na Fig. 6 pode ser observado que, apesar das menores razões de H_3/L_3 aumentarem a taxa de transferência de calor da aleta 2, a aleta 1 é a responsável por maior parte da transferência de calor, justamente por ser a aleta em que o fluído encontra primeiro no seu percurso. O comportamento da aleta 1 acaba sendo dominante para a constituição da taxa no conjunto aletado.



Figura 4. Efeito de H₃/L₃ sobre a taxa de transferência de calor (q) para diferentes razões de H₄/L₄.



Figura 5. Campo de temperaturas para a geometria com melhor desempenho térmico.

A partir dos resultados ótimos obtidos na Fig. 4, a taxa de transferência de calor uma vez maximizada $(q)_m$, que na Fig. 7 tem mostrado o seu comportamento em relação a razão H_4/L_4 . Pode ser observado que, como visto para a razão de H_3/L_3 , o melhor desempenho térmico é obtido quando a aleta possui a máxima penetração no domínio do canal para o escoamento avaliado. Há um aumento de 18,66% entre a menor razão e a maior. A Fig. 8 mostra que a razão ótima para o problema térmico $(H_3/L_3)_o$ não se altera com a variação de H_4/L_4 .

Após a análise térmica do problema, é feita similarmente a análise fluidodinâmica, sendo avaliada a variação de pressão entre a entrada e saída do canal estudado. A Fig. 9 mostra que as menores razões de H_3/L_3 e H_4/L_4 tendem a ser mais sensíveis a variação da pressão. Maiores valores de H_3 e H_4 significam uma maior obstrução ao escoamento do fluído, o que está de acordo com os resultados obtidos. Em comparação com o caso térmico, as melhores geometrias são obtidas exatamente com o inverso, ou seja, para as menores razões de H_3/L_3 e H_4/L_4 . Na Fig. 10 é possível observar o campo de velocidades e o campo de pressões para a geometria com o melhor desempenho fluidodinâmico, $H_3/L_3 = 0.25$ e $H_4/L_4 = 0.25$.





Figura 6. Efeito de H₃/L₃ sobre a taxa de transferência de calor (q) para diferentes razões de H₄/L₄: a) para a aleta 1, b) para a aleta 2.



Figura 7. Efeito da razão H₄/L₄ sobre a taxa de transferência de calor uma vez maximizada (q)_m.



Figura 8. Efeito da razão H4/L4 sobre a razão (H3/L3)o.



Figura 9. Efeito da razão H₃/L₃ sobre a diferença de pressão entre a entrada e saída do canal (ΔP) para diferentes razões de H₄/L₄.



Figura 10. a) Campo de velocidades para a geometria com melhor desempenho fluidodinâmico, b) Campo de pressões para a geometria com melhor desempenho fluidodinâmico.

Da mesma forma que na análise térmica, com os resultados obtidos para a variação da pressão tem-se um valor uma vez maximizado, $(\Delta P)_m$, para cada faixa de H_4/L_4 , na Fig. 11. A Fig. 12 apresenta a variação de $(H_3/L_3)_0$ com H_4/L_4 . Este valor se manteve praticamente constante, sendo verificada uma pequena variação apenas na maior razão de H_4/L_4 .

O problema em estudo possui dois objetivos: a maximização da taxa de transferência de calor das aletas para o fluído, a otimização térmica, e a minimização da diferença de pressões entre a entrada e a saída do canal, a otimização fluidodinâmica. Para este problema, a solução gráfica é apresentada na Fig. 13. De acordo com os princípios da Lei Construtal, para um problema multi-objetivo, como este caso, a melhor configuração para as geometrias estudas é encontrada nos valores mais próximos aos pontos de início dos eixos abscissa e ordenada. Utilizando este princípio, observa-se que os resultados que melhor atendem o problema multi-objetivo são os próximos da razão $H_4/L_4 = 3,0$. Valores mais próximos a 0,25 são melhores para a otimização fluidodinâmica. Assim, o design para esse tipo de problema será dependente do tipo de objetivo que se pretende para o sistema de escoamento.



Figura 11. Efeito da razão H₄/L₄ sobre a diferença de pressão entre a entrada e saída do canal uma vez maximizada (ΔP)_m.



Figura 12. Efeito da razão H4/L4 sobre (H3/L3)o.



Figura 13. Efeito da razão H₄/L₄ sobre a diferença de pressões (△P) e sobre o inverso da taxa de transferência de calor (q).

5 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi estudada numericamente a otimização geométrica de um canal com aletas, submetido a convecção forçada onde o movimento do fluido é gerado pela imposição de um campo de velocidades na superfície esquerda do canal em regime permanente, laminar, bidimensional, com números de Reynolds de Re=100 e Prandtl de Pr=0,71, utilizando o Design Construtal. Foram mantidas fixas a área total do canal e as áreas ocupadas pelas aletas. O problema teve como objetivos a maximização da troca térmica entre as aletas e o fluído e a minimização da diferença de pressões entre a entrada e a saída do canal. As razões de altura e comprimento das duas aletas, H_3/L_3 e H_4/L_4 , foram variadas para buscar a geometria que melhor atendesse aos objetivos, na faixa $0,25 \le H_3/L_3$, $H_4/L_4 \le 4,0$.

Os resultados foram importantes para mostrar que neste problema a geometria ótima irá depender fortemente do tipo de objetivo estabelecido para o problema. A menor razão de H_4/L_4 , 0,25 é a geometria ótima para um problema unicamente fluidodinâmico enquanto que uma razão de 4,0 é a melhor para o problema unicamente térmico. A maior parte da faixa estudada, até aproximadamente $H_4/L_4 = 3,0$, ainda é melhor do ponto de vista fluidodinâmico. A razão de $H_4/L_4 = 3,0$, entre as analisadas, se mostrou a que melhor atende o problema considerando o problema multi-objetivo. Esse comportamento explica, de certa forma, os sistemas naturais que possuem design que conduzem a desempenhos intermediários para algum objetivo específico. Em outras palavras, dependendo do objetivo estabelecido é possível que o sistema de escoamento tenha geometrias diferentes. Em comparação com os piores casos, o uso do Design Construtal permitiu uma melhora de 60,62% na taxa de transferência de calor considerando o problema térmico e uma razão de 28,79 entre o melhor e o pior resultado das diferenças de pressões considerando o problema fluidodinâmico. Os resultados mostraram a importância do Design Construtal para a otimização da engenharia em um dos seus problemas fundamentais, a transferência de calor em aletas.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bejan A e Lorente, S., 2011, The constructal law and the evolution of design in nature. Physics Life Reviews, Vol. 8, pp. 209–240.

Bejan, A. e Lorente, S., 2008, Design with Constructal Theory, Wiley, Hoboken.

Bejan, A. e Merkx, G. W., editors, 2007, Constructal theory of social dynamics, New York, Springer.

Bejan, A. e Zane, J. P., 2012, Design in Nature. New York, Doubleday.

Bejan, A., 2000, Shape and Structure, from Engineering to Nature, Cambridge University Press, Cambridge, UK.

Bejan, A., 2014, Convection Heat Transfer, John Wiley, Durham, USA.

Bejan, A., Lorente, S. e Lee, J., 2008, Unifying Constructal Theory of tree roots, canopies and forests, Journal of Theoretical Biology, Vol. 254, pp. 529-540.

Bejan, A., Almerbati, A., Lorente, S., Sabau, A.S., e Klett, J.W., 2016, Arrays of flow channels with heat transfer embedded in conducting walls, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 99, pp. 504–511.

Bello-Ochende, T., Liebenberg, L. e Meyer, J.P., 2007, Constructal design: geometric optimization of micro-channel heat sinks, South African Journal of Science 103, pp. 483-489.

Biserni, C., Rocha, L. A. O. e Bejan, A., 2004, Inverted fins: geometric optimization of the intrusion into a conducting wall, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 47, pp. 2577-2586.

Cheng, C.-H, Chen, C.-L., 2005, Buoyancyinduced periodic flow and heat transfer in liddriven cavities with different cross-sectional shapes, International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 32, N° 3–4, pp. 483-490.

Dhulia, J.K., 2015, A Review of Design and Development of Mini and Micro Channels Heat Exchanger, IJEDR, Vol. 3, Issue 4, ISSN: 2321-9939.

Fluent (version 6.3.16), ANSYS, Inc., 2007.

Hajmohammadi, M. R., Poozesh, S., Campo, A. e Nourazar, S., 2013, Valuable reconsideration in the constructal design of cavities, Energy Conversion and Management, Vol. 66, pp. 33 - 40.

Incropera, F.P., Dewitt, D.P., Bergman, T.L. e Lavine, A.S., 2008. Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa, 6a ed. LTC, Rio de Janeiro.

Iwatsu, R. e Hyun, J.M., 1995, Threedimensional driven-cavity flows with a vertical temperature gradient, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 38, pp. 3319 – 3328.

Kundu, B. e Bhanja, D., 2010, Performance and optimization analysis of a constructal T-shaped fin subject to variable thermal conductivity and convective heat transfer coefficient, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 53, pp. 254–267.

Lin, L.-S., Chen, Y.-C. e Lin, C.-A., 2011, Multi relaxation time lattice Boltzmann simulations of deep lid driven cavity flows at different aspect ratios, Computers & Fluids, Vol. 45, pp. 233–240.

Lorenzini, G. e Rocha, L. A. O., 2006, Constructal design of Y-shaped assembly of fins, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 49, pp. 4552-4557.

Lorenzini, G., Biserni, C., Isoldi, L. A., Dos Santos, E. D. e Rocha, L. A. O., 2011a, Constructal Design Applied to the Geometric Optimization of Y shaped Cavities Embedded in a Conducting Medium, 9 Journal of Electronic Packaging, Vol. 133, pp. 041008-1-041008-8.

Lorenzini, G., Corrêa, R. L., Dos Santos, E. D. e Rocha, L. A. O., 2011b, Constructal design of complex assembly of fins, ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 133, pp. 081902.

Lorenzini, G., Garcia, F. L., Dos Santos, E. D., Biserni, C. e Rocha, L. A. O., 2012, Constructal Design Applied to the Optimization of Complex Geometries: T-Y-Shaped Cavities with Two Additional Lateral Intrusions Cooled by Convection, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 55, pp. 1505 – 1512.

Muzychka, Y.S., 2005, Constructal design of forced convection cooled microchannel heat sinks and heat exchangers, International Journal of Heat and Mass Transfer Vol. 48, pp. 3119–3127.

Adewumi, O.O., Bello-Ochende, T. e Meyer, J.P., 2014, Geometric Optimisation of Multi-Layered Microchannel Heat Sink With Different Flow Arrangements, Proceedings of the 15th Heat Transfer Conference, IHTC-15, August 10-15, 2014, Kyoto, Japan.

Oztop, H. F., Zhao, Z. e Yu, B., 2009, Fluid flow due to combined convection in liddriven enclosure having a circular body, International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 30, N° 5, pp. 886-901.

Patankar, S. V., 1980. Numerical heat transfer and fluid flow. McGraw Hill, New York, USA.

Prasad, A. K. e Koseff, J. R., 1989, Reynolds Number and End-wall Effects on a Liddriven Cavity Flow, Physics and Fluids A, Vol. 1, pp. 208-218.

Reis, A. H. e Bejan, A., 2006, Constructal theory of global circulation and climate, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 49, pp. 1857 – 1875.

Rocha, L. A. O., Lorente, S. e Bejan, A., editors, 2013, Constructal Law and the unifying principle of design, Springer-Verlag.

Rocha, L. A. O., Lorenzini, E. e Biserni, C., 2005, Geometric optimization of shapes on the basis of Bejan's Constructal theory, International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 32, pp. 1281 -1288.

Rocha, L. A. O., Lorenzini, G., Biserni, C. e Cho, Y., 2010, Constructal design of a cavity cooled by convection, International Journal of Design & Nature and Ecodynamics, Vol. 5, pp. 212 – 220.

Siva Subrahmanyam Mendu, P. K. das, 2013, Fluid flow in a cavity driven by an oscillating lid—A simulation by lattice Boltzmann method, European Journal of Mechanics - B/Fluids, Vol. 39, pp. 59-70.

Sun, C., Yu, B., Oztop, H. F., Wang, Y. e Wei, J., 2011, Control of mixed convection in liddriven enclosures using conductive triangular fins, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 54 (4), pp. 894-909.

Versteeg, H. K. e Malalasekera, W., 2007, An introduction to computational fluid dynamics – the finite volume method, Pearson, England. Xie, Z., Chen, L. and Sun, F., 2010,

Geometry optimization of T-shaped cavities according to constructal theory, Mathematical and Computer Modelling, Vol. 52, N° 9-10, pp. 1538-1546