



## **CONSTRUCTAL DESIGN DE UMA ALETA TRIANGULAR INSERIDA EM UMA CAVIDADE DE PLACA SUPERIOR MÓVEL COM ESCOAMENTO POR CONVECÇÃO MISTA**

**Flávio Medeiros Seibt**

**André Luis Razera**

**Dolir Jose Climaco Varela**

**Roberta Juliana Collet da Fonseca**

**Luiz Alberto Oliveira Rocha**

fseibt@gmail.com

razera.andre@gmail.com

dolirvarela@gmail.com

robertafcollet@gmail.com

luizrocha@mecanica.ufrgs.br

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PROMEC), Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)

Rua Sarmiento Leite 425, 90050-170, RS, Porto Alegre, Brasil

**Elizaldo Domingues dos Santos**

**Liércio André Isoldi**

elizaldosantos@furg.br

liercioisoldi@furg.br

Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande (FURG)

Avenida Itália km 8, 96203-900, RS, Rio Grande, Brasil

**Resumo.** *Este trabalho apresenta um estudo numérico de uma aleta triangular inserida em uma cavidade de placa superior móvel e submetida a um escoamento por convecção mista. O*

*objetivo é maximizar a transferência de calor entre a aleta e o escoamento para diversas configurações da aleta, bem como, analisar o efeito do número de Reynolds sobre a geometria ótima. Foram avaliados escoamentos com quatro diferentes números de Reynolds:  $Re_H = 10, 10^2, 5 \times 10^2$  e  $10^3$ . O número de Prandtl e o número de Rayleigh foram mantidos fixos:  $Pr = 0.71$  e  $Ra_H = 10^4$ , respectivamente. O número de Nusselt médio foi utilizado para avaliar a performance da troca térmica. O método Constructal Design foi empregado para determinar as restrições, graus de liberdade e o objetivo na avaliação da geometria da aleta. As equações de conservação da massa, quantidade de movimento e energia foram resolvidas com o software FLUENT, que é baseado no Método de Volumes Finitos. Os resultados mostram um incremento na performance térmica do sistema em torno de 45 %. Além disso, a geometria otimizada foi afetada pelo escoamento, apresentando valores maiores da razão ótima  $(H_1/L)_o$  para menores  $Re_H$  ( $Re_H \leq 5 \times 10^2$ ), enquanto para  $Re_H$  maiores a razão ótima diminui.*

**Palavras-chave:** *Constructal Design, Cavidade, Placa Superior Móvel, Aleta Triangular, Convecção Mista*

## 1 INTRODUÇÃO

O fenômeno de convecção é de suma importância em diversos processos de transferência de calor devido à associação do escoamento de um fluido com o transporte de energia. Além disso, a convecção mista compreende tanto a convecção forçada, aquela que ocorre devido à indução do escoamento do fluido por um agente externo (bomba, ventilador, superfície móvel, etc.), como a convecção natural, aquela que ocorre quando o escoamento é induzido por forças de campo (como a gravidade). Trata-se, portanto, de um fenômeno complexo e que possui inúmeras aplicações na engenharia (Kays e Crawford, 1980; Bejan, 2004).

Cavidades representam uma idealização geométrica para diversas situações que envolvem escoamento de fluidos. Como exemplos, citam-se escoamentos entre interstícios de aletas em trocadores de calor e coletores de energia solar; do mesmo modo, na natureza, as correntes térmicas que chegam a lagos e represas também podem ser representadas como domínios fechados. Assim, com uma geometria simples, a definição correta de condições de contorno e a presença de um fenômeno complexo, o problema de cavidades torna-se um caso atrativo para geração de soluções de referência em estudos de escoamentos internos e para testes de soluções numéricas. Além disso, estudos experimentais em cavidades têm sido realizados visando à geração de dados para validação de modelos numéricos (Prasad e Koseff, 1989, 1996; Dos Santos et al., 2011; Dos Santos et al., 2013).

A melhoria do desempenho de sistemas é uma busca constante em projetos de engenharia, o que levou ao desenvolvimento de diferentes métodos para obtê-la. Entre esses métodos o Constructal Design tem se mostrado adequado as mais diversas aplicações de engenharia (Rocha et al., 2009; Isoldi et al., 2013; Helbig et al., 2013; Estrada et al., 2015; Goulart et al., 2015; Lorenzini et al., 2015). Esse método é empregado para a avaliação geométrica de sistemas submetidos a alguma espécie de escoamento, segundo o qual o escoamento é maleável e a geometria é deduzida a partir de um princípio de maximização do desempenho global (Bejan, 2000; Gomes, 2014).

Esse método fundamenta-se na Teoria Constructal (Bejan, 2000; Bejan e Lorente, 2008) que explica, de uma forma geral, como a origem de formas e estruturas submetidas a alguma

espécie de escoamento, vistas em qualquer lugar na natureza (secção transversal de rios, pulmões, tecidos vascularizados entre outros), pode ser fundamentada em um princípio físico. Este princípio é a Lei Constructal, que afirma que para um determinado sistema de dimensões finitas persistir ao longo do tempo (sobreviver) sua configuração geométrica (forma e estrutura) deve evoluir de forma a facilitar o acesso das correntes que fluem através desse sistema (Bejan, 2000; Bejan e Lorente, 2008; Bejan e Zane, 2012).

O uso da modelagem computacional para solução de problemas de engenharia propicia a obtenção de dados úteis para projetos e uma visão detalhada dos fenômenos físicos envolvidos. Sendo assim, desde que se tenha um modelo que represente adequadamente a fenomenologia do problema, essa técnica possibilita complementar estudos experimentais com informações que podem ser difíceis, ou até mesmo impossíveis, de se obter experimentalmente. Além disso, ela pode ser feita com custo e tempo muito inferiores em relação ao requerido para um teste experimental correspondente. Constitui, portanto, uma importante ferramenta de avaliação e investigação de diferentes aspectos envolvidos em problemas envolvendo fenômenos térmicos e fluidodinâmicos (Ramos et al., 2008; Seibt et al., 2014).

Este trabalho apresenta um estudo de maximização da transferência de calor entre uma aleta triangular, inserida em uma cavidade quadrada de placa superior móvel, e o escoamento por convecção mista no interior da cavidade. Para tanto, o método Constructal Design foi aplicado para determinar as restrições, os graus de liberdade e o objetivo para a avaliação da geometria da aleta. O objetivo é avaliar a influência da força motriz do escoamento sobre a configuração geométrica ótima da aleta. Sendo assim, foram simulados escoamentos com quatro diferentes números de Reynolds:  $Re_H = 10, 10^2, 5 \times 10^2$  e  $10^3$ . Em todas as simulações realizadas o número de Prandtl e o número de Rayleigh foram mantidos fixos:  $Pr = 0.71$  e  $Ra_H = 10^4$ , respectivamente, e o número de Nusselt médio ( $\overline{Nu}_H$ ) foi utilizado para avaliar a performance da troca térmica. Para construção do domínio utilizou-se o software GAMBIT (GAMBIT, 2006), já para a solução das equações de conservação utilizou-se o software FLUENT (FLUENT, 2007), que se baseia no Método de Volumes Finitos (Patankar, 1980; Versteeg e Malalasekera, 2007) para a solução das equações diferenciais.

## 2 MODELAGEM MATEMÁTICA E NUMÉRICA

As equações de conservação da massa, da quantidade de movimento e da energia para um escoamento laminar, bidimensional, incompressível e em regime permanente, são dadas como (Schlichting e Gersten, 2000):

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - g\beta(T - T_\infty) \quad (3)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

onde  $x$  e  $y$  representam os eixos horizontal e vertical, respectivamente, do sistema de coordenadas cartesiano;  $u$  e  $v$  representam as componentes de velocidade (m/s) na horizontal e vertical, respectivamente;  $P$  representa a pressão (Pa),  $T$  representa a temperatura (K),  $T_\infty$  representa a temperatura de referência (K),  $\rho$  representa a massa específica (Kg/m<sup>3</sup>),  $\alpha$  representa a difusividade térmica (m<sup>2</sup>/s) e  $\nu$  a viscosidade cinemática (m<sup>2</sup>/s).

As propriedades do fluido consideradas constantes foram: número de Prandtl  $Pr = 0.71$ , calor específico  $c_p = 1.00$  J/Kg·K, condutividade térmica  $k = 0.025$  W/m·K e viscosidade  $\mu = 0.01775$  Kg/m·s. Já para a massa específica  $\rho$  utilizou-se a aproximação de Boussinesq. Para o escoamento as hipóteses simplificativas são regime permanente, laminar, bidimensional e com fluido incompressível.

As Eqs. (1)-(4) são resolvidas com o software comercial FLUENT (FLUENT, 2007), o qual é baseado no Método de Volumes Finitos (MVF). Para o acoplamento pressão-velocidade foi utilizado o método SIMPLEC e para o tratamento dos termos advectivos, das equações de conservação da quantidade de movimento e energia, foi empregado o método UPWIND de 1ª Ordem. O critério de convergência utilizado foi de  $10^{-6}$  para as equações de conservação da massa e da quantidade de movimento e  $10^{-8}$  para a equação da energia. Maiores detalhes a respeito do MVF podem ser encontrados em Patankar (1980), Maliska (2004) e Versteeg e Malalasekera (2007).

O fluxo de calor convectivo por unidade de área é definido pela equação constitutiva de Newton (Bejan, 2004), como:

$$q'' = h(T - T_\infty) \quad (5)$$

sendo  $q''$  o fluxo de calor (W/m<sup>2</sup>),  $h$  o coeficiente de transferência de calor (W/m<sup>2</sup>·K) e  $(T - T_\infty)$  a diferença de temperatura entre o fluido e a superfície da aleta. O fluxo de calor condutivo por unidade de área é dado por:

$$q'' = -k \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (6)$$

onde  $k$  é a condutividade térmica do fluido (W/m·K).

Associando as Eqs. (5) e (6), obtém-se a definição do coeficiente de transferência de calor  $h$ , como (Bejan, 2004):

$$h = \frac{-k \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0}}{(T - T_\infty)} \quad (7)$$

O número de Nusselt representa a razão entre a transferência de calor por convecção e condução e é definido como (Bejan, 2004):

$$Nu_H = \frac{hH}{k} \quad (8)$$

sendo  $H$  a altura da cavidade (m).

O número de Nusselt médio é calculado através da integral do número de Nusselt local na superfície sobre a qual o fluido escoia (Bejan, 2004):

$$\overline{Nu_H} = \frac{1}{S'} \int_{S'} Nu_H dS' \quad (9)$$

sendo  $S$  a superfície onde o fluido escoia ( $m^2$ ) e  $S' = S / L^2$ .

Para caracterizar corretamente o fenômeno da camada limite é introduzido o número de Reynolds ( $Re_H$ ), o qual permite identificar um valor para a transição do regime de escoamento laminar e turbulento; sendo definido como (Schlichting e Gersten, 2000):

$$Re_H = \frac{\rho u_{m\acute{a}x} H}{\mu} \quad (10)$$

onde  $u_{m\acute{a}x}$  é a velocidade da placa superior móvel (m/s) e  $\mu$  é a viscosidade do fluido ( $m^2/s$ ).

O número de Rayleigh ( $Ra_H$ ) é utilizado para definir a importância da convecção natural na transferência de calor em um fluido. Valores inferiores a um valor crítico indicam que a transferência de calor predominante ocorre por difusão e para valores acima do valor crítico, a transferência de calor ocorre prioritariamente por convecção. O número de Rayleigh é definido como (Bejan, 2004):

$$Ra_H = \frac{g\beta(T - T_\infty)H^3}{\nu\alpha} \quad (11)$$

onde  $g$  é a aceleração da gravidade ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ) e  $\beta$  é o coeficiente de expansão térmica ( $1/K$ ).

### 3 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

O problema estudado trata da transferência de calor no interior de uma cavidade de seção transversal quadrada, com uma aleta triangular inserida na mesma, cujo domínio bidimensional considerado nesta análise está representado na Fig. 1. Neste estudo, o escoamento do fluido é impulsionado pelo deslocamento contínuo de uma placa infinita localizada na parte superior da cavidade (placa superior móvel), bem como, pela diferença de temperatura existente entre a aleta e a placa superior móvel. Ou seja, o fluido escoia no interior da cavidade por ação da convecção natural, devido à diferença de temperatura entre a superfície superior e a aleta, e forçada, devido à velocidade da superfície superior, portanto pelo fenômeno de convecção mista.

A superfície superior da cavidade possui temperatura adimensional prescrita (condição de contorno de Dirichlet) de  $T^* = 0$  e desloca-se a uma velocidade adimensional de  $u^* = 1$  e  $v^* = 0$ . Na superfície da aleta, a temperatura adimensional prescrita é de  $T^* = 1$ . As superfícies laterais e inferior da cavidade são consideradas adiabáticas (condição de contorno de Neumann), isto é,  $\partial T^*/\partial x^* = \partial T^*/\partial y^* = 0$ . Quanto às condições de contorno fluidodinâmicas, estas superfícies possuem condição de não-deslizamento e impermeabilidade ( $u^* = 0$ ;  $v^* = 0$ ).

Para a análise do problema com uso do Constructal Design, a área da cavidade ( $A$ ), bem como a área da aleta inserida na cavidade ( $A_f$ ), são definidas pelas Eqs. (12) e (13), respectivamente, como:

$$A = HL \quad (12)$$

$$A_f = \frac{H_1 L_1}{2} \quad (13)$$

e representam as restrições do problema.

E a relação entre as áreas da aleta e da cavidade é definida como:

$$\phi = \frac{A_f}{A} \quad (14)$$

Assim, para generalidade dos resultados encontrados, é conveniente a adimensionalização do problema, onde para a geometria do domínio, tem-se:

$$(x^*, y^*, H^*, H_1^*, L^*, L_1^*) = \frac{(x, y, H, H_1, L, L_1)}{A^{1/2}} \quad (15)$$

Vale destacar que a área da cavidade ( $A$ ) e sua razão de aspecto ( $\phi$ ) tiveram seus valores foram fixados, nesse estudo, como  $A = 1.00$  e  $\phi = 0.10$ , respectivamente.

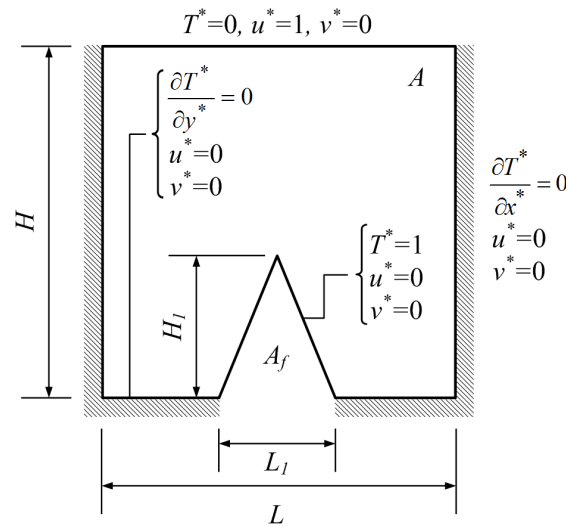


Figura 1. Representação esquemática do domínio computacional

Com isso, os comprimentos adimensionais que definem a geometria do domínio, podem ser escritos como:

$$L^* = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{H^*}{L^*}\right)}} \quad (16)$$

$$H^* = \frac{1}{L^*} \quad (17)$$

$$L_1^* = \sqrt{\frac{2\phi}{\left(\frac{H_1^*}{L_1^*}\right)}} \quad (18)$$

$$H_1^* = \frac{2\phi}{L_1^*} \quad (19)$$

Portanto, é possível definir completamente a geometria desde que sejam fixados os valores de  $\phi$ ,  $H^*/L^*$  e  $H_1^*/L_1^*$ . Vale destacar que as razões  $H^*/L^*$  e  $H_1^*/L_1^*$  constituem os graus de liberdade do problema e que o valor do primeiro, foi fixado para este estudo como  $H^*/L^* = 1.00$ .

Já a temperatura e as velocidades adimensionalizadas são dadas pelas Eqs. (20) e (21), respectivamente, como:

$$T^* = \frac{T - T_{min}}{T_{max} - T_{min}} \quad (20)$$

$$(u^*, v^*) = \frac{(u, v)}{u_{max}} \quad (21)$$

onde  $T_{max}$  é a temperatura na superfície da aleta;  $T_{min}$  e  $u_{max}$  correspondem a temperatura na superfície e a velocidade de deslocamento da placa superior móvel, respectivamente.

O objetivo deste trabalho é a obtenção de uma geometria ótima para a aleta  $(H_I/L_I)_o$ , ou seja, aquela que maximiza a transferência de calor entre o fluido e a aleta, para cada regime de escoamento estudado. A aleta inserida na cavidade foi otimizada para um escoamento com número de Rayleigh  $Ra_H = 10^4$  e para quatro números de Reynolds  $Re_H = 10, 10^2, 5 \times 10^2$  e  $10^3$ . Além disso, para avaliar a performance da transferência de calor, adotou-se o número de Nusselt médio ( $\overline{Nu}_H$ ) tomado na aleta.

O método Constructal Design, nesse estudo, é aplicado na formulação do problema e associado ao método da Busca Exaustiva para a obtenção da geometria ótima. Portanto, uma vez fixados os valores das restrições do problema ( $A = 1.00$  e  $\phi = 0.10$ ) e de um dos graus de liberdade ( $H^*/L^* = 1.00$ ), ao proceder-se o estudo de otimização da geometria a partir da variação do grau de liberdade restante ( $H_I^*/L_I^*$ ) resultará em diferentes números de Nusselt médios ( $\overline{Nu}_H$ ) na aleta. Assim, a geometria ótima será aquela correspondente à razão de aspecto da aleta ( $H_I^*/L_I^*$ ) que resulte no maior valor de  $\overline{Nu}_H$ .

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1 Estudo de Malha

A fim de determinar o número de elementos de malha adequado para obtenção de resultados coerentes, em equilíbrio com um custo computacional adequado, foi realizado um estudo de independência de malha. Para este estudo utilizou-se uma malha construída com elementos triangulares e aplicou-se sucessivos refinamentos.

O resultado foi considerado independente da malha quando o erro relativo dos números de Nusselt médios é menor que 1.00 %, conforme mostrado na Tabela 1.

**Tabela 1. Resultados do estudo de independência de malha**

Malha	Espessura	Total de Elementos	$\overline{Nu}_H$	Erro Relativo (%)
1	0.020	5398	12.2197	2.51
2	0.010	21690	12.5268	0.78
3	0.005	85782	12.4293	–

O caso utilizado no estudo de malha teve como características:  $Re_H = 10^3$ ,  $Ra_H = 10^6$ ,  $\phi = 0.05$  e  $H_1^*/L_1^* = 0.50$ . Cabe destacar que estas características são semelhantes às utilizadas no estudo de independência de malha de Machado (2014), tomado como referência para este estudo.

Assim adotou-se uma malha com 21690 elementos, a partir da qual o erro relativo atende ao critério adotado. O tempo médio de simulação, utilizando-se processamento paralelo distribuído em 6 núcleos de um processador Intel® Xeon™ 3.47 GHz, foi de 15 minutos aproximadamente.

## 4.2 Discussão dos Resultados

A principal variável observada neste estudo foi a variação de  $\overline{Nu}_H$ , uma vez que este parâmetro pode ser tomado como um indicador da contribuição da transferência de calor convectiva sobre a condutiva. Tendo em vista que o objetivo é maximizar a troca térmica convectiva, maiores valores de  $\overline{Nu}_H$  indicam a melhor configuração geométrica. Cabe destacar que o modelo utilizado neste estudo, já foi discutido e validado em estudos publicados por Dos Santos et al. (2013) e Machado (2014) para diferentes formas geométricas da aleta e para faixas de número de Reynolds  $10 < Re_H < 10^4$  e número de Rayleigh  $10^3 < Ra_H < 10^6$ .

Na Fig. 2, são apresentados os resultados de  $\overline{Nu}_H$  encontrados para cada  $Re_H$  estudado, onde cada uma das curvas representa seu comportamento relativo à razão de aspecto da aleta  $H_1^*/L_1^*$ .

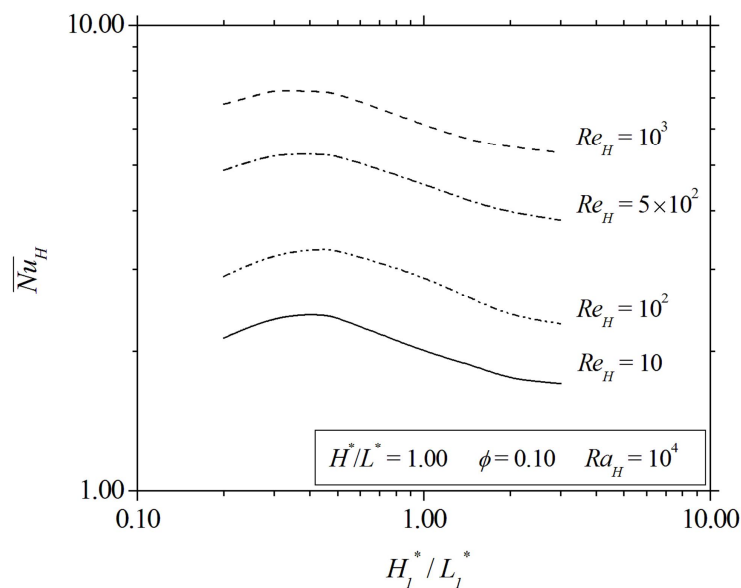


Figura 2. Variação do número de Nusselt médio ( $\overline{Nu}_H$ ) em relação à razão de aspecto  $H_1^*/L_1^*$

É possível observar (Fig. 2) que, para todos os valores de  $Re_H$  analisados, as curvas apresentam comportamento semelhante, isto é, há um crescimento dos valores de  $\overline{Nu}_H$  a partir das menores razões  $H_1^*/L_1^*$  até um máximo a partir do qual estes valores decrescem.



Além disso, percebe-se que para maiores valores de  $Re_H$  há um acréscimo proporcional no valor de  $\overline{Nu}_H$ , o que é esperado.

A geometria ótima para cada valor de  $Re_H$  estudado é a razão  $H_1^*/L_1^*$  uma vez otimizada  $(H_1^*/L_1^*)_o$ , bem como, o maior valor de  $\overline{Nu}_H$  é o  $\overline{Nu}_H$  uma vez maximizado,  $(\overline{Nu}_H)_{máx}$ . Sendo assim, observa-se na Fig. 2, que a evolução da geometria da aleta proporciona um incremento na sua performance térmica, ou seja, tomando como exemplo a curva para  $Re_H = 10^2$  o valor do  $\overline{Nu}_H$  ( $(\overline{Nu}_H)_{máx} = 3.3125$ ) obtido na aleta com razão ótima,  $(H_1^*/L_1^*)_o = 0.45$ , é 45 % maior que o encontrado para a pior geometria ( $H_1^*/L_1^* = 3.00$  e  $\overline{Nu}_H = 2.2892$ ).

A Fig. 3, por sua vez, apresenta as razões de aspecto ótimas  $(H_1^*/L_1^*)_o$  obtidas para cada  $Re_H$  analisado, bem como os valores de  $(\overline{Nu}_H)_{máx}$  correspondentes a cada configuração.

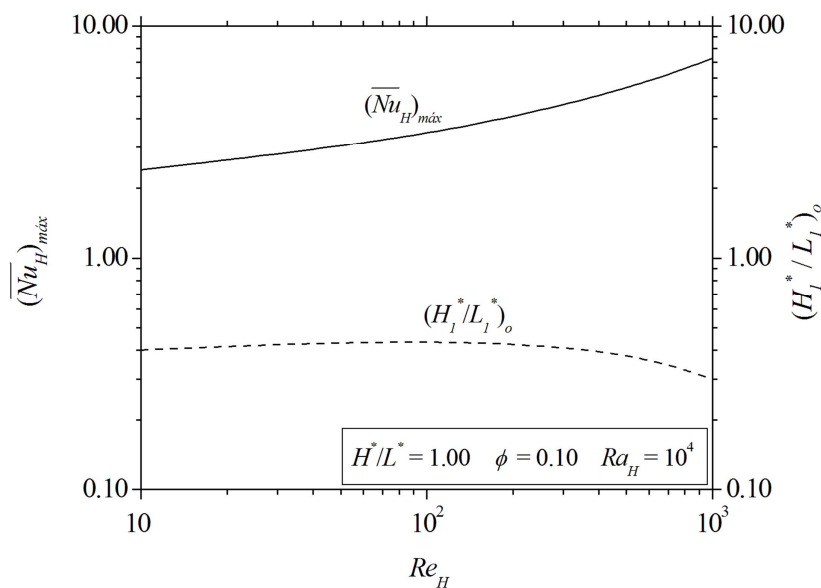


Figura 3. Variação do  $(\overline{Nu}_H)_{máx}$  e da razão  $(H_1^*/L_1^*)_o$  para cada  $Re_H$  estudado

Pode-se observar (Fig. 3) que a geometria ótima é afetada pela movimentação forçada do escoamento, ou seja, para os menores valores de  $Re_H$  ( $Re_H \leq 5 \times 10^2$ ) a melhor configuração foi obtida com valores maiores de  $H_1^*/L_1^*$ . Porém, conforme o número de Reynolds cresce, a razão de aspecto ótima  $(H_1^*/L_1^*)_o$  decresce, provavelmente devido a uma maior inserção do vórtice principal em direção ao interior da cavidade. Ou seja, para maiores razões de  $H_1^*/L_1^*$  o vórtice sofre uma maior influência da aleta e o escoamento pode ser suprimido. Dessa forma, a geometria da aleta evolui de forma a maximizar a troca térmica.

Segundo a Teoria Constructal o sistema deve evoluir de forma a facilitar o acesso das correntes que fluem (escoam) através dele (Bejan e Zane, 2012). Isto indica, conforme Fig. 3, que não há uma configuração geométrica ótima para a aleta aplicável a todas as condições de escoamento ( $Re_H$ ), ou seja, o sistema deve evoluir conforme as condições do meio a que está sujeito para facilitar (otimizar) seu funcionamento.

Complementando essa análise têm-se, na Fig. 4, as topologias de temperatura (Fig. 4(a)) e das linhas de corrente (Fig. 4(b)) resultantes para cada geometria ótima da aleta  $(H_1^*/L_1^*)_o$  conforme as características do escoamento ( $Re_H$ ).

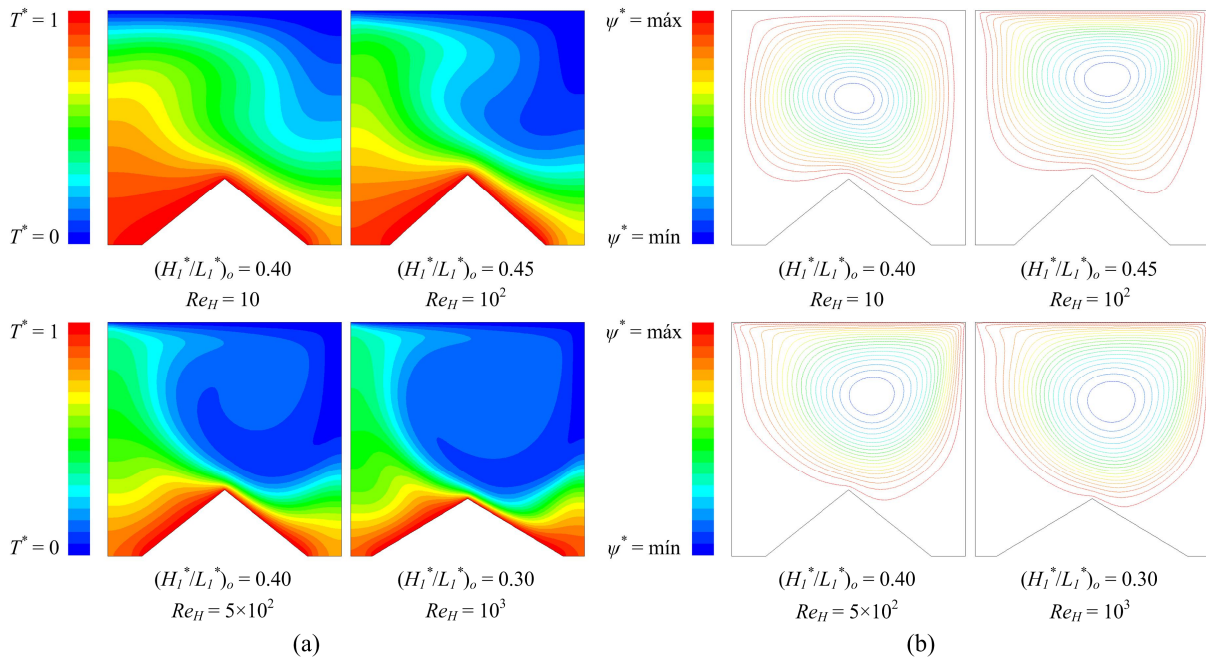


Figura 4. Topologias de (a) temperaturas e (b) linhas de corrente da razão  $(H_1^*/L_1^*)_o$  para cada  $Re_H$  estudado

Fazendo-se uma comparação entre a geometria da Fig. 4 e da Fig. 5, a área superficial da aleta na Fig. 5 é maior. Assim, a ideia geral de que o aumento da área de troca térmica conduz a um aumento da transferência de calor só é válida quando não é imposta uma restrição ao escoamento.

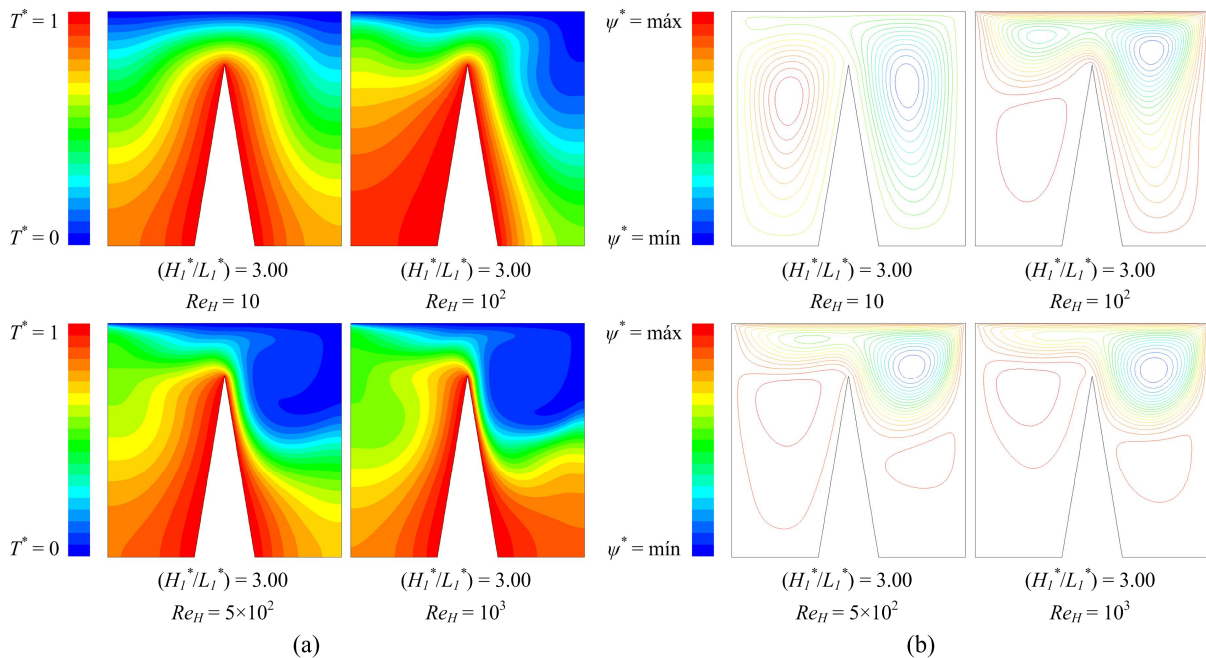


Figura 5. Topologias de (a) temperatura e (b) linhas de corrente da razão  $(H_1^*/L_1^*) = 3.00$  para cada  $Re_H$  estudado

De acordo com a Teoria Constructal, ainda, alguns princípios devem ser respeitados na evolução do sistema com o propósito de melhorar o acesso das correntes que fluem (escoam)

através dele. Um destes princípios é o da ótima distribuição das imperfeições (Bejan e Lorente, 2008). Assim, confrontando as Figs. 4(b) e 5(b), podemos perceber, a partir da disposição das linhas de corrente do escoamento, que esse princípio é comprovado por esse sistema. Ao passo que as linhas de corrente dos casos ótimos (Fig. 4(b)) apresentam uma disposição melhor orientada que no pior caso (Fig. 5(b)).

## 5 CONCLUSÕES

O presente trabalho apresentou um estudo de maximização da transferência de calor por convecção mista, com número de Rayleigh  $Ra_H = 10^4$ , em um escoamento interno a uma cavidade quadrada com aleta triangular inserida com aplicação do método Constructal Design associado ao método da Busca Exaustiva. Foram simulados casos com diferentes números de Reynolds:  $Re_H = 10, 10^2, 5 \times 10^2$  e  $10^3$ . O número de Prandtl foi mantido fixo ( $Pr = 0.71$ ), a relação de áreas e a razão de aspecto da cavidade também foram fixadas,  $\phi = 0.10$  e  $H^*/L^* = 1.00$ , respectivamente; enquanto a razão de aspecto da aleta  $H_1^*/L_1^*$  foi variada. Foram observados os valores do  $\overline{Nu}_H$  com vistas a determinar a configuração  $(H_1^*/L_1^*)_o$  que maximiza o número de Nusselt médio  $(\overline{Nu}_H)_{máx}$ .

O método Constructal Design mostrou-se efetivo para a obtenção da geometria ótima da aleta, a medida que os resultados obtidos apresentaram o comportamento do  $\overline{Nu}_H$  coerente com a variação da razão  $H_1^*/L_1^*$  da aleta para cada condição de  $Re_H$  estudada. Foi observado que o aumento no tamanho da aleta não necessariamente leva a um melhor desempenho da mesma quanto a troca térmica, já que em todas as condições de escoamento o melhor resultado não correspondeu a maior relação  $H_1^*/L_1^*$ , que, por outro lado, apresentou o pior desempenho.

Pode-se observar, ainda, que a geometria otimizada proporciona um incremento na performance térmica da aleta de até 45 %. Por exemplo, para  $Re_H = 10^2$  o valor do  $(\overline{Nu}_H)_{máx}$  obtido para a geometria ótima,  $(H_1^*/L_1^*)_o = 0.45$ , é aproximadamente 45 % maior que o encontrado para a pior geometria ( $H_1^*/L_1^* = 3.00$ ). Além disso, foi mostrado que não há uma forma de aleta  $(H_1^*/L_1^*)_o$  que seja aplicável para todas as condições de  $Re_H$  estudadas, demonstrando o princípio da ótima distribuição das imperfeições na evolução do sistema, como predito pela Teoria Constructal.

Em trabalhos futuros devem ser exploradas outras relações de área  $\phi$  e outros valores do número de Rayleigh ( $Ra_H$ ), bem como outras formas geométricas da aleta e da cavidade.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a CAPES e ao CNPq pelo suporte financeiro.

## REFERÊNCIAS

- Bejan, A., 2000. *Shape and Structure, from Engineering to Nature*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Bejan, A., 2004. *Convection Heat Transfer*. John Wiley, Durham.
- Bejan, A., & Lorente, S., 2008. *Design with Constructal Theory*. Wiley, Hoboken.
- Bejan, A., & Zane, J.P., 2012. *Design in Nature*. Doubleday, New York.

- Dos Santos, E.D., Isoldi, L.A., Souza, J.A., Goulart, M.M., Rodrigues, M.K., Seibt, F.M., Souza, R.V., & Rocha, L.A.O., 2013. Constructal Design of a Rectangular Fin Intruded Into Forced Convective Lid-Driven Cavity Flows. In Bejan, A., Lorente, S., & Zhang, H., eds, *Proceedings of Constructal Law Conference (CLC 2013)*, Nanjing, China, pp. 126-134.
- Dos Santos, E.D., Piccoli, G.L., França, F.H.R., & Petry, A.P., 2011. Analysis of Mixed Convection in Transient Laminar and Turbulent Flows in Driven Cavities. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 54, n. 21, pp. 4585-4595.
- Estrada, E.S.D., Fagundes, T.M., Isoldi, L.A., Dos Santos, E.D., Xie, G., & Rocha, L.A.O., 2015. Constructal Design Associated to Genetic Algorithm of Asymmetric V-Shaped Pathways. *Journal of Heat Transfer*, vol. 137, n. 6, pp. 061010-061010-7.
- FLUENT (versão 6.3.26), 2007, ANSYS, Inc..
- GAMBIT (versão 2.4.6), 2006, ANSYS, Inc..
- Gomes, M.N., 2014. Constructal Design de Dispositivos Conversores de Energia das Ondas do Mar em Energia Elétrica do Tipo Coluna de Água Oscilante. Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul/Porto Alegre.
- Goulart, M.M., Martins, J.C., Junior, I.C.A., Gomes, M.N., Souza, J.A., Rocha, L.A.O., Isoldi, L.A., & Dos Santos, E.D., 2015. Constructal Design of an Onshore Overtopping Device in Real Scale for Two Different Depths. *Marine Systems & Ocean Technology*, vol. 10, n. 2, pp. 120-129.
- Helbig, D., Real, M.V., Correia, A.L.G., Dos Santos, E.D., Isoldi, L.A., & Rocha, L.A.O., 2013. Constructal Design of Perforated Steel Plates Subject to Linear Elastic and Nonlinear Elastoplastic Buckling. In Del Prado, Z.J.G.N., ed, *XXXIV Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering (CILAMCE)*. ABMEC, Brasil.
- Isoldi, L.A., Real, M.V., Correia, A.L.G., Vaz, J., Dos Santos, E.D., & Rocha, L.A.O., 2013. Flow of Stresses: Constructal Design of Perforated Plates Subjected to Tension or Buckling. In Rocha, L.A.O., Lorente, S., & Bejan, A., eds, *Constructal Law and the Unifying Principle of Design*, pp. 195-217. Springer, New York.
- Kays, W.M., & Crawford, M.E., 1980. *Convective Heat and Mass Transfer*, McGraw-Hill, New York.
- Lorenzini, G., Lara, M.F.E., Rocha, L.A.O., Gomes, M.N., Dos Santos, E.D., & Isoldi, L.A., 2015. Constructal Design Applied to the Study of the Geometry and Submergence of an Oscillating Water Column. *Int. Journal of Heat and Technology*, vol. 33, n. 2, pp. 31-38.
- Machado, B.S., 2014. *Constructal Design de Aleta Retangular Inserida em Cavidade com Superfície Superior Deslizante sob Efeito de Convecção Mista*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul/Porto Alegre.
- Maliska, C.R., 2004. *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional*. LTC – Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro.
- Patankar, S.V., 1980. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. McGraw Hill, New York.
- Prasad, A.K., & Koseff, J.R., 1989. Reynolds Number and End-Wall Effects on a Lid-Driven Cavity Flow. *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, vol. 1, n. 2, pp. 208-218.
- Prasad, A.K., & Koseff, J.R., 1996. Combined Forced and Natural Convection Heat Transfer in a Deep Lid-Driven Cavity Flow. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 17, n. 5, pp. 460-467.

- Ramos, R.A., Maia, C.R., & Takaki, A.T., 2008. Estudo Numérico e Experimental da Convecção Natural em Cavidades Diferencialmente Aquecidas. *Revista Iberoamericana de Ingeniería Mecánica*, vol. 13, n. 1, pp. 43-58.
- Rocha, L.A.O., Lorente, S., & Bejan, A., 2009. Tree-Shaped Vascular Wall Designs for Localized Intense Cooling. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 52, n. 19, pp. 4535-4544.
- Schlichting, H., & Gersten, K., 2000. *Boundary-Layer Theory*. Springer, Berlin.
- Seibt, F.M., Letzow, M., Gomes, M.N., Souza, J.A., Rocha, L.A.O., Dos Santos, E.D., & Isoldi, L.A., 2014. Computational Modeling Applied to the Study of Wave Energy Converters (WEC). *Marine Systems & Ocean Technology*, vol. 9, n. 2, pp. 77-84.
- Versteeg, H.K., & Malalasekera, W., 2007. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics – The Finite Volume Method*. Pearson, England.