

Reflexões Sobre a Aprendizagem de Matemática na Pré-escola¹

Ana Coelho Vieira Selva e Ana Carolina Perrusi Brandão²
Universidade Federal de Pernambuco

RESUMO - O estudo investigou o papel de diferentes representações na resolução de problemas de subtração por crianças de 4 a 6 anos. Noventa e seis crianças nas séries de jardim I, jardim II e alfabetização foram distribuídas em quatro grupos que tinham diferentes materiais disponíveis para ajudar nos cálculos realizados: 1 - material concreto; 2 - papel/ lápis; 3 - sem material; 4 - material concreto e papel/lápis. Realizou-se uma ANOVA verificando-se diferenças significativas apenas em relação à série, onde as crianças mais velhas obtiveram melhores desempenhos. Em todos os grupos, os materiais disponíveis foram pouco utilizados, observando-se uma preferência pelo uso dos dedos. As principais estratégias observadas foram: modelagem, contagem crescente, contagem decrescente e fato numérico. O estudo ressalta a importância de que a pré-escola estimule o uso de diferentes recursos no ensino de matemática que possibilitem às crianças uma compreensão mais ampla dos conceitos matemáticos.

Palavras-chave: pré-escola; resolução de problemas; desenvolvimento infantil.

Notes on Math Learning In Kindergarden

ABSTRACT - This study analyses the role of different representations used in subtraction problem solving by children from 4 to 6 years old. The sample consisted of 96 children ranging from kindergarden to first grade levels. They were divided in 4 groups according to the type of tool available to help children in doing their calculations: 1 - concrete material; 2 - pencil/paper; 3 - no tools; 4 - concrete material and pencil/paper. An ANOVA was run over this sample. The results showed that only educational level significantly influenced calculation performance. Older children had better performance than the others. In all groups, even those with available calculation material, children preferred to use their fingers for calculation. The main strategies were: modelling, counting up and counting down operations and numerical facts. Based on the results we analyse the importance of using different tools in pre-schools mathematical education that could allow children to have a wider understanding of mathematical concepts.

Key words: kindergarden; numerical problem-solving; child development.

Tradicionalmente na pré-escola observa-se uma grande ênfase na utilização de materiais concretos para a introdução das operações aritméticas. Assim, em grande parte das classes de educação infantil os professores introduzem tampinhas, fichas, palitos e outros materiais concretos em sala de aula, com a sólida certeza de que através da ação sobre os objetos, a criança pode compreender os conceitos matemáticos com maior facilidade. Porém, parece-nos válido fazer algumas perguntas:

- A que tipos de representação (concreta, escrita ou mental) as crianças recorrem inicialmente para resolver problemas, quando lhes é dada a possibilidade de utilizar outros recursos, além dos tradicionais objetos concretos?;
- Qual o papel das representações (concreta, escrita e mental) na escolha de suas estratégias de resolução?;

- Como vêm sendo utilizados os materiais concretos nas salas de pré-escola, bem como outros recursos como, por exemplo, o papel e lápis? Com que finalidade tais recursos têm sido utilizados?

Discutir estas questões parece-nos fundamental para esclarecer o papel das representações (concreta, escrita e mental) no ensino de matemática que se inicia nas classes de educação infantil, bem como para explorar alguns aspectos envolvidos na relação sujeito-representação. Esperamos, assim, trazer subsídios para a reflexão acerca do trabalho na área de matemática realizado na pré-escola e possibilitar uma melhor compreensão do próprio desenvolvimento cognitivo das crianças quando confrontadas com problemas aritméticos.

Nas seções seguintes abordaremos, inicialmente, algumas idéias e estudos relativos ao tema em questão, descrevendo, num segundo momento, a metodologia utilizada na presente investigação. Por fim, discutiremos os resultados do estudo a partir de uma análise quantitativa e qualitativa.

O Uso de Material Concreto

Diversos caminhos têm sido seguidos pela educação matemática com o objetivo de facilitar a compreensão da criança acerca dos conceitos matemáticos. Uma tendência

1 Este estudo foi financiado pelo CNPq/Pibic e FACEPE. Agradecemos a colaboração dos bolsistas: Márcia Aruda, Renata Campos e José Márcio de Oliveira, na coleta e análise dos dados. Versões anteriores deste trabalho foram apresentadas no XXVI Congresso Interamericano de Psicologia, em São Paulo (jul/1997) e na 20ª ANPEd, em Caxambu (set./1997).

2 Endereço: Av. Bernardo Vieira de Melo, 5392/51 Candeias- Jaboatão dos Guararapes- PE CEP 54450-020, E-Mail: Selva@npd.ufpe.br

forte, como já apontamos, tem sido o uso de materiais concretos em sala de aula. Esta tendência baseia-se numa compreensão simplista das características dos estágios piagetianos, em que se considera que até a entrada no período das operações formais as crianças só podem raciocinar a partir do uso de materiais concretos. Transpondo-se esta idéia para as salas de aula, evidenciamos a crença generalizada de que a partir do uso de materiais concretos os conceitos matemáticos são mais facilmente aprendidos. Ou seja, acredita-se que a partir do modo como se estruturam as relações com os materiais concretos é possível "instantaneamente" derivar os modelos matemáticos.

Analisando a contribuição da teoria piagetiana para educação, Ginsburg (1981), além do próprio Piaget (1969) testaram esta interpretação. No entanto, a idéia de que materiais concretos são imprescindíveis para a compreensão matemática permanece bastante firme entre os educadores. Neste contexto, vale discutir alguns aspectos relativos à utilização do material concreto no ensino.

Primeiramente é interessante observar que enquanto alguns materiais concretos são bastante "recomendáveis", outros como os dedos da mão, por exemplo, que estão inclusive bem mais disponíveis, são evitados ou mesmo "desautorizados" pela escola (Selva & Brandão, 1997). Estudos como o de Hughes (1986), analisando as relações informais entre mães e filhos, mostraram, no entanto, que o uso dos dedos da mão possui um importante papel na passagem de uma compreensão concreta para uma compreensão mais abstrata das operações matemáticas, desde que serviam ao mesmo tempo como objetos e também como representações dos objetos. Nesta perspectiva, cabe perguntar: por que não trabalhar a partir de materiais e/ou representações escolhidas pelas crianças buscando as relações entre estas e o conhecimento que se deseja ensinar?

Em segundo lugar, a maioria dos educadores tem dificuldade em trabalhar com o concreto, isto é, em estruturar as relações entre os objetos e, então, derivar os princípios lógico-matemáticos que desejam ensinar (Vieira, Castro & Santos, 1991). Frequentemente, o uso de materiais concretos na sala de aula limita-se a deixar a criança "mexer com os objetos" para resolver algum problema, solicitando-se em seguida uma descrição de suas ações realizadas com o material. Em geral, não se estabelece, explícita e formalmente, uma correspondência entre as relações estruturadas com os materiais e os princípios lógico-matemáticos a serem ensinados.

Uma outra questão refere-se a quando deixar de utilizar o material concreto em sala de aula. Alguns professores persistem no uso de materiais concretos mesmo quando a criança não parece mais sentir necessidade de utilizá-los. Assim, vale refletir se esta persistência pode vir a prejudicar o desenvolvimento de estratégias mais sofisticadas por parte da criança.

Finalmente, podemos questionar se o fundamental para a solução de um problema é a elaboração da criança ou o uso do material em si. Será que a simples presença de materiais concretos para serem manipulados pela criança garante a compreensão dos conceitos matemáticos?

Carraher, Carraher e Schliemann (1982) e Hughes (1986) encontraram desempenhos semelhantes quando crianças resolviam problemas com uso de material concreto e em situações de vida diária. Assim, como enfatizam Schliemann, Santos e Costa (1991, p. 101) *não é o uso específico do material concreto mas, sim, o significado da situação, as ações da criança e sua reflexão sobre essas ações que são importantes na construção do conhecimento matemático*. Portanto, o que parece ser fundamental para o ensino de matemática é que se criem situações em que a resolução de um problema implique a utilização dos princípios lógico-matemáticos a serem ensinados (Carraher, Carraher & Schliemann, 1988, p. 179). Neste contexto, acreditamos que o uso de material concreto só tem significado para o desenvolvimento dos conceitos matemáticos na medida em que a criança reflete sobre o problema sendo tal material utilizado como apoio para os cálculos realizados.

Observa-se que enquanto se tem enfatizado o uso de materiais concretos no ensino das séries iniciais, menor atenção tem sido dada ao modo como as crianças usam outros recursos, tais como a notação escrita e o cálculo mental. Em relação ao uso de notação escrita, Selva (1993), estudando a resolução de problemas de divisão, não observou diferenças significativas no desempenho de crianças de 6 a 8 anos quando utilizavam fichas, ou seja, material concreto ou quando usavam o papel e lápis. Entretanto, foram observadas estratégias mais elaboradas entre as crianças que utilizaram a notação escrita. Também o uso do cálculo mental tem sido apontado por alguns estudos (por exemplo Carraher, Carraher & Schliemann, 1988) como um importante recurso para a compreensão dos conceitos matemáticos utilizado principalmente por crianças pouco escolarizadas desenvolvendo atividades informais de compra e venda. Estes dados parecem reforçar a necessidade de trabalhos que investiguem melhor o papel das representações no ensino de matemática.

Para estudarmos a influência dos diferentes tipos de representação, escolhemos o campo das estruturas aditivas (Vergnaud, 1982). A eleição de problemas envolvendo a operação de subtração deve-se a constatação da falta de articulação entre a aprendizagem informal desta operação, que ocorre em situações cotidianas fora da escola, e a aprendizagem formal que está sob sua responsabilidade. Portanto, não parece ser por acaso os comentários de alguns professores a respeito da dificuldade dos alunos em apropriar-se de tal conhecimento. Nesta perspectiva, alguns aspectos relacionados à compreensão das estruturas aditivas serão abordados a seguir.

As Estruturas Aditivas

Vários estudos têm analisado as dificuldades observadas na aprendizagem das estruturas aditivas. Trabalhos como os de Vergnaud (1982) e Fennema e Carpenter (1991) enfocaram os tipos de problemas existentes na área. Tais pesquisas têm contribuído bastante no sentido de elucidar as diferenças de desempenho encontradas pelos alunos ao resolverem problemas distintos envolvendo uma mesma operação.

Vergnaud (1982) analisou os problemas de adição e subtração, englobando-os em um conjunto de problemas denominado de campo conceitual das estruturas aditivas. Para analisar os diferentes tipos de problemas, Vergnaud considerou a existência de dois tipos de cálculos que permeiam a resolução de problemas: o cálculo numérico que envolve a operação numérica e o cálculo relacional que envolve a compreensão da relação entre as quantidades dadas no problema. A partir desta análise, Vergnaud identificou em relação à adição e subtração seis categorias básicas de problemas. São elas: (1) composição de duas medidas, (2) transformação ligando duas medidas, (3) relação estática ligando duas medidas, (4) composição de duas transformações, (5) transformação que liga duas relações estáticas e (6) composição de duas relações estáticas.

É importante registrar que no presente estudo nos detemos na categoria de problemas denominada "transformação ligando duas medidas", especificamente nos problemas em que o estado inicial e a transformação são dados, e a incógnita corresponde ao resultado final. Tais problemas são classificados por Fennema e Carpenter (1991) como do tipo "separar". A opção por este tipo de problema baseia-se em estudos como os de Fisher (1979) e Fayol (1996), que mostraram que tal tipo de problema apresenta um índice de acerto bem maior em relação às demais categorias sendo, portanto, mais simples de serem resolvidos.

A categoria "transformação ligando duas medidas" possui seis classes de problemas, sendo que duas delas envolvem adição e quatro subtração. Considerando que o presente estudo pretende investigar a resolução de problemas de subtração, exemplificaremos apenas as classes referentes a esta operação juntamente com os respectivos cálculos relacionais. São elas:

- *Paulo tinha oito doces e comeu quatro deles. Quantos doces ele tem agora?* O cálculo relacional envolve aplicação de uma transformação direta e negativa no estado inicial;
- *Paulo tinha oito bolas de gude. Ele jogou com Carlos e agora tem 14 bolas. O que aconteceu durante o jogo?* O cálculo relacional envolve a obtenção da diferença entre dois estados, sendo o estado inicial menor que o final;
- *Paulo tinha oito bolas de gude. Ele jogou com Carlos e agora tem seis bolas. O que aconteceu durante o jogo?* O cálculo relacional envolve encontrar a diferença entre dois estados, sendo o estado inicial maior que o estado final;
- *Paulo recebeu seis doces de sua mãe. Ele ficou com 14 doces. Quantos doces ele tinha antes?* O cálculo relacional envolve encontrar o inverso de uma transformação positiva e aplicá-la ao estado final.

Outro estudo que procurou identificar diferentes categorias de problemas relacionados às operações de adição e subtração foi realizado por Fennema e Carpenter (1991). Tais autores identificaram quatro classes básicas de problemas para adição e subtração:

Problemas de juntar - Envolvem uma ação direta ou implícita, em que uma quantidade é acrescentada a outra. Ex.:

João tinha 8 carrinhos. Ganhou mais 6 de sua mãe. Quantos carrinhos João tem agora?

Problemas de separar - Envolvem uma ação direta ou implícita, em que uma quantidade inicial é diminuída quando um subconjunto é removido. Ex.: João tinha 8 carrinhos. Seis carrinhos quebraram. Quantos carrinhos João tem agora?

Problemas parte-parte-todo - Envolvem relações estáticas entre um conjunto particular e seus dois subconjuntos disjuntos. Ex.: Numa partida de voleibol estão jogando 8 meninos e 6 meninas. Quantas crianças estão jogando vôlei?

Problemas de comparar - Envolvem a comparação de dois subconjuntos distintos. Ex.: Pedro tem 8 carrinhos e João tem 6 carrinhos. Quantos carrinhos Pedro tem a mais que João?

Vale ressaltar que em todas as classes de problemas podem haver variações em função do lugar que a incógnita ocupa. Tais variações são importantes pois para a criança pequena cada uma destas mudanças gera um problema diferente podendo envolver, por sua vez, estratégias de resolução distintas.

A resolução de problemas de subtração por crianças

A resolução de problemas de subtração por crianças pequenas tem sido analisada por diversos estudos. Entre eles podemos citar alguns (Hughes, 1986; Fennema & Carpenter, 1991; Zunino, 1995) que buscaram investigar as estratégias utilizadas pelas crianças ao resolverem problemas, constituindo-se assim em um dos interesses da presente pesquisa.

Fennema e Carpenter (1991), ao analisarem as estratégias utilizadas pelas crianças para resolverem problemas de adição e subtração, encontraram três estratégias básicas que serão descritas a seguir:

Modelagem direta - A criança usa objetos concretos ou dedos para representar diretamente todas as ações do problema. Assim, para cada tipo de problema há ações específicas por parte da criança. No problema "João tinha 8 carrinhos. Quebraram 6 carrinhos. Quantos carrinhos João tem agora?", a criança representa o total de carrinhos com objetos (8) e, em seguida, separa 6, contando o restante (2), que é a sua resposta;

Contagem - Implica uma ação menos mecânica da criança do que na estratégia de modelagem. O uso de objetos físicos ou dedos quando acontece é feito com o objetivo de marcar a quantidade de números contados e não para representar cada objeto do problema. Nesta estratégia, a criança parte de uma das quantidades do problema, acrescentando ou retirando a outra. Retomando o problema anterior: "João tinha 8 carrinhos. Seis carrinhos quebraram. Quantos carrinhos João tem agora?". A criança diz, por exemplo, "tirei o oito (levanta um dedo), tirei o sete (levanta outro dedo), tirei seis, tirei cinco, tirei quatro, tirei três (levantando os dedos sucessivamente) ficaram dois".

Fato numérico - A criança usa fatos conhecidos, já memorizados, para solucionar os problemas. O problema "João

tinha 8 carrinhos. Seis carrinhos quebraram. Quantos carrinhos João tem agora?" é resolvido da seguinte forma: "dá dois, oito menos seis dá dois".

Vale ressaltar que no estudo de Fennema e Carpenter (1991), não ficou registrado a frequência no uso destas estratégias em função da faixa-etária das crianças, o que ao nosso ver, poderia ter gerado algumas reflexões interessantes.

O estudo de Zunino (1995) investigou as estratégias e representações apresentadas por crianças, cursando a 1ª série, ao resolver problemas e contas de subtração. Neste caso também não houve a preocupação em verificar as frequências de respostas por parte das crianças, propondo-se apenas a descrevê-las. A autora analisou ainda como as crianças representavam no papel as operações realizadas na resolução dos problemas. O estudo revelou que as crianças têm suas próprias idéias sobre quais são os aspectos das operações que devem ser representados graficamente (por exemplo, se representam exclusivamente o resultado do problema ou os dados incluídos no enunciado). No entanto, seus julgamentos sobre o que deve ser representado nem sempre coincidem com os dos adultos. Um outro dado interessante apontado pelo estudo é que nenhuma criança utilizou, de forma exclusiva, a representação convencional. Assim, uma mesma criança podia utilizar formas originais e convencionais de representação.

Pode-se afirmar que os dados obtidos nos estudos discutidos anteriormente demonstram que as crianças desde cedo elaboram hipóteses sobre as situações-problema e sobre como representá-las graficamente, mesmo quando, na escola, ainda não foram apresentadas às normas convencionais. Por outro lado, este processo de elaboração por parte das crianças continua mesmo depois de já terem travado contato com as formas de representações convencionais propagadas pela escola.

O presente estudo difere dos anteriores na medida em que pretendemos não apenas descrever as estratégias elaboradas pelas crianças e registrar a sua frequência em função da faixa-etária, mas também analisar o efeito da utilização de diferentes formas de representação (concreta, escrita e mental) na elaboração de estratégias por parte das crianças.

Método

Sujeitos

Participaram 96 crianças de uma mesma pré-escola da cidade do Recife divididas da seguinte forma: 32 crianças cursando o jardim I (média de idade de 4 anos e 6 meses); 32 cursando o jardim II (média de idade de 5 anos e 6 meses) e 32 cursando a série de alfabetização (média de idade de 6 anos e 6 meses).

Tarefas

Inicialmente foi feito um exame de sondagem com o objetivo de avaliar as habilidades numéricas das crianças. Esta sondagem foi realizada com 50 crianças de cada série (jardim I, jardim II, alfabetização) sendo constituída de cinco questões relativas à escrita de números, reconhecimento de números, contagem, adição e subtração. Os resultados

obtidos pelas crianças em cada série foram comparados de modo a garantir uma distribuição de crianças com habilidades matemáticas semelhantes entre os quatro grupos do estudo propriamente dito. Tais grupos serão descritos mais adiante.

A tarefa proposta no presente estudo envolvia a resolução de problemas de estrutura aditiva, do tipo *transformação direta ligando duas medidas* (Vergnaud, 1982). Os pares numéricos utilizados nas operações foram sempre inferiores a dez (9 e 4, 8 e 2, 7 e 3) e os problemas foram apresentados em forma de história, já que este tipo de metodologia tem demonstrado favorecer o desempenho de crianças, estimulando o uso de estratégias informais (Mukhopadhyay, Resnick & Schauble, 1990).

Material

Para a coleta foram necessários os seguintes materiais: um gravador, fita cassete, fichas de tamanho, cor e forma idênticas, papel e lápis e folha para anotações durante as entrevistas com as crianças.

Procedimento

As crianças em cada série foram divididas igualmente em quatro grupos que trabalharam sob condições distintas:

1. *Grupo concreto* - as crianças tinham à disposição fichas de tamanho, cores e formas idênticas para apoiar a resolução dos problemas;
2. *Grupo papel* - As crianças tinham papel e lápis à disposição para ajudá-las a resolver os problemas propostos;
3. *Grupo sem material* - As crianças não receberam qualquer material de apoio para os seus cálculos;
4. *Grupo livre* - As crianças tinham fichas, papel e lápis para auxiliá-las na resolução dos problemas propostos.

As entrevistas com as crianças seguiram o modelo clínico-piagetiano (Piaget, 1926, Carraher, 1983), em que o examinador busca compreender o raciocínio do sujeito, questionando quando sua resposta não se mostra suficientemente clara e contra-argumentando no sentido de esclarecer o seu pensamento.

A instrução para a tarefa foi a seguinte: "Vocês irão escutar uma historinha de duas crianças que foram brincar num parque com sua mãe. Mas, esta história tem uma coisa diferente: vão aparecer alguns problemas e nessa hora eu vou parar de contar a história e vocês devem tentar resolver os problemas. Depois disso, então, eu continuo." Em seguida, o examinador contava a seguinte história:

Pedro e Marcela são irmãos e hoje estão muito contentes. Combinaram com sua mãe de ir ao parque de diversões. Chegando lá, as crianças olhavam de um lado para outro sem saberem por onde começar a brincadeira. No parque tinha ___ brinquedos, mas ___ quebraram. Quantos brinquedos estavam funcionando? Pedro e Marcela saíram correndo e foram para os brinquedos do parque indo várias vezes nos seus brinquedos preferidos.

No final da tarde, as crianças compraram alguns doces. Pedro comprou ___ chicletes e comeu ___. Quantos chicletes ele tem

agora? Marcela comprou chocolates e comeu. Com quantos chocolates ela ficou? Eles resolveram trocar entre si os doces que tinham sobrado. Marcela tinha chocolates e Pedro tinha chicletes. Se você estivesse no lugar de Pedro/ Marcela você também gostaria de trocar?"

Vale ressaltar que a ordem de apresentação dos pares numéricos envolvidos em cada operação de subtração não foi fixa. Deste modo, esperou-se diluir possíveis efeitos provocados por uma única ordem de apresentação.

As entrevistas com a presença apenas do examinador e da criança foram gravadas e posteriormente transcritas literalmente.

Foram realizadas algumas sessões de observação nas salas de aula quando as crianças encontravam-se envolvidas em atividades relativas à matemática. Neste contexto, foram enfocadas as interações professora-aluno e aluno-aluno, bem como as atividades propostas e os recursos oferecidos pela professora ou buscados pelas próprias crianças no transcorrer destas atividades.

Resultados

Os dados foram analisados quantitativamente sendo conduzida uma análise de variância (ANOVA), tendo como variáveis independentes a série e o grupo (concreto, papel, sem material, livre) e como variável dependente, o número de acertos obtidos nos problemas. As respostas das crianças também foram analisadas qualitativamente em relação às estratégias utilizadas na resolução dos problemas.

A Figura 1 apresenta o percentual total de acerto obtido em cada série. Assim, na alfabetização encontra-se 85,42% de acerto na resolução dos problemas, no jardim II 62,5% e 19,79% no jardim I, sendo significativa esta diferença [$F(2,84) = 32.94, p < 0.000$].

Considerando o percentual de acerto nos grupos, independentemente das séries, não há diferenças significativas entre os mesmos [$F(3,84) = 1.01, p < 0.393$]. Assim, a Figura 2 mostra que o grupo concreto teve 62,5% de acertos, o grupo papel teve 49,83%, o grupo sem material, 58,33%, o grupo livre 56,94%. Tais dados indicam portanto, que os recursos disponíveis nos grupos não tiveram um efeito significativo sobre o desempenho das crianças, ainda que seja observada uma queda no percentual de acerto do grupo papel.

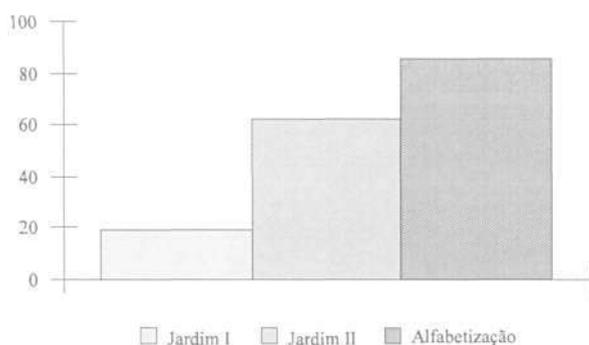


Figura 1. Percentual de acertos por série

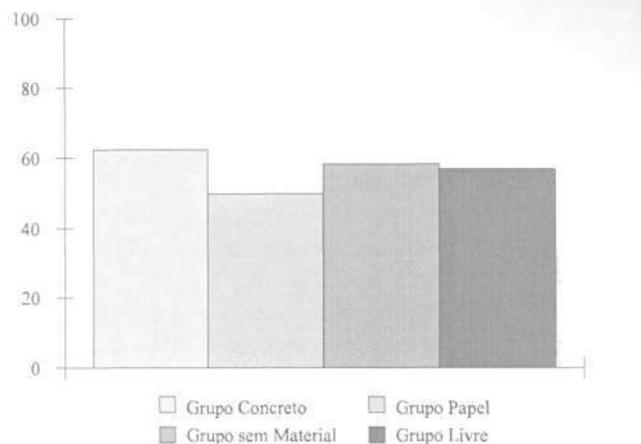


Figura 2. Percentual de acerto por grupo

Diante de tal resultado, cabe investigar como se deu o uso do material disponível pelas crianças. Será que realmente utilizaram o material que tinham à disposição? A Tabela 1 mostra os resultados referentes ao uso do material por série e grupo.

Nota-se na Tabela 1 que com exceção do grupo livre, na alfabetização, em todos os outros grupos desta série e do jardim II, há um predomínio no uso dos dedos. Tal uso pode ter sido favorecido pelo valor dos pares numéricos utilizados nos problemas, desde que os mesmos envolviam sempre números inferiores a dez. Em relação ao jardim I, o uso dos dedos foi bem mais restrito, observando-se que as crianças desta série preferiram não utilizar os materiais disponíveis para apoiar a resolução dos problemas.

Comparando-se o uso das fichas (grupos concreto e livre) em relação ao uso dos dedos, constata-se uma utilização bastante reduzida das fichas, embora observe-se um aumento significativo no uso deste recurso com a série ($X^2 = 10,24, p < 0,01$). Isto parece indicar que o uso de fichas vai se tornando mais familiar para as crianças com o aumento da escolarização. Por outro lado, o pequeno percentual de uso do papel e lápis em todas as séries parece indicar uma falta de familiaridade das crianças com este recurso. De fato, a partir das observações feitas nas salas, verificamos que o uso de papel e lápis em matemática restringia-se apenas às séries de alfabetização e jardim II, ocorrendo unicamente nos momentos de registro das respostas no livro didático ou

Tabela 1. Percentual de uso de material por série e grupo

Série	Grupos	Dedos	Fichas	Papel	Dedos/ Fichas	Não usou
Alfabetização	Concreto	58.33	29.16	-	0	12.50
	Papel	58.34	-	12.50	-	29.16
	Sem material	91.67	-	-	-	8.33
	Livre	33.33	37.50	0	0	29.16
Jardim II	Concreto	50	29.16	-	4.16	16.66
	Papel	41.67	-	0	-	58.33
	Sem material	54.16	-	-	-	45.83
	Livre	62.50	0	8.33	0	29.17
Jardim I	Concreto	4.16	12.50	-	0	83.33
	Papel	8.33	-	0	-	91.67
	Sem material	29.17	-	-	-	70.83
	Livre	0	0	0	0	100

nas fichas propostas pela professora. Não se observou, portanto, a utilização deste recurso para o desenvolvimento de estratégias por parte das crianças.

A Figura 3 a seguir mostra o desempenho de cada grupo por série, não encontrando-se uma interação significativa entre estas variáveis [$F(6,84) = 1,02$ $p < 0,419$]. Pode-se observar, entretanto, uma distribuição mais homogênea entre os grupos na série de alfabetização em relação as outras séries.

Os protocolos das crianças foram analisados, sendo classificadas as estratégias utilizadas para resolução dos problemas. As principais estratégias que, em geral, conduziram ao acerto serão descritas e exemplificadas a seguir:

Modelagem: A criança faz uma representação exata dos dados, ações e relações contidas no problema, utilizando materiais (fichas, dedos ou papel). Exemplo do grupo concreto - alfabetização:

E³ -...*No parque havia sete brinquedos e três quebraram. Quantos estavam funcionando?*

C - (Conta sete dedos) *Três quebrados (abaixa três dedos) fica quatro.*

Contagem decrescente: A criança faz a contagem de forma decrescente começando a partir do maior número dado no problema. O número de passos na seqüência da contagem é o número a ser retirado. A resposta é o último número na seqüência da contagem. Exemplo do grupo sem material - alfabetização:

E -...*No parque havia nove brinquedos, mas quatro quebraram. Quantos estavam funcionando?*

C - *Seis*

E - *Como é que você descobriu?*

C -...*Tinha nove, aí eu contei: um, nove (mostra um dedo); dois, oito (mostra dois dedos); três, sete (mostra três dedos) e quatro, seis (mostra quatro dedos).*

Contagem crescente: A criança inicia a estratégia de contar para frente começando com o menor número dado no problema. A seqüência termina com o maior número dado. A resposta é dada em função da quantidade de números contados. Ex. (grupo livre - jardim II):

E -...*No parque havia nove brinquedos e quatro quebraram. Quantos estavam funcionando?*

C -...*Contei do cinco até nove... cinco, seis, sete, oito, nove...cinco.*

Fato numérico: A criança usa relações memorizadas na solução dos problemas propostos, realizando uma operação de subtração ou adição. Exemplo do grupo concreto - alfabetização:

E - *No parque havia nove brinquedos, só que quatro quebraram, então quantos brinquedos estavam funcionando?*

C - *Cinco brinquedos...*

E - *Como foi que você descobriu?*

C -... *porque eu já sabia que quatro mais cinco era nove...*



Figura 3. Percentual de acerto por série e grupo

Analisando ainda os protocolos das crianças, também encontramos respostas em que não foi possível identificar o raciocínio que a criança utilizou para chegar ao resultado expresso por ela. Tais casos foram classificados como "estratégias não identificadas". É interessante notar que embora não tenha sido possível explicitar a estratégia utilizada pela criança, ressalta-se a necessidade que algumas delas demonstraram em representar suas respostas e/ou dados do problema⁴. Nesta categoria, "estratégias não identificadas", ainda foi possível notar diferenças quanto ao tipo de justificativa utilizadas:

Justificativa baseada em uma relação entre números. A criança justifica-se a partir de uma relação numérica entre sua resposta e um dado do problema. Exemplo do grupo livre - jardim II:

E - *Pedro comprou oito chicletes e comeu dois. Com quantos chicletes ele ficou?*

C - *Três.*

E - *Como é que você sabe que é três?*

C - *Porque depois de dois vem três.*

Justificativa baseada em experiências próprias: A criança justifica-se a partir de episódios por ela vivenciados. Exemplo do grupo livre - jardim II:

E -...*No parque tinha nove brinquedos, mas quatro quebraram. Quantos estavam funcionando?*

C - *Nove.*

E - *Por que você acha que é nove?*

C - *Porque uma vez eu lá no shopping tinha nove brinquedos. Conteí, conteí o brinquedo todinho um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove conteí o brinquedo todinho, só tava...conteí quatro, aí conteí quatro que estavam quebrado, aí...*

E - *Quantos estavam funcionando? Tinha nove brinquedos, quatro estavam quebrados. Quantos estavam funcionando?*

C - *Eh...aquele do carrossel, sobe, do carrossel, o elefantinho tem de colocar ficha...*

Nesta mesma categoria englobam-se justificativas em que a criança apela para alguma "autoridade", sendo este tipo de resposta apenas encontrado no jardim I. Exemplo do grupo sem material:

E -...*Havia nove brinquedos no parque e quatro quebraram. Quantos estavam funcionando?*

C - *Acho que é dois.*

E - *Como você sabe que é dois?*

3 "E" significa entrevistador e "C" criança.

4 Este tipo de análise também foi realizado por Zunino (1995) com crianças de 1ª. série, conforme foi mencionado na Introdução deste estudo.

Tabela 2. Percentual das estratégias utilizadas por série

Série	Estratégias Identificadas			Estratégias Não Identificadas			
	Modelagem	Contar p/baixo	Contar p/cima	Fato num.	Just. c/número	Just. c/experiência	Sem just.
Alfabetização	65.63	6.25	7.29	8.33	5.21	0	7.29
Jardim II	50	9.38	6.25	2.08	5.21	4.17	22.91
Jardim I	10.41	2.08	0	1.04	1.04	11.45	73.95

C - *Todo dia meu pai diz assim: Gabi, quando a tia dizer quanto é que os brinquedos têm, você diz dois e você bota os seus dedinhos também.*

E - *É? Teu pai diz? E você acha que é quantos?*

C - *Dois.*

E - *Mas por que tu acha que é dois?*

C - *Dois porque meu pai tá dizendo.*

Sem justificativa: A criança não consegue justificar sua resposta. Também foram incluídas nesta categoria crianças que não apresentavam resposta alguma ao problema colocado, repetindo várias vezes que não sabiam. Exemplo do grupo sem material - jardim I:

E - *...Marcela comprou oito chicletes e comeu dois. Com quantos chicletes ela ficou?...*

C - *Pode ficar com seis?*

E - *Como você fez?*

C - *Ficou três.*

E - *Como você descobriu?*

C - *E três, porque é. Eu não sei não!*

A Tabela 2 apresentada acima refere-se ao uso das estratégias em função da série. Vale ressaltar que a variável grupo não foi incluída nesta análise tendo em vista que nos testes estatísticos realizados, esta variável não demonstrou ter um efeito significativo sobre o desempenho das crianças. De fato, vimos na Tabela 1 que os materiais disponíveis foram pouco utilizados para a resolução dos problemas, sendo predominante o uso de dedos por todos os grupos.

Conforme pode ser observado na Tabela 2, entre as estratégias identificadas, a modelagem foi a mais freqüente em todas as séries, ainda que no jardim I o seu uso tenha sido bastante reduzido. A utilização deste tipo de estratégia parece demonstrar que as crianças desta faixa etária têm necessidade de apoiar seus cálculos em algum tipo de material, no caso, fichas ou dedos. É interessante notar o uso mais acentuado desta estratégia pelos alunos da série de alfabetização, o que parece refletir a ênfase comumente dada pela escola ao uso dos materiais concretos para representar os dados e as ações propostas nos enunciados dos problemas. Também observa-se, na Tabela 2, uma distribuição relativamente homogênea entre os percentuais de uso das estratégias de contagem nas séries de alfabetização e jardim II, havendo um acréscimo no uso da estratégia de fato numérico pelas crianças da alfabetização.

Ainda em relação à Tabela 2, encontram-se os percentuais de uso de estratégias não identificadas por série. É interessante notar o uso reduzido de estratégias não identificadas entre as crianças da alfabetização. Nota-se ainda, nesta série, a ausência total de respostas baseadas em experiências pessoais, ou seja, as crianças mais velhas parecem preferir apresentar justificativas relacionadas aos dados dos problemas ou, simplesmente, não apresentar justificativas para suas

respostas. Por outro lado, algumas crianças do jardim II e a grande maioria das crianças do jardim I parecem não sentir necessidade de justificarem suas respostas. Há ainda crianças nestas séries que imaginam que suas experiências próprias podem servir como justificativa para a resolução de problemas matemáticos (*é três porque quando eu fui no Play-Center tinha três funcionando*).

A Tabela 3 abaixo, apresenta o percentual de crianças que utilizaram uma ou mais estratégias para resolverem os problemas propostos. Observa-se em todas as séries que a maioria das crianças utilizou uma única estratégia, o que talvez reflita que as crianças de alfabetização e jardim II (já que o percentual de estratégias não identificadas foi muito elevado no jardim I) tenham percebido uma semelhança entre os problemas.

Conclusões

Os resultados obtidos na resolução de problemas de subtração demonstraram um melhor desempenho das crianças da série de alfabetização em relação às demais séries. Tal resultado não é surpreendente na medida em que era esperada uma influência da idade e da escolaridade. Vale notar que as crianças do jardim I apresentaram grandes dificuldades em resolver os problemas propostos, o que pode refletir uma influência da própria artificialidade da situação experimental que solicitava a resolução de problemas num contexto pouco significativo para elas. O efeito desta situação, ainda que tenha estado presente para todas as crianças, parece ter incidido, principalmente, nas crianças mais novas. Além disso, deve-se considerar a pouca familiaridade destas crianças com a atividade de resolução de problemas do tipo verbal. Tal atividade, tão enfatizada nas séries do ensino fundamental, não tem encontrado muito espaço na pré-escola.

O presente estudo, entretanto, permitiu identificar as estratégias mais utilizadas por crianças de 4 a 6 anos, bem como os recursos usados por elas ao resolverem problemas matemáticos. Nesta perspectiva, vale analisar a grande concentração no uso da estratégia de modelagem⁵, principalmente por crianças da alfabetização, onde já poderia ser esperada uma maior diversidade de estratégias. Na verdade,

Tabela 3. Percentual de sujeitos por número de estratégias utilizadas e série

Série	Uma estratégia	Duas estratégias	Três estratégias
Alfabetização	56.25	40.62	3.13
Jardim II	53.12	37.5	9.37
Jardim I	65.62	34.38	0

5 Neste estudo esta estratégia esteve predominantemente associada ao uso de fichas e/ou dedos.

esta concentração não parece ter ocorrido por acaso. De fato, nas observações realizadas nas salas de aula foi possível verificar que quando a atividade envolve a solução de algum problema aritmético, os materiais concretos são os únicos recursos disponíveis para as crianças. O uso da notação escrita espontânea e do cálculo mental, portanto, não parecem fazer parte do trabalho com a matemática, na pré-escola. Como foi mencionado, o papel e lápis são utilizados apenas para realização dos exercícios do livro, em que se exige a escrita convencional dos números e operações. As situações de sala de aula são bem diretas sobre como o aluno deve agir e fazer os cálculos, não se estimulando o uso de diferentes recursos, bem como a elaboração de estratégias por parte das crianças. Nota-se assim, uma exclusividade quanto ao uso de materiais concretos (palitos, tampinhas, material dourado) que induzem à elaboração de estratégias de modelagem.

Em relação aos recursos utilizados pelas crianças na resolução dos problemas matemáticos, observou-se uma "preferência" pelo uso dos dedos nos diferentes grupos (Concreto, Papel, Sem Material e Livre), impossibilitando a discussão de questões relativas à influência que diferentes recursos poderiam exercer na elaboração de estratégias por parte das crianças. Entretanto, vale registrar que muitas crianças, apesar de terem fichas à mão, não demonstraram saber como usar aquele material para solucionar os problemas. Isto indica a importância de se desmitificar o "poder mágico" que se tem atribuído aos objetos concretos. Não resta dúvida de que as crianças precisam, inicialmente, apoiar seus cálculos em algum recurso, entretanto, não adianta qualquer objeto sem o ato de pensar. A presença do material concreto por si só não garante a elaboração de estratégias por parte das crianças, ainda que talvez influenciá-las.

É interessante frisar que embora os dedos tenham sido o grande recurso de apoio na resolução dos problemas, em muitos casos foi observado um certo constrangimento por parte das crianças. Durante as entrevistas, foi constatado que algumas delas, ao resolverem os problemas propostos, procuravam esconder as mãos embaixo da mesa, como se o uso dos dedos fosse algo proibido ou pelo menos não desejado pela escola. Infelizmente tais observações parecem indicar a ênfase já existente na pré-escola quanto a obtenção de resultados corretos, ao invés de buscar-se estimular, conhecer e desenvolver os processos de raciocínio das crianças.

Consideramos que um caminho possível para a construção de uma aprendizagem baseada na compreensão, e não apenas em respostas corretas, é tornar a pré-escola um espaço de elaboração e discussão de conhecimento, oportunizando o uso de diferentes recursos e representações no trabalho com resolução de problemas. Neste contexto, também nos parece relevante mencionar o papel fundamental que a interação social pode exercer na aprendizagem da matemática. Acreditamos que através da comparação e discussão das diferentes estratégias usadas, as crianças podem refletir com mais profundidade sobre o conceito estudado, possibilitando uma sistematização deste conhecimento baseada na compreensão.

Por fim, é importante registrar algumas questões que, ao nosso ver, merecem ser investigadas: (1) Qual a influência dos valores dos pares numéricos no uso dos dedos pelas crianças?; (2) Que novas estratégias poderiam surgir, utilizando-se pares numéricos superiores a dez, já que desta forma o uso dos dedos poderia trazer maior dificuldade?; (3) Será que alterando-se a situação experimental de forma a conduzir o uso efetivo de outros materiais, por exemplo, solicitando-se à criança que de fato utilize o papel para desenvolver seu raciocínio, haveria mudanças no que se refere às estratégias utilizadas?; (4) Como ficaria o desempenho das crianças neste caso? Melhoraria ou não?; (5) E, finalmente, quais as repercussões para o processo de ensino-aprendizagem da matemática na educação infantil, se fosse estimulada no cotidiano da sala de aula a utilização de diferentes representações (concreta, escrita e mental)?

Considerando estas questões, ressalta-se mais uma vez a necessidade de novos estudos que explorem estas indagações, especialmente quando se constata um número tão reduzido de trabalhos voltados à educação infantil enfocando, especificamente, a área de matemática.

Referências

- Carraher, T.N. (1983). *O método clínico: usando os exames de Piaget*. Petrópolis: Vozes.
- Carraher, T., Carraher, D. & Schliemann, A. (1982). Na vida, dez; na escola, zero: os contextos culturais da aprendizagem da matemática. *Cadernos de Pesquisa*, 42, 79-86.
- Carraher, T., Carraher, D. & Schliemann, A. (1988). *Na vida dez, na escola zero*. São Paulo: Cortez.
- Fayol, D. (1996). *A criança e o número*. Porto Alegre: Artes Médicas.
- Fennema, E. & Carpenter, T.P. (1991). *Cognitively guided instruction reading*. Wisconsin Center for Education Research, University of Wisconsin-Madison. (Z. Higinio, Trad.) Recife, Departamento de Psicologia da UFPE (Manuscrito não publicado, 1991)
- Fisher, J.P. (1979). *La perception des problèmes soustractifs aux débuts de l'apprentissage de la soustraction*. These de troisième cycle. IREM de Lorraine, Université de Nancy I, Nancy.
- Ginsburg, H. (1981). Piaget and education: The contributions and limits of genetic epistemology. Em I. Sigel, D. Brodzinsky & R. Golinkoff, (Orgs.), *New directions in piagetian theory and practice*. New Jersey: Prentice Hall.
- Hughes, M. (1986). *Children and number*. Oxford: Basil Blackwell.
- Mukhopadhyay, S., Resnick, L. & Schauble, L. (1990). *Social sense-making in mathematics; children's ideas of negative numbers*. Em 14th PME Conference, Mexico, pp. 281-288.
- Piaget, J. (1926). *La représentation du monde chez l'enfant*. Paris: Alcan.
- Piaget, J. (1969). *Psychologie et pédagogie* Paris: Gonthier.
- Schliemann, A., Santos, C & Costa, S. (1991). Da compreensão do sistema decimal à construção de algarítmicos. Em E. Alencar

- (Org.), *Novas contribuições da psicologia para os processos de ensino e aprendizagem*. São Paulo: Cortez.
- Selva, A.C.V. (1993). *A influência de diferentes tipos de representação na resolução de problemas de divisão*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Pernambuco.
- Selva, A.C.V. & Brandão A.C.P. (1997). *Explorando o papel de diferentes tipos de representações na resolução de problemas de subtração por crianças pequenas*. Resumo publicado nos Anais do Congresso Pedagogia/97, Havana, Cuba, 355.
- Vergnaud, G.A (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. Em T.P. Carpenter, J.M. Moser & T.A. Romberg (Orgs.), *Addition and subtract: A cognitive perspective*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Vieira, A., Castro, J. & Santos, R. (1991). *Uma análise do ensino de matemática*. Mestrado em Psicologia, UFPE, Recife, Manuscrito não publicado.
- Zunino, D.L. (1995). Problemas e contas: desafios diferentes. Em *A matemática na escola: aqui e agora*. São Paulo: Artes Médicas.

Recebido em 07.01.1998

Primeira decisão editorial em 30.07.1998

Versão final em 21.09.1998

Aceito em 12.02.1999 ■

MUDANÇA DE ENDEREÇO

Se você está mudando de endereço por favor notifique *Psicologia: Teoria e Pesquisa*. Ocasionalmente, assinantes e autores comunicam tardiamente mudança de endereço determinando dificuldades na entrega de nossa revista ou de outras correspondências. Informe imediatamente, se possível com antecedência, qualquer mudança de domicílio para:

Universidade de Brasília - Instituto de Psicologia
Revista Psicologia: Teoria e Pesquisa
Secretaria de Divulgação
70910-900 Brasília DF

Mudanças de endereço poderão também ser comunicadas através do correio eletrônico revvptp@unb.br ou do telefone e fax (061) 274-6455.